

The Series of Advanced Physics of Peking University

北京大学物理学丛书 · 理论物理专辑

原子的激光冷却与陷俘

王义遒　编著



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

原子的激光冷却与陷俘/王义遒编著.—北京:北京大学出版社,2007.11

(北京大学物理学丛书)

ISBN 978-7-301-12835-0

Ⅰ.原… Ⅱ.王… Ⅲ.原子物理学-高等学校-教材 Ⅳ.O56

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 157603 号

书　　名:原子的激光冷却与陷俘

著作责任者:王义遒　编著

责 任 编 辑:孙　琰

标 准 书 号:ISBN 978-7-301-12835-0/O・0733

出 版 发 行:北京大学出版社

地　　址:北京市海淀区成府路 205 号　100871

网　　址:http://www.pup.cn

电　　话:邮购部 62752015　发行部 62750672　编辑部 62752021
　　　　出版部 62754962

电 子 邮 箱:zpup@pup.pku.edu.cn

印 刷 者:北京大学印刷厂

经 销 者:新华书店

850 毫米×1168 毫米　32 开本　20.375 印张　529 千字

2007 年 11 月第 1 版　2007 年 11 月第 1 次印刷

定　　价:40.00 元

前　言

物理学是自然科学的基础,是探讨物质结构和运动基本规律的前沿学科.几十年来,在生产技术发展的要求和推动下,人们对物理现象和物理学规律的探索研究不断取得新的突破.物理学的各分支学科有着突飞猛进的发展,丰富了人们对物质世界物理运动基本规律的认识和掌握,促进了许多和物理学紧密相关的交叉学科和技术学科的进步.物理学的发展是许多新兴学科、交叉学科和新技术学科产生、成长和发展的基础和前导.

为适应现代化建设的需要,为推动国内物理学的研究、提高物理教学水平,我们决定推出《北京大学物理学丛书》,请在物理学前沿进行科学研究和教学工作的著名物理学家和教授对现代物理学各分支领域的前沿发展做系统、全面的介绍,为广大物理学工作者和物理系的学生进一步开展物理学各分支领域的探索研究和学习,开展与物理学紧密相关的交叉学科和技术学科的研究和学习提供研究参考书、教学参考书和教材.

本丛书分两个层次.第一个层次是物理系本科生的基础课教材,这一教材系列,将几十年来几代教师,特别是在北京大学教师的教学实践和教学经验积累的基础上,力求深入浅出、删繁就简,以适于全国大多数院校的物理系使用.它既吸收以往经典的物理教材的精华,尽可

能系统地、完整地、准确地讲解有关的物理学基本知识、基本概念、基本规律、基本方法;同时又注入科技发展的新观点和方法,介绍物理学的现代发展,使学生不仅能掌握物理学的基础知识,还能了解本学科的前沿课题和研究动向,提高学生的科学素质.第二个层次是研究生教材、研究生教学参考书和专题学术著作.这一系列将集中于一些发展迅速、已有开拓性进展、国际上活跃的学科方向和专题,介绍该学科方向的基本内容,力求充分反映该学科方向国内外前沿最新进展和研究成果.学术专著首先着眼于物理学的各分支学科,然后再扩展到与物理学紧密相关的交叉学科.

愿这套丛书的出版既能使国内著名物理学家和教授有机会将他们的累累硕果奉献给广大读者,又能对物理的教学和科学研究起到促进和推动作用.

《北京大学物理学丛书》编辑委员会

1997年3月

理论物理专辑前言

彭桓武先生在他的专著《理论物理基础》(彭桓武、徐锡申著,北京大学出版社,1998年)序中对理论物理作了精辟的阐述:

随着人们通过多次观察和实验等科学实践,对物质世界中在一定条件下一定现象之出现,获得大量可靠的感性认识,得到数据和经验规律。然后经过反复综合整理改造,形成概念,并用判断和推理的方法给以合乎逻辑的描述或解释,这样达到某种理性认识。如能以此为据对新现象有所预见且为而后的科学实验所证实,则表明这理性认识正确可靠。对越来越多方面的物质现象得到的越来越普遍的正确可靠的理性认识,便构成发展中的理论物理。

理论物理的发源可以从伽利略和牛顿对地面上物体坠落和天空中行星绕日等现象的统一解释算起。这奠定了牛顿力学,并从此动力学观点流行。这种观点和方法,结合气体的物理实验和化学实验的多个经验规律,产生并逐渐澄清原子和分子的概念,阐明了热的分子运动本质;又结合由对电磁现象的观察和大量实验所总结的一系列经验规律,特别是法拉第有关磁力线和电力线的形象思维,帮助麦克斯韦形成电磁场的概念及其动力学理论。麦克斯韦不仅利用运动将电现象和磁现象联结起来,并且从理论上预见到电磁波动现象,光的现象归结为电磁波动的现象。这预见为此后的实验证实,并为无线电通讯奠定基础。法拉第电解定律表明分子原子内部有带有一定的基本电荷的电子。有鉴于此,洛伦兹对物质中的电磁现象,提出电子论,引入带有电子运动的分子和微观电磁场的概念,后者局部的多分子的统计平均即是麦克斯韦的宏观电磁场,这样解释了物质对光的折射率随光波长变化的色散现象。但对电子和其运动规律的较清楚的认识,则尚待从更多的近代物理实验

和与其伴随的20世纪才发现的相对论和量子论。在相对论和量子论这两个理论中，对时间和空间，以及粒子和波，概念上比以前有所深入，有些人称之为革命，实际上不过是随着认识到更深一层次，原来认为割裂的或对立的却被发现是统一的或同一的，而回过头来看，原来的认识，在一定范围内仍是对的，或可靠的到一定的近似程度而已。

理论物理是有用的。作为工程设计原理的早已成熟的那部分理论物理更不必谈。在开展理论、实验与工程技术相结合的工作时，理论工作先行一步常可以减少实验和工程的工作量。

为了促进我国的理论物理研究，国家自然科学基金委员会“理论物理专款”学术领导小组决定资助出版这套《北京大学物理学丛书·理论物理专辑》。希望从事理论物理研究的科学工作者介绍国际理论物理前沿和自己的研究工作，吸引更多的年轻人投入并献身于理论物理学的研究，为营造重视基础研究、安心基础研究的大环境，为发展我国理论物理学的研究及其在国际上占有一席之地做出贡献。有关申请出版资助的情况，请参阅国家自然科学基金委员会网站中有关“理论物理专款”的通告。本专辑的出版得到了北京大学出版社的大力支持，特此感谢。

国家自然科学基金委员会
“理论物理专款”学术领导小组
2005年10月20日

序

激光冷却原子和玻色-爱因斯坦凝聚(Bose-Einstein condensation，BEC)的实现是近年来物理学的重大进展，其重要意义首先在于物理常数的精确测定。这些精确测量大多利用光谱和波谱技术，克服多普勒(Doppler)效应等与原子速度有关的因素显得特别重要，原子的激光冷却就成为关键技术。现在利用激光冷却原子做成的铯原子喷泉频率标准，其精度接近1×10^{-15}。以此为基础，还可以定出长度(单位：m)、约瑟夫森(Josephson)常数、里德伯(Rydberg)常数、精细结构常数等更精密、更准确的数值。

其次，激光冷却原子还促进了一些新的学科和技术的发展，如原子光学(即把原子运动看做物质波的传播，用激光对这种波动进行像光波那样的机械操作)、冷原子干涉仪、光镊(optical tweezer)、光格点(optical lattice)、利用光束的微细加工工艺等。正由于此，1997，2001，2005年度诺贝尔物理学奖分别授予了朱棣文(S. Chu)，C. Cohen-Tannoudji，W. D. Phillips(激光冷却和陷俘原子)；E. A. Cornell，W. Ketterle和C. E. Wieman(BEC)；R. J. Glauber，J. L. Hall，T. W. Hansch(量子光学基本原理和包括发明光梳在内的精密光谱学测量)。

本书系统地介绍了激光冷却原子和BEC的历史发展、主要实验和基本原理，对于我国从事这一领域学习、研究的广大科技工作者和物理爱好者是非常及时和迫切需要的。记得两年前(2004年7月18～30日)，国家自然科学基金委员会“理论物理专款”学术领导小组在山西大学组织“玻色-爱因斯坦凝聚及相关问题”研究生暑期学校，受到广大青年学者的欢迎，参加者有150～200人左右。中国科学院上海光学精密机械研究所(简称“上海光机所”)王育竹

院士、北京大学王义遒教授、中国科学院物理研究所刘伍明研究员、中国科学院半导体研究所李树深研究员、清华大学张卫平教授、美国佐治亚理工学院尤力教授等专家应邀作了讲座，另有众多的专题报告。通过那次活动，大家对国内在这方面开展的研究工作有了一个全面的了解，会上会下相互讨论、交流，收获很大。但由于时间较短(只有 10 天左右)，有些问题不能全面展开。我也参加了那次活动，因为过去没有做过这方面的工作，虽然很感兴趣，但只能是一知半解。现在，本书的出版将为大家提供这个领域的必要的基础知识；而且作为一本很好的教材，可帮助有兴趣的年轻学子尽快入门。我自己读了以后也受益匪浅。

2003 年，"理论物理专款"学术领导小组为推动我国理论物理研究的发展，筹划出版一套《现代物理前沿丛书》(现为《北京大学物理丛书・理论物理专辑》，简称《专辑》)。第一批出版计划就约请了王义遒教授，他当时很痛快地答应了。经过三年的努力，他终于完成了这本专著。《专辑》的宗旨是帮助读者"拓宽物理学的基础，迅速进入物理学前沿研究，激发起他们学习和研究物理和其他自然科学的热情和兴趣"；在写作风格上，要求"深入浅出，图文并茂，文献丰富"，也就是"通俗"一些。这个要求给作者增加了不少负担和压力。后来我们和编辑商量，软化了对"通俗"的要求。但是王义遒教授还是作了许多努力，使得本书保持了深入浅出、引人入胜的风格，具体体现在以下几个方面：

(1) 本书的写作从实验出发，着重从物理概念和图像出发去描述现象，解释机理，避免冗长的公式推导。例如原子束的激光减速(§4.2)、光学黏团及其实验(§5.1)、磁光阱(magneto-optic trap，MOT)的实现(7.3.2 小节)和碱金属稀薄气体中实现 BEC 的实验综述(§11.2)等，都是按照事件的发展来详细描述实验的过程，由浅入深，由表及里，完全符合人的认知过程。

(2) 在广泛阅读文献的基础上，穿插了一些在科学发展过程中的珍闻逸事，使读者既了解了历史，又增加了阅读的兴趣。

(3) 王义遒教授语言功底好，除了撰写科学论文外，还写过不少散文、随笔，文笔流畅，寓意深刻，语言诙谐，因此把这些枯燥的科学问题也写得很生动。

当然，专著的水平关键是作者本人的研究工作。王义遒教授早年留学苏联，获得副博士学位；自 20 世纪 50 年代起执教于北京大学无线电电子学系，多年从事量子电子学研究；60 年代主持研制原子钟-光抽运铯气泡原子频标，为我国时间频率计量事业作出重要贡献。他曾发表科研论文 200 多篇，出版专著《量子频标原理》[①]，并先后担任北京大学教务长、常务副校长等职。在国际上实现 BEC 以后，我国上海光机所、北京大学和中国科学院武汉物理与数学研究所(简称"武汉物理与数学所")先后实现了铷的 BEC。本书总结了作者和他所在的北京大学冷原子物理小组在这方面的研究成果，例如磁光阱参数的估算与测量(7.3.3 小节)、QUIC 阱(§9.4)、蒸发冷却的实验技术(§10.5)及北京大学小组的 BEC 实验(§11.3)等，充分反映了作者的学术水平。

此外，本书还说明了交叉学科的重要性。从书中可以看出，激光冷却原子和 BEC 这一领域同时涉及原子分子物理、激光物理、量子力学、量子场论、量子电子学、量子光学、波谱学等学科，这些知识在大学里任何一个专业都是学不全的，需要多种学科的交叉才能掌握和开展研究。本书的第二、三章为读者作了一些理论上的准备，弥补了一般教科书的缺陷。

夏建白

2006 年 7 月

于中国科学院半导体研究所

① 王义遒. 量子频标原理. 北京：科学出版社，1986.

作者前言

原子的激光冷却与陷俘无疑是20世纪末物理学发展最为迅速、成果最为辉煌的一个领域。从1997年开始，每隔三年就得到一次与此相关的诺贝尔物理学奖(1997，2001，2005)就是明证。作为一种从外部操控原子运动的手段，它似乎只是“技术”，但是，它的工作原理却深深扎根于物理学的“高深学问”之中，其实现则密切依赖于激光与电子学巧妙的实验构思和精湛技艺；而其成果又进一步开拓了物理学研究的新方向，并将对整个科学技术的发展产生深远的影响。

原子的激光冷却与陷俘为原子分子物理学研究提供了一个极低温度的“安静”环境，它使原子运动几乎被“冻结”。这样，精密测量原子、分子的内部结构才有可能，原子之间相互作用以及形成分子的具体过程才得以凸现；而基本物理常数的准确测量以及它们是否随时间变化这样的基本问题，也才能昭然于物理学家的视野。激光冷却为物理测量提供了一种最精密、最准确的手段。建立在原子钟基础上的时间频率测量在当代一切测量中具有最高的精密度和准确度，而激光冷却原子方法又可使它们再提高一个数量级以上。诞生于激光冷却与陷俘原子家园的稀薄气体中的玻色-爱因斯坦凝聚(BEC)的实现，是物理实验上的一朵奇葩。它创造了一种崭新的物质状态——宏观简并量子态，并揭示了这种新物质状态的许多奇妙特性。现在，这类研究深入到了费米(Fermi)原子，使人们对费米子系统的结构、性质和量子统计效应等有了更深的了解。同时，由激光冷却和陷俘原子衍生或丰富起来的原子光学、光格点等新现象，又开拓了原子干涉仪、原子刻印等许多技术领域的新应用。总之，激光冷却与陷俘原子的成就不仅极大地深化和更新了人

们对许多物理学基础问题的认识，而且还拓宽了物理学的应用领域，并带来不可估量的前景。

尽管激光冷却与陷俘原子发展迅速，并已作出了杰出的贡献，但由于本领域的主要成就诞生于 20 世纪 80 年代，距今时间较短，而其结果与人们的日常生活相去甚远，因此，一般人对此知之甚少，即使是高等院校物理专业的学生，也不见得有较多的了解。因此，写一本较为全面的、浅近的专著，向有兴趣于物理学的大学生对本领域相关知识作一个比较完整的介绍，特别是把其中一些人引进这一令人向往的领域，是非常必要的。我抱着对提高原子钟性能的期望，从 20 世纪 70 年代末即开始关注和跟踪这个领域，直到 90 年代才有幸开展这方面的课题研究，取得了一些实验成果。我热情欢迎有更多年轻学子加入本领域的研究行列，也非常希望有一本帮助他们入门的书。

这样，当 2003 年秋，夏建白院士为《专辑》向我约稿的时候，我并没有多少犹豫就承诺下来了。因为当时我已为《量子力学新进展(第三辑)》[①]完成了一篇题为《原子的激光冷却与囚禁和稀薄气体玻色-爱因斯坦凝聚的实现》的长篇综述文章，占了近一百页。限于篇幅，那篇文章有不少问题并没有写清楚，本书正好可以弥补这个缺陷。既然《专辑》要求大体上可为高等院校与物理相关专业的本科学生所读懂，我自信在脑子里对激光冷却与陷俘的基本概念有清晰的物理图像，不费太多力气就能满足这个要求。于是，我准备在评述的基础上，适当加以扩展，用尽量浅近的语言进行写作，以为这样就可完成任务，并计划在 2004 年底交稿。

其实，写这本书可以采用几种方案，例如，可以从激光冷却和陷俘原子的理论体系出发，理论与实验结合；也可以从历史发展的角度出发来写；等等。我为了节省时间和精力，驾轻就熟，还是依照

① 曾谨言，龙桂鲁，裴寿镛. 量子力学新进展：第三辑. 北京：清华大学出版社，2003.

那篇评述文章的体例。不过，为了便于初学者阅读，开篇集中介绍一些与原子物理相关的电磁场知识(它们大都可在大学物理学课程中找到，但有的却为一般教材所阙如)。然后比较深入地讨论改变原子运动状况的基本光作用力。随后，结合实验成果逐步介绍原子束的激光操控(减速、准直和沟道化)，这里既是两种力的具体运用，也展示了激光冷却原子更细致的内容。再深入到光学黏团(optical molasses)、亚多普勒冷却，直到原子的光陷俘。读者在书中可以接触到五光十色的物理现象。之后是它们的实际应用。BEC 无疑是激光冷却原子最光辉的应用成果，对此专门辟出三章(第九至十一章)来加以叙述(静磁阱、蒸发冷却、BEC 与原子激射器)，其中有的内容并非直接与激光冷却有关。由于这个领域本质上是实验科学，因此我试图比较仔细地讲述一些重要实验的具体细节，以便读者从中得到实验构思和技巧的启示，领悟创新的科学思维。

然而 2004 年春，我着手写作时，却发现写书很不容易。一是本领域的一些基本概念不是大学普通物理、甚至理论物理教材中都能找到的，很难把所有问题都从头交代清楚；二是为了使书写得生动，读来有趣，引人入胜，需要穿插一些珍闻逸事，除了个人偶得的一些以外，必须查找大量资料，而这比搜索一般科学文献更难；三是书中的每一句话都要有出处或着落，而脑子里储存的只是一些结论性的信息，并且往往不可靠，因此要重新阅读几百篇原始文献。至于日新月异的新信息和新成果，我是存心割爱了(少数问题除外)，因为这是“无底洞”，是没有尽头的；更何况本书并不是一本介绍新进展的书。好在不久后编辑告知，对写作“通俗化”的要求放宽了，这节省了我大量工夫，但是进度还是极其缓慢(这里当然还因为我承担了不少难以推辞的工作和活动，不能集中时间和精力，连“三天打鱼，两天晒网”都做不到)。就这样写写停停，到 2005 年 9 月，才完成了大概一半。我着急了：“何时能交差?”在这种情况下，我请北京大学信息科学技术学院量子电子学研究所周小计副教授为本书第九至十一章撰写初稿。请他写的一个主要理由就是

他参与了我们实现铷原子 BEC 和原子激射器实验的全过程，不仅作了一些装置(如静磁阱)的理论设计，而且作了大量实验观测，有直接经验。他在我的评述文章的基础上，补充了一些基础知识与理论推导以及个别内容(如微磁阱)，重点增加了北京大学冷原子物理小组实验过程的具体描述，从而形成草稿。我又进行了加工整理，完成定稿。

做了一辈子教师的我，深信一本教材也好，一本科学专著也好，不经过教学的磨练，不经过学生的检验与挑剔，是很难完美、不出错误的。可我当时已无学生可教(尽管部分内容在一些研究生班上曾讲授过)。为此，我又请周小计副教授对本书前六章的部分内容在他的“激光光谱学”课程中给学生讲授；同时，他又专门带着四位学生通读了前六章的初稿，发现了一些错误，提出了一些修改意见。这些都是我后来修改和全书通稿过程的依据。因此，本书是在周小计副教授诚挚的协助和合作下完成的，这里要向他表示衷心的感谢。

尽管如此，我还是对书稿不很满意：某些理论阐释的逻辑不够严明，推导不够详尽，难免使部分读者感到迷茫；而某些我认为是非常“精巧”的实验，由于相关的基础知识不足，读者可能难于领会其“巧妙所在”；为了叙述简洁，对实验过程不能作过多解释，因此要真正领会，就必须勤于思索。此外，有些内容连我自己读起来还要费一番心思，可见读者之不易。不过我想，读科学书籍，无论如何都不能像读小说那样轻松、愉快。这也算自我安慰吧！对于涉及实验技术的某些内容，我曾想以附录的形式加以概括介绍。但如篇幅太小，内容过于简单，则无济于事；而篇幅太大，又不允许，最后只好作罢。因此，读者要彻底读懂某些实验内容，不免要自己去寻找更多知识。

书中引文远不能说详尽，但主要的大概已经包括进去了，多数插图来自相应引文，就不作一一说明；个别从别处引来的，则特别加以注明。

在即将成书之际，我不禁想起半个世纪以来引领我进入这个迷人的研究领域、和我交流讨论、给我许多帮助的师友们，我十万分地感谢他们。1957 年初冬，我有幸能拜当时在莫斯科大学物理系兼职的、分子振荡器的发明人之一 A. Prokhorov 为师，让我跨进了量子电子学的大门；1958 年我奉命转学到列宁格勒大学物理研究所，在 F. Skripov 指导下从事核磁共振研究，使我对辐射场和原子集体相干相互作用这一量子电子学的核心问题有了深入的领会。改革开放以后，1983 年下半年，我在巴黎得以聆听 Cohen-Tannoudji 在法兰西学院所作的关于激光冷却原子理论的系统讲授，并和他进行了一些深入的交谈；第二年，我又到美国科罗拉多大学与国家标准技术研究院(NIST)共建的联合实验天体物理研究所(JILA)向 Hall 小组学习激光冷却原子的实验技术，特别是激光稳频技术。2000 年，我和陈徐宗、周小计一道到德国马克斯-普朗克(Max-Planck)量子光学研究所和慕尼黑大学的 Hänsch 小组访问，这成为我们开展 BEC 和原子激射器实验研究的前奏。除了 Skripov 外，Prokhorov，Cohen-Tannoudji，Hall 和 Hänsch 后来都获得了诺贝尔物理学奖。我想，要不是 Skripov 英年早逝(他于 1961 年我学成回国后不久去世，年仅 40 岁)，他也有望获此殊荣的。他是世界上第一个从自由核感应衰减信号中获取核磁共振精细结构的，这开了高分辨傅里叶(Fourier)核磁共振谱的先河，该项成果后来取得了诺贝尔化学奖；此外，他还发明了射频量子振荡器。我还在法国巴黎第六大学国家科学研究中心赫兹波谱实验室的 B. Cagnac 门下作过精密激光谱研究，在巴黎天文台向 A. Clairon 学习过原子喷泉技术。后来在美国 Agilent 公司工作的朱淼和法国里昂大学的俞进等也给了我很多帮助。在国内，有更多的良师益友，其中交流较多的有：上海光机所王育竹实验室，先后由王天眷、吴钦义、叶朝辉和詹明生领导的武汉物理与数学所波谱学和原子分子物理实验室，中国科学院物理研究所李家明(现执教于上海交通大学)、杨国桢、吴令安和刘伍明，中国计量科学研究院

李天初小组，山西大学彭堃墀、谢常德实验室，华东师范大学王祖庚小组、马龙生小组、印建平和张卫平，中国科技大学郭光灿实验室，清华大学李师群小组和龙桂鲁，华中师范大学彭金生，等等。更有我所在的北京大学的师长和先后同事丁渝、郑乐民、冯义濂、董太乾、李守中、李慧心、施蕴陵、邹英华、王振刚、朱宋、傅济时、冯蕴深、王庆吉、汤俊雄、谢麟振、田昆玉、杨东海、刘淑琴、叶安培、陈景标、郭弘、张志刚，等等。没有他们的合作共事，我将一事无成。

最后，作者要感谢夏建白院士的推荐和信任，他还特地为本书写了精彩的序言。作者所在的、现由陈徐宗教授领导的北京大学冷原子物理小组在本书的写作过程中给我许多鼓励和支持，他们的出色工作是写作本书的动力。李天初研究员提供了一些资料，并审阅了§8.1，§8.2；詹明生研究员提供了一些资料，并审阅了§8.3；印建平教授审阅了§8.4。北京大学信息科学技术学院量子电子学研究所段艳萍为本书制作了一些图片，北京大学出版社顾卫宇和孙琰编辑对书稿的校订做了很多工作。没有他们的帮助，这本书是不可能出版的。作者对他们致以诚挚的谢意。

王义道

2006年6月14日

目 录

第一章 导　　言

§1.1 历史概述

对于我们一般人来说，光是视觉的源泉——有了光，人就能看到五彩缤纷的世界，赏心悦目的景色．光也是热的源泉——冬天用太阳光取暖；凹面镜和凸透镜把日光聚焦，点燃纸捻儿，引来火种．光又是生命之源——有了光，万物生长，草木茂盛．但是，有谁知道光还有力呢？它能推动物体位移、运动或使它们固定不动．民间传说和《西游记》、《封神榜》等神话小说的作者都曾想象过：照妖镜不仅能使妖魔鬼怪显露原形，还能使他们停住不动呢！那是想象，不是现实．想象归想象，总还是有点推测作根据．这推测就是，光是从一个源头发射出来的，既然能使物体发亮、受热，为什么不能有力呢？中世纪"日心说"的维护者、发现行星运动规律的开普勒(Kepler)就认为，光携带着力，所以太阳才能牵着行星绕自己转．牛顿(Newton)也曾一度认为光是引力的携带者，是引力的"起因"；但后来放弃了，提出"万有引力"的观点．他又认为光是由微粒组成的，微粒的运动当然带有动量，因而有力的作用．开普勒在1619～1620年间发表的《彗星论》一书中还推想"彗星尾巴总是背向太阳"就是太阳压力的结果；而贝塞尔(Bessel)在1836年就根据这种太阳光的斥力作用明确地提出了彗尾动力学，解释"彗尾背向太阳"的道理．这些可看成是"光压"概念的先驱，但是，当时这只能是一种推测，缺乏实验依据，且互相矛盾[1]．

第一个科学地论证光具有力学效应的是英国物理学家麦克斯韦(Maxwell)．他的著名论文 On the dynamical theory of the electromagnetic field 于1865年为建立麦克斯韦方程组奠定了基

础;而他在 1873 年出版的 Treatise on electricity and magnetism 一书中,则得到了“光是横向振动的电磁波”、“电磁波有能量”、“电磁波是物质存在的一种形式”的结论,并预言了“电磁场具有辐射压力(即光压)”的概念. 若光照到绝对黑体上,被完全吸收,光压的数值等于光的能量密度. 麦克斯韦计算出,用一般光源发出的光照到物体上,所产生的光压数值极小,难以观察. 例如,根据他的理论,一个功率 $P=100\,\mathrm{W}$ 的灯泡从距离 $d=0.5\,\mathrm{m}$ 处照射一块面积 $S=1\,\mathrm{cm}^2$ 的金属片,在全吸收的情况下,所受到的光压力的大小为 $F=PS/4\pi d^2c\approx1\times10^{-11}\,\mathrm{N}$ ($c=3\times10^8\,\mathrm{m/s}$ 为光速),确实很小. 直到 1900 年俄国科学家列别捷夫(Лебедев)作了一个用光照射到金属片,引起金属片扭转的实验,才成功地观察到光压的存在[2],证实了光有力学效应,从而也证明了光的物质性. 由于光压实在太小,这个实验当时是很难做的,需要有巧妙的构思和精湛的技术. 这里,把列别捷夫的实验构思简单描述一下,实验装置如图 1-1 所示. 光从弧光灯射出,通过一系列透镜和反射镜照射到金属片上. 金属片像两只翅膀,装在一条可以扭转的细丝(图中未画出)上,扭丝上又装着镜子,可以用望远镜观察细丝的扭转状况. 这部分整体装在真空室里,以免气流的影响. 移动反射镜,可以使光照到金属片一翅的正面或反面. 如果光有力作用在金属片上,由于这两个照射方向引起的扭转方向相反,引起的效应比较显著,便于观察. 这个实验的难点是要克服空气对流和辐射效应: 前者是指真空室里残余气体流动造成的压力;后者是因为光照到金属片上会使金属片发热,导致金属片两翅上产生温度差,从而引起附近稀薄气体流动. 因为光压很小,这些因素的作用可比光压大几十万倍. 为了减弱这些效应,对真空度要求很高,真空室里的残余气体越少越好;此外,金属片要很薄,以减小温度差. 根据麦克斯韦的理论,全反射的金属片上的光压应是全吸收片上的一倍. 列别捷夫用全黑和全反射镜面的金属片作实验并进行比较,果然得到了这样的结果. 这也证明在他的实验里,气流和辐射效应被克服了. 列别捷

夫测得的光压数值和麦克斯韦的理论值符合的程度在 20%以内. 1923 年,Gerlach 用真空度更高的系统重复了列别捷夫实验,结果与理论值符合的程度相差不到 2%.

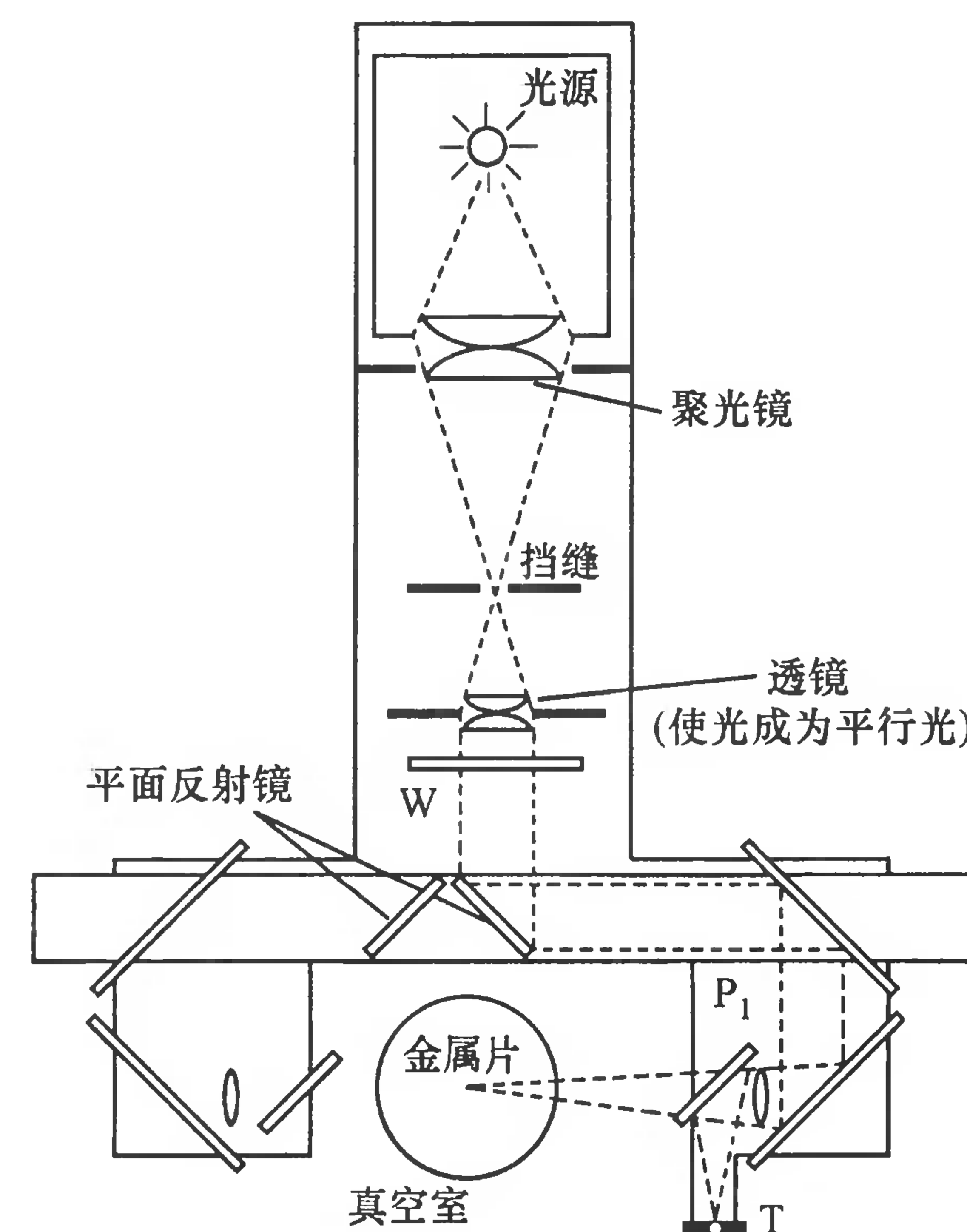


图 1-1 列别捷夫光压实验装置图

差不多同时,美国科学家 Nichols 和 Hull 也得到了相似的实验结果[3]. 这些实验离今天已有一百多年了,由于效应太弱,难以实际应用. 此后七十多年,对光压的研究可以说没有实质性进展. 值得提起的工作只有爱因斯坦 1909 年从理论上认识到作用在原子上的光压存在着涨落现象[4]以及他 1917 年提出“受激辐射”概念的文章[5],在那篇文章中,爱因斯坦提到在自发辐射和受激辐射中存在着动量转移,在他看来这是“最重要的”. 因此有人认为,爱因斯坦的那篇文章应是关于光冷却的第一篇论文[6]! 此外,还有 1933 年 Frisch 用钠的共振光照射钠原子束时,成功地观察到了原子束运行轨迹的偏转[7]. 许多天文现象的光压解释也有了充分的理论依据.

1960年激光问世以后，情况发生了根本变化，人们可以得到单色高亮度的光源，从而能引起可观的光对物体(微粒)和原子的机械作用，用光来操控微粒及原子的想法和激光冷却原子的技术应运而起．早在1962年，苏联学者Аскарьян[8]就提出，光对原子的作用，除了光压以外，还可利用电磁场的强度梯度对等离子体中的电子和中性原子产生显著的作用力，使原子束聚焦或散焦、稠密或稀疏．这样，他实际上指出了作用在原子上的电磁辐射场可以产生两种性质不同的力，它们后来被称为辐射压力(又叫散射力)和梯度力(又叫偶极力)．1968年，Letokhov[9]提出建议，可利用梯度力在驻波光场中把原子捕集到波结或波腹上，实际上这是第一次提出了原子“光阱”的概念；Ashkin[10]于1970年也指出，激光可对中性原子产生可观的机械作用力，有效地使原子束弯曲．在此基础上，1975年，Hänsch，Schawlow[11]与Wineland，Dehmelt[12]分别对中性原子和束缚在电磁阱中的离子提出了“激光冷却”的方案．此后，激光冷却的实验和理论研究蓬勃开展起来：先是在电磁阱中实现了镁和钡离子的激光冷却[13,14]；然后是用偶极力把钠原子束聚焦[15]；接着是用共振辐射力使钠原子束减速[16]．突破性的进展是1985年朱棣文小组用6束相互垂直的激光束照射钠蒸气室，在激光交汇处产生了一种取名为“光学黏团”的原子状态，其温度低到约240 μK[17]，和当时激光冷却的理论极限相符合．这个成就引起了物理学界的广泛兴趣，激光冷却原子成为一个热门课题．没多久，这个理论极限就被NIST以Phillips为首的研究小组所打破．他们以基本相同的实验技术重复了朱棣文的实验，得到的结果远低于这个极限温度，最低值只有40 μK左右[18]．类似的结果也在铯原子气室的实验中得到证实[19]．为了解释这些实验结果，法国的Cohen-Tannoudji[19]和美国的朱棣文[20]分别独立地提出偏振梯度冷却的机理，为新的亚多普勒冷却(低于上述理论极限的激光冷却)打开了一扇大门．此后，各种亚多普勒冷却的方案与理论层出不穷，激光冷却原子技术呈现出丰富多彩的局面，其中最突出的

是Cohen-Tannoudji小组发明的被称为速度选择相干布居陷俘(velocity-selective coherent population trapping，VSCPT)的巧妙方法，可使原子温度达到低于光子反冲动量给定的温度[21](一般为μK数量级)；朱棣文小组利用类似办法，二维最低温度达到了pK数量级[22]．与此同时，各种陷俘中性原子的激光阱的技术也开发出来，其中最有意义的是磁光阱[23]的诞生．Wieman小组的工作更使磁光阱能在普通气室中形成[24]，实验装置大为简化，从而使激光冷却与陷俘原子的技术能在一般原子分子和光学实验室中施展，为这种技术的普遍应用开辟了道路．1997年，朱棣文、Cohen-Tannoudji和Phillips因对激光冷却和陷俘原子的突出贡献而荣获诺贝尔物理学奖．四年以后，Cornell，Ketterle和Wieman因实现稀薄气体中的BEC而得到了2001年度诺贝尔物理学奖，他们的实验主要是建立在激光冷却与陷俘原子的技术基础之上的．又四年后，Glauber，Hall和Hänsch因量子光学的基本理论和包括发明光梳在内的精密光谱测量而获得2005年度诺贝尔物理学奖，后者与激光冷却原子有密切的关系．从1975年开始，在短短二十多年的历史中，全世界从事激光冷却原子的实验室已经有140家以上[25]，而上网用“laser cooling”这样的词组检索，可以得到几十万条资料记录，说明这个领域已成为物理学中新的热门了．

§1.2 激光冷却与陷俘原子的重要意义和应用前景

为什么激光冷却和陷俘原子的技术会引起人们这么广泛的兴趣？它对物理学的发展及其应用有什么重要意义？

物理学的基本任务是研究物质运动和变化的最一般规律以及物质的基本结构．为了开展研究，就要对研究对象进行细致的观察和测量．要了解原子、分子的结构，理应把它们摆在面前，作精细的考察．但是，这实际上是不可能的．因为在一般温度下，研究对象都在作高速运动．根据气体分子运动论，气体温度与分子速率有关：

$3k_BT/2 \approx mv^2/2$(k_B 是玻尔兹曼(Boltzmann)常数,T 是气体温度,m 是原子(或分子①)质量,v 是原子的运动速率).以空气中的氢气为例,室温下平均约以 2 km/s 的速率运动,即使冷却到 3 K(即 −270 ℃),它们仍以约 200 m/s 的速率运动.这样高速运动的粒子如同过眼烟云,不可捉摸,难以观察;对它们进行测量,必然误差很大.高速运动还引起气体原子之间的频繁碰撞,在它们互相接近的瞬间,彼此有极大的相互作用,从而改变了原子的固有性质,这对研究原子结构、特性以及运动和变化的规律非常不利.因此,物理学家一直追求能得到基本静止不动而又没有和其他原子相互作用的孤立原子,这只有在 $T \to 0$ K 的气态物质中才有可能.但是,平常物质在降低温度的时候,就会发生相变,即从气体变成液体,进而成为固体,而在液态和固态中,原子之间有强烈的相互作用.激光冷却原子的一个显著特点是:它们在极端低温下,即使是到 μK,甚至 nK 数量级,仍维持着气态.在稀薄气体状况下,原子之间的碰撞概率很低,基本处于孤立状态.这是一种对开展原子分子科学研究特别理想的状态,为人类精确、细密地了解物质的微观结构与形成机理开辟了崭新的广阔前景,使科学家对此竞相追逐.

首先受益的是研究辐射场和原子相互作用的光谱学.我们知道,绝大多数原子结构参数是从光谱学实验中得到的.对这些参数测定得越精确,我们对原子结构以及内部相互作用的了解就越细致、越精密.这里包括原子的各种电子能级的位置和宽度,从而可以了解原子中各种电子的分布和它们的运动状态.分子光谱则提供分子结构的大量信息.这种光谱测量的精密与准确度,在很大程度上受到光与原子相互作用过程中因原子运动而产生的多普勒效应以及其他与原子速度有关的因素(如碰撞效应、渡越效应等)的限制.在各种原子参数中,测量得最精密、准确的要算氢原子和碱金属原子的基态超精细结构能级的间距了.这些原子电子壳层的

① 本书在不特别指明的情况下,"原子"均包括"分子".

最外层只有一个电子,超精细结构能级分裂就是由这唯一电子的自旋磁矩和核磁矩之间的磁相互作用引起的.裂距(即能级的能量差)ΔE 反映了相互作用的大小,它与电子云的密度分布及运动状况与核磁矩的大小关系很大,测准它对原子物理很有意义.现在,对氢和碱金属原子基态超精细结构能级的裂距的测量,已能准确到 10 位有效数字以上.其方法是通过测量能级跃迁过程中吸收或发射的电磁波的频率 ν,它满足 $h\nu = \Delta E$(h 是普朗克(Planck)常数).这些裂距是非常稳定的,因此相应的 ν 可以作为频率标准.现在国际上正式采用铯原子的这个跃迁频率 9 192 631 770 Hz 作为时间单位"秒"(s)的定义,即"1 s 是相应于铯原子基态超精细能级跃迁辐射周期的 9 192 631 770 倍的持续时间".如何在实验上准确复制这个定义值,从而建立实用的时间频率标准,是计量学追求的重要目标.现在利用激光冷却原子做成的铯原子喷泉频率标准,其所产生的标准信号频率与定义值的误差接近 1×10^{-15}(这个值通常称为频率标准的准确度).因为铷原子间碰撞对能级的干扰更小,所以用铷原子喷泉做成的频标,其准确度更可达到 1×10^{-16}数量级[26].这是当今一切测量中最高的准确度了!因此,现在计量学中有一种趋势,就是尽可能把其他物理量通过一定的物理关系转化为频率(时间)量来进行测量,以提高测量精确度;而计量单位则通过一些物理常数由时间、频率来定义.例如,长度单位"米"(m)的定义为"真空中光在 1/299 792 458 s 时间内走过的距离".这样长度就可以通过真空中光速的定义值 $c = 299\,792\,458$ m/s 依靠时间来确定了.又如,电压单位"伏[特]"(V)可通过交流约瑟夫森效应,从加在约瑟夫森结上的电压 U 产生交流电频率 ν 来复现:$\nu = (2e/h)U$(e 是电子电荷,$2e/h = K_{J\text{-}90}$称为约瑟夫森常数,1990 年国际规定值为 $K_{J\text{-}90} = 483\,597.9$ GHz/V).这种情况不仅对计量学是重要的,而且必将对整个科学技术的发展产生深远的影响.

从上面的叙述中已可看出,物理常数的数值对于研究物理规律具有重要意义.这些数值都是首先从精密测量中得到,然后其中

最一般的(如光速 c)才成为国际公认的定义值.而这些精确测量大多利用光谱和波谱的技术,因此,克服多普勒效应等与原子速度有关的因素显得特别重要,原子的激光冷却就成为关键技术.例如,通过激光冷却原子的光谱测量,就能获得在原子物理中普遍起作用的里德伯常数 R_∞、精细结构常数 α(原子的超精细结构能级的裂距和它密切相关)等更精密、更准确的数值.激光冷却原子技术也有助于探索原子物理中的一些非常精细的效应,如基本物理常数是否各向异性并随时间而变化、宇称守恒、S 态原子的电偶极矩是否存在等问题.冷原子的碰撞研究可以有助于我们进一步了解原子之间的相互作用,对于探索分子的形成机理也十分有用.

激光对原子的力学作用不仅可冷却和捕获原子,还可相当自由地操纵原子的外部运动,成为有用的工具.例如,可将原子束减速或加速、准直、聚焦、偏转、分束、沟道化等.将沟道化原子束沉积到衬底上就可形成光栅;通过操纵原子束还可开发出原子印刷或刻蚀(etching)技术以及纳米级的微细加工新工艺.除操纵原子束外,还可操纵单个原子,如利用偶极力使原子作镜面反射,在原子镜面反射和重力场的共同作用下使原子像在蹦床上上下弹跳或作抛物线运动.这样,就形成了一门"原子光学"的学问.不过,真正的原子光学应先把原子运动看成物质波的传播,然后对这种波动进行像光波那样的机械操作.在原子温度降得很低,动量很小时,原子的德布罗意(de Broglie)波长 $\lambda_{dB}\approx h/mv$ 可以和光波波长相比拟(甚至更长),就会凸显出原子的波动性质.这时又可利用激光做工具对物质波进行反射、聚焦、分束、衍射、干涉等操作.用物质波的相干性做成的冷原子干涉仪可非常精确地测量重力加速度 g 值(测量精度达到 10^{-10}数量级),这对大地测量和地质勘探有重要意义.

前面提到,利用光的偶极力可以做成光阱来捕获原子.最简单的光阱就是一束强聚焦激光束的光腰或由两束对射的激光束组成的驻波的波腹或波节处(机理将在§3.3叙述),低速原子会被陷俘在阱中而难以逃逸.这样,激光阱就是一个低速原子的容器.尽管由于一般阱深不大,能够呆在那里的只有少数速度极低的原子,但它仍是进行超冷原子实验的很好的工具.目前,有一些玻色-爱因斯坦凝聚(BEC)实验就是在激光阱中实现的(绝大多数是在静磁阱中实现的,那里阱深要大些),例如铯原子的 BEC[27].若使激光阱仅能抓住单个原子,就可利用光束来操纵原子,开发出纳米技术那样新的微细加工工艺,做成特殊功能的器件.激光阱不仅能捕集低速原子,还可夹住中性物质微粒(如细胞),甚至巨大的生物分子,如脱氧核糖核酸(deoxyribonucleic acid,DNA)分子.这样,光阱可成为一种特殊的生物学工具(称为光镊),对细胞、病毒、细胞器、生物大分子等进行人工操作.光镊有一个其他生物学工具所没有的优点,即它可以不破坏细胞膜而移动或操纵里面的细胞器.

上面所说的驻波激光束实际上形成了一维的光阱阵列,而立体的 6 束驻波束则可形成空间三维光阱阵列,称为光格点.把原子聚集到整齐排列的、距离为半波长的格点(波腹或波节)上,将形成一种特殊的晶体.不久前,德国马-普量子光学所的 Hänsch 小组作了一个奇妙的实验[28]:他们把形成的 BEC 体装载到这样的光格点中去.在光强较低时,BEC 中的原子能够在格点之间自由流动,处于超流态;当增加光强使光阱的阱深加大时,原子保持在阱势深处,不能流动,BEC 成为绝缘态.这样改变光强就实现了 BEC 的相变.这类相变有可能用于量子计算.

原子的激光冷却与陷俘在物理和应用上最重要的结果,自然要算 1995 年在稀薄气体中实现 BEC[29~31].这被认为是 20 世纪末实验物理学最重大的成就之一,它使七十多年前玻色朦胧地提出[32]而被爱因斯坦[33]敏锐预见到的一个重大的科学现象成为现实.由于这个成果的带动,激光冷却与陷俘原子的技术得到了前所未有的发展,对此作出主要贡献的三位科学家 Cornell,Ketterle 和 Wieman 获得了 2001 年度诺贝尔物理学奖.

原子的激光冷却与陷俘还处在不断发展之中,很难确切预测

它将来对科学技术发展的全部重要意义，这里只是概括地描绘了一幅图像，在后面的章节中会作比较详细的展开. 若读者想先得到更深刻的印象，可以阅读三位诺贝尔物理学奖得主朱棣文、Cohen-Tannoudji 和 Phillips 在颁奖典礼上的精彩讲演[34~36].

§ 1.3　本书的体例

本节先说说本书的结构. 物理学是一门实验科学，靠实验观察物理现象，测量物理参数，发现物理效应和规律. 物理理论很重要，没有理论，就好像在浩瀚海洋中航船，没有罗盘和路线图. 然而，理论是否正确，终究要靠实验来检验. 实验是物理学的出发点和落脚处. 绝大多数物理工作者是从事实验研究的. 因此，本书的写作是从实验出发的，着重从物理概念和图像出发去描述现象，解释机理，避免冗长的公式推导. 这也符合《北京大学物理学丛书 · 理论物理专辑》的初衷，即帮助读者“拓宽物理学的基础，迅速进入物理学前沿研究，激发起他们学习、研究物理学以及其他自然科学的热情和兴趣”. 但是，由于没有必要的理论知识，很难理解丰富、细微的物理现象和规律，因此我们将或多或少地介绍一些必需的理论知识，而不作繁复的数学推导.

辐射场对原子、分子的作用可以区分为对原子的内部和外部自由度两种不同的效应，但两者是有联系的：原子的激光冷却和陷俘是辐射场对原子外部自由度的机械作用，只改变原子的位置和速度；然而，它却是通过内部原子自由度的变化来实现的. 因此，理解辐射场与原子内部相互作用的各种现象和效应，是实现原子的激光冷却和陷俘的基础. 这种作用包括吸收、发射和色散，斯塔克(Stark)效应和塞曼(Zeeman)效应，能级增宽与位移，光抽运和光极化等，为此，我们专门用一章来概括介绍这些基本知识(读者如果已经从不同渠道取得了这些知识，自然可以跳过). 接着，就着手来分析影响原子外部运动的各种辐射场的力，特别将对二能级

的简单情况进行比较细致的讨论. 以后，分别对激光对原子的冷却和陷俘效应的各种实验方法、技术和理论解释以及所取得的结果展开进行叙述，作为本书的主体. 本书叙述的顺序既考虑到实验类型的区别，也照顾到历史发展的先后. 对于某些重要实验的关键细节(包括某些参数的测量方法)，作者还不厌其烦地作了细致描述，这对一本“入门书”说来，可能是不必要的. 但作者认为，实验方法和手段对于科学技术的发展起着生产力的作用，它们的突破往往促使科学技术发生革命性的变化，意义深远[37]. 在诺贝尔物理学奖的历史上，大约有 1/3 强的奖项授予了物理学新方法的发明和新技术的突破，这种突破常常能使测量大为精确，从而引出一系列重要的物理现象和效应，对科学技术进步产生意想不到的效果. 但是对于科学家来说，某些实验方法和技术的突破往往像捅破一张窗户纸，全仗构思的巧妙和想法的新奇. 因此，描述一下这类实验细节，也许对激励和启迪创新思维不无补益.

这里讲一个插曲. 当 1997 年度诺贝尔物理学奖发布后，俄罗斯科学家曾经在各种国内报刊上表示过一些抱怨，认为这个奖评得不公正，忽略了他们对原子的激光冷却与陷俘的贡献. 图 1-2 显示了俄罗斯《生意人报》上的一张图片，说明美国科学家是从俄罗斯科学家那里学到激光冷却与陷俘原子的理论与方法的. 确实，俄罗斯科学家在早期的原子激光冷却与陷俘方面作出了重要贡献. 像上面提到过的 Аскарьян，Letokhov 等人，尤其是以 Letokhov 为首的莫斯科光谱研究所的学派(包括 Minogin 和 Balykin 等)，不仅于辐射对原子作用力的理论有重要贡献，而且第一次在实验上实现了原子束的激光减速[38]. 但是，由于实验技术设备的粗陋，他们没有能做出引起物理学界广泛注意的实验成果. 同样，在美国，还有上面提到过的像 Ashkin，Hänsch，Wineland，Pritchard 和 Wieman(他后来因 BEC 获得诺贝尔物理学奖)等人，也曾对激光冷却作出过创新的贡献，但他们也没有得到诺贝尔物理学奖. 平心而论，诺贝尔评奖委员会选择的三位还是大体恰当的，因为从

§1.1 可以看到,"激光冷却原子"的概念可以说是早就存在了,竞争仅在于谁能取得最有影响的科学成果,对物理学的发展起到推动作用. 而光学黏团、亚多普勒冷却及其解释、速度选择相干布居陷俘等,确实使原子的激光冷却与陷俘这一研究领域向前推进了一大步,对整个物理学,乃至许多相邻自然科学的发展都产生了重要影响. 这里,科学家的想象力、精密的实验构思和巧妙的实验技能起了关键作用.



图 1-2 俄罗斯科学家 Minogin 在《生意人报》上展示他和 V. S. Letokhov 的专著 Laser light pressure on atoms①

在展示实验构思和技巧的同时,我们也注意原子激光冷却与陷俘技术的各种可能的科学与实际应用,尽量对已经取得的各种成果及预期的方向给予适当介绍.

BEC 是一种由原子的激光冷却与陷俘技术得到的不同凡响的突出成果. 我们将专门辟出几章来讨论实现这种状态的特殊方法,包括静磁阱(第九章)和蒸发冷却(第十章). 它们虽然不直接与激光冷却有关,却是非常相近的领域. 视野拓宽一些,对深入了解原子的激光冷却与陷俘很有好处. 在此基础上,我们将简单叙述 BEC 本身以及从 BEC 引出来的相干原子束(即原子激射器(atom

① Minogin V G, Letokhov V S. Laser light pressure on atoms. New York: Taylor & Francis, 1987. 此书于 1986 年在苏联出版,次年被翻译成英文在美国出版.

laser)). 由于这个新领域发展飞速,已经积累了大量工作,文献众多,所以我们只能作一个概括性的介绍.

再说说文献. 由于这个领域还处在快速发展之中,而且相对比较新,目前还没有很多适宜的参考书. 仅有的一本是 H. J. Metcalf 和 P. von der Straten 的 Laser cooling and trapping[39]. Cohen-Tannoudji 曾写过几本有关专著,如 Atomic motion in laser light[40] 和 Atom-photon interactions, basic processes and applications[41]等,但需要读者具备较好的原子物理基础和量子力学理论修养才能读懂. 综述性的文献是大量的,其中最好的要算前述三篇诺贝尔奖讲演了. 此外,有关 BEC 的综述性文献也都有对激光冷却和陷俘的介绍;中文文献可参阅文献[42~44]. 但综述性文献对细节的描述往往过于简单,因此,在本书中尽可能多引用原始文献,以便感兴趣的读者深入研究.

最后,说一下名词翻译问题. 激光冷却与陷俘是一个很新的研究领域,目前还不可能有公认的统一名词. 在本书中,我们尽量采用全国自然科学名词审定委员会 1996 年公布的《物理学名词》①和中国物理学会物理名词工作委员会 2002 年修订的《英汉物理学词汇》[45],但在个别场合,我们也作了一点变动. 例如"laser cooling and trapping",我们过去一直译成"激光冷却和捕陷",其中"trapping"一词过去译成"捕陷"、"捕获"、"捕集"、"囚禁"等,按上述规范应译为"陷俘"[45],尽管一开始读者可能会感到不习惯,这次我们还是改过来了,因为它所代表的物理意义是确切的、符合原意的. 至于"optical molasses"一词的译法,目前比较混乱. 按英文直译,"molasses"应是"糖浆"、"糖稀"或"浓果汁". 按上述规范,"optical molasses"被译为"光频饴"[45](可简称"光饴"),是"光糖浆"的雅称. 据中国物理学会物理名词工作委员会主任赵凯华先生称,过去有些译名没有按照原意翻译,而用了一个比较适合中国人

① 全国自然科学名词审定委员会. 物理学名词(1996). 北京:科学出版社,1997.

理解物理概念的名词，结果，当人家用同一名词来描述另一物理现象时，中国人就不得不另找译名，从而产生混乱，因此该委员会主张直译. 这是很有道理的. 但是，我们觉得这里把“optical”译成“光频”不妥，应为“光学(的)”或直接用“光”字，因为在物理概念上，这里强调的是激光和光子，而非“光频”；而用“糖浆”这个词来命名一种气体状态实在太别扭，所以，我们把它译为“光学黏团”，也有称为“黏胶”的. 其实，朱棣文把这一团光子和原子黏合在一起的气体，类比成黏黏糊糊、黏性很强的特殊流体，叫它“糖浆”，是带点“戏说”味道的. 他本来还想把他们那篇文章的标题定为“光学糖浆的演示”[34]，同组的 J. Bjorkholm 比较讲究修辞，认为这句话过于粗俗，令人费解，才没有那样做①；但是，在正文中朱棣文坚持使用了这个调侃式的名词. 如果我们遵循这段历史，就应该译成“光学糖浆”. “饴”虽是“糖浆”的雅称，却失去了调侃的趣味，而且一般人从“高粱饴”、“玉米饴”得到的印象是“饴”并非流体；同样，用“胶”字也有这样的问题，因为常人看来“胶”也不是流体，如阿胶、橡皮胶等. 另外，国内科学界普遍比较正经，恐怕多数人也不愿意称这团稀薄气体叫“糖浆”或“糖稀”，因此，我们还是称它为“光学黏团”，表示它是一团黏性很强的光子和原子的集合体. “团”是无定形的，可以是流体、液体或气体. 即使将来国外把“molasses”用于别的物理现象，“黏团”作为描述“molasses”的“带黏性的、无定形的集合体”这一特征，大概也是不会变的. 不过，名词终究靠“约定俗成”，不必过于较真，只要大家公认就好了.

参 考 文 献

[1] 关于早期光压的资料，散见于：赵敦华. 西方哲学简史. 北京：北

① 他们的文章题为 Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure，是很文雅的.

京大学出版社，2001；Cohen I B. 牛顿革命. 颜锋，弓鸿午，等，译. 南昌：江西教育出版社，1999；中国大百科全书总编辑委员会《物理学》编辑委员会，中国大百科全书出版社编辑部. 中国大百科全书：物理学. 北京：中国大百科全书出版社，1987；中国大百科全书总编辑委员会《天文学》编辑委员会，中国大百科全书出版社编辑部. 中国大百科全书：天文学. 北京：中国大百科全书出版社，1980；中国大百科全书出版社《简明不列颠百科全书》编辑部. 简明不列颠百科全书. 北京：中国大百科全书出版社，1985—1991；等等.

[2] Lebedew P N. Ann. Phys. (Leipzig)，1901，6：433. 实验描述可见：兰斯别尔格. 光学：下册. 杨葭荪，张之翔，译. 北京：人民教育出版社，1957；母国光，战元令. 光学. 北京：人民教育出版社，1978.

[3] Nichols E F，Hull G F. Phys. Rev.，1901，13：307；1903，17：26.

[4] Einstein A. Z. Phys.，1909，10：185.

[5] Einstein A. Physik. Zeit.，1917，18：121.

[6] Pritchard D E，Cronine A D，Gupta S，et al. Ann. Phys. (Leipzig)，2001，10：35.

[7] Frisch O R. Z. Phys.，1933，86：42.

[8] Аскарьян Г А. ЖЭТФ，1962，42：1567；Askar'yan G A. Sov. Phys. JETP.，1962，15：1088.

[9] Летохов B C，Письма в. ЖЭТФ.，1968，7：348；Letokhov V S. JETP Lett.，1968，7：272.

[10] Ashkin A. Phys. Rev. Lett.，1970，24：156；1970，25：1321.

[11] Hänsch T W，Schawlow A L. Opt. Commun.，1975，13：68.

[12] Wineland D J，Dehmelt H G. Bull. Am. Phys. Soc.，1975，20：637；Dehmelt H G. Nature，1976，262：777.

[13] Wineland D J，Drullinger R E，Walls F L. Phys. Rev. Lett.，1978，40：1639.

[14] Neuhauser W，Hohenstatt M，Toschek P，et el. Phys. Rev. Lett.，1978，41：233.

[15] Bjorkholm J E，Freeman R R，Ashkin A，et al. Phys. Rev. Lett.，1978，41：1361.

[16] Balykin V I, Letokhov V S, Minogin V G. Pis'ma Zh. ETF (Russ.). 1979, 29: 614; JETP Lett., 1979, 29: 560; Zh. ETF (Russ.)., 1980, 78: 1376.

[17] Chu S, Hollberg L, Bjorkholm J, et al. Phys. Rev. Lett., 1985, 55: 48.

[18] Lett P D, Watts R N, Westbrook C I, et al. Phys. Rev. Lett., 1988, 61: 169.

[19] Dalibard J, Salomon C, Aspect A, et al. //Haroche S. ed. Proc. Atomic physics 11. Singapore: World Scientific, 1989: 199.

[20] Chu S, Weiss D S, Shevy Y, et al. //S. Haroche ed. Proc. Atomic physics 11. Singapore: World Scientific, 1989: 636.

[21] Aspect A, Arimondo E, Kaiser R, et al. Phys. Rev. Lett., 1988, 61: 826; J. Opt. Soc. Am. B, 1989, 6: 2112.

[22] Kasevich M, Weiss D S, Riis E, et al. Phys. Rev. Lett., 1991, 66: 2297

[23] Raab E, Prentiss M, Cable A, et al. Phys. Rev. Lett., 1987, 59: 2631

[24] Monroe C, Swann W, Robinson H, et al. Phys. Rev. Lett., 1990, 65: 1571.

[25] Atom traps worldwide [EB/OL]. http://www. uibk. ac. at/c/c704/ultracold/atomtraps. html.

[26] 例如，见：Gill P. ed. Proc. 6th symp. frequency standards & metrology. Singapore: World Scientific, 2002.

[27] Weber T, Herbig J, Mark M, et al. Science, 2003, 299: 232.

[28] Greiner M, Mandel O, Esslinger T, et al. Nature, 2002, 415: 39.

[29] Anderson M H, Fisher J R, Matthew M R, et al. Science, 1995, 269: 198.

[30] Davis K B, Mewes M.-O., Andrews M R, et al. Phys. Rev. Lett., 1995, 75: 3969.

[31] Bradley C C, Sackett C A, Tollett J J, et al. Phys. Rev. Lett., 1995, 75: 1687.

[32] Bose S N. Z. Phys., 1924, 26: 178.

[33] Einstein A, Sitzber. Kgl. Preuss. Akad. Wiss., 1924: 261; 1925: 3.

[34] Chu S. Rev. Mod. Phys., 1998, 70: 685.

[35] Cohen-Tannoudji C. Rev. Mod. Phys., 1998, 70: 707.

[36] Phillips W D. Rev. Mod. Phys., 1998, 70: 721.

[37] 王义遒. 基础研究要抓科技本身的生产力. 科技日报，1997-11-07 (7)；王义遒. 文化素质与科学精神——谈学论教续集. 北京：北京大学出版社，2003：268-272.

[38] Балыкин В И, Летохов В С, Мишин В И, et al. ЖЭТФ, 1979, 29: 614; ЖЭТФ, 1980, 78: 1376; Balykin V, Letokhov V, Mishin V. JETP Lett., 1979, 29: 560.

[39] Metcalf H J, van der Straten P. Laser cooling and trapping. New York: Springer, 1999.

[40] Cohen-Tannoudji C. //Dalibard J, Raimond J M, Zinn-Justin J. ed. Fundamental Systems in Quantum Optics. Amsterdam: Elsevier, 1991.

[41] Cohen-Tannoudji C. Atom-photon interaction: basic processes and applications. New York: Wiley, 1992.

[42] 王义遒. 物理. 1990, 19: 389; 449; 物理. 1998, 27: 131.

[43] 王育竹，王笑鹃. 物理. 1993. 22: 16.

[44] 王义遒. 原子的激光冷却与囚禁和稀薄气体玻色-爱因斯坦凝聚的实现. //曾谨言，龙桂鲁，裴寿镛. 量子力学新进展：第三辑. 北京：清华大学出版社，2003.

[45] 赵凯华，徐锡申，卢慧筠. 英汉物理学词汇. 北京：北京大学出版社，2002.

第二章　光与原子的相互作用

本章将介绍辐射场与原子相互作用的一般知识，其论述散见于电动力学[1,2]、量子力学[3,4]、量子场论[5,6]、量子电子学[7,8]、激光物理[9~11]、原子物理与激光光谱学[12~15]、量子光学[16~18]等有关专著和教材中. 为了使读者理解后面讨论的激光冷却和陷俘原子的现象和理论，我们这里对这些知识加以集中梳理；详细描述和数学推导，请读者参阅相关的著作.

前面说过，光对原子的机械作用是通过原子内部自由度的变化而实现的. 因此，我们先一般地来探讨辐射场与原子的相互作用，看它们是怎样引起原子内部状态变化的. 原子是微观体系，对它们进行理论描述和研究，自然要用量子力学. 辐射场的波长一般远大于原子的线度，是宏观可测量的，因此，常常把辐射场参量按经典物理的方法处理. 这称为半经典方法. 这种理论方法在大多数情况下都是行得通的，但是，在少数情况下会碰钉子. 比如，在探讨自发辐射的产生和受激辐射性质等场合，半经典理论就无能为力了；这时需要用到全量子理论，就是把电磁辐射场参量也作量子化处理. 下面，我们将主要采用半经典方法来处理辐射场与原子相互作用；有时也介绍一点全量子理论及其结果. 为此，先介绍经典和量子情况下辐射场和原子状态的数学表示.

§2.1　辐射场的描述

2.1.1　经典描述

辐射场由电磁波组成. 电磁波中的电场和磁场通过洛伦兹

(Lorentz)力影响原子的运动，其中电场强度矢量和磁场强度矢量的变化遵从麦克斯韦方程组. 它们在自由空间中的形式(采用国际单位制)是

$$\nabla\times\boldsymbol{H}=\frac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t},\tag{2.1.1(a)}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t},\tag{2.1.1(b)}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{B}=0,\tag{2.1.1(c)}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{D}=0.\tag{2.1.1(d)}$$

电位移矢量 $\boldsymbol{D}$ 和磁感应强度 $\boldsymbol{B}$ 分别与电场强度 $\boldsymbol{E}$ 和磁场强度 $\boldsymbol{H}$ 直接相关：

$$\boldsymbol{B}=\mu_0\boldsymbol{H},\tag{2.1.2}$$

$$\boldsymbol{D}=\varepsilon_0\boldsymbol{E},\tag{2.1.3}$$

其中 μ_0 是真空磁导率，ε_0 是真空介电常数(电容率)，并有 $c^2=1/\varepsilon_0\mu_0$(c 是光速). 在介质中，$c^2=1/\varepsilon\mu$，ε，μ 分别是介质的介电常数(电容率)和磁导率.

$\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 也满足由麦克斯韦方程组导出的波动方程. 在自由空间中，波动方程是

$$\nabla^2\boldsymbol{E}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2}=\boldsymbol{0},\tag{2.1.4(a)}$$

$$\nabla^2\boldsymbol{B}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\boldsymbol{B}}{\partial t^2}=\boldsymbol{0}.\tag{2.1.4(b)}$$

方程组(2.1.4)有如下特解：

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)=\boldsymbol{E}_0\exp[\mathrm{i}(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-\omega t+\phi_0)]/2+\mathrm{c.c.},\tag{2.1.5}$$

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)=\boldsymbol{B}_0\exp[\mathrm{i}(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-\omega t+\phi_0)]/2+\mathrm{c.c.},\tag{2.1.6}$$

其中"c.c."表示复共轭；相应的实数形式分别为

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)=\boldsymbol{E}_0\cos(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-\omega t+\phi_0),\tag{2.1.7}$$

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)=\boldsymbol{B}_0\cos(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-\omega t+\phi_0).\tag{2.1.8}$$

这组解代表单色平面波，其电场和磁场强度是随坐标与时间变化的，其中 $\omega=2\pi\nu$ 为电磁振动的角频率，ν 为频率，ϕ_0 是振动初相

位,$\boldsymbol{k}$ 是波矢量(大小是以 2π 为单位的波数):

$$\boldsymbol{k}=\frac{\omega}{c}\boldsymbol{n}_0=\frac{2\pi}{\lambda}\boldsymbol{n}_0, \tag{2.1.9}$$

它指向传播方向,$\boldsymbol{n}_0$ 是该方向上的单位矢量,λ 是波长.

上述解的形式已反映了电磁波的基本性质,如横波性、偏振性、$\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 相互垂直且具有相同相位等. 这可从方程组(2.1.1)(a)～(d)验证. 这里我们对偏振性稍加说明:从式(2.1.5)～(2.1.8)可见,一列波中电磁矢量的振动方向是固定的,称为线偏振. 任意方向的线振动都可分解为互相垂直的两个线振动之和,还可分解为两个圆振动之和. 这两个圆振动的方向是相反的,如果迎着波的传播方向来看,一个电矢量方向顺时针旋转,称为右旋偏振;另一个逆时针旋转,称为左旋偏振. 图 2-1 表示沿 z 方向传播的两种不同旋转方向偏振电磁波的电矢量的运动情况.

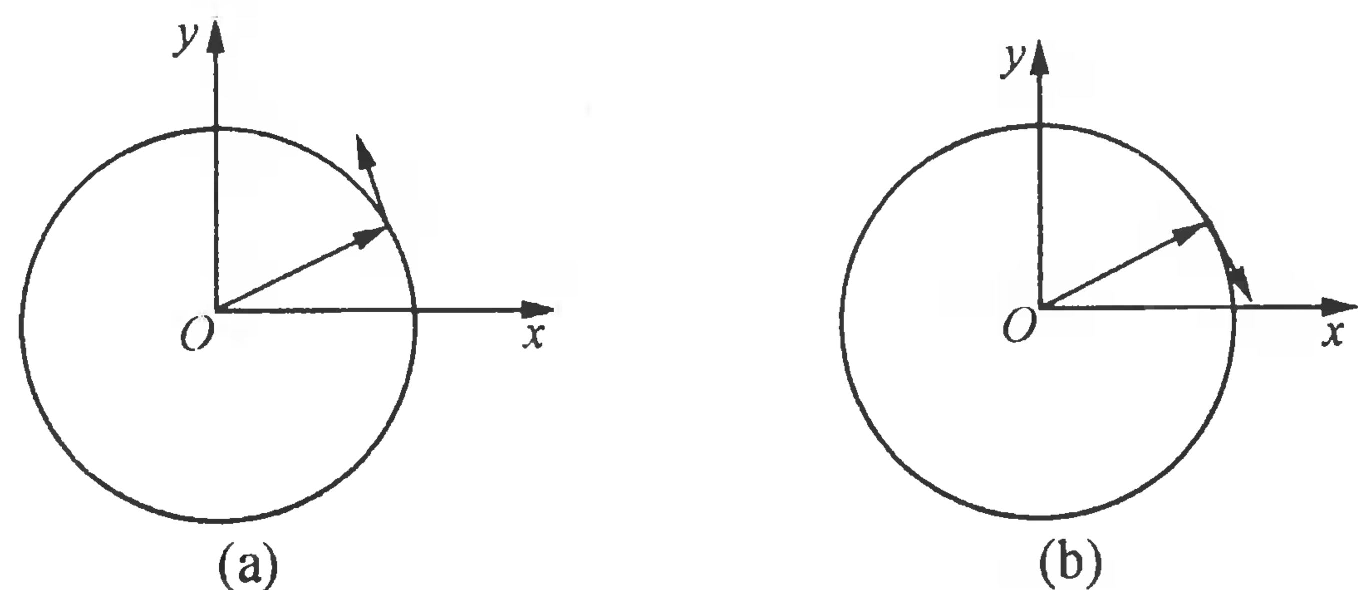


图 2-1　左旋(a)和右旋(b)偏振波的电矢量的运动方向

圆偏振波也可以独立存在,它们本身可以看成是两个互相垂直的偏振波之和:

$$\begin{cases}E_x=E_0\cos(kz-\omega t+\phi_0),\\ E_y=E_0\sin(kz-\omega t+\phi_0)\end{cases}\quad(\text{左旋波}), \tag{2.1.10(a)}$$

$$\begin{cases}E_x=E_0\cos(kz-\omega t+\phi_0),\\ E_y=-E_0\sin(kz-\omega t+\phi_0)\end{cases}\quad(\text{右旋波}). \tag{2.1.10(b)}$$

电磁场的能量密度(即单位体积中的能量)

$$\rho=\frac{1}{2}(\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{D}+\boldsymbol{H}\cdot\boldsymbol{B})=\frac{1}{2}(\varepsilon_0E^2+\mu_0H^2). \tag{2.1.11}$$

电磁波带有动量,它表现为辐射电场使导体中的带电粒子位移而产生传导电流,辐射磁场则对此电流施加了洛伦兹力. 这是光对物体产生辐射压力的起因. 电磁波的动量密度

$$\boldsymbol{g}=\varepsilon_0(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B})=\frac{\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}}{c^2}=\frac{\rho}{c}\boldsymbol{n}_0. \tag{2.1.12}$$

电磁波也带有角动量. 线偏振波的角动量为零,圆偏振波的角动量密度

$$\boldsymbol{L}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{g}=\boldsymbol{r}\times(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H})/c^2, \tag{2.1.13}$$

这里 $\boldsymbol{r}$ 为从传播方向的轴上算起的任意矢径.

上面说的是满足自由空间波动方程的电磁波的一般性质,但这只是一个特解;实际上有无穷多个这样的解都满足波动方程. 真正存在的波取决于初始和边界条件,即波源及空间状况. 现在考虑最简单的情况:电磁波限制在 z 方向上长为 L 的一维谐振腔中传播. 边界条件要求腔的两端面上电磁场的振动状况相同,即

$$k_{zi}(z+L)=k_{zi}z+2n_{zi}\pi,$$

这里 i 表示在传播方向上某一可允许存在的波. 这一条件限制了 k 的数值:

$$k_{zi}=2n_{zi}\pi/L\quad(n_{zi}=0,\pm1,\pm2,\cdots). \tag{2.1.14}$$

由式(2.1.9)可见,它对角频率 ω 也有限制:

$$\omega_{zi}=2\pi n_{zi}c/L. \tag{2.1.15}$$

由此可见,在一定外界条件下,所能允许存在的辐射场的角频率与传播方向是确定的. 这样一个确定的波称为辐射场的一个模. 每个模都是独立的,实际场是这些不同模辐射场的叠加.

上述情况很容易被推广到三维. 式(2.1.14)对 x,y 方向上的电磁波显然也成立,因此式(2.1.15)可换成

$$\omega_i=\frac{2\pi c}{L}(n_{xi}^2+n_{yi}^2+n_{zi}^2)^{1/2}. \tag{2.1.15$'$}$$

在有限空间中可能存在的辐射场是大量不同模的叠加：

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)=\sum_{\lambda=1}^{2}\sum_{i}E_{0i}\boldsymbol{e}_{\lambda}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\boldsymbol{k}_i\cdot\boldsymbol{r}-\omega_i t+\phi_i)},\qquad(2.1.16)$$

这里 $\boldsymbol{e}_\lambda$ 是单位矢量，表示每个模的波的电场振动方向，它只能有两个独立方向，并且有

$$\boldsymbol{e}_\lambda\cdot\boldsymbol{e}_{\lambda'}=\delta_{\lambda\lambda'}=\begin{cases}1 & (\lambda=\lambda'),\\ 0 & (\lambda\neq\lambda').\end{cases}\qquad(2.1.17)$$

式(2.1.16)中的求和号 $\sum\limits_{\lambda=1}^{2}$ 表示对此二偏振方向求和；而

$$\sum_i=\sum_{n_{xi}=-\infty}^{\infty}\sum_{n_{yi}=-\infty}^{\infty}\sum_{n_{zi}=-\infty}^{\infty}$$

是对三个不同方向上所有整数 n 的求和. 这样，即使在有限空间内，场模也是无限的，但在一定频率范围内却是有限的.

在有限空间中可以存在多少模？这可从式(2.1.15′)算得. 在体积 $V=L^3$ 内，模数

$$N=2\times\frac{4\pi}{3}(n_x^2+n_y^2+n_z^2)^{3/2}=\frac{\omega^3}{3\pi^2c^3}V.$$

在 $L\to\infty$ 的自由空间近似下，角频率 ω 是连续变化的，这时可得单位体积内角频率在 $\omega\sim\omega+\mathrm{d}\omega$ 的模数为

$$D(\omega)\mathrm{d}\omega=\frac{\omega^2}{\pi^2c^3}\mathrm{d}\omega,\qquad(2.1.18)$$

其中 $D(\omega)$ 称为模密度.

2.1.2 量子描述

下面我们来讨论辐射场的量子化. 通过分离变量，式(2.1.16)的通解可以写成如下形式：

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)=\sum_i\boldsymbol{e}_i q_i(t)A_i(\boldsymbol{r}),\qquad(2.1.19)$$

这里 q_i 代表第 i 个模的振幅，A_i 是归一化常数. 这种形式既可表示行波，也可表示有限空间中的驻波. 例如，考虑一维情况下一个沿

z 方向传播、电场强度在 x 方向振动的驻波，有

$$E_x(z,t)=Aq(t)\sin(kz).\qquad(2.1.20)$$

由式(2.1.1)(a)，(2.1.3)和(2.1.9)可得相应的磁场强度的变化

$$H_y(z,t)=\frac{\varepsilon_0}{k}\dot{q}(t)A\cos(kz)=\frac{1}{\mu_0}\frac{1}{\omega c}\dot{q}(t)A\cos(kz),\qquad(2.1.21)$$

其中上标“·”表示对时间 t 求导. 将以上两式代入能量密度公式(2.1.11)，经过数学运算，可得有限体积内电磁场的总能量为

$$H=\frac{V}{2}\sum_i\frac{\varepsilon_0A_i^2}{2\omega_i^2}(\omega_i^2q_i^2+\dot{q}_i^2),\qquad(2.1.22)$$

这里 $V=SL$(S 和 L 分别是该体积的截面积和长度). 我们已经考虑了所有模的辐射场的能量，由于各个模的波动是独立的，它们可以线性相加.

在量子力学中，一维谐振子的能量可用哈密顿算符表示为

$$\hat{H}=\frac{1}{2}\left(\frac{\hat{p}^2}{m}+m\omega^2\hat{q}^2\right),\qquad(2.1.23)$$

这里 m 是谐振子的质量，$\hat{p}$ 是动量算符，$\hat{q}$ 是位置算符，它们满足对易关系：

$$[\hat{q},\hat{p}]=\mathrm{i}\hbar,\qquad(2.1.24)$$

其中 $\hbar=h/2\pi$. 比较式(2.1.22)与(2.1.23)，只要令 $\hat{q}=q,\hat{p}=m\dot{q}$，并将归一化常数 A 表示为

$$A=\left(\frac{2m\omega^2}{V\varepsilon_0}\right)^{1/2},\qquad(2.1.25)$$

它们形式上就完全相同了. 所以，可以把每个模的波看成是一个谐振子，式(2.1.22)是许多谐振子能量的叠加.

引入新算符

$$\hat{Q}=\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}\hat{q},\quad \hat{P}=\frac{1}{\sqrt{m\hbar\omega}}\hat{p},\qquad(2.1.26)$$

它们符合新的对易关系：

$$[\hat{Q},\hat{P}]=\mathrm{i}. \tag{2.1.27}$$

这样,式(2.1.23)成为

$$\hat{H}=\frac{\hbar\omega}{2}(\hat{Q}^2+\hat{P}^2). \tag{2.1.28}$$

作类似的算符变换后,也可将式(2.1.22)的每个模写成式(2.1.28)的形式.这样,我们已经把辐射场用量子力学算符的形式表示了.原则上,辐射场中的电场和磁场强度都可以通过这些算符来描述.但是,我们更感兴趣的是用"光子"的概念来描述辐射场.为此,再引入新算符

$$\hat{a}=\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}+\mathrm{i}\hat{P}),\quad \hat{a}^+=\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}-\mathrm{i}\hat{P}). \tag{2.1.29}$$

它们分别被称为湮没算符和产生算符,满足对易关系:

$$[\hat{a},\hat{a}^+]=1, \tag{2.1.30}$$

并有

$$\hat{Q}=\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}^++\hat{a}),\quad \hat{P}=\frac{\mathrm{i}}{\sqrt{2}}(\hat{a}^+-\hat{a}). \tag{2.1.31}$$

辐射场即可用这两个算符来表示,例如式(2.1.20)的电场强度可表示为

$$E_x=\sqrt{\frac{\hbar\omega}{V\varepsilon_0}}(\hat{a}^++\hat{a})\sin kz=E_1(\hat{a}^++\hat{a})\sin kz, \tag{2.1.32}$$

其中

$$E_1=(\hbar\omega/V\varepsilon_0)^{1/2} \tag{2.1.33}$$

可看成是一个光子的电场强度.

将变换(2.1.31)代入式(2.1.28),经过运算,可得

$$\hat{H}=\hbar\omega(\hat{a}^+\hat{a}+1/2). \tag{2.1.34}$$

这样,辐射场的能量算符就是$\hat{a}^+\hat{a}$;而辐射场总的哈密顿量为各模哈密顿量之和,即

$$\hat{H}=\hbar\sum_i\omega_i(\hat{a}_i^+\hat{a}_i+1/2). \tag{2.1.35}$$

我们把求辐射场的状态归结为解本征方程

$$\hat{H}|\varphi\rangle=\hbar\omega(\hat{a}^+\hat{a}+1/2)|\varphi\rangle=E|\varphi\rangle. \tag{2.1.36}$$

从量子力学知道,一维谐振子的能量本征值是

$$E_{in}=(n_i+1/2)\hbar\omega_i$$
$$(n_i=0,1,2,\cdots), \tag{2.1.37}$$

则上述能量可看成是0,1,2,…个光子场的能量.第i个模光子的能量为$\hbar\omega_i$.相应的本征态称为光子数态,n个光子的态用$|n\rangle$表示.这表示第i个模的状态由该模的光子数来描述.这种态也称为福克(Fock)态.由式(2.1.37)可见,辐射场的能量状态是按均匀间隔分布的,如图2-2所示.其中最低能级是$n_i=0$,这时该模仍具有能量

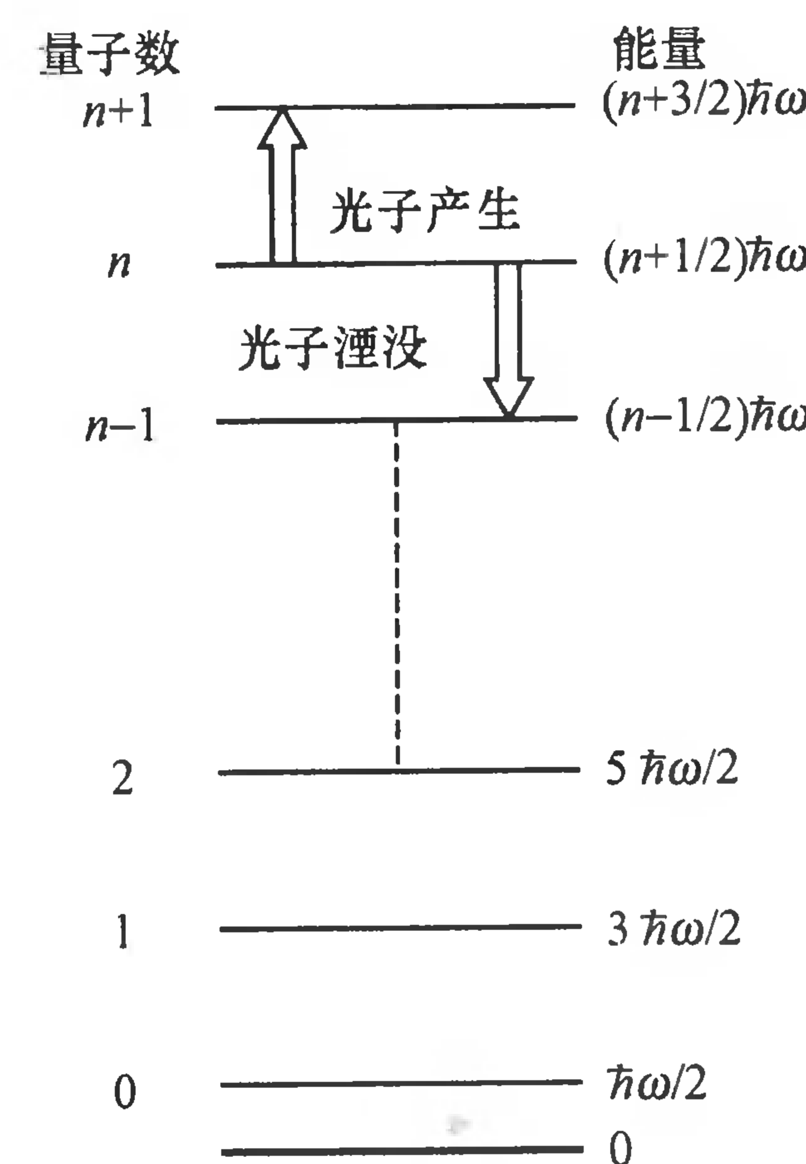


图 2-2　辐射场的能级

$$E_{i0}=\hbar\omega_i/2, \tag{2.1.38}$$

称为零点能或真空场能.

我们可求得湮没和产生算符对光子数态的运算规则:

$$\hat{a}|n\rangle=\sqrt{n}\,|n-1\rangle, \tag{2.1.39}$$

$$\hat{a}^+|n\rangle=\sqrt{n+1}\,|n+1\rangle, \tag{2.1.40}$$

$$\hat{a}^+\hat{a}|n\rangle=n|n\rangle. \tag{2.1.41}$$

由此可见,$\hat{a}^+$,$\hat{a}$对$|n\rangle$态的运算结果是分别使该态变成光子数多一个或少一个的态.这样,这两个算符名称的意义就非常明确了.用它们对以式(2.1.32)表述的电场强度进行运算,其结果为零,即$\langle n|E_x|n\rangle=0$;而只有对正比于E_x^2的光强进行运算才有意义.这涉及辐射场的一个基本量子力学性质,即光子数n和场的相位ϕ是一对不确定量:

$$\Delta n \Delta \phi \geqslant 1. \tag{2.42}$$

光子数准确，相位就紊乱，因而电场强度就不确定了.

光子除有能量外，还有动量

$$\boldsymbol{p} = \frac{\hbar \omega}{c} \boldsymbol{n}_0 = \hbar \boldsymbol{k}; \tag{2.1.43}$$

光子的角动量就是光子的自旋角动量

$$\boldsymbol{S} = \hbar \boldsymbol{s}, \tag{2.1.44}$$

其中 s 是自旋量子数，反映其 z 方向分量的大小，其值视光子的偏振情况而定：$s=0, \pm 1$ 分别相当于线偏振光子和左旋或右旋光子的角动量. $|s|=0$ 或 1 说明在统计上，它们是玻色子，服从玻色统计规律；也就是说，在同一状态中可以存在不止一个光子，即光子不受泡利(Pauli)不相容原理的约束.

§2.2 原子状态的描述

与主要由人为产生的辐射场不同，除极少数人造元素以外，原子都是天然存在的，我们只能通过物理量描述其状态特征进行. 原子由原子核和周围的电子组成，同一原子可以处在各种不同的状态. 它反映了核外电子的分布与运动状态的不同；此外，还与原子核(同一元素可以有多种同位素)的性质有关. 微观原子的状态要用量子力学的波函数表示，完整的波函数描述包括核外所有电子的分布及其运动状况以及它们所带的自旋的取向和核自旋取向(多数原子核带有自旋以及相应的磁矩). 每一种原子状态都具有一定的能量. 有时候，不同状态的原子的能量相同，叫做简并. 原子能量由电子与核、电子与电子之间的电相互作用，电子的轨道与自旋磁矩之间的磁相互作用以及这些磁矩与核磁矩之间的磁相互作用所产生. 因此，对原子状态的描述，最主要的就是能量. 玻尔(Bohr)理论告诉我们，原子能量是量子化的、不连续的，于是就产生了原子能级. 根据原子结构的电子壳层理论和泡利不相容原理，

核外电子只能从内向外逐层填满壳层；只有极少数电子留在外壳层(称为价电子)，它们最活跃，一般决定原子的化学性质. 激光冷却与陷俘原子的实验中，人们所用的原子多是外层只有一个电子的碱金属原子、类碱金属离子以及外层只有两个电子的碱土金属原子. 所以，我们着重描述这些电子与原子核及内层电子之间的相互作用，它们的轨道、自旋运动及其之间的耦合作用以及原子在外电磁场作用下的行为.

2.2.1 原子能态的量子数描述

原子的状态用量子力学的波函数来描述. 每个状态有一个相应的波函数 ψ，它描述电子径向、角度分布(从而决定了轨道角动量状态及其取向)以及电子和核自旋的大小与取向. 除简并情况外，每个状态对应于一定的能量 E，它是电子动能、电子与原子核以及电子之间的电相互作用和磁相互作用(电子和原子核带有磁矩)能量的总和. 原则上，原子的波函数及其相应的能量可从解量子力学的定态薛定谔(Schrödinger)方程

$$\hat{H}\psi = E\psi \tag{2.2.1}$$

求得. 这里 $\hat{H}$ 是哈密顿算符，代表上述各种能量的总和.

在实际问题中，各种相互作用能量的大小差别很大. 例如，外层电子、原子核及内层电子总和合成的库仑相互作用具有最大优势，成为能量差别的主要部分；其次是同一壳层中电子运动状态不同(电子云分布不同，从而造成角动量差异)而引起的能量差别；再次是电子的自旋取向不同造成的能量差别；最后是由电子角动量与核自旋取向有别而造成的原子总能量的差异. 原子状态的上述差别都可用一组参量来描写，给出一个特定的波函数，决定一个能量. 由于上述各部分是相对独立的，薛定谔方程可用分离变量法化简，得到一系列特解. 每个特解对应一个由一组参量决定的波函数，描述原子的一种状态，相应地有一个特定的能量值. 下面我们不准备详细讨论薛定谔方程的解，只对具体原子作一些定性的

说明.

对于常用的碱金属原子、类碱金属离子和碱土金属原子,原子核和其他内层电子的电荷总和都可以等效到一个有效核电荷(叫做原子实)中去,外层电子与原子实的库仑相互作用构成能量的主项. 薛定谔方程的解表明,主项能量 E 的一般形式可写为

$$E_n = -R_\infty hc \frac{Z_a^2}{(n-\Delta_{nl})^2} \quad (n=1,2,\cdots), \tag{2.2.2}$$

其中 n 称为主量子数. n 不同,意味着电子处于不同的壳层,n 值小的处于内层,能量较低. 这样,形成原子的不同能级. 原子可通过"激发"从 n 值较小的状态转移到数值较大的状态(n 可达无穷大),从而提高能量. 不同碱金属原子的外层电子 n 的最小值不同,以 n 取最小值的状态能量最低. R_∞是里德伯常数,不同原子的 R 值不同;Z_a 就是原子实的有效电荷;而 Δ_{nl}称为量子数亏损,它反映了电子轨道偏离圆轨道的情况,因而与角动量有关. 对 n 不同的壳层,这个值也是有差别的.

电子具有轨道角动量. 它反映了电子云的分布,也是量子化的,由量子数 l 来表征. l 只能取整数值,但最大值是 $n-1$,故 $l=0,1,2,\cdots,n-2,n-1$,共 n 个值. 在 $l=0$ 的状态,电子云呈球对称分布;在 $l=1$ 的状态则呈哑铃式分布,沿一条轴具有旋转对称性. 由于角动量是矢量,在量子力学中也是算符,下面我们就用 $\boldsymbol{l}$ 来表示. $\boldsymbol{l}$ 既代表矢量,又代表算符,其大小是

$$|\boldsymbol{l}| = \sqrt{l(l+1)}\,\hbar. \tag{2.2.3}$$

这说明角动量的变化以 $\hbar$为单位,其变化幅度则只能在上式中按 l 改变.

如果原子的同一层有两个电子,可用 $\boldsymbol{L}$ 来表征它们的总角动量. 它是两电子角动量 $\boldsymbol{l}_1$ 和 $\boldsymbol{l}_2$ 的矢量和: $\boldsymbol{L}=\boldsymbol{l}_1+\boldsymbol{l}_2$;相应的总角动量量子数 L 取值为

$$L = l_1+l_2, l_1+l_2-1,\cdots,|l_1-l_2|-1,|l_1-l_2|, \tag{2.2.4}$$

其大小也有式(2.2.3)的关系,l_1 和 l_2 分别是两电子角动量量子数;相应地用字母 s,p,d,f,…以及 S,P,D,F,…分别表示 l 或 $L=0,1,2,3,\cdots$单个或多个电子的不同角动量状态. 由于相对论效应和不同轨道电子与原子实的相互作用状况不同,不同角动量的原子能量也有差别,形成不同角动量状态的各原子能级. 前面所说的量子数亏损就反映了不同电子角动量情况下原子能量的差别. 对于单电子原子,角动量的影响可用下式表示:

$$E_l = E_n - \alpha^2 |E_n| \left(\frac{1}{l+1/2} - \frac{3}{4n}\right)\frac{Z^2}{n}, \tag{2.2.5}$$

其中

$$E_n = -R_\infty hcZ^2/n^2 \tag{2.2.6}$$

就是由式(2.2.2)表示的能量主项(不计原子实及量子数亏损),$\alpha=e^2/2\varepsilon_0 hc=1/137.036$ 称为精细结构常数. 一般情况下,角动量量子数较小的状态,其能量较低. 角动量对原子能量的影响可能很大,有时主量子数 n 较小而 l 较大的电子状态,其能量反而比 n 较大而 l 较小的状态高. 价电子 n,l 最小的状态称为原子基态.

电子还有自旋角动量,因而有自旋磁矩. 它和由电子轨道运动产生的磁场发生磁相互作用,会引起附加能量;而且因电子自旋取向的不同而异. 同一角动量态的能级发生分裂,产生精细结构. 不同的精细结构能级用电子自旋角动量量子数 s 来区分,它只有一个取值: $s=1/2$. 如果原子壳层中只有一个电子,电子的轨道角动量与自旋角动量紧密耦合在一起,形成电子总角动量,用总角动量量子数 j 来表示. 由于轨道与自旋角动量的取向不同,合成的总角动量的大小也有差别. j 的取值是 $l+1/2$ 或 $l-1/2$. 如果这一层轨道上有两个电子,则此二电子的轨道角动量及自旋角动量可分别先耦合在一起,形成总的轨道与自旋角动量 $\boldsymbol{L}$ 及 $\boldsymbol{S}$(总的自旋角动量量子数 $S=0$ 或 1);然后 $\boldsymbol{L}$ 和 $\boldsymbol{S}$ 再耦合成总角动量 $\boldsymbol{J}$,其矢量和算符表示均是

$$\boldsymbol{J} = \boldsymbol{L} + \boldsymbol{S}, \tag{2.2.7}$$

数值大小也可用类似于式(2.2.3)的公式表示：

$$|\boldsymbol{J}| = \sqrt{J(J+1)}\,\hbar, \tag{2.2.8}$$

其中 J 的取值是

$$J = L+1, L, L-1. \tag{2.2.9}$$

这称为 LS 耦合，碱土金属原子多数属于这种情况. 另一种情况是，每个电子先把自己的轨道与自旋角动量耦合在一起，形成各自的总角动量 j；然后各个总角动量再联合成总的角动量 $\boldsymbol{J}$. 这称为 jj 耦合.

角动量具有方向性. 在选定了坐标系以后，角动量不可能自由取向. 例如选定 z 轴(设想原子处在磁场中，磁场方向就是一个特殊取向)，角动量的 z 分量也是量子化的(称为空间量子化)，可用磁量子数 m 来表征该分量的大小，即角动量在特殊方向上的投影值可以是 $l_z=m\hbar$ $(m=l,l-1,\cdots,-l-1,-l$；共 $2l+1$ 个值). 对 L, J 也分别有类似的磁量子数 m_L 和 m_J. 也就是说，有一个角动量量子数，就有一系列相应的磁量子数.

多数原子核还具有磁矩，它与核自旋角动量(以量子数 I 表示)相联系. 这个磁矩与价电子总角动量 $\boldsymbol{J}$ 形成的电子磁矩发生磁相互作用，所引起的附加能量也构成原子能量的一部分，使上述原子能级进一步产生超精细结构. 不同的超精细结构能级成分反映了电子磁矩与核磁矩的结合方式不同；也就是说，电子总角动量 $\boldsymbol{J}$ 和核自旋角动量 $\boldsymbol{I}$ 的耦合情况不同. 类似于式(2.2.7)，矢量合成的原子总角动量

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{J} + \boldsymbol{I}; \tag{2.2.10}$$

它由量子数 F 表示：

$$F = J+I, J+I-1, \cdots, |J-I|-1, |J-I|, \tag{2.2.11}$$

其中 J 和 I 分别为价电子总角动量和核自旋角动量量子数.

最后，需要指出，当 $I\geqslant 1$ 时，原子核还带有四极矩，能级会产生四极矩分裂和移动. 但是，一般对 s 态原子，这种作用可以忽略.

这样，原子的状态可用一系列量子数 $n, l(L), s(S), j(J)$ 和 F 以及相应的磁量子数(如 m, m_S, m_J, m_F)来描述. 一般说来，它们所代表的能量逐次减小，后一种能量是前面的附加. 每一种状态均由一个波函数描述，这里省略其具体表达式，只用 ψ_{nlmFm_F} 等表示；此外，还常用狄拉克(Dirac)符号表示，记做 $|nlmFm_F\rangle$ 等. 相应的能量，原则上也可从薛定谔方程(2.2.1)求得具体表达式；但实际上主要依靠实验求得，这里不作叙述，下面将结合具体原子进行讨论. 值得说明的是，在用分离变量法简化薛定谔方程时，可以把某一部分相互作用(例如精细结构或超精细结构)单独提出来详加讨论，这在原子物理中十分有用.

2.2.2 碱金属和碱土金属的原子能级

由于碱金属原子在激光冷却和陷俘实验中最常用，这里对它们的能级稍加详细叙述，以备后面应用. 碱金属只有一个价电子，其能级结构比较简单. 碱金属原子基态的主量子数 n 取决于内层电子填满壳层的情况. 对锂、钠、钾、铷、铯和钫，分别有 $n=2,3,4,5,6,7$. 它们的基态是 $l=0$ 的角动量态，记做 $n^2\mathrm{S}_{1/2}$；而第一激发态是 $n^2\mathrm{P}_{1/2}$ 和 $n^2\mathrm{P}_{3/2}$(P 表示 $l=1$；而上角标“2”表示该态含两个精细结构成分；作为下角标的总角动量量子数 j 不同，分别为 1/2 与 3/2). 到精细结构为止，这些原子的状态都是相似的. 图 2-3，2-4 分别以钠、铷原子为例，描述了碱金属的原子能级. 但是，由于碱金属的原子核所带磁矩不同，能级超精细结构差别很大，甚至同一元素不同的同位素之间也有很大差异. 例如，^{6}Li 的 $I=1$ 而 ^{7}Li 的 $I=3/2$；同样，^{85}Rb 和 ^{87}Rb 分别有 $I=5/2$ 和 3/2. 表 2-1 列出氢和几种碱金属原子不同同位素的核自旋角动量量子数 I、核磁矩(以核磁子 μ_N 为单位：$\mu_\mathrm{N}=eh/4\pi M$，M 为质子质量)及基态能级超精细结构分裂的裂距(以相应的能级跃迁的频率 ν 表示，能量裂距 $\Delta E=h\nu$). 表 2-1 中也列入了氢原子，因为它也只有一个价电子，与碱金属同类.

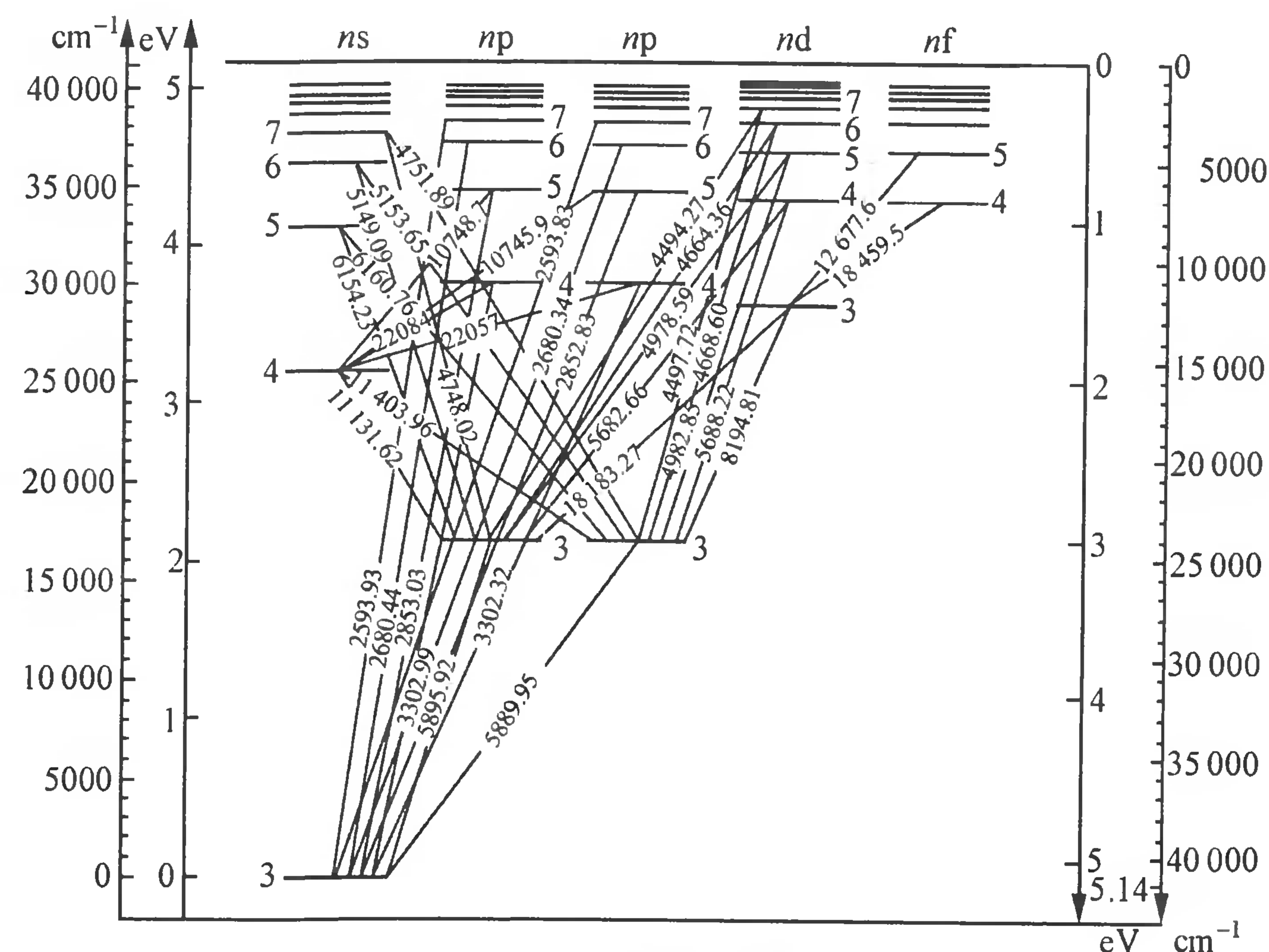


图 2-3　钠原子能级

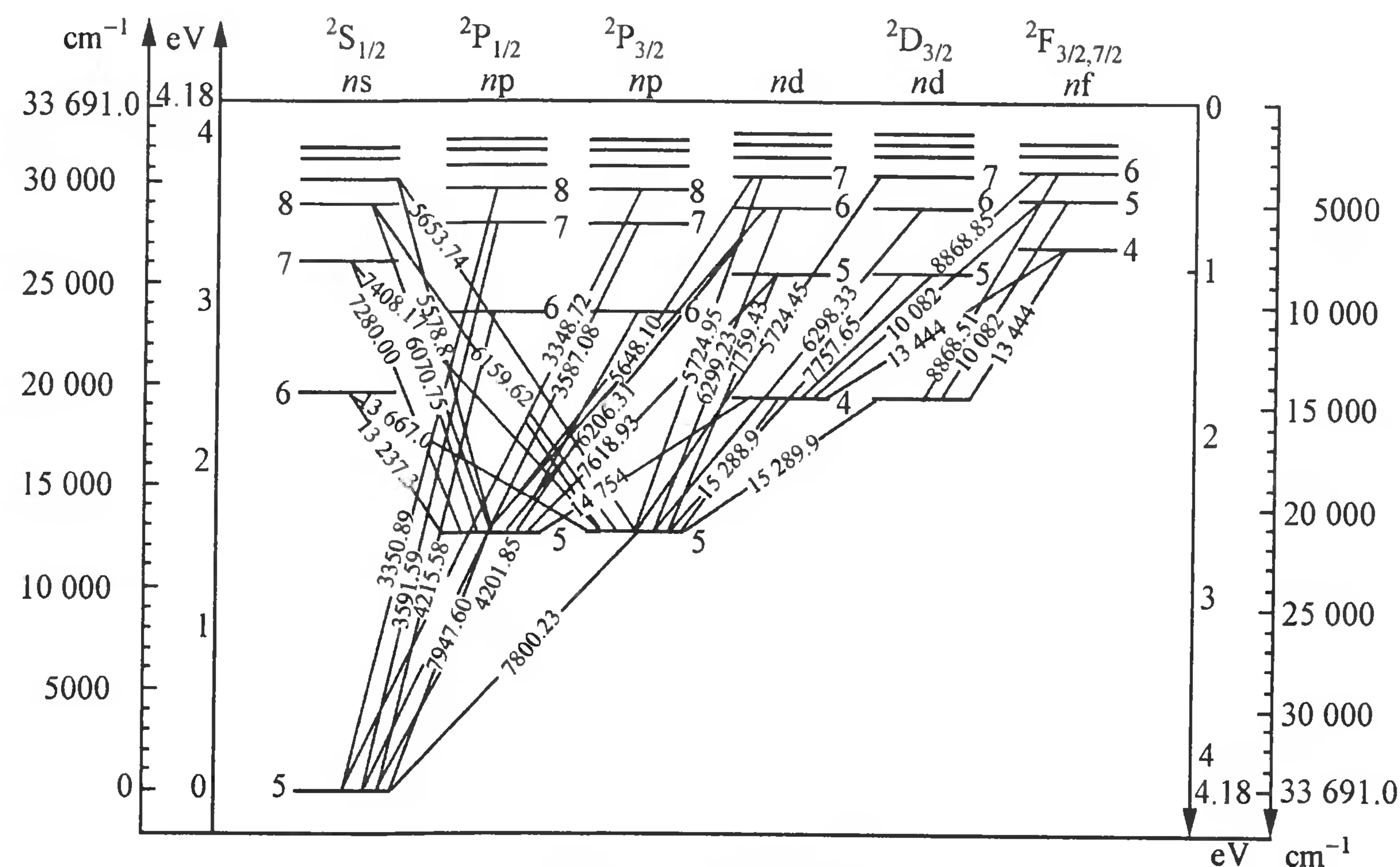


图 2-4　铷原子能级

表 2-1　氢和碱金属原子不同同位素的核磁矩及基态超精细结构的裂距

原子同位素	天然丰度 /(%)	I	核磁矩（单位：μ_N）	基态超精细结构裂距/MHz
^{1}H	99.984	1/2	2.782 70	1420.405 751 8
^{6}Li	7.5	1	0.820 56	228.2
^{7}Li	92.5	3/2	3.256 44	803.5
^{23}Na	100	3/2	2.217 52	1772.626 128 8
^{39}K	93.25	3/2	0.391 46	461.7
^{41}K	6.73	3/2	0.214 87	254.0
^{85}Rb	72.17	5/2	1.353 02	3036
^{87}Rb	27.83	3/2	2.751 2	6834.682 614
^{133}Cs	100	7/2	2.579	9192.631 770
^{210}Fr	少量	6	4.23	46 800

由于碱金属原子基态的价电子总角动量量子数 $J=1/2$，根据式(2.2.11)，两种不同同位素的基态超精细结构能级的不同完全归结于核自旋 I 的差别. 例如，对锂、铷原子的同位素 ^{6}Li，^{7}Li 和 ^{85}Rb，^{87}Rb，分别有 $I=1$，3/2 和 5/2，3/2，故原子的总角动量 $F=3/2,1/2;2,1$ 和 $3,2;2,1$. 对于激发态能级，也有类似的超精细结构. 图 2-5，2-6 描述铷和铯原子基态和第一激发态的超精细结构能级细节. 对于激发态原子，在超精细结构分裂的裂距中还包括了四极矩引起的影响.

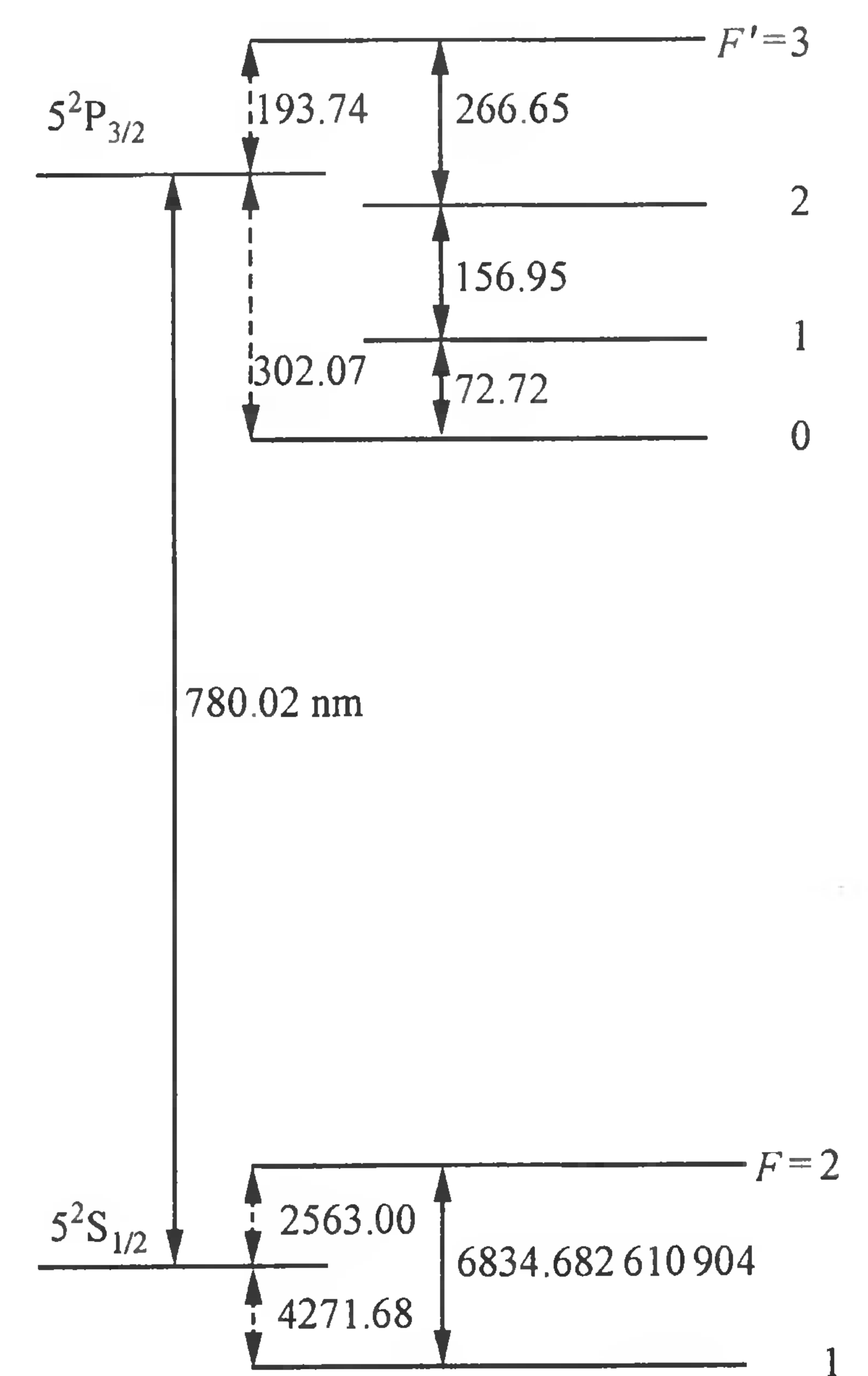


图 2-5　铷原子的超精细结构能级
除标有 nm 的数字外，单位均为 MHz.

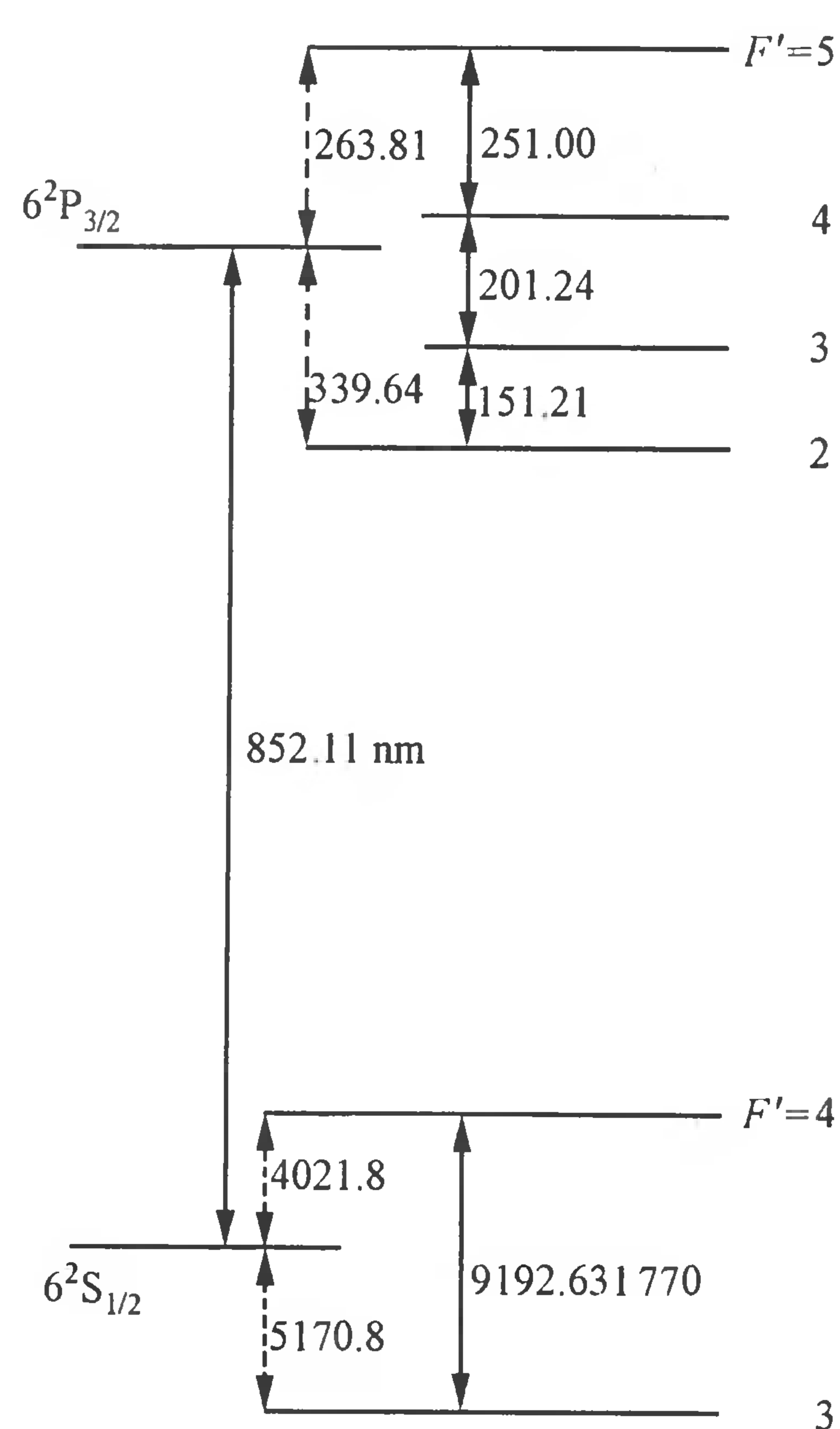


图 2-6 铯原子的超精细结构能级
除标有 nm 的数字外,单位均为 MHz.

铍、镁、钙、锶、钡等碱土金属原子近年来在激光冷却的实验中也用得多了起来. 这类原子的外壳层上有两个电子,其主量子数对以上 5 种元素分别为 $n=2,3,4,5,6$. 它们的基态都有 $l=0$,所以总的轨道角动量量子数 $L=0$,属 S 态;自旋量子数 $s=1/2$,根据泡利原理,自旋取向必须相反,因而有 $S=0$, $J=0$,基态的符号是 $^1S_0$. 它们的第一激发态是一个电子激发到 p 态 ($l=1$),因而属 P 态 ($L=1$). 这时,可以有两种情况:由于电子处在不同轨道,自旋取向无限制,因而总的自旋量子数 $S=0$ 或 1. 前一种情况 ($S=0$) 下,总角动量量子数 $J=1$,得单重态 $^1P_1$;后一种情况 ($S=1$) 下,$J=2,1,0$,得到三重态 $^3P_2$,$^3P_1$ 和 $^3P_0$. 这样,碱土金属原子的能级结构有单重态和三重态两组体系,它们在光谱上有明显的反映:单重态与三重态之间的跃迁是禁阻的. 激发态还可以一个电子仍处于 s 态,而另一个却激发到 $l=2$ 的 d 态. 这时有总轨道角动量 $L=2$,而仍有 $S=1$ 或 0,并有 $J=3,2,1$ 的三重态或 $J=2$ 的单重态,形成 $^3D_3$,$^3D_2$,$^3D_1$ 或 $^1D_2$ 能级[20]. 其他激发态的情况不再赘述. 图 2-7 以 ^{43}Ca 原子为例描述碱土金属原子的能级. 图 2-8 画出对激光冷却有用的碱土金属原子的一些低激发能级. 由图 2-7,2-8 可见,正如上面提到的,某些 n 较小而 l 较大的状态,其能量高于 n 较大而 l 较小的状态.

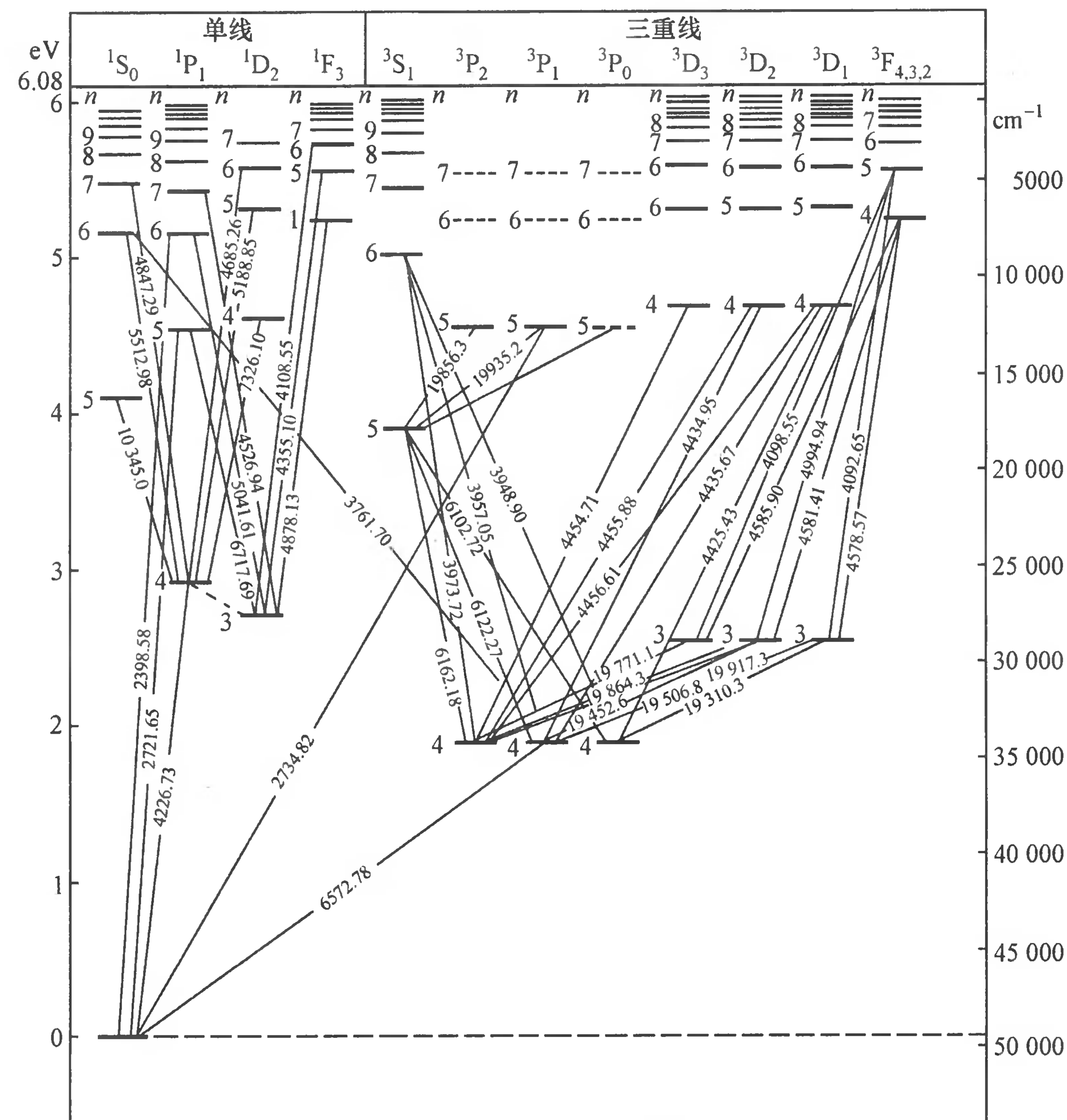


图 2-7 ^{43}Ca 原子的能级结构

大多数碱土金属原子有 $I=0$,因而能级没有超精细结构. 但少数奇质量数同位素却具有核自旋 $I\neq0$(相应地有核磁矩,仍以 μ_N 为单位),如表 2-2. 其中,有的原子的核磁矩为负值,这反映核磁矩方向与角动量方向相反(与电子相同). 这些原子能级当然也有超精细结构.

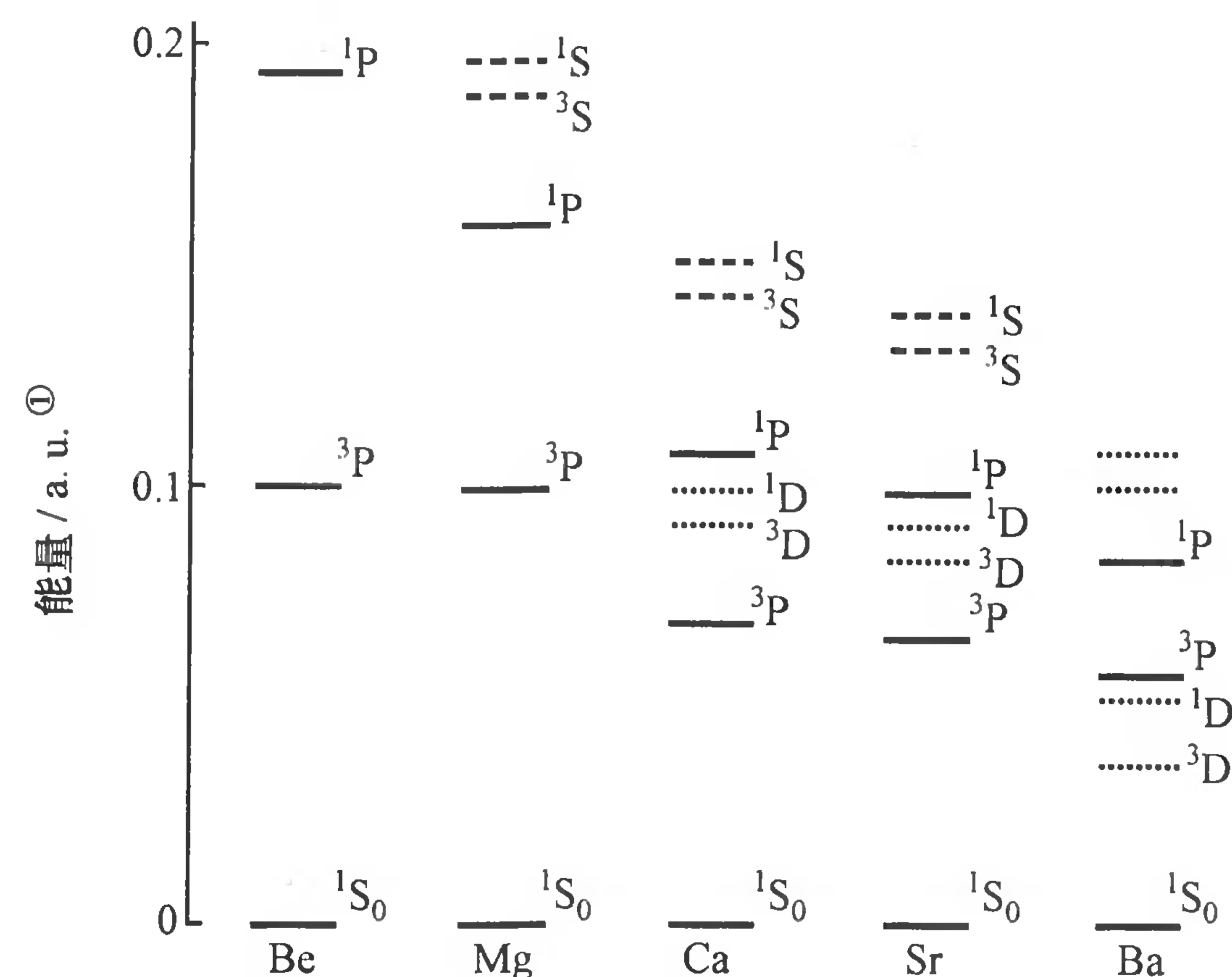


图 2-8 若干对激光冷却有用的碱土金属原子的能级结构[21]

表 2-2 碱土金属原子的核自旋和核磁矩

元素	原子序数	质量数	自然丰度/(%)	核自旋	核磁矩(单位：μ_N)
^{9}Be	4	9	100	3/2	−1.178
^{25}Mg	12	25	10	5/2	−0.8554
^{43}Ca	20	43	0.135	7/2	−1.317
^{87}Sr	38	87	7	9/2	−1.093
^{135}Ba	56	135	6.59	3/2	0.838
^{137}Ba	56	137	11.2	3/2	0.937

2.2.3 塞曼效应与斯塔克效应

当原子处在外磁场或电场中，能级会产生分裂或移动. 这是磁场(或电场)对原子中电子与核的磁矩产生磁相互作用(或库仑作用)的结果，分别称为塞曼效应和斯塔克效应. 这种能级分裂或移动的数量与所加外电磁场的大小关系很大，其理论处理方法也相距甚远，结果也很复杂. 但是，在激光冷却原子领域，所涉及的只是

① “a.u.”表示任意单位.

外场较小的情况，即电子与核及其磁矩与外电磁场相互作用的能量远低于原子内部能量. 这时，可以应用量子力学微扰论的方法. 以塞曼效应为例，在一级近似下，能级的分裂与移动可以通过直接把磁相互作用的能量 ΔE 附加到原子能级的能量上而求得. 在外磁场中，原子的磁相互作用能用算符表示为

$$\hat{H}_{\mathrm{m}} = -\boldsymbol{\mu}\cdot\boldsymbol{B}, \tag{2.2.12}$$

这里 μ 是原子磁矩，$\boldsymbol{B}$ 是外磁场的磁感应强度. 在具有核磁矩的情况下，原子磁矩是电子磁矩与核磁矩之和. 原子总磁矩可写为

$$\mu_F = \mu_J + \mu_I. \tag{2.2.13}$$

而磁矩总是与角动量联系在一起的，对电子和核分别有

$$\mu_J = -g_J\mu_B\boldsymbol{J}, \tag{2.2.14}$$

$$\mu_I = g_I'\mu_N\boldsymbol{I} = -g_I\mu_B\boldsymbol{I}, \tag{2.2.15}$$

这里 μ_N是核磁子，μ_B是玻尔磁子：$\mu_B=eh/4\pi mc$(m 是电子质量)；g_J，g_I分别表示相应磁矩与角动量的比值，称为磁旋比，也称朗德(Landé)g 因子. 对碱金属原子，一般 $g_J\approx1$，g_I 为 10^{-3}数量级的负值. g_I' 为以核磁矩 μ_N为单位的磁旋比. 相应的两个矢量 $\boldsymbol{J}$ 和 $\boldsymbol{I}$ 分别表示电子的总角动量与核自旋. 虽然对于电子与核来说，角动量与磁矩之间的关系不同，它们合成的总磁矩与总角动量的方向不一致，关系比较复杂. 但还可以写出类似于式(2.2.14)和(2.2.15)的形式：

$$\mu_F = -g_F\mu_B\boldsymbol{F}, \tag{2.2.16}$$

不过这里 μ_F 是 $\boldsymbol{F}$ 方向上的有效磁矩，磁旋比 g_F与 g_J，g_I的关系要用下式来表达：

$$g_F = \frac{F(F+1)+J(J+1)-I(I+1)}{2F(F+1)}g_J + \frac{F(F+1)+I(I+1)-J(J+1)}{2F(F+1)}g_I. \tag{2.2.17}$$

例如，对于铷原子基态，有总角动量量子数 $F=2,1$，相应地有 $g_F\approx1/2,-1/2$. 又如，对于铯原子基态，有 $F=4,3$，相应地有 g_F

$\approx 1/4$，$-1/4$. 根据空间量子化的规律，在弱磁场下，由能量算符(2.2.12)给出的能量值为

$$\Delta E = g_F \mu_B m_F B, \tag{2.2.18}$$

这里磁量子数 $m_F = F, F-1, \cdots, -F-1, -F$，共 $2F+1$ 个值. 这样，超精细结构能级就会发生分裂，每个能级分裂为 $2F+1$ 个子能级，其位置(除 $m_F=0$ 能级外)随磁场强度变化，子能级之间的裂距与磁场强度 B 成正比.

前面说过，原子能级的超精细结构是由于原子核的磁矩与外层电子磁矩相互作用引起的，这个附加能量并不大. 因此，在外磁场稍微增强时，相对于超精细能级来说，就不能完全看成是微扰. 这时，需要精确求解薛定谔方程. 我们只对一般被称为中间情况的作点介绍. 此时，电子与原子核的磁相互作用以及它们与外磁场相互作用的哈密顿量可写成

$$\begin{aligned}\hat{H} &= A\boldsymbol{I}\cdot\boldsymbol{J} - \boldsymbol{\mu}_I\cdot\boldsymbol{B} - \boldsymbol{\mu}_J\cdot\boldsymbol{B} \\ &= A\boldsymbol{I}\cdot\boldsymbol{J} + g_I\mu_B I_z B + g_J \mu_B J_z B,\end{aligned} \tag{2.2.19}$$

式中等号右边第一项是原子核磁矩与电子磁矩的相互作用，决定原子能级的超精细结构，常数 A 称为超精细结构常数；后两项是核磁矩、电子总磁矩与外磁场的相互作用，这里假定磁场方向是沿着 z 轴的. 在弱场下，后两项是小量，只考虑它们的一次项就足够了. 在中间场情况下，后两项(尤其是电子总磁矩作用)与第一项可比拟，需要精确求解薛定谔方程. 当 $J=1/2$ 时，得到描写超精细结构能级塞曼分裂的布雷特-拉比(Breit-Rabi)公式如下：

$$\Delta E\left(F = I \pm \frac{1}{2}, m_F\right) = -\frac{\delta E}{2(2+1)} + m_F g_I \mu_B B \pm \frac{\delta E}{2}\left(1 + \frac{4m_F}{2I+1}x + x^2\right)^{1/2}, \tag{2.2.20}$$

其中

$$x = (g_J - g_I)\mu_B B/\delta E \tag{2.2.21}$$

表示磁场的相对强度，而

$$\delta E = (A/2)(2I+1) \tag{2.2.22}$$

是两个 F 能级在零外场时的能量差，即超精细结构分裂的裂距.

图 2-9(a)，(b)分别画出了铯和铷原子基态超精细结构能级的塞曼分裂随磁场强度的变化. 由图可见，在弱磁场下，各子能级随磁场呈线性变化($m_F=0$ 的能级不随磁场变化)；而场强增大时逐渐有些非线性因素. 实际上，对式(2.2.20)展开，就可以发现存在随 x^2(即随磁场平方)增加的成分. 这就是二级塞曼效应，它对交流磁场也敏感，因为磁场方向相反时，所产生的能级移动相等. 随着磁场的进一步增大，能级又与磁场强度呈线性变化.

激发态能级当然也有塞曼分裂，激光光谱可以分辨这种能级分裂，得到光学跃迁的塞曼效应. 在这种情况下，跃迁谱线的塞曼频移取决于上下能级分裂因子的不同. 图 2-9(c)画出了铷原子上、下能级的塞曼频移分别与磁场成正比(σ^+ 跃迁)和成反比(σ^- 跃迁)的两种跃迁.

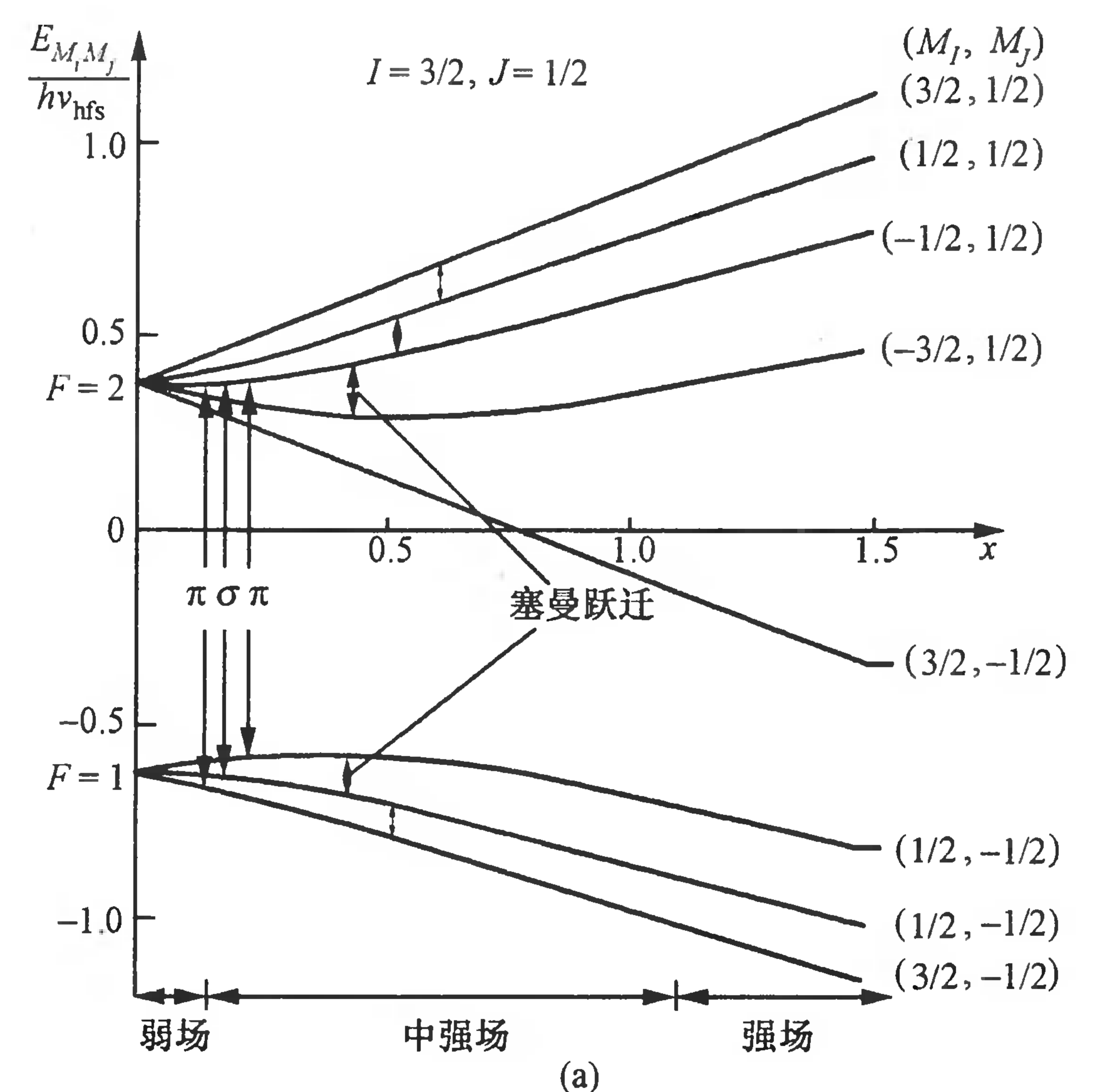
在外加静电场中，原子能级会发生斯塔克位移或分裂，其相互作用能形式是

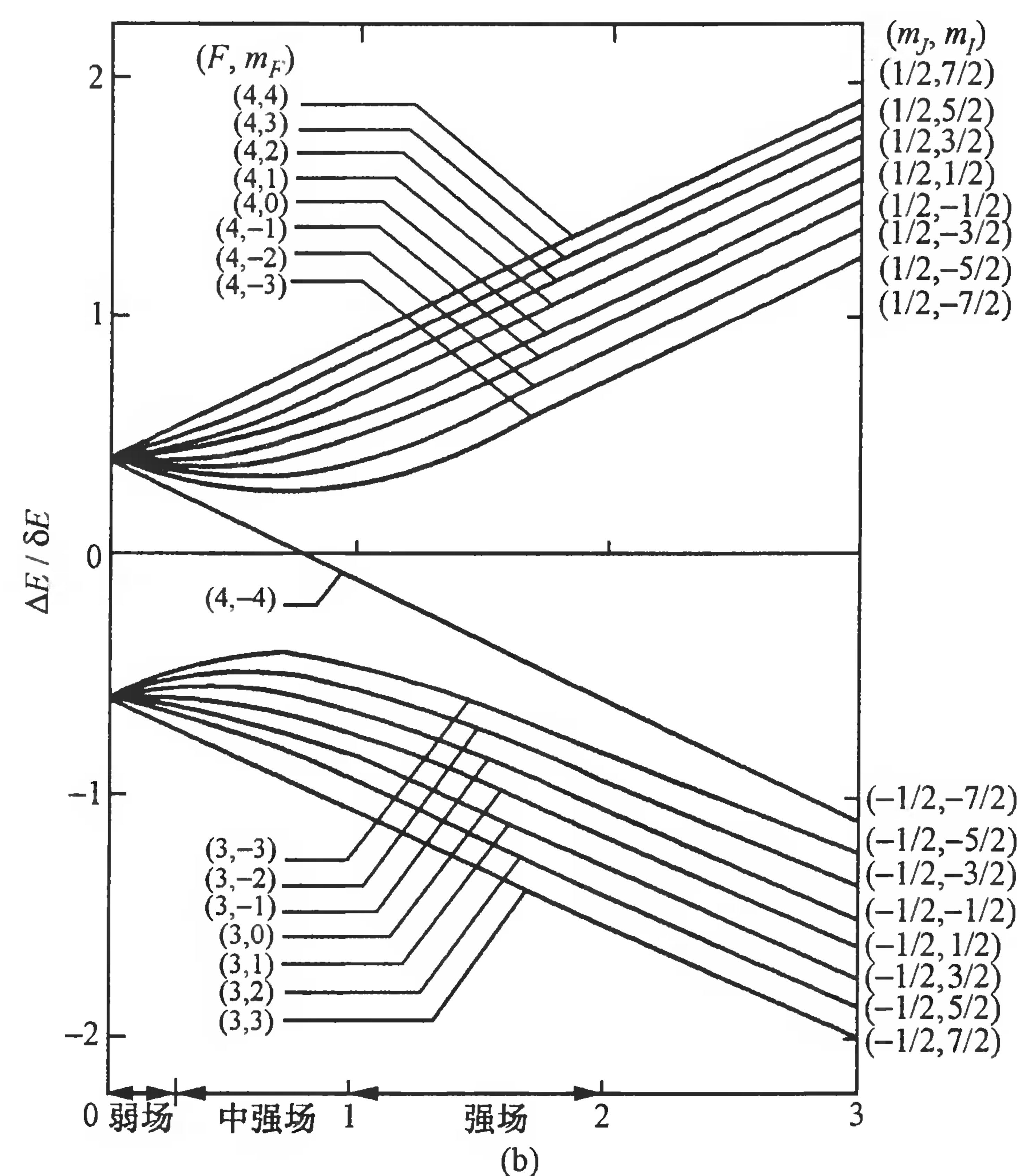
$$\hat{H}_e = -\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{E}, \tag{2.2.23}$$

这里 $\boldsymbol{p}$ 是原子的电偶极矩. 在一般外电场不太强的情况下，原子没有固定的电偶极矩，因此一级斯塔克效应为零. 但是，外电场可以使原子极化，产生感生偶极矩；再与外电场发生相互作用，就会产生二级斯塔克效应. 所引起的能级位移为

$$\Delta E_e = -(1/2)\alpha_d E^2, \tag{2.2.24}$$

这里的“1/2”因子来源于偶极矩是感生的，而不是固有的；α_d为原子二级极化率，一般说来，它与能级有关. 例如，对碱金属原子基态(S 态)，$\alpha_d = (10^{-2} \sim 10^{-1})\ \mathrm{Hz} \times h/(\mathrm{V/cm})^2$ [19]. 二级斯塔克效应对方向相反的电场具有同样的作用，故对交流电场也敏感. 这就是光场中原子能级以及共振吸收或发射频率发生移动的原因，值得注意.





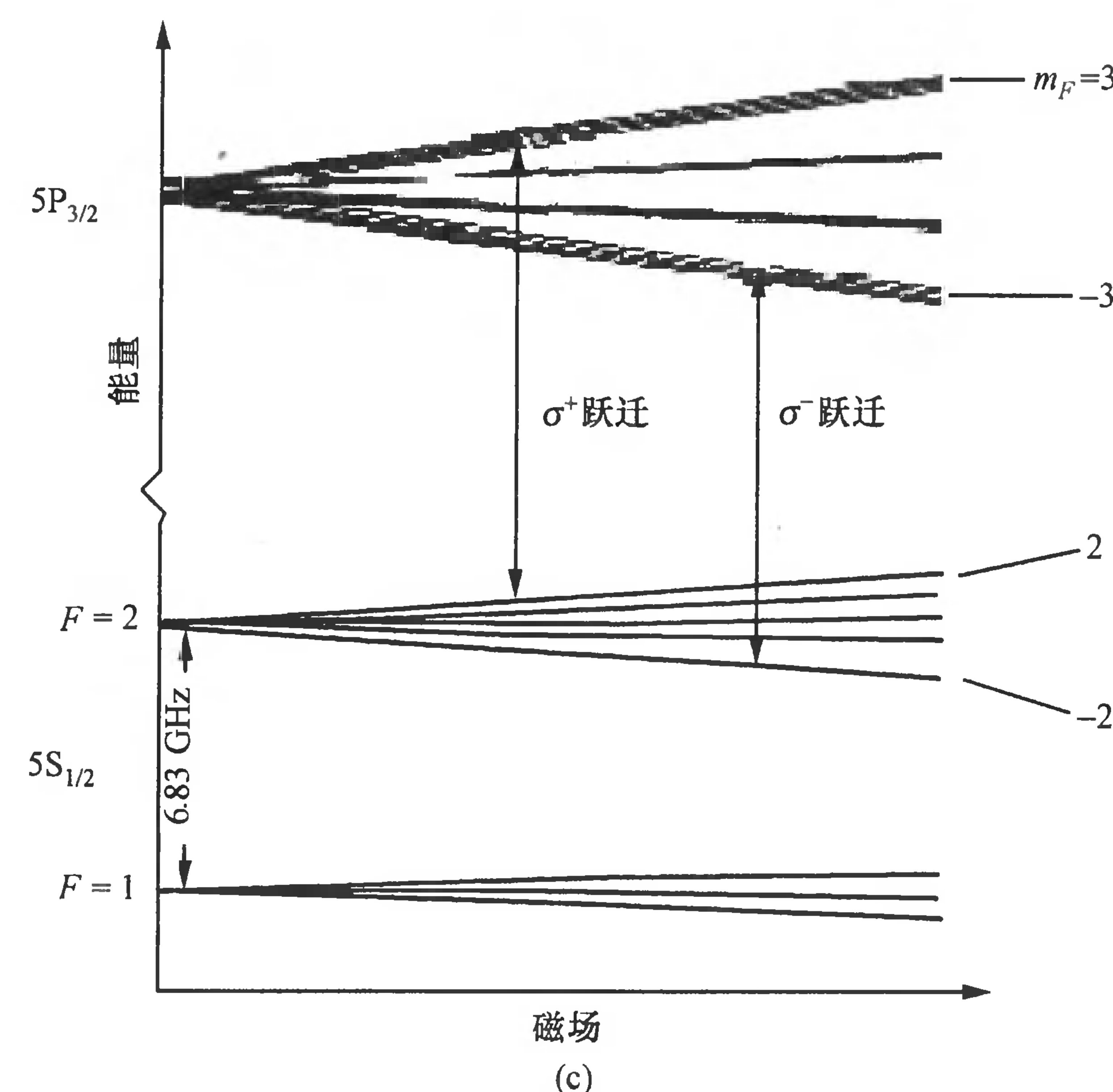


图 2-9　铷(a)和铯(b)原子基态超精细结构能级的塞曼分裂以及铷原子在激发态塞曼分裂下光学跃迁频率随磁场强度的变化(c)[30]

2.2.4　能级跃迁和选择定则

在一般情况下，原子处在由薛定谔方程描述的基态能级上．这个能量本质上是电磁相互作用能，在一定的电磁振荡场作用下，原子可从一个能级转变到另一个能级，叫做跃迁．原子从一个能级跃迁到另一个能级伴随着电磁场能量的吸收或发射，视跃迁前后能量的高低而区别：跃迁后原子能量升高的为吸收；反之，则为发射．跃迁前后原子的能量差 ΔE 与吸收或发射的辐射场频率 ν_a(或角频率 ω_a)之间满足下列关系：

$$h\nu_a = \hbar\omega_a = \Delta E = E_n - E_m. \tag{2.2.25}$$

这就是玻尔频率关系．

但是，并不是任意两个原子能态之间都可以发生这种跃迁的．

从§2.3我们知道，只有在辐射场作用下的跃迁矩阵元

$$\hat{H}_{mn}=\int\psi_n(r)H'\psi_m(r)\mathrm{d}V \tag{2.2.26}$$

不为零的两个能态之间才能发生跃迁.这既决定于原子与辐射场相互作用能 $\hat{H}'$ 的形式(如电偶极矩、磁偶极矩或电四极矩相互作用等)，也决定于能态波函数 ψ 的性质.在光波作用下发生的光学跃迁是电偶极矩与辐射电场起作用；而在射频电磁场作用下的超精细结构能级或磁子能级之间的磁共振跃迁是磁偶极矩与辐射磁场相互作用的结果.它们对产生跃迁的能级都有一定的要求.例如，对于前者，在单电子原子情况下，要求跃迁前后能态的原子波函数的宇称相反，互为正负(奇偶).这种对波函数对称性的要求很容易从跃迁矩阵元(2.2.26)的展开式中看出.对电偶极跃迁，相互作用能的形式是 $-erE_0$(r 是坐标，er 代表电偶极矩，E_0 是辐射电场的振幅).如果两个能态的波函数对称性相同，对整个原子体积积分后式(2.2.26)得零，就不可能发生跃迁.这样，对产生跃迁的能级就有一套规则(叫做选择定则)限制，它建立了跃迁能级量子数之间的变化关系，满足关系的就能发生跃迁.以下只列出对激光冷却与陷俘原子实验起作用的一些选择定则，以备参考；至于对它们的证明，可参见相关原子物理教材，不再赘述：

(1) 对于单电子原子(如氢原子和碱金属原子)的光学跃迁，选择定则为

$$\Delta l=\pm1;\quad \Delta j=0,\pm1;\quad \Delta m_j=0,\pm1. \tag{2.2.27}$$

(2) 对多电子原子的 LS 耦合情形，选择定则为

$$\begin{cases}\Delta L=0,\pm1;\\ \Delta S=0;\\ \Delta J=0,\pm1\ (\text{除 } J=0\rightarrow J=0\text{ 外}).\end{cases} \tag{2.2.28}$$

而对多电子原子的 jj 耦合情形，则有

$$\Delta j=0,\pm1;\quad \Delta J=0,\pm1\ (\text{除 } J=0\rightarrow J=0\text{ 外}). \tag{2.2.29}$$

(3) 对超精细结构能级，选择定择为

$$\Delta F=0,\pm1\ (\text{除 } F=0\rightarrow F=0\text{ 外}). \tag{2.2.30}$$

这里，对主量子数 n 都没有限制.对于寻常塞曼能级之间的跃迁，选择定则还与辐射电场的振动方向和磁场方向有关，两者平行的称为 π 跃迁；垂直的则称为 σ 跃迁.这时，有选择定则：

$$\begin{cases}\Delta m_j,\Delta m_F=0 & (\pi\text{ 跃迁});\\ \Delta m_j,\Delta m_F=\pm1 & (\sigma\text{ 跃迁}).\end{cases} \tag{2.2.31}$$

σ 跃迁还有 σ^+，σ^- 之分，它们分别对应于光的右旋和左旋偏振，相应的跃迁为 $\Delta m_F=\pm1$.这符合跃迁过程中整个系统动量与角动量的守恒.在磁共振中，由于是辐射磁场起作用，它与辐射电场的方向互相垂直，因此 π 和 σ 跃迁的命名正好颠倒.

§2.3 跃迁概率

我们要探讨在一定的电磁场作用下，原子从一个状态过渡到另一个状态的概率，这就是跃迁概率问题.本节将分几种典型情况进行讨论，其中最主要的是在辐射场作用下的跃迁概率.

2.3.1 孤立二能级的跃迁概率

我们先来探讨最简单的情况，即原子体系只存在两个能级，且原子之间没有相互作用.这当然是一种理想情况，实际上并不存在，但在一定条件下，它还可算是一种恰当的近似.在这种情况下，可以精确地求解薛定谔方程.由于跃迁涉及原子从一个状态转变到另一个状态，该过程与时间有关，要解如下形式的时变薛定谔方程：

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=\hat{H}(t)\psi, \tag{2.3.1}$$

式中 $\hat{H}$ 是含时间 t 的相互作用哈密顿量，它包括原子内部的相互作用能 $\hat{H}_0$ 和随时间变化的外部电磁场作用能 $\hat{H}'(t)$：

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}'(t). \tag{2.3.2}$$

前者对能态的作用可用方程(2.2.1)表达；在涉及光与原子相互作用过程中，后者主要是原子的电偶极矩或磁偶极矩与外界辐射电磁场之间的相互作用能，分别呈下列形式：

$$\hat{H}'_{\mathrm{e}}(t) = -\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{E}(t), \tag{2.3.3}$$

$$\hat{H}'_{\mathrm{m}}(t) = -\boldsymbol{\mu}\cdot\boldsymbol{B}(t), \tag{2.3.4}$$

式中 $\boldsymbol{p}$ 是电偶极矩，常写成 $\boldsymbol{p}=e\boldsymbol{r}$，而 μ 是磁偶极矩.

在二能级的情况下，方程(2.3.1)的解可用由方程(2.2.1)解得的本征函数叠加来描述：

$$\psi(t) = c_1(t)\varphi_1 \mathrm{e}^{-\mathrm{i}E_1 t/\hbar} + c_2(t)\varphi_2 \mathrm{e}^{-\mathrm{i}E_2 t/\hbar}, \tag{2.3.5}$$

式中 c_1, c_2 是含 t 的叠加系数，φ_1, φ_2 是两个本征能态的波函数，指数部分代表原子波函数的相位. 把式(2.3.5)代入方程(2.3.1)，利用波函数的正交归一化条件，可得以下方程：

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\mathrm{d}c_1(t)}{\mathrm{d}t} = H_{\mathrm{e}12}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_{\mathrm{a}}t}c_2(t), \tag{2.3.6(a)}$$

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\mathrm{d}c_2(t)}{\mathrm{d}t} = H_{\mathrm{e}21}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_{\mathrm{a}}t}c_1(t). \tag{2.3.6(b)}$$

上式相当于二能级的薛定谔方程，其中

$$\omega_{\mathrm{a}} = (E_2 - E_1)/\hbar \tag{2.3.7}$$

是原子跃迁角频率(简称频率)，即相应于两个状态能量差的辐射频率；

$$H_{\mathrm{e}12} = H^*_{\mathrm{e}21} = \int \varphi_2^* H'_{\mathrm{e}}\varphi_1 \mathrm{d}\tau = \langle 2|H'_{\mathrm{e}}|1\rangle \tag{2.3.8}$$

是跃迁矩阵元，其中“ * ”是取共轭运算. 这里以电偶极矩为例进行讨论，对磁偶极矩是完全相仿的，不另讨论.

设外电场是频率为 ω 的辐射场：

$$\boldsymbol{E} = E_0\boldsymbol{e}\cos(\omega t) = E_0\boldsymbol{e}(\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t} + \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t})/2, \tag{2.3.9}$$

其中 E_0 是电场振幅，$\boldsymbol{e}$ 是电场方向的单位矢量. 将上式代入方程组(2.3.6)(a)，(b)，忽略指数中含 $\omega+\omega_{12}$ 的快变化项(称为旋转波

近似)，并引入分别称为辐射场频率失谐和拉比频率的参量：

$$\delta = \omega - \omega_{\mathrm{a}}, \tag{2.3.10(a)}$$

$$\Omega = E_0 p_{21}/\hbar, \tag{2.3.10(b)}$$

其中 $p_{21}=\langle 2|p|1\rangle=p_{12}$ 是电偶极跃迁矩阵元在外电场方向上的投影，可得以下结果：

$$\mathrm{i}\frac{\mathrm{d}c_1}{\mathrm{d}t} = -\frac{\Omega}{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\delta t}c_2, \tag{2.3.11(a)}$$

$$\mathrm{i}\frac{\mathrm{d}c_2}{\mathrm{d}t} = -\frac{\Omega}{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\delta t}c_1. \tag{2.3.11(b)}$$

解此方程组，可得 c_1, c_2 两参数随时间的变化. 这里不具体计算，读者可参见文献[10]. 设原子在 $t=0$ 时刻处在 1 态，即 $c_1(0)=1$，$c_2(0)=0$，则有

$$c_1(t) = \left(\cos\frac{\Omega' t}{2} - \mathrm{i}\frac{\delta}{\Omega'}\sin\frac{\Omega' t}{2}\right)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\delta t/2}, \tag{2.3.12(a)}$$

$$c_2(t) = \frac{\Omega}{\Omega'}\sin\frac{\Omega' t}{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\delta t/2}, \tag{2.3.12(b)}$$

其中

$$\Omega' = \sqrt{\Omega^2 + \delta^2}. \tag{2.3.13}$$

若在 t 时刻找到处在 2 态原子的概率为 $|c_2(t)|^2$，于是有原子从 1 态到 2 态的跃迁概率

$$P_{12}(t) = \frac{\Omega^2}{\Omega^2 + \delta^2}\sin^2\left(\frac{t}{2}\sqrt{\Omega^2 + \delta^2}\right), \tag{2.3.14}$$

它与外加辐射场的幅度与频率有关. 当失谐为零(共振)时，$\delta=0$，我们有

$$P_{12}(t) = \sin^2\frac{\Omega t}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos\Omega t). \tag{2.3.15}$$

可见，这个概率随时间 t 以拉比频率在 0～1 之间变化；这也表明原子在共振辐射场作用下以拉比频率在两个能态之间振荡. 当 $\Omega t=\pi$ 时，有 $P_{12}=1$，原子发生一个完整的跃迁，状态由 1 态变换为 2 态. 当 $\Omega t=\pi/2$ 时，原子处在这两个态的混合态上，各有 1/2 概率；

可以说是完成了一半的跃迁．这个概念在第八章要讲到的脉冲激发里很有用，常称这种相互作用持续时间的辐射场脉冲为 π 脉冲或 $\pi/2$ 脉冲．图 2-10 反映了跃迁概率随作用时间 t 及频率 ω 的变化．由图 2-10(a)可见，跃迁概率随时间的变化与辐射场频率有关：当辐射场频率与原子频率一致($\delta=0$)时，跃迁概率随时间变化的频率最低，但振幅可达到 1．这说明只有在共振情况下才能达到完整的跃迁．当辐射场频率有失谐($\delta\neq0$)时，跃迁概率的振荡频率增高，数值则永远不可能达到 1．这从图 2-10(b)可明确看出，跃迁概率在共振时有最大值，随偏离共振而降低，但不是单调的降低，而呈现出起伏．随着作用时间 Ωt 延长，起伏增多；当 $\Omega t\to\infty$ 时，从起伏的顶点出发描绘出一条包络线，代表稳态下跃迁概率的频率分布．

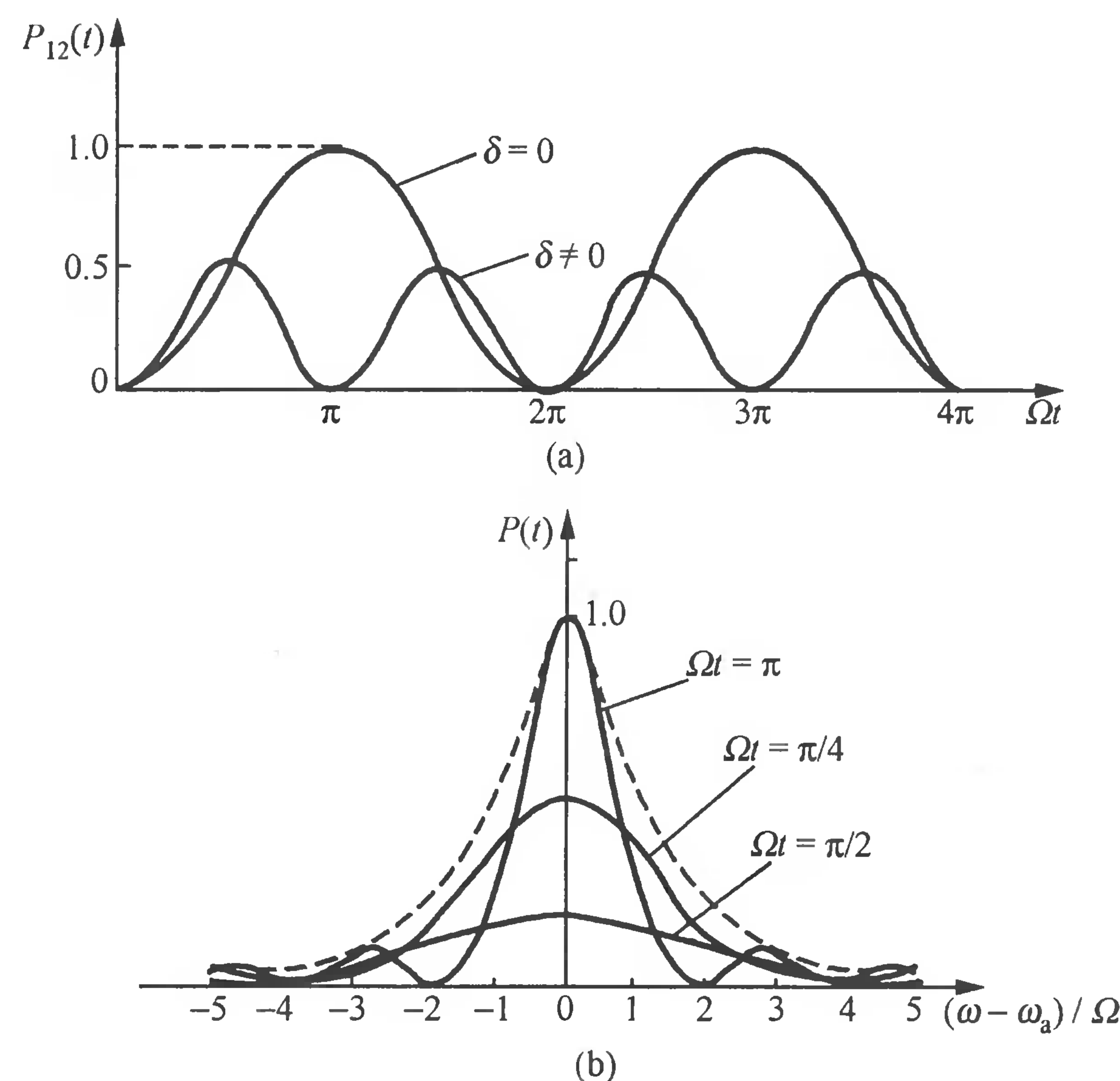


图 2-10 原子跃迁概率随辐射场的频率与振幅的变化

(a) 跃迁概率随时间的变化；(b) 跃迁概率与辐射场频率的关系．

2.3.2 有弛豫作用下的稳态跃迁概率

上述跃迁概率随时间的变化揭示了辐射跃迁过程的物理本质，即描述辐射场作用下单个原子(或原子群作相干的步伐整齐的集体运动时)能级变化的行为．在实际问题中，除了原子束射频谱研究的少数情况以外，鲜有能用上述公式恰当描写的．这是因为在原子集体中，除原子之间存在相互作用(这种作用本质上也是电磁相互作用)之外，原子还与空间自发存在的电磁场(真空场)有相互作用．这些相互作用导致原子集体是一个统计系综，原子在不同能态上有一个分布概率．统计物理告诉我们，原子按能态呈玻尔兹曼分布，即原子存在于某一能态的概率(布居数)与该态的能量有以下的指数关系：

$$N_i \propto \mathrm{e}^{-E_i/k_B T}, \qquad (2.3.16)$$

式中 k_B 是玻尔兹曼常数，T 是原子所处环境的绝对温度．因此，两个能级的布居数之比是

$$\frac{N_j}{N_i}=\frac{g_j}{g_i}\mathrm{e}^{-(E_j-E_i)/k_B T}, \qquad (2.3.17)$$

这里 g_i，g_j 分别是相应能态的简并度．当原子系统因某种原因偏离一定温度下的上述平衡分布时，原子系统有一种自发力量来恢复上述玻尔兹曼平衡，称为弛豫．弛豫过程实际上是在原子系统内部的各种相互作用(如自发辐射、气体原子之间的碰撞、液体中原子的布朗运动、固体中的晶格振动等)下原子在不同能级之间的跃迁过程，它使原子处在某一能级的寿命有限．根据不确定性原理，能级就会有一定的宽度．在这种情况下，我们可以从式(2.3.14)的跃迁概率推导出单位时间内稳态跃迁概率的公式(参见文献[22]，这里不作具体推导)．这是一个与时间无关的物理量，描述每秒钟原子发生跃迁的次数．在一般量子力学文献中，这个公式都用含时间的微扰方法推导，所得结果和从式(2.3.14)出发推导的是一致的．若外加辐射场可用式(2.3.9)表达，则单位时间内原子从 i 态

跃到 j 态的概率是

$$W_{i\to j}=W_{ij}=\frac{\pi}{2\hbar^2}|H'_{ji}|^2\delta(\omega_{ji}-\omega),\qquad(2.3.18)$$

式中

$$\omega_{ji}=(E_j-E_i)/\hbar\qquad(2.3.19)$$

是两个能级间的原子跃迁频率. 式(2.3.18)表明,只有当外场频率满足共振条件时,原子才能发生能级跃迁.

考虑到原子能级实际上不可能无穷窄,而是有一个分布,这样,跃迁概率公式可写成如下形式①:

$$W_{i\to j}=W_{ij}=\frac{1}{4\hbar^2}|H'_{ji}|^2g(\nu)=\frac{\pi}{2\hbar^2}|H'_{ji}|^2g(\omega),\qquad(2.3.20)$$

式中 $g(\nu)$, $g(\omega)$ 称为线形函数. 它们是归一化的,满足

$$\int_{-\infty}^{\infty}g(\nu)\mathrm{d}\nu=\int_{-\infty}^{\infty}g(\omega)\mathrm{d}\omega=1,\qquad(2.3.21)$$

并有

$$g(\nu)=2\pi g(\omega).\qquad(2.3.22)$$

线形函数用来描述共振谱线的线形,产生线形的原因大致有以下几个:(1) 由于原子系统与辐射场相互作用和弛豫作用引起的能级寿命缩短,相应地造成能级有一定宽度和谱线增宽;(2) 由于原子系统中各个原子所处的具体环境不同(如晶格场不同),每个原子能级都有微小的位移,形成原子系统总的能级有一定宽度;(3) 原子运动会产生多普勒效应,使跃迁频率移动,而系统中原子运动速度不同,引起多普勒效应及其移动的大小不一,造成总的谱线增宽. 可以说,原子在与辐射场相互作用过程中的主要信息都在线形函数中有所反映. 在 § 2.4 中,我们将对这个函数以及谱线增宽问

① 多数文献把该式写成 $W_{ij}=\pi|H'_{ji}|^2g(\omega)/\hbar^2$,这是因为在那里辐射场取 $E[\exp(\mathrm{i}\omega t)+\exp(-\mathrm{i}\omega t)]$ 的形式;而这里则取 $E_0\cos\omega t=E_0[\exp(\mathrm{i}\omega t)+\exp(-\mathrm{i}\omega t)]/2$ 的形式,多了个“1/2”因子.

题进行具体讨论.

对于上面所说的二能级系统,式(2.3.20)成为

$$W_{12}=\frac{\Omega^2}{4}g(\nu)=\frac{\pi\Omega^2}{2}g(\omega),\qquad(2.3.23)$$

其中 Ω 就是式(2.3.10)(b)描述的拉比频率,这里可写成

$$\Omega=H'_{ji}/\hbar.$$

因为 $|H'_{ij}|=|H'_{ji}|$,所以 $W_{ij}=W_{ji}$,两个能级间向上和向下的跃迁概率是相等的. 需要说明的是,跃迁概率 W_{ji} 并非真正的概率. 与式(2.3.14)所描述的跃迁概率不同,W_{ji} 的数值可以远大于 1. 它描述的是跃迁过程的速率,即单位时间内的跃迁数.

2.3.3　自发跃迁和受激跃迁

跃迁过程伴随着原子与辐射场之间的能量交换. 原子每完成一次跃迁,改变能量状态,就会从辐射场吸收或向该场发射一个光子,其能量为 $\hbar\omega=h\nu=E_j-E_i$. 原子若从低能态过渡到高能态,就从辐射场吸收一个光子;反之,若从高能态到低能态,则向辐射场发射一个同样能量的光子. 从辐射场的量子化观点来看,前一过程伴随着辐射场从某一个模的 n 态过渡到 $n-1$ 态;而后一过程,则辐射场从 n 态过渡 $n+1$ 态,如图 2-11 所示. 爱因斯坦从热力学平

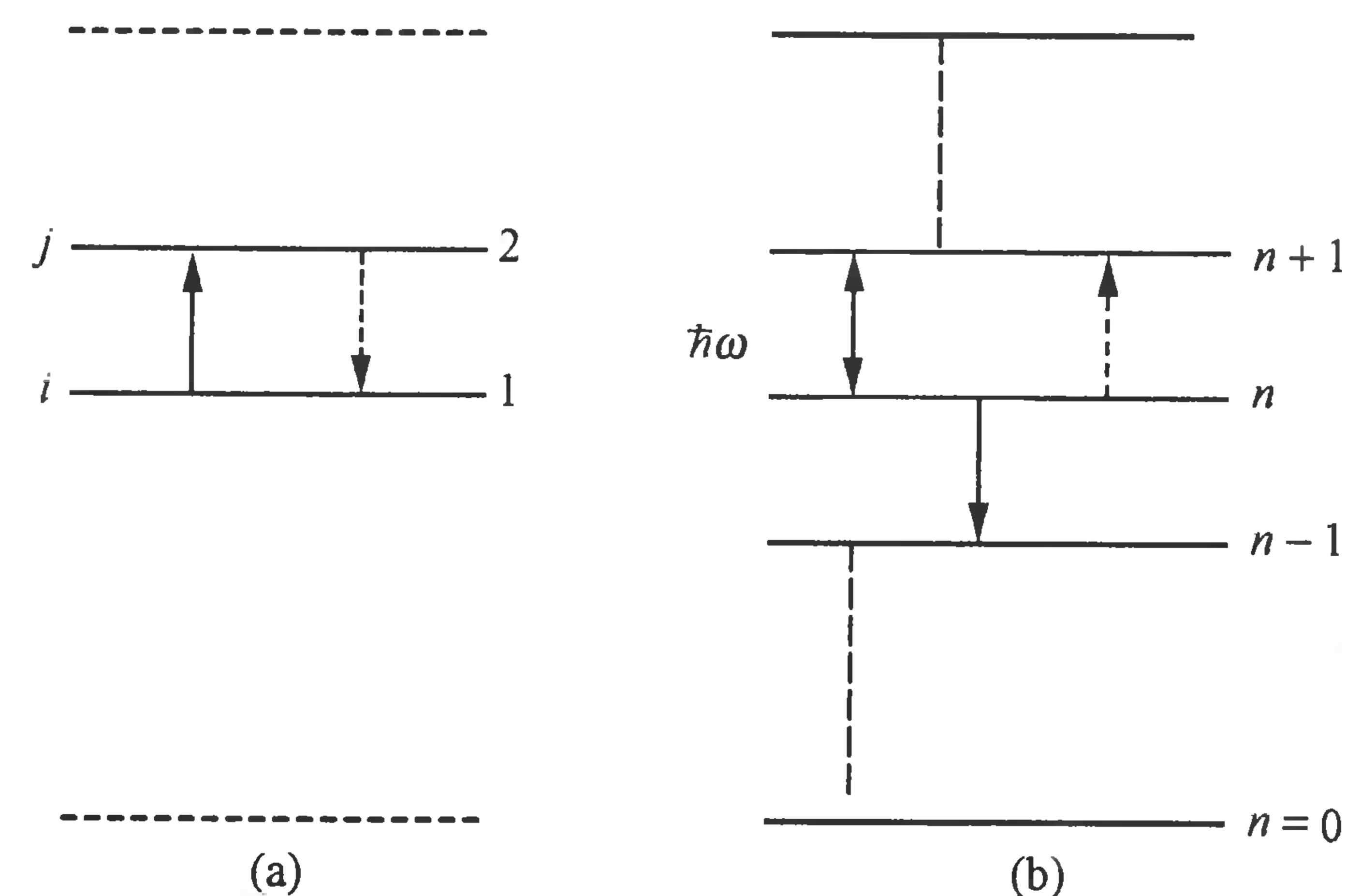


图 2-11　辐射跃迁过程中原子(a)和辐射场(b)能级的变化
实线箭头表示受激吸收,虚线箭头表示受激发射.

衡理论推算出,可以存在三种跃迁:自发辐射,受激发射和受激吸收.在辐射跃迁过程中,往往是三种跃迁同时存在.根据热力学平衡原理,自发吸收过程不可能存在.

自发辐射是原子在真空场作用下发生的跃迁.根据§2.1说明,空间中即使没有人为施加的辐射场,也会自发地存在零点场,即辐射场模 $n=0$ 的真空场①,在这种辐射场的作用下,原子会从上能级自发地跃迁到下能级,同时向辐射场发射一个能量为 $h\nu$ 的光子.

为了求得受激发射和自发辐射跃迁概率的公式,需要用到辐射场的量子理论.为此,要把式(2.3.18)包括在 $|H'_{ji}|$(见式(2.3.3))中的电场强度 E 用式(2.1.32)的量子算符来表示.

设辐射场处在第 λ 个模,该模有光子数为 n_λ.我们要求原子在光场作用下从 j 态到 i 态,而光场则从 n_λ态转变到 $n_\lambda+1$ 态的概率.为此,用 $E_0^2|p_{ji}|^2$ 取代式(2.3.18)中的 $|H'_{ji}|^2$,$E_{\lambda0}^2=4E_\lambda$ ②.进一步将 E_λ 按式(2.1.32)用式(2.1.37)~(2.1.39)进行运算,有

$$E_{\lambda0}^2=\frac{4\hbar\omega_\lambda}{V\varepsilon_0}\sin^2(k_\lambda z),$$

这样,式(2.3.18)化为 λ 模的辐射跃迁概率

$$w_{\lambda ij}=\frac{2\pi\omega_\lambda}{\hbar V\varepsilon_0}|p_{ij}|^2(n_\lambda+1)\sin^2(k_\lambda z)\delta(\omega_{ji}-\omega_\lambda). \tag{2.3.24}$$

上式包含两部分:一是与 n_λ成正比的部分,表示在 λ 模辐射场作用下的受激跃迁概率

$$w_{\lambda ij}^{\mathrm{b}}=\frac{2\pi\omega_\lambda}{\hbar V\varepsilon_0}n_\lambda|p_{ij}|^2\sin^2(k_\lambda z)\delta(\omega_{ji}-\omega_\lambda); \tag{2.3.25}$$

二是与 n_λ无关的部分,这反映了即使该模无光子,原子仍能从高能

① 注意,在一定温度下的原子体系总处在热辐射环境中,必然存在与温度有关的热辐射场,这和零点场有原则性区别,不可混淆.

② 可根据第48页注释得到.

态 j 跃迁到低能态 i,即进入到 λ 模的自发辐射跃迁概率

$$w_{\lambda ji}^{\mathrm{a}}=\frac{2\pi\omega_\lambda}{\hbar V\varepsilon_0}|p_{ij}|^2\sin^2(k_\lambda z)\delta(\omega_{ji}-\omega_\lambda). \tag{2.3.26}$$

这里可以得到如下结论:(1)受激发射跃迁概率与该模光子数成正比;(2)受激发射出来的光子与激发场属同一模式,因而有相同的频率、偏振和传播方向;(3)某一个模内受激发射与自发辐射的跃迁概率之比为该模光子数 n_λ,即

$$w_{\lambda ji}^{\mathrm{b}}/w_{\lambda ji}^{\mathrm{a}}=n_\lambda. \tag{2.3.27}$$

此外,根据类似的计算,还可以得到,在光子数相同情况下,每个模的受激发射和受激吸收的跃迁概率相等,即 $W_{\lambda ji}^{\mathrm{b}}=W_{\lambda ij}^{\mathrm{b}}$.

由于自发辐射可以看成是真空场作用下的辐射跃迁,而真空场又存在多个模,每个模的场都可以和原子相互作用,因此需要把式(2.3.26)对体积 V 中的所有模作积分.我们有总的自发跃迁概率

$$\begin{aligned}P_{\mathrm{sp}}=W_{ji}&=\sum_\lambda w_{\lambda ji}^{\mathrm{a}}\\&=V\int_0^\infty\frac{2\pi\omega_\lambda}{\hbar V\varepsilon_0}|p_{ji}|^2\sin^2(k_\lambda z)D(\omega)\delta(\omega_{ji}-\omega)\mathrm{d}\omega,\end{aligned} \tag{2.3.28}$$

这里根据模密度公式(2.1.18),$D(\omega)=\omega^2/\pi^2c^3$;$p_{ji}$是电偶极矩在电场方向上的投影,可以认为真空场的偏振是各向同性的,对其平均有 $|p_{ji}|^2=|\boldsymbol{p}_{ji}|^2/3$;又由于 $\sin^2(k_\lambda z)$的平均值为 1/2,得到总的自发辐射跃迁概率为①

$$P_{\mathrm{sp}}=A_{ji}=\frac{\omega^3}{3\pi\hbar c^3\varepsilon_0}|\boldsymbol{p}_{ji}|^2=\frac{16\pi^3\nu^3}{3hc^3\varepsilon_0}|\boldsymbol{p}_{ji}|^2. \tag{2.3.29}$$

上式也称为爱因斯坦自发辐射系数,以符号 A_{ji}表述.它与 ν^3(ν 为发射频率)成正比.

爱因斯坦在用宏观的热力学平衡理论得到三种跃迁时,还推导出了自发辐射、受激发射和受激吸收之间的系数关系.定义受激

① 下面为简单起见,将 ω_{ji}写成 ω.

跃迁概率是受激跃迁系数 B_{ji}与相应辐射能量密度(即单位体积单位频率间隔中的辐射能量)$\rho(\omega)$的乘积:

$$W_{ji}=B_{ji}\rho(\omega). \tag{2.3.30}$$

爱因斯坦得到的关系式(可用类似上面的方法推导出来)为

$$g_iB_{ij}=g_jB_{ji}, \qquad (2.3.31)(a)$$

$$\frac{A_{ji}}{B_{ji}}=\frac{\hbar\omega^3}{\pi^2c^3}=\frac{\omega^2}{\pi^2c^3}\hbar\omega=D(\omega)\hbar\omega, \qquad (2.3.31)(b)$$

式中 g_i,g_j是相应两个能级的简并度. 上述公式进一步说明受激发射与受激吸收的概率相等,而 A_{ji},B_{ji}两系数之比即为模密度与该模光子能量的乘积,也就是真空辐射场的能量密度. 这也说明自发辐射是空间自发存在的辐射场与原子作用的结果.

2.3.4 非浸渐跃迁及其跃迁概率

在自然界和物理实验中,原子状态的变化可由浸渐过程和非浸渐过程描述. 例如,在 2.2.3 小节所述的塞曼或斯塔克效应中,当外场改变时,原子状态会发生相应的变化. 这里有两种典型情况:(1) 若外场变化缓慢,原子与外场的相互作用能随着外场变化,原子本身状态不变;(2) 若外场变化迅速,原子与外场的相互作用能来不及随着相应变化,则对于变化的外场,原子状态就发生了变化. 前者称为浸渐过程[①],原子的能量状态不发生改变. 后者则称为非浸渐过程,过程前后必定有原子状态的变化. 这种状态变化称为非浸渐跃迁.

下面用磁场中原子磁矩的磁共振运动来形象地解释以上两种不同的过程:原子磁矩 μ 由角动量 $\boldsymbol{J}$ 引起,两者的关系是

$$\mu=-g_J\mu_B\boldsymbol{J}=\gamma\hbar\boldsymbol{J}, \tag{2.3.32}$$

这里 g_J就是 §2.2 引入的磁旋比,它与另一个磁旋比 γ 的关系由上式确定. 这样,在磁场中磁矩就会环绕磁场作拉莫尔(Larmor)

① 也称缓变过程或绝热过程,因为"adiabatic"即一般热力学中的"绝热".

进动,其角频率

$$\omega_0=-\gamma B_0, \tag{2.3.33}$$

这里 B_0 为外加静磁场的强度. 在大小为 B 的外磁场中,原子磁矩与外场的相互作用能

$$E=-\mu\cdot\boldsymbol{B}=-\mu B\cos\theta=-\gamma\hbar m_JB=m_J\hbar\omega, \tag{2.3.34}$$

这里空间量子化表现为 θ 的改变是量子化的,只能按磁量子数的整数值变化. 在进动中,θ 保持不变. 设在垂直于静磁场 B_0 的方向上再施加一个与磁矩进动方向一致的旋转磁场,其强度为 B_1,角频率为 ω. 若 $\omega=\omega_0$,则在以 ω 为角频率旋转的旋转坐标系中看来,磁矩将只感受到一个静磁场 B_1,这样它势必又要环绕这个磁场进动,其角频率 $\Omega=\gamma B_1$. 在静止坐标系中,这种进动叠加在原来绕 B_0 的进动之上,称为章动. 共振情况下的章动频率就是拉比频率. 章动使原子磁矩与外加静磁场的夹角 θ 发生变化,从而改变了两者的相互作用能,相当于发生了能级跃迁. 这就是磁共振跃迁. 在旋转坐标系中,我们可以把旋转角速度 ω 看成是一个与静磁场反方向的等效磁场,与原静磁场合成,就构成一个等效磁场,其大小为 $\omega/\gamma-B_0$;这个等效磁场再与坐标系同样旋转,方向与垂直它的磁场 B_1合成,得到一个新的有效磁场 $\boldsymbol{B}_{\text{eff}}$:

$$|\boldsymbol{B}_{\text{eff}}|=|\omega/\gamma-\boldsymbol{B}_0+\boldsymbol{B}_1|=\sqrt{(\omega/\gamma-B_0)^2+B_1^2}. \tag{2.3.35}$$

于是,旋转坐标系中的原子磁矩运动就可看成是在 $\boldsymbol{B}_{\text{eff}}$中的进动. 图 2-12 描述了原子磁矩的运动.

现在假定 ω 是以一定的速率变化的. 这里有两种情况:若旋转场频率变化缓慢,有效磁场缓慢改变方向,原子磁矩来得及跟随磁场的变化,一直以不变的角度绕着有效场进动,如同图 2-12(a) 所描述的. 当有效场从正值经过共振值 $\omega=\gamma B_0$ 到达负值时,磁矩始终以同一角度围绕有效场进动. 这就是浸渐过程. 反之,若旋转

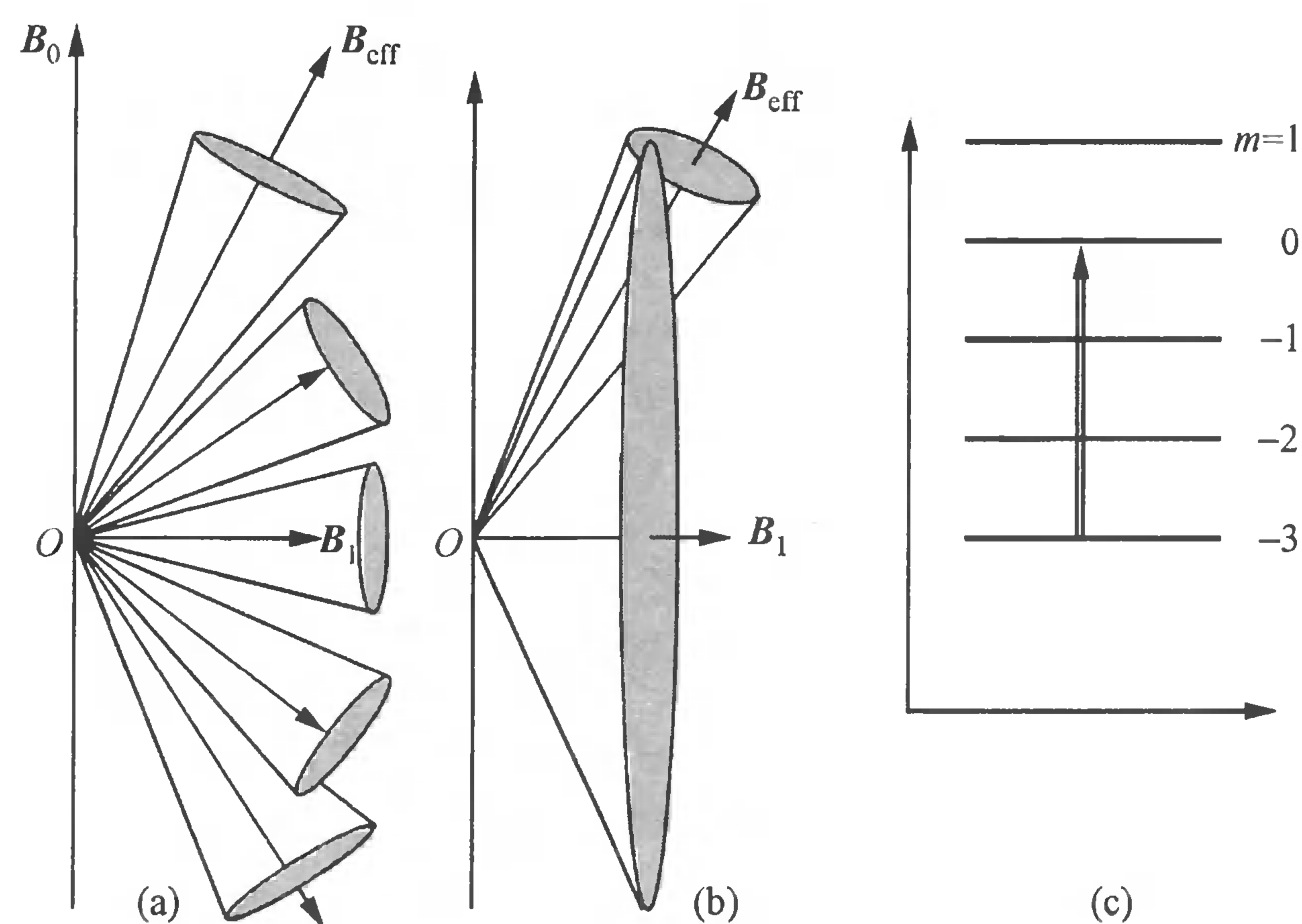


图 2-12 浸渐过程(a)、非浸渐跃迁(b)以及非浸渐变化产生的能级跃迁(c)

场频率变化很快，当有效场的方向已经显著改变而磁矩却来不及跟上时，仍维持在原方向的磁矩会绕着新的有效场方向作进动，而它和有效场的夹角就发生了重大变化. 图 2-12(b)就是这种情况：纵向有效磁场迅速变为零，原子磁矩来不及跟上，磁矩与有效场的夹角迅速扩大. 从式(2.3.34)知道，这个夹角表示原子磁矩在磁场中的能量状态，从原来的较小夹角过渡到较大夹角，反映了原子从低能态过渡到高能态，如图 2-12(c)所示. 这就是非浸渐跃迁.

从这里可以知道，发生这种非浸渐过程的条件是，在外场变化的时间 Δt 内，有效场的角度改变量 $\Delta\theta$ 要远大于磁矩绕有效场进动所经过的角度 $\Delta\phi=\omega_{\rm eff}\Delta t\,(\omega_{\rm eff}=\gamma B_{\rm eff})$. 我们可以把有效场的角度变化近似地看成是 $\Delta\theta\approx\Delta\omega/\gamma B_1=\Delta\omega/\Omega$，而 $\omega_{\rm eff}$的最小值为 Ω. 因此，发生非浸渐跃迁的起码条件是

$$\Delta\omega/\Omega \gg \Omega\Delta t;$$

反过来，可以说，浸渐过程的条件是

$$\frac{\Delta\omega}{\Delta t}=\frac{{\rm d}\omega}{{\rm d}t}\ll\Omega^2. \qquad (2.3.36)$$

这样，要满足浸渐条件，对外加辐射场(或等效地，对外磁场)变化

(或扫描)的速率有了限制；即相对于拉比频率来说，通过共振区的外加频率或由外场强度改变引起的原子频率的相对变化要远低于拉比频率；也就是说，变化是很缓慢的.

需要指出，上面提到的外加辐射场频率变化引起有效场的角度(方向)变化在这里起重要作用. 要是没有有效场的方向变化而只有数值变化，例如在没有垂直于静磁场的旋转场情况下，外磁场从一个较小的数值突然提高到一个很大的数值，原子磁矩与磁场的相互作用能会瞬间跟上，决不会引起能级跃迁. 因此，即使在没有辐射场参与的实验中，如果迅速改变外磁场的方向，就要考虑它的改变速率，研究是否会引起原子非浸渐跃迁的问题.

许多实际情况往往处在“完全跟上”与“完全跟不上”两种极端情况之间，这时原子就有发生能级跃迁的可能. 下面我们分两种典型情况来探讨这种跃迁的概率：

(1) 马约拉纳(Majorana)跃迁.

假设有一个基态具有塞曼子能级的原子，以一定速度运动，经过一个不均匀的(包括强度和方向随位置的变化)磁场. 运动原子经过强度和方向变化很快的磁场时，相当于感受到一个交变磁场的作用，可能引发能级跃迁问题. 这就是马约拉纳跃迁. 对二能级原子，马约拉纳计算得到跃迁概率是[23]

$$P={\rm e}^{-k\pi/2}, \qquad (2.3.37)$$

这里 k 是一个描述外场变化速度的参数. 若一个相对不变的磁场决定了原子跃迁频率 $\Omega_{\rm a}$：$\Omega_{\rm a}=\gamma B_z$，与其垂直方向上的一个磁场分量 B_x随时间变化(见图 2-13)，且也用频率表示磁场大小 $\omega=\gamma B_x$，磁场变化速率就可用 ${\rm d}\omega/{\rm d}t$ 表示. 这样，k 由下式决定：

$$k=\Omega_{\rm a}^2\Big/\frac{{\rm d}\omega}{{\rm d}t}. \qquad (2.3.38)$$

从以上两式可见，外场变化越快，k 越小，马约拉纳跃迁概率越大；反之，外场变化越慢，k 越大，条件(2.3.36)满足得越好，马约拉纳跃迁概率就越小. 原子在磁阱中运动，经过磁场方向变化的零点时，

往往会发生塞曼能态的变换，这可看成是马约拉纳跃迁的特例.

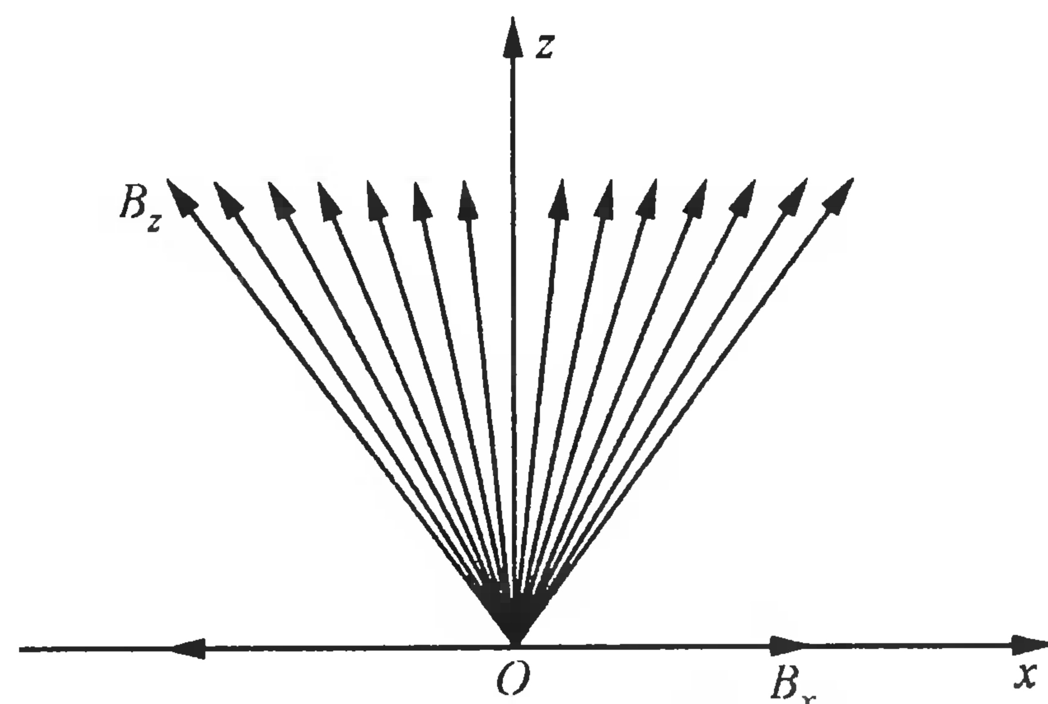


图 2-13 产生马约拉纳跃迁的典型情况

对于 $J>1/2$ 的原子，在外磁场中有 $2J+1$ 个塞曼子能级，分别以不同的磁量子数 m 表示. 不同 m 能级的间距是相等或大致相等的. 在磁场变化中或同一辐射场的作用下，原子可能从 m 态经过多次 $\Delta m=\pm1$ 的跃迁到达 m' 态. 设 $t=0$ 时原子处于 m 态，则 t 时刻跃迁到 m' 态的概率为[22,23]

$$P_{m,m'}(t)=(J-m)!\ (J+m)!\ (J-m')!\ (J+m')!\ \sin^{4J}\frac{\alpha}{2}$$
$$\times\left[\sum_{r=0}\frac{(-1)^r\left(\cot\frac{\alpha}{2}\right)^{m+m'+2r}}{(J-m-r)!\ (J-m'-r)!\ (m+m'+r)!\ r!}\right]^2, \tag{2.3.39}$$

其中

$$\sin^2(\alpha/2)=P_{1/2,-1/2}(t) \tag{2.3.40}$$

表示相同旋磁比 γ 下二能级原子的跃迁概率，它由式(2.3.37)或(2.3.14)，(2.3.15)表达. 式(2.3.39)称为马约拉纳公式. 在对该式进行计算时，求和指标 $r=0,1,2,\cdots$直到阶乘中出现负值为止. 从式(2.3.39)可见，正、反方向的跃迁概率是相等的. 对$\pm m$ 态，该式是对称的，即有 $P_{m,m'}(t)=P_{m',m}(t)$，$P_{m,m'}(t)=P_{-m,-m'}(t)$.

(2) 朗道-齐纳(Landau-Zener)跃迁[24].

若辐射场的频率是扫描的，它以很快的速度通过原子共振频率，也会发生原子跃迁. 这种跃迁在能级交叉的情况下时常发生. 设有两个塞曼能级，其能量随磁场的变化方向相反(如图 2-14 中虚线)，它们将在某个磁场值上发生能级交叉. 外加的相互作用(如由外加辐射场产生)使二能级在交叉处的简并解除，避免了能级交叉的发生，能级随磁场变化(如图 2-14 中实线)①. 若辐射场的频率或磁场强度变化很快，原子就能从一个能级跃迁到另一能级. 这就是朗道-齐纳跃迁. 该跃迁的跃迁概率是

$$P=1-\mathrm{e}^{-\pi\Lambda}, \tag{2.3.41}$$

式中

$$\Lambda=\Omega^2\Big/\frac{\mathrm{d}\Delta}{\mathrm{d}t}=\Omega^2\Big/\frac{2\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}; \tag{2.3.42}$$

Ω 就是引起能级跃迁的相互作用(如辐射场)所产生的拉比频率(式(2.3.10)(b))；Δ 是以频率表示的两个能级的能量差：$\Delta=\omega_1-\omega_2$. 由于塞曼能级的能量随磁场作反方向的对称变化，$\mathrm{d}\Delta/\mathrm{d}t=2\mathrm{d}\omega/\mathrm{d}t$($\mathrm{d}\omega/\mathrm{d}t$ 就是实际的外加辐射场频率的扫描速率). 在制备玻色-爱因斯坦凝聚的实验中，必须利用蒸发冷却的方法，把磁阱中的高能原子从阱中赶出去，即采用频率迅速变化的射频场把阱中原子从俘获态转变为逃逸态，依靠的就是朗道-齐纳跃迁.

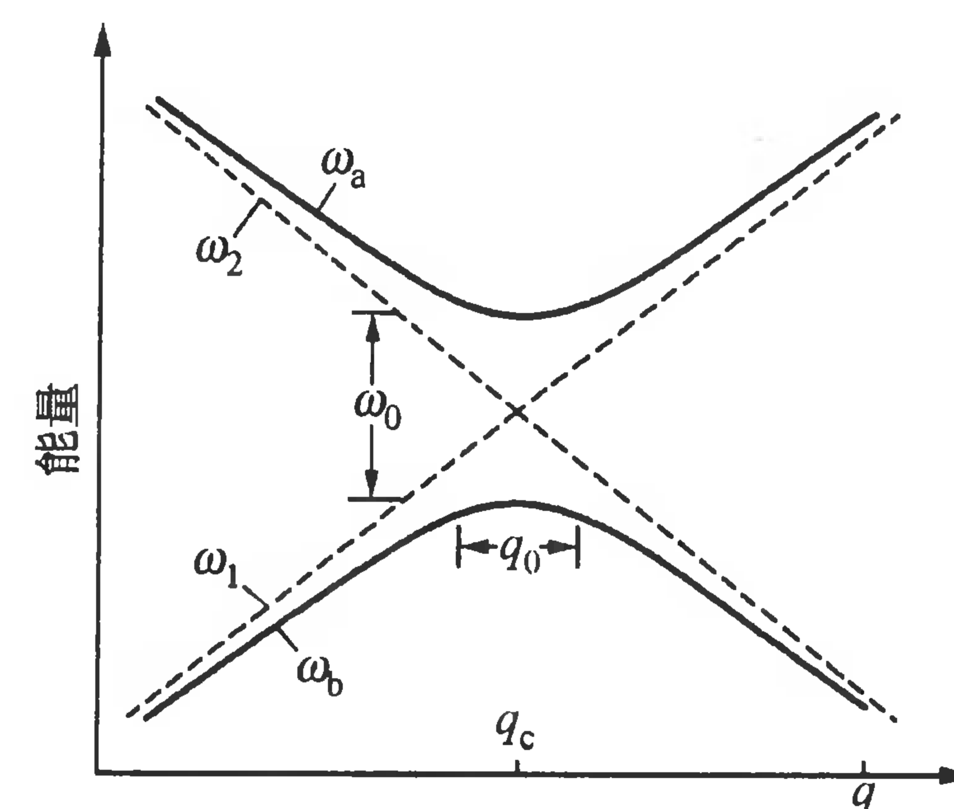


图 2-14 产生朗道-齐纳跃迁的典型情况

① 这个问题的详细论述参见文献[4](第 I 卷第 467 页)等有关量子力学的文献.

§ 2.4 吸收和色散

吸收和色散是辐射场与原子系统相互作用的最重要的实验表现，它们在激光冷却原子中起着重要作用. 这里，我们强调原子系统意味着是大量原子的集体作用. 处理这样一群原子与辐射场的相互作用，不能简单地用一般的量子力学方法. 后者只涉及单个原子的行为，或者虽是一群原子，但却可以看成只有一个，因为它们的波函数相位是一致的(或称为原子状态是相干的). 而对于前者，原子集体中的原子处在不同能级上，原子之间还有相互作用，原子在各能级上以一定的概率分布. 统计物理上称这样一个原子系统为混合系综，在量子力学里要用密度矩阵来进行处理. 为此，我们先对密度矩阵作一简略的介绍.

2.4.1 密度矩阵

单个原子的状态可用波函数 ψ 来描述，而 ψ 又可按照它们的本征函数展开(如式(2.3.5))：

$$\psi = \sum_n c_n \psi_n = \sum_n c_n \mathrm{e}^{-\mathrm{i}E_n t/\hbar} \varphi_n = \sum_n a_n \varphi_n, \qquad (2.4.1)$$

这里 a_n，c_n都是与时间有关的系数. $|a_n|^2$ 表示原子处在 n 态的概率，其值在 0～1 之间.

一个可用算符描述的力学量 A 的量子力学期望值可表示为

$$\langle A \rangle = \langle \psi | A | \psi \rangle = \left\langle \sum_n a_n \varphi_n \right| \hat{A} \left| \sum_m a_m \varphi_m \right\rangle = \sum_{n,m} a_n^* a_m \langle \varphi_n | A | \varphi_m \rangle. \qquad (2.4.2)$$

这里有两种情况：(1) 单个原子或所有原子都处在同一状态. 这时，上式就可以完全地描述原子的行为，称为纯态. (2) 有大量原子的原子系统. 这时，我们不知道每一个原子的具体状况(即 c_n，c_m的值未知)，但却可以找到系统的平均值

$$\overline{\langle A \rangle} = \frac{1}{N} \sum_k N_k \langle \psi_k | A | \psi_k \rangle = \sum_n \sum_m \Big(\sum_k p_k a_{kn}^* a_{km} \Big) \langle \varphi_n | A | \varphi_m \rangle, \qquad (2.4.3)$$

式中上标“—”表示对系统的平均，N 表示系统中的总原子数，N_k 是处在 ψ_k 态的原子数，$p_k = N_k / N$ 是原子处在 k 态的概率(对纯态，显然有 $p_k = 1$). 为了描述原子系统的混合态，我们引进一个密度算符 ρ，并定义这个算符的矩阵元为

$$\rho_{nm} = \sum_k p_k a_{kn}^* a_{km} = \overline{a^* a_{km}}. \qquad (2.4.4)$$

这样，力学量的系统平均值可写为

$$\overline{\langle A \rangle} = \sum_{n,m} \rho_{nm} \langle \varphi_m | A | \varphi_n \rangle = \sum_n (\rho A)_{nn} = \mathrm{tr}(\rho A), \qquad (2.4.5)$$

式中 tr(…)表示矩阵的迹.

密度矩阵的矩阵元具有明显的物理意义：下角标为 mm 的对角矩阵元表示系统中原子处在 m 态的概率；而下角标为 mn 的非对角矩阵元则表示原子在 m，n 两个态之间的关联，是两个态的相干性的一种量度. 显然，当两个态完全没有关联(即相干性消失)时，非对角矩阵元为零.

引入密度矩阵的优点是，可以对混合态进行描述和计算(而纯态则作为它的一种简单特例($p_k = 1$)来处理)，使实际可观测量与波函数之间建立直接的联系. 显然，详细知道了密度矩阵元，我们就可求出系统力学量的期望值. 从式(2.4.2)可见，对于纯态，波函数可以任意乘以一个相位因子 exp(iα)(α 是相位)，其结果不变；而对混合态，就没有这种任意性了.

密度矩阵的一些基本性质叙述如下：

(1) 密度算符是厄米算符，即

$$\rho_{mn}^* = \rho_{nm}. \qquad (2.4.6)$$

(2) 密度算符的对角矩阵元反映原子系统在该能态的布居概率，有

$$\sum_n \rho_{nn} = \mathrm{tr}\rho = 1. \tag{2.4.7}$$

(3) 从薛定谔方程

$$\mathrm{i}\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H}\psi \tag{2.4.8}$$

可以求得密度矩阵的时间变化率

$$\frac{\mathrm{d}\rho_{nm}}{\mathrm{d}t} = \overline{a_n \frac{\mathrm{d}a_m^*}{\mathrm{d}t}} + \overline{a_n^* \frac{\mathrm{d}a_m}{\mathrm{d}t}} = \frac{1}{\mathrm{i}\hbar}\sum_k (H_{nk}\rho_{km} - \rho_{nk}H_{km}); \tag{2.4.9}$$

上式也可写为

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{\mathrm{i}\hbar}[\hat{H},\rho]. \tag{2.4.10}$$

从上面性质(1)和(2)可知，对纯态有 $\rho^2=\rho$，因此 $\mathrm{tr}\rho^2=1$.

求解密度矩阵方程，就可得到原子系统的状态和行为. 在下面讨论吸收和色散以及其他原子系统与辐射场相互作用的问题中，我们将广泛应用密度矩阵的概念和计算.

2.4.2 光学布洛赫方程和原子极化率

在外加辐射场作用下，原子系统会对该作用作出响应. 这种响应可以用极化率表述，我们很容易通过极化率引出吸收和色散.

我们讨论一个如图 2-11 所示的二能级原子系统与辐射场的相互作用. 原子系统的行为可用密度矩阵来描述，它随时间的变化由式(2.4.10)表达. 令

$$\hat{H} = \hat{H}_0 - \boldsymbol{E}(t)\cdot\boldsymbol{p} = \hat{H}_0 - E(t)p,$$

式中 p 是原子的偶极矩沿辐射电场方向上的投影. 对式(2.4.10)进行展开，可得密度矩阵对角元随时间的变化率

$$\frac{\mathrm{d}\rho_{11}}{\mathrm{d}t} = \mathrm{i}\Omega_1(t)(\rho_{21}-\rho_{12}) = \mathrm{i}\Omega_1(t)(\rho_{21}-\rho_{21}^*), \tag{2.4.11}$$

$$\frac{\mathrm{d}\rho_{22}}{\mathrm{d}t} = -\mathrm{i}\Omega_1(t)(\rho_{21}-\rho_{21}^*); \tag{2.4.12}$$

非对角矩阵元的变化率为

$$\frac{\mathrm{d}\rho_{21}}{\mathrm{d}t} = \frac{E_1-E_2}{\mathrm{i}\hbar}\rho_{21} - \mathrm{i}\Omega_1(t)(\rho_{22}-\rho_{11})$$
$$= -\mathrm{i}[\omega_a\rho_{21} + \Omega_1(t)(\rho_{22}-\rho_{11})], \tag{2.4.13}$$

其中

$$\Omega_1(t) = E(t)p_{21}/\hbar \tag{2.4.14}$$

是类似于式(2.3.10)(b)表达的辐射场作用下的拉比频率，它代表辐射场与原子相互作用的大小；但这里辐射电场强度 $E(t)$ 是与时间有关的，ω_a 是原子共振频率. 以上演算中用到了密度算符的厄米性质(式(2.4.6))以及上、下两个电偶极矩跃迁矩阵元相等($p_{21}=p_{12}=p$)等性质. 对于 ρ_{12}，也可写出相应的式子.

因为密度算符的对角矩阵元代表所在能级原子的布居概率，它们的差是描写原子系统性质和行为的一个重要参量. 例如，在吸收过程中，随着原子系统吸收光而使下能级原子激发到上能级，上、下能级原子的布居数差逐渐减少. 这就是吸收效应的一种很好的表征. 因此，我们写出对角矩阵元的差随时间变化的关系：

$$\frac{\mathrm{d}(\rho_{11}-\rho_{22})}{\mathrm{d}t} = 2\mathrm{i}\Omega_1(t)(\rho_{21}-\rho_{21}^*). \tag{2.4.15}$$

由式(2.4.7)，显然有 $\rho_{11}+\rho_{22}=1$.

式(2.4.13)和(2.4.15)描写了在辐射场作用下原子系统状态的动态行为. 但是，正像§2.3 中所说，在原子系统中存在着一种弛豫作用，它使系统从一种非平衡状态恢复到该温度下的平衡态. 辐射场作用下，原子系统发生的吸收或受激发射等效应会使系统偏离原来的平衡态. 为了全面描述原子系统在辐射场和自发弛豫共同作用下的动态行为，需要在方程(2.4.13)和(2.4.15)中唯象地添加一些弛豫项. 考虑到弛豫效应以后，两方程成为

$$\frac{\mathrm{d}\rho_{21}}{\mathrm{d}t} = -\mathrm{i}[\omega_a\rho_{21} + \Omega_1(t)(\rho_{22}-\rho_{11})] - \frac{\rho_{21}}{T_2}, \tag{2.4.16}$$

$$\frac{\mathrm{d}(\rho_{11}-\rho_{22})}{\mathrm{d}t} = 2\mathrm{i}\Omega_1(t)(\rho_{21}-\rho_{21}^*) - \frac{(\rho_{11}-\rho_{22})-(\rho_{11}-\rho_{22})_0}{\tau}. \tag{2.4.17}$$

下面对所加的弛豫项作点说明：由于 ρ_{21}表示原子的相干性，在没有外加辐射场时，原子中两个状态之间是没有相位联系的，平均起来 $\rho_{21}=0$. 因此，当辐射场建立了原子中两个能态之间的相位关联时，自发的弛豫作用倾向于使相位关联消失，自发辐射、原子间的碰撞等是产生这类过程的原因. 这种消失过程以 T_2为时间常数按指数规律进行：

$$\rho_{21}(t) = \rho_{21}(0)\mathrm{e}^{-t/T_2}, \tag{2.4.18}$$

式中 $\rho_{21}(0)$是在辐射场作用下建立起来的 ρ_{21}的初始值. 同样，原子按能级的布居也有类似的弛豫过程：对一定温度下的热平衡系统，原子按能级分布遵照玻尔兹曼规律；外加辐射场产生吸收和受激发射等跃迁过程，使原子按能级的分布状况偏离了原来的热平衡分布. 自发的弛豫过程则倾向于恢复原来的分布. 产生这种过程的原因主要也是自发辐射，并且也是以指数规律进行的，其时间常数为 τ. 这种弛豫作用引起的原子布居数变化可表示为

$$\begin{aligned}\rho_{11}-\rho_{22} &= (\rho_{11}-\rho_{22})_0 + [(\rho_{11}-\rho_{22})^a - (\rho_{11}-\rho_{22})_0]\mathrm{e}^{-t/\tau} \\ &= (\rho_{11}-\rho_{22})^a\mathrm{e}^{-t/\tau} + (\rho_{11}-\rho_{22})_0(1-\mathrm{e}^{-t/\tau}),\end{aligned} \tag{2.4.19}$$

这里$(\rho_{11}-\rho_{22})^a$ 是能级原子数差的初始值，而$(\rho_{11}-\rho_{22})_0$ 是该温度下的热平衡差值. 由此式可见，能级的原子数差随时间的变化是：弛豫过程一方面从辐射场所建立的初始值衰减为零；另一方面又最终使系统恢复到热平衡时的值. 它们都以时间常数 τ 按指数变化.

将式(2.4.18)和(2.4.19)分别加到密度矩阵元的时间变化率的方程(2.4.10)中，就得到两个密度矩阵元随时间演化的方程(2.4.16)和(2.4.17)，其等式右边最后一项分别表示弛豫作用.

要了解原子系统随时间变化的行为，需求解方程(2.4.16)和(2.4.17). 从式(2.4.4)我们知道，ρ_{21}包含一个与时间有关的因子 $\exp[\mathrm{i}(E_2-E_1)t/\hbar]=\exp(\mathrm{i}\omega_a t)$对系统的平均值. 在近共振情况

下，可以把这个时间因子的频率 ω_a 看成与辐射场的频率相差无几. 这样，我们在求解上述方程时引入两个新的随时间慢变化的变量 σ_{21}和 σ_{12}，它们由下式定义：

$$\rho_{21}(t) = \sigma_{21}(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}, \quad \rho_{12}(t) = \rho_{21}^*(t) = \sigma_{12}(t)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}. \tag{2.4.20}$$

将式(2.4.20)代入方程(2.4.16)和(2.4.17)，并认为辐射场是由式(2.3.9)所表达的振荡场，得到

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{21}}{\mathrm{d}t} = \mathrm{i}(\omega-\omega_a)\sigma_{21} + \frac{\mathrm{i}\Omega}{2}(\rho_{11}-\rho_{22}) - \frac{\sigma_{21}}{T_2}, \tag{2.4.21}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\rho_{11}-\rho_{22}) = \mathrm{i}\Omega(\sigma_{21}-\sigma_{21}^*) - \frac{(\rho_{11}-\rho_{22})-(\rho_{11}-\rho_{22})_0}{\tau}. \tag{2.4.22}$$

在推导上式过程中我们又用到旋转波近似，即忽略指数中 $\mathrm{i}(\omega+\omega_a)t$ 和 $2\mathrm{i}\omega t$ 的项，因为这些代表随时间快变化的成分被平均掉了，在实验中不可能被观察到. 式中的 Ω 已是式(2.3.10)表示的拉比频率；若辐射场振幅固定，它与时间无关.

方程(2.4.21)和(2.4.22)在形式上与磁共振中在外磁场和射频磁场双重作用下描写磁化矢量运动的布洛赫(Bloch)方程非常相似，所以也叫做光学布洛赫方程(optical Bloch equation，OBE). 实际上，它们在物理意义上也是非常相近的：非对角矩阵元的存在反映磁化矢量的横向分量，因此方程(2.4.21)代表磁化矢量横向分量的运动，T_2常称为横向弛豫时间；而对角矩阵元之差反映磁化矢量纵向分量的大小，所以 τ 又常称为纵向弛豫时间，一般以 T_1表示. 以后我们会看到，τ 实际上就是上能级寿命；不过这里可以把光学布洛赫方程看成是描写极化矢量运动的. 确实，原子系统的电极化是大量原子电偶极矩的宏观表现，我们有

$$\begin{aligned}P &= N\overline{\langle p\rangle} = N\mathrm{tr}(\rho p) = N(\rho_{11}p_{11} + \rho_{12}p_{21} + \rho_{21}p_{12} + \rho_{22}p_{22}) \\ &= Np(\rho_{12}+\rho_{21}) = Np(\sigma_{12}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} + \sigma_{21}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}),\end{aligned} \tag{2.4.23}$$

这里应用了 $p_{11}=p_{22}=0$，$p_{12}=p_{21}=p$ 及式(2.4.20). 因此，解得方

程(2.4.21)和(2.4.22)就可以得到系统的宏观电极化.

一般地,求解方程(2.4.21)和(2.4.22)是比较困难的.但是,我们可以求得稳态解,即密度矩阵元不随时间变化的情况;实际就是外加辐射场的作用与弛豫过程相平衡的情况.从式(2.4.23),并用 $\sigma_{21}=\sigma_{12}^*$,可得

$$\overline{\langle p\rangle} = 2p[\mathrm{Re}\sigma_{21}(t)\cos(\omega t) + \mathrm{Im}\sigma_{21}(t)\sin(\omega t)]. \tag{2.4.24}$$

令两微分方程(2.4.21)和(2.4.22)等号左边为零,经过演算整理,我们得到

$$\mathrm{Im}\,\sigma_{21} = \frac{\Omega T_2\,(\rho_{11}-\rho_{22})_0/2}{1+(\omega-\omega_a)^2T_2^2+\Omega^2T_2\tau}, \tag{2.4.25}$$

$$\mathrm{Re}\,\sigma_{21} = \frac{(\omega_a-\omega)T_2^2\Omega\,(\rho_{11}-\rho_{22})_0/2}{1+(\omega-\omega_a)^2T_2^2+\Omega^2T_2\tau}, \tag{2.4.26}$$

$$\rho_{11}-\rho_{22} = (\rho_{11}-\rho_{22})_0\frac{1+(\omega-\omega_a)^2T_2^2}{1+(\omega-\omega_a)^2T_2^2+\Omega^2T_2\tau}, \tag{2.4.27}$$

以上三式称为光学布洛赫方程,其中前两式代表宏观电极化

$$P=\Delta N_0 p\Omega T_2\frac{\sin(\omega t)+(\omega_a-\omega)T_2\cos(\omega t)}{1+(\omega-\omega_a)^2T_2^2+\Omega^2T_2\tau}, \tag{2.4.28}$$

其中 ΔN_0 是热平衡下原子系统上下能级的布居数差:$\Delta N_0=N(\rho_{11}-\rho_{22})_0$;而方程(2.4.27)就表示在辐射场作用下原子系统的布居数差

$$\Delta N = N(\rho_{11}-\rho_{22}) = \Delta N_0\frac{1+(\omega-\omega_a)^2T_2^2}{1+(\omega-\omega_a)^2T_2^2+\Omega^2T_2\tau}. \tag{2.4.29}$$

在外电场作用下,原子系统的宏观极化可用极化率 χ 表示.一般情况下,χ 是复数:

$$\chi = \chi' - \mathrm{i}\chi''; \tag{2.4.30}$$

而宏观极化则可写为

$$P(t)=\mathrm{Re}(\varepsilon_0\chi E_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t})=\varepsilon_0E_0[\chi'\cos(\omega t)+\chi''\sin(\omega t)]. \tag{2.4.31}$$

比较式(2.4.28)与(2.4.31),就得到极化率的实部和虚部:

$$\chi'(\omega) = \frac{p^2T_2\Delta N_0}{\varepsilon_0\hbar}\frac{(\omega_a-\omega)T_2}{1+(\omega-\omega_a)^2T_2^2+\Omega^2T_2\tau}, \tag{2.4.32}$$

$$\chi''(\omega) = \frac{p^2T_2\Delta N_0}{\varepsilon_0\hbar}\frac{1}{1+(\omega-\omega_a)^2T_2^2+\Omega^2T_2\tau}. \tag{2.4.33}$$

这样,我们就把微观的密度矩阵元与宏观的观察量极化率联系起来了.这对下面理解吸收和色散以及激光冷却的原理很有用.

2.4.3　吸收和色散

现在来解释 χ 的物理意义.我们知道,电位移矢量的定义是[7]

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0\boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} + \boldsymbol{P}_t = \varepsilon\boldsymbol{E} + \varepsilon_0\chi\boldsymbol{E},$$

这里 ε 是介质的电容率.我们有意把来自原子跃迁的共振项单独放在最后一项,以示区别于其他非共振项.上式可以改写为

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon\left[1+\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}\chi(\omega)\right]\boldsymbol{E} = \varepsilon'(\omega)\boldsymbol{E}, \tag{2.4.34}$$

关于原子跃迁的信息都寄托在 χ 上.

考虑电磁波以平面波形式沿 z 方向传播,有

$$E(z,t) = \mathrm{Re}[E\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t-k'z)}]. \tag{2.4.35}$$

根据式(2.1.9),又因 $\chi\ll1$ 和式(2.4.30),上式中的 k' 可写成

$$k'(\omega)=\omega\sqrt{\mu\varepsilon'} = k\left(1+\frac{\varepsilon_0}{2\varepsilon}\chi\right)$$
$$= k\left[1+\frac{\chi'(\omega)}{2n_r^2}\right]-\mathrm{i}\frac{k\chi''(\omega)}{2n_r^2}, \tag{2.4.36}$$

这里 $k=\omega\sqrt{\mu\varepsilon}=n_c\omega/c$ 是介质中的波数,μ 是介质磁导率,n_r是折射率:$n_r=(\varepsilon_0/\varepsilon)^{1/2}$①,$c$ 是真空中的光速.把上式代入式(2.4.35),得到

① 注意,n_r 表示非共振介质的部分,与频率无关.

$$E(z,t)=\mathrm{Re}[E\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t-\mathrm{i}(k+\Delta k)z+(\gamma/2)z}]. \tag{2.4.37}$$

由此式可见,介质极化率的作用使波矢的大小发生变化:

$$\Delta k=k\chi'(\omega)/2n_{\mathrm{r}}^{2}. \tag{2.4.38}$$

它反映共振介质折射率的变化,影响光波的传播速率,并与频率有关,因此代表色散. 与 χ' 有关的部分只关系到共振介质极化率的实部,所以 χ' 代表色散. 此外,指数中 $(\gamma/2)z$ 一项表示电磁波在传播过程中振幅的变化;一般情况下 $\gamma<0$,因此代表吸收. 我们有吸收系数

$$\gamma=-k\chi''(\omega)/n_{\mathrm{r}}^{2}. \tag{2.4.39}$$

显然,在传播过程中电磁波的强度变化为

$$I=I_0\mathrm{e}^{\gamma(\omega)z}=I_0\mathrm{e}^{-k\chi''z/n^2}. \tag{2.4.40}$$

一般情况下 $\chi''>0$,振幅是衰减的,所以它也代表吸收. 上式就是描述光传播过程中因吸收而衰减的朗伯(Lambert)定律,从中可求得单位体积中光功率的衰减

$$P_{\mathrm{a}}=-\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}z}=-I\gamma(\omega)=\frac{\omega\varepsilon_0}{2}\chi''E_0^2, \tag{2.4.41}$$

这里应用了 $I=c\varepsilon E_0^2/2n_{\mathrm{r}}$, $k=n_{\mathrm{r}}\omega/c$ 及 $n_{\mathrm{r}}^2=\varepsilon/\varepsilon_0$.

我们还可从跃迁概率求得由于吸收而产生的光功率的衰减. 显然,单位时间内辐射场能量的损耗决定于能级原子数差与单位时间内跃迁数(跃迁概率)和光子能量的乘积:

$$\begin{aligned}P_{\mathrm{a}}&=(N_1-N_2)W_{12}\hbar\omega\\&=(\rho_{11}-\rho_{22})N\frac{\pi\Omega^2}{2}\hbar\omega g(\omega),\end{aligned} \tag{2.4.42}$$

式中 N_1,N_2 分别为单位体积中 1,2 能级的原子数,W_{12} 即稳态跃迁概率(式(2.3.23)). 从这里可见,吸收功率与上、下能级原子布居数差密切相关. 用式(2.3.10)和(2.4.29)将上式化简,再与式(2.4.41)比较,我们得到

$$\chi''(\omega)=\frac{\Delta N\pi p^2}{\varepsilon_0\hbar}g(\omega). \tag{2.4.43}$$

再将此式与式(2.4.33)作比较,可得线形函数的具体形式:

$$g(\omega)=\frac{1}{2\pi}g(\nu)=\frac{T_2/\pi}{1+(\omega-\omega_{\mathrm{a}})^2T_2^2}, \tag{2.4.44}$$

这称为洛伦兹线形. 显然,它具有共振性质,当 $\omega=\omega_{\mathrm{a}}$ 时,函数有最大值.

色散和吸收是带有共振跃迁的原子介质对辐射场作用的两种不同的响应. 它们同时存在,前者与辐射场的变化同相位,后者则有 $\pi/2$ 的相位差. 两种不同响应之间存在的普遍联系称为克拉默斯-克勒尼希(Kramers-Kronig)关系[7],可以证明 χ' 和 χ'' 的表达式分别如下:

$$\chi'(\omega)=\frac{1}{\pi}\mathrm{P.V.}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\chi''(\omega')}{\omega'-\omega}\mathrm{d}\omega', \tag{2.4.45}$$

$$\chi''(\omega)=-\frac{1}{\pi}\mathrm{P.V.}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\chi'(\omega')}{\omega'-\omega}\mathrm{d}\omega', \tag{2.4.46}$$

式中"P. V."表示积分主值. 应该说,克拉默斯-克勒尼希关系是物理世界的一个普遍规律. 它反映一种作用产生的效应总有一部分能瞬间跟上,而另一部分会有点滞后(这两部分响应分别用实部和虚部来表示);它们之间是有关联的. 图 2-15 是描述色散和吸收随辐射场频率变化的曲线. 由图可见,它们都具有共振性质:吸收曲线沿中心呈对称分布,共振频率处有极大值;而色散曲线则沿 $\omega=\omega_{\mathrm{a}}$ 的轴呈反对称分布,在共振频率处值为零.

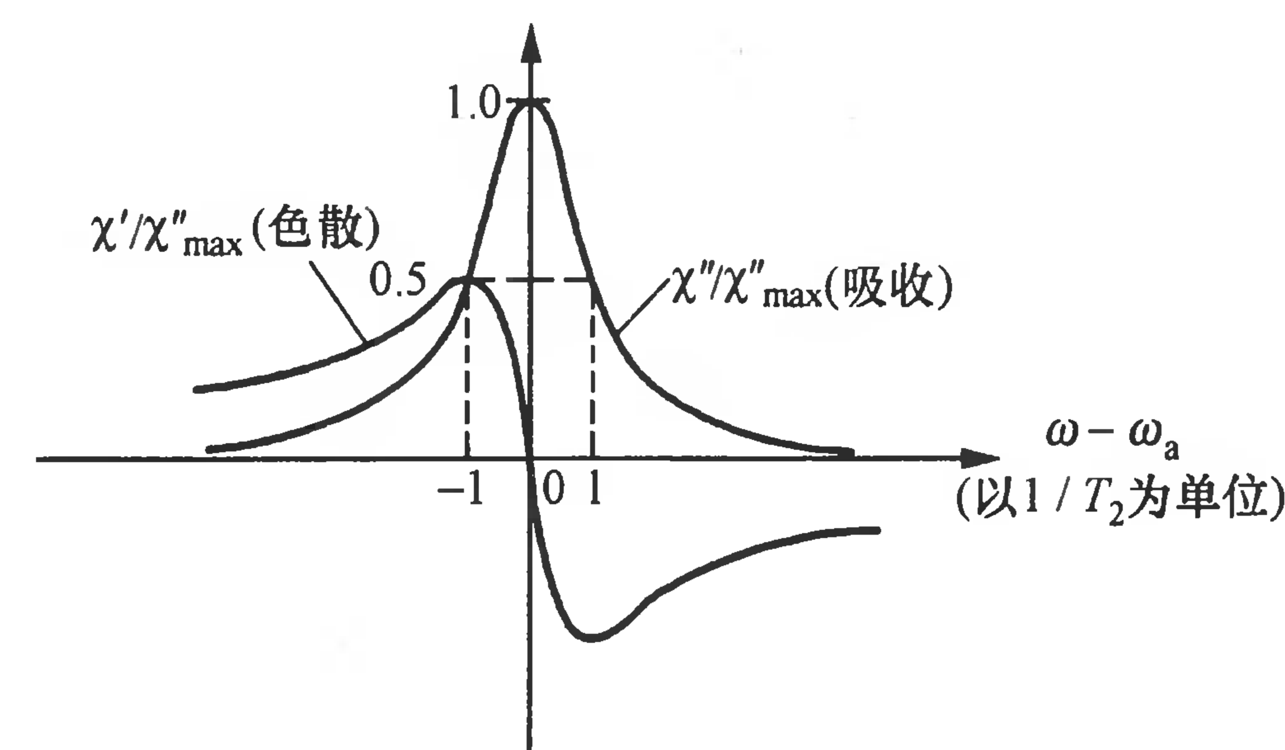


图 2-15 色散和吸收曲线随辐射场频率的变化

§ 2.5　谱线的增宽和位移

从式(2.4.43)和(2.4.44)可见,原子系统对外加辐射场的吸收是与辐射频率有关的,带有共振性质,即辐射场的频率符合原子跃迁频率时有最大值的特征.对辐射场频率进行扫描,我们可以在原子跃迁频率附近记录辐射场能量被吸收的实验现象,这就是共振吸收.若原子有多个跃迁频率,我们就会发现一系列共振吸收,形成吸收谱.每条吸收曲线称为吸收谱线.吸收量等于最大值的1/2处两个频率的间隔称为谱线宽度(有时也称为全宽度,因为有的文献称其半值为谱线宽度).由于反映出原子系统与辐射场相互作用过程中的许多信息,谱线宽度是一个重要的参量,我们将对它进行较细致的讨论.此外,这种相互作用过程中的原子跃迁频率也会发生某种变化,称为谱线位移或频移.在激光冷却原子过程中,这种谱线位移也有重要作用.

2.5.1　饱和与饱和增宽

从§2.4我们知道,外加辐射场作用下原子系统的吸收功率是二能级的原子数差乘以跃迁概率和光子能量,即

$$P_a = \Delta N \frac{\pi \Omega^2 \hbar\omega}{2} \frac{T_2/\pi}{1+(\omega-\omega_a)^2 T_2^2}$$

$$= \Delta N_0 \frac{\Omega^2 \hbar\omega T_2/2}{1+(\omega-\omega_a)^2 T_2^2 + \Omega^2 T_2 \tau}, \qquad (2.5.1)$$

这里我们应用了式(2.4.29)和(2.4.44).显然,P_a与辐射频率有关.当外加辐射场能量较低($\Omega^2 T_2 \tau \ll 1$)时,能级的原子数分布基本上保持着热平衡时的状况(即$\Delta N \approx \Delta N_0$),吸收功率与辐射场的能量成正比(即正比于$\Omega^2$),而它随频率变化的因子则主要决定于线形函数(2.4.44)(除了正比于ω的慢变化以外).这时谱线宽度可用下式表示:

$$\Delta\omega = 2/T_2 \quad 或 \quad \Delta\nu = 1/\pi T_2. \qquad (2.5.2)$$

故谱线宽度与弛豫时间成反比.弛豫时间可以看成是原子状态的寿命,寿命越短,谱线宽度越大.这与量子力学的不确定性关系($\Delta E\tau \approx \hbar$)非常相似,都源于物理世界的本质.

在这种情况下,如果把吸收功率写成$P_a = \Delta N_0 W_{12} \hbar\omega$,则跃迁概率可用下式表达:

$$W_{12} = \frac{T_2}{2} \frac{\Omega^2}{1+(\omega-\omega_a)^2 T_2 + \Omega^2 T_2 \tau}. \qquad (2.5.3)$$

当辐射场的强度较大时,由于下能级原子被激发,上、下能级原子数差(式(2.4.29))降低.这时,描述吸收功率随辐射场频率变化的线形函数会随之发生变化.根据式(2.5.1)和线形函数的归一化条件(2.3.21),我们有

$$g(\omega) = \frac{T_2}{\pi} \frac{\sqrt{1+\Omega^2 T_2 \tau}}{1+(\omega-\omega_a)^2 T_2^2 + \Omega^2 T_2 \tau}. \qquad (2.5.4)$$

因此,两个半高度处的频率间隔(即谱线宽度)为

$$\Delta\omega(\Omega) = \frac{2}{T_2}\sqrt{1+\Omega^2 T_2 \tau}. \qquad (2.5.5)$$

显然,谱线宽度增加了,其增宽的程度随辐射场强度增加而增大.这种情况称为饱和,而这类谱线增宽称为饱和增宽.在物理上,饱和是在以下这种情况下发生的:辐射场的强度很大,由它引起能级原子数差减小的速率超过了弛豫使原子数差恢复热平衡的速率.在饱和情况下,辐射场引起原子跃迁的频率范围大大扩展.图2-16描述了随着辐射场强度增大(曲线Ⅰ～Ⅵ)而发生的谱线形状的变化;$\Delta N_0 \hbar\omega/2\tau$对

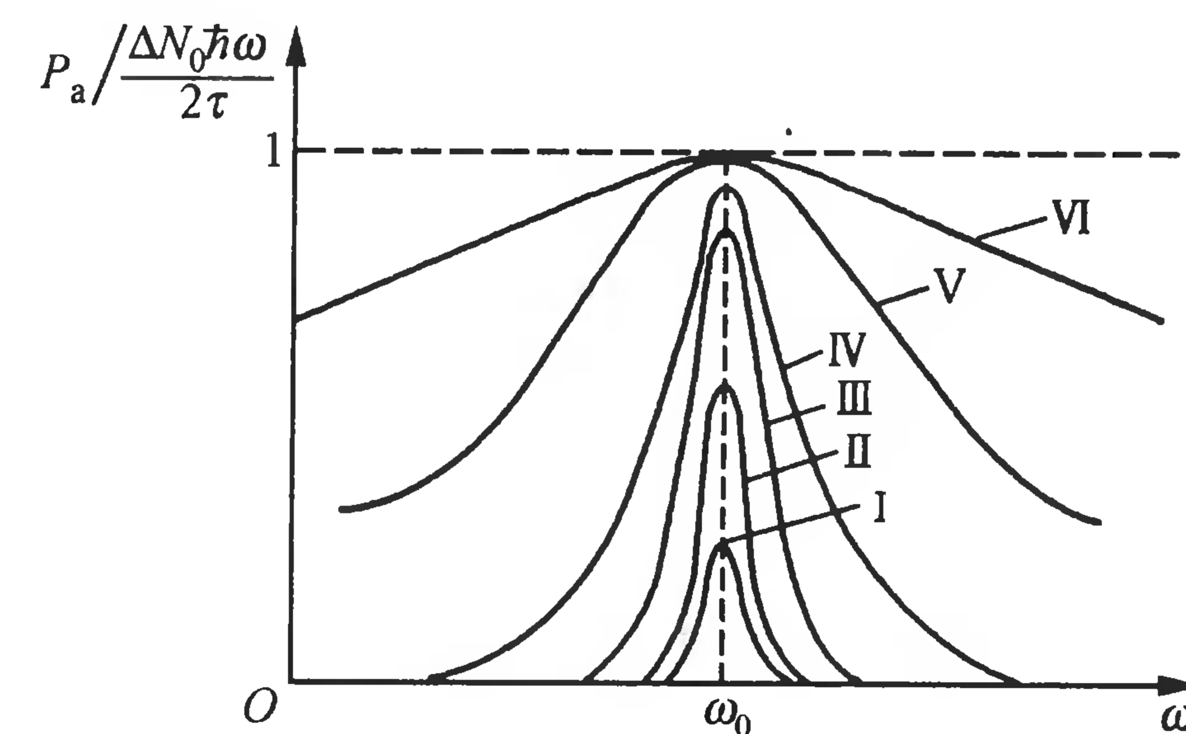


图2-16　不同辐射场功率情况下的谱线形状的变化与谱线Ⅰ～Ⅵ对应的辐射场功率逐渐增大.

一个原子系统来说是一个定值.

为了描述原子跃迁饱和的程度,我们引入一个饱和因子 s:

$$s = \Omega^2 T_2 \tau = I/I_s, \tag{2.5.6}$$

这里 I_s 是饱和光强,它是 Ω^2 相当于 $1/T_2\tau$(即 $s=1$)时的光强,而谱线宽度就成为

$$\Delta\omega = \frac{2}{T_2}\sqrt{1+s}. \tag{2.5.5'}$$

当光辐射场为零时,完全没有饱和,$s=0$,线宽由式(2.5.2)给出;当 $s=1$ 时,$\Delta\omega$ 增加到$\sqrt{2}$倍,可以认为达到了明显饱和;当完全饱和时,$s\to\infty$,$\Delta\omega\to\infty$,这时谱线失去了共振性质.因此,在光谱实验中,饱和是需要避免的;但对一般原子跃迁来说,饱和功率比较大,严重饱和的情况实际上不常发生.

从式(2.5.5')我们还看到,原子谱线的饱和增宽可以看成是系统实际弛豫时间缩短的结果;也就是说,在辐射场作用下,原子状态的寿命缩短了,根据不确定性原理,谱线就会增宽.

当存在饱和($s\approx1$)时,χ''减小,由式(2.4.39)可知,在共振情况下,吸收系数 γ 为无饱和($\Omega\to0$)时的 1/2;吸收功率则可因与入射功率成正比而达到最大值 $\Delta N_0\hbar\omega/2\tau$.

现在,我们来求饱和光强.从 § 2.4 我们知道,辐射场破坏原子按能级的热平衡分布时,主要靠自发辐射的弛豫机制使原子恢复平衡,其时间常数 τ 实际上就是上能级的寿命,它是自发辐射概率的倒数.实际上,我们还常把 $1/\tau$(也称为弛豫速率或自发辐射率)表示为 Γ.根据式(2.3.29),有

$$\Gamma = P_{sp} = \frac{1}{\tau} = \frac{\omega^3 p^2}{3\pi\hbar c^3\varepsilon_0}. \tag{2.5.7}$$

至于横向弛豫时间 T_2,对于光跃迁,其主要弛豫机制也是自发辐射.使原子状态间相干性消失的弛豫过程显然要比单次跃迁就改变能级原子数差的纵向弛豫过程慢,可以认为

$$T_2 = 2\tau \quad \text{或} \quad 1/T_2 = \Gamma/2. \tag{2.5.8}$$

而式(2.5.3)则可改写成跃迁概率的标准表达式:

$$W_{12} = \frac{\Gamma}{2}\frac{\Omega^2/2}{\delta^2+\Omega^2/2+\Gamma^2/4}. \tag{2.5.9}$$

根据式(2.5.2),有

$$\Delta\omega = \Gamma, \tag{2.5.10}$$

所以 Γ 就是谱线的自然线宽.从数学上看,这与激发态波函数的指数衰减因子 $\exp(-\Gamma t/2)$有关.原子状态的概率与波函数的复共轭平方成正比,即与 $\exp(-\Gamma t)$有关,故其衰减的时间常数为 $1/\Gamma$;而与横向弛豫有关的非对角矩阵元只含有单个激发态波函数,因此其衰减的时间常数为 $2/\Gamma$.这样,我们有饱和因子

$$s = 2\Omega^2\tau^2 = \frac{2\Omega^2}{\Gamma^2} = \frac{I}{I_s}, \tag{2.5.11}$$

由于

$$I = \frac{c\varepsilon E_0^2}{2n_r} = \frac{cn\varepsilon_0 E_0^2}{2}, \tag{2.5.12}$$

其中 n_r是原子介质的折射率:$n_r\approx1$.当 $s=1$ 时,从上式及式(2.3.10)得到

$$I_s = \frac{c\varepsilon_0\hbar^2\Gamma^2}{4n|p|^2} = \frac{\hbar\omega^3\Gamma}{12n\pi c^2}, \tag{2.5.13}$$

它的单位是 W/m^2,实际应用中常采取 mW/cm^2.

2.5.2　多普勒频移与增宽,反冲频移

在一般温度下,原子总是处在运动之中.这给原子与辐射场的相互作用过程带来了多普勒效应,运动原子感受到的表观频率 ω' 相对于辐射频率 ω 产生了移动.设原子的运动速度为 $\boldsymbol{v}$,辐射频率为 ω,则频移值为

$$\delta\omega_D = \omega' - \omega = -\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{v} = -\frac{v}{c}\omega\cos\theta, \tag{2.5.14}$$

式中 θ 是原子的速度方向与电磁波传播方向(即 $\boldsymbol{k}$ 的方向)的夹角,c 是光速.

多普勒效应来源于观测时间 Δt 里原子感受到的电磁波相位比静止时增加了 $\Delta\phi_D$：

$$\Delta\phi_D = -\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{v}\Delta t = -\Delta x/\lambdabar, \tag{2.5.15}$$

这里 Δx 是 Δt 时间里原子走过的路程，$\lambdabar=\lambda/2\pi$. 由此可见，若在观测时间内原子走过的路程远小于波长，多普勒效应就可有效地抑制. 这就是 Lamb-Dicke 效应[25].

激光冷却原子实验使用的都是气体. 在气体中，原子以不同的速率和方向作着无规运动，因此不同原子的多普勒频移是不同的，从而造成共振频率有一个分布. 气体原子的谱线是大量表观共振频率不同的原子谱线的集合. 每条谱线的成分依赖于速度相应于该频率的原子数. 根据气体分子运动论，在一定温度 T 下达到热平衡时原子的速度分布遵照麦克斯韦分布函数. 令 $u=v\cos\theta$ 表示沿辐射场传播方向上原子的速度分量，则速度分量在 $u\sim u+\mathrm{d}u$ 之间的原子数为

$$\mathrm{d}N = \frac{N_0}{\alpha\sqrt{\pi}}\mathrm{e}^{-u^2/\alpha^2}\mathrm{d}u, \tag{2.5.16}$$

其中

$$\alpha = \sqrt{2k_BT/m} \tag{2.5.17}$$

是原子的最概然速率，m 是原子质量，k_B是玻尔兹曼常数. 根据式(2.5.14)，对应于速度为 u 的多普勒频移的原子共振频率 $\omega=\omega_a(1+u/c)$，因此表观共振频率在 $\omega\sim\omega+\mathrm{d}\omega$ 之间的原子数为

$$\mathrm{d}N = \frac{N_0}{\alpha\sqrt{\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{c^2}{\alpha^2}\left(\frac{\omega-\omega_a}{\omega_a}\right)^2}\frac{c}{\omega_a}\mathrm{d}\omega. \tag{2.5.18}$$

这是一个分布函数，它反映谱线的频率分布. 利用归一化条件，得到线形函数

$$G(\omega) = \frac{c}{\alpha\omega_0\sqrt{\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{c^2}{\alpha^2}\left(\frac{\omega-\omega_a}{\omega_a}\right)^2}. \tag{2.5.19}$$

这条谱线的形状称为高斯线形 $\mathscr{G}$. 它和前面提到的洛伦兹线形 $\mathscr{L}$

有明显的差别，如图 2-17 所示. 实际的线形往往由两种不同的因素形成，可由两种分布的卷积表示，介于 $\mathscr{G}$ 和 $\mathscr{L}$ 之间，称为沃伊特(Voigt)线形(图 2-17 中的曲线 $\mathscr{V}$)[14].

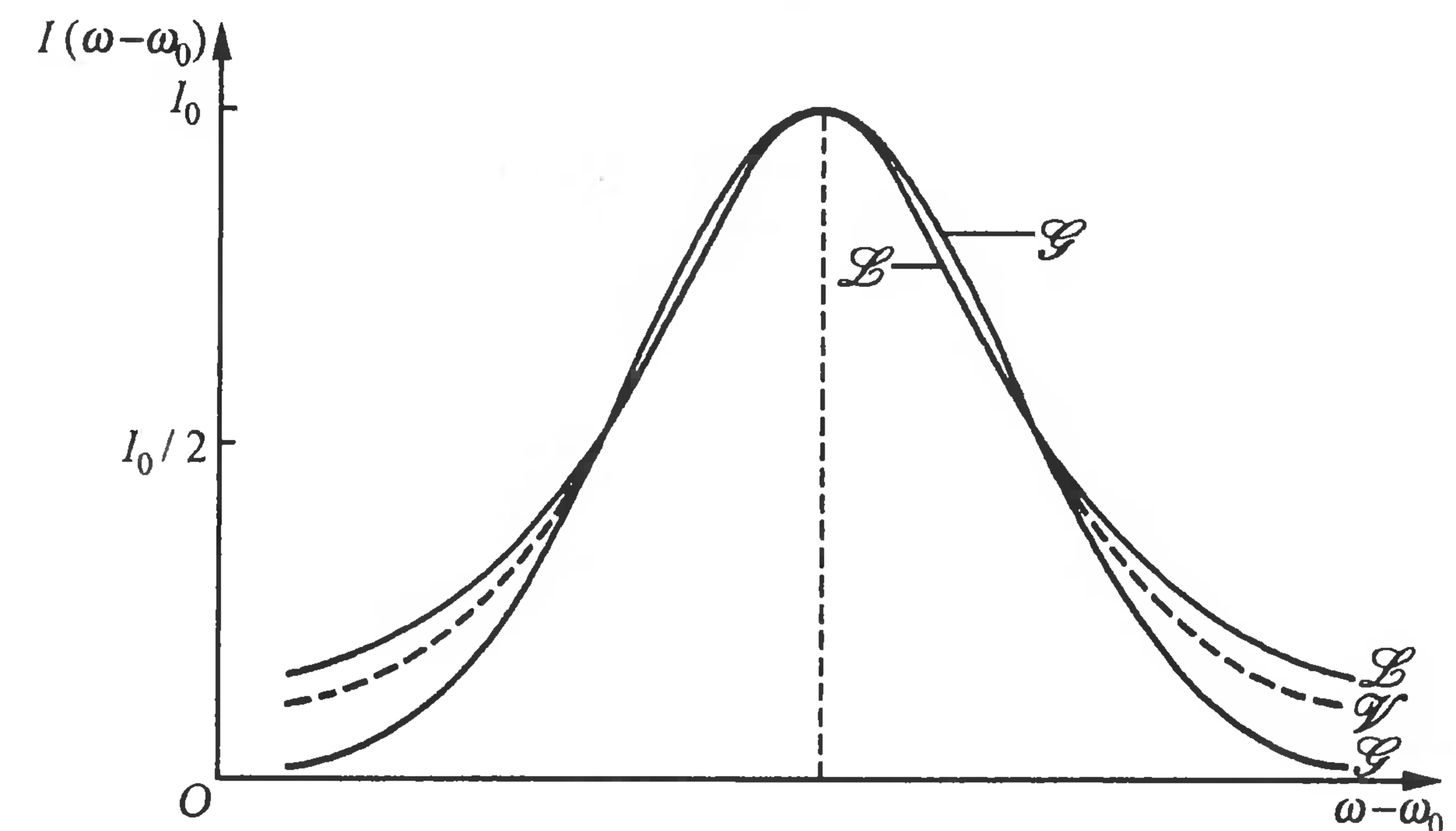


图 2-17 洛伦兹线形 $\mathscr{L}$、高斯线形 $\mathscr{G}$ 和沃伊特线形 $\mathscr{V}$ 的区别[14]

从式(2.5.19)可见，多普勒增宽的线宽是

$$\Delta\omega_D = 2\alpha\omega_a\sqrt{\ln 2}/c. \tag{2.5.20}$$

这样，我们还可把多普勒增宽线的线形函数改写成

$$G(\omega) = \frac{2}{\Delta\omega_D}\sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}}\mathrm{e}^{-4\ln 2\left(\frac{\omega-\omega_a}{\Delta\omega_D}\right)^2}. \tag{2.5.21}$$

这一宽度唯一地决定于温度和原子质量. 我们把原子质量 m 化为原子量 M，并代入 k_B，得到

$$\Delta\omega_D = 7.163\times10^{-7}\omega_a\sqrt{T/M}$$

或

$$\Delta\nu_D = 7.163\times10^{-7}\nu_a\sqrt{T/M}. \tag{2.5.22}$$

均匀增宽与非均匀增宽

多普勒增宽与前面所说的“饱和增宽”有原则上的区别. 在饱和增宽情况下，所有原子对同一辐射场作用的响应是一致的，增宽对所有原子都是相同的，谱线的每一部分都是所有原子共同贡献的结果. 因此，不可能区分谱线中的哪一部分是属于某一群原子

的.而多普勒增宽则不同,原子系统的总谱线是各条原子谱线的叠加,不同运动速度的原子分别贡献谱线的不同部分.因此,如果我们能够从系统中抽走某一群特定速度的原子,就会造成谱线部分缺损.我们称前者为均匀增宽,后者为非均匀增宽.此外,2.3.2 小节提到的因系统中原子处于不同状况而产生跃迁频率不同所引起的增宽也是非均匀增宽.这些概念对激光和激光冷却原子都有重要意义.

反冲频移

从量子观点来看,多普勒效应是辐射与原子相互作用过程中要求保持动量和能量守恒的必然结果.根据这样的分析,辐射过程还会发生由于光子和原子交换动量而产生的反冲频移.假定原子沿着辐射场传播的方向运动,且原子吸收光子,则根据动量与能量守恒原理,原子与光子合成体系在吸收前后的动量和能量分别为

$$mv_0 + \hbar\omega/c = mv,$$

$$\hbar\omega + mv_0^2/2 + E_m = mv^2/2 + E_n,$$

这里 v_0 和 v 分别为吸收前后原子的速度,$E_n - E_m = \hbar\omega_a$.从这两个方程可解得

$$\omega = \omega_a + \frac{\omega v_0}{c} + \frac{\hbar\omega^2}{2mc^2}. \qquad (2.5.23)$$

由于 $v_0/c \ll 1$,$\hbar\omega^2/mc^2 \ll 1$,近似地有

$$\omega \approx \omega_a\left(1 \pm \frac{v}{c} \pm \frac{\hbar\omega_a}{2mc^2}\right). \qquad (2.5.24)$$

由此可见,这种动量和能量交换使共振频率发生微小的移动.式(2.5.24)等号右边第二项就是多普勒频移.当原子与光同向运动时,要求提高共振频率;若原子速度与光的传播方向相反,则相应的"+"号要改为"−"号.第三项代表光子反冲频移.吸收过程使频率增加;若为发射过程,则相应的"+"号要改为"−"号.光子反冲效应在激光冷却原子实验中也起着重要作用,后面我们还会讨论到这个问题.

2.5.3 光位移

在 2.2.3 小节中我们说到,原子能级在外加的电磁场中会发生塞曼和斯塔克分裂或移动.若辐射场是交变的电磁场,在它的作用下原子能级是否也会产生类似的分裂或位移?显然,由于辐射场中电磁场的振幅迅速正负交替,一级斯塔克或塞曼效应被平均掉了.但是,二级效应则因正、负振幅提供相同的贡献而增强,因此辐射场将引起能级的变化.我们通常称之为交变电流(alternating current,AC)斯塔克或塞曼效应;在光场情况下,则称为光位移(light shift).

下面我们以交流斯塔克效应为例来进行说明(塞曼效应完全类似,只是起作用的是磁偶极矩和交变磁场的相互作用).式(2.2.24)表明,二级斯塔克效应引起的能级的能量移动与外加电场强度的平方(即与光强)成正比,其比例系数 α_p 为原子的二级极化率.在外加电磁场不太强的情况下,从通常量子力学教材关于微扰论的叙述中都可得到 α_p 的具体形式是

$$\alpha_p = 2\sum_n \frac{|\langle n|p|1\rangle|^2}{E_n - E_1}, \qquad (2.5.25)$$

这里 p 是原子的电偶极矩,$|\langle n|p|1\rangle|$ 是联系 n 和 1(基态)能级的跃迁矩阵元,E_1 是基态能级的能量,E_n 是激发态能级的能量.上式需要考虑所有激发态能级的贡献;但实际上,最近激发态(2 能级)的贡献是主要的.

在辐射电场情况下,若随时间变化的场强可用式(2.3.9)的振荡场形式表达,则由类似计算可得基态能级的移动为

$$\delta E_1 = \sum_n \frac{|\langle n|p|1\rangle|^2 E_0^2}{4}\left(\frac{1}{E_n - E_1 - \hbar\omega} + \frac{1}{E_n - E_1 + \hbar\omega}\right)$$

$$= -\frac{1}{2}\alpha_p(\omega)E_0^2, \qquad (2.5.26)$$

其中 E_0 为辐射电场振幅,

$$\alpha_p(\omega) = \sum_n |\langle n|p|1\rangle|^2 \frac{E_n - E_1}{(E_n - E_1)^2 - (\hbar\omega)^2}. \tag{2.5.27}$$

这个公式只涉及基态能级的移动；实际上，在外加辐射场的作用下，激发态能级也会发生移动. 从下面推导可见，激发态的能级位移与基态能级位移是反对称的.

光位移公式的严格推导，需要用到辐射场和原子相互作用的全量子理论. 这里采用一种变通的方法[26]：设有一个二能级系统，在辐射场作用下原子状态的变化可用类似 § 2.3 中求跃迁概率的方法解薛定谔方程，得到方程组(2.3.11)(a)，(b). 这里，方程等号右边的系数已经用旋转波近似把按光频率振荡的高频变化部分去掉了，但仍然与时间有关；而按薛定谔方程求能级的能量，需要解与时间无关的定态薛定谔方程 $\hat{H}\psi = E\psi$. 为此，进行变量替换，令

$$c_1'(t) = c_1(t), \quad c_2' = c_2(t)e^{i\delta t}, \tag{2.5.28}$$

于是方程组(2.3.11)(a)，(b)变成

$$i\hbar \frac{dc_1'(t)}{dt} = -\frac{\hbar\Omega}{2}c_2'(t), \qquad (2.5.29)(a)$$

$$i\hbar \frac{dc_2'(t)}{dt} = -\frac{\hbar\Omega}{2}c_1'(t) + \hbar\delta c_2'(t). \qquad (2.5.29)(b)$$

上述方程等号右边的系数与时间无关，可看成是新的哈密顿量 $\hat{H}'$ 的分量. 用它们形成新的定态薛定谔方程，可通过解下面的久期方程：

$$\begin{vmatrix} -E & -\hbar\Omega/2 \\ -\hbar\Omega/2 & \hbar\delta - E \end{vmatrix} = 0, \tag{2.5.30}$$

得到移动了的能级能量(见图 2-18)，它们是

$$E_{1,2} = \frac{\hbar(\delta \pm \sqrt{\delta^2 + \Omega^2})}{2} = \frac{\hbar(\delta \pm \Omega')}{2}. \tag{2.5.31}$$

若辐射场强不大，满足 $\Omega \ll \delta$，则除失谐因子 $\hbar\delta$ 外，有上、下两个能级的实际位移为

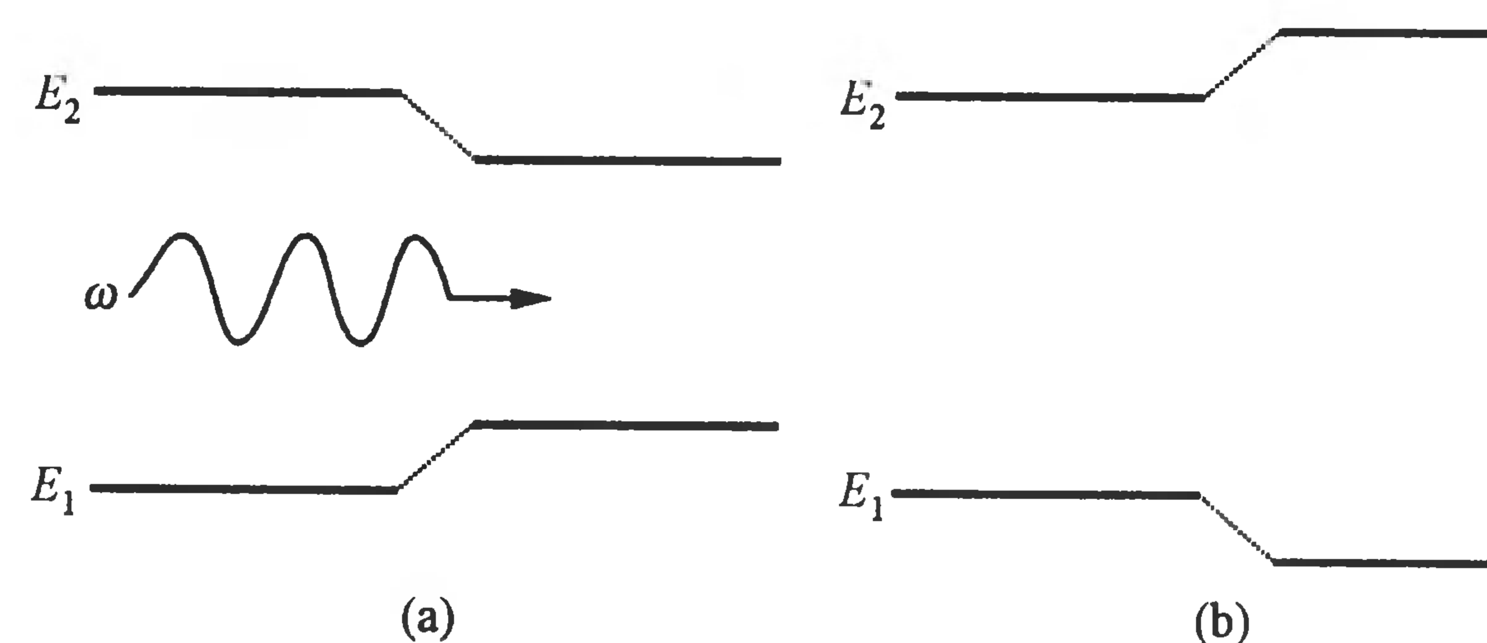


图 2-18　辐射场引起的原子能级位移

(a) $\omega > \omega_a$；(b) $\omega < \omega_a$.

$$\delta E_2 = \frac{|\langle 2|H'|1\rangle|^2}{\hbar(\omega_a - \omega)} = \frac{\hbar\Omega^2}{4(\omega_a - \omega)} = \frac{-\hbar\Omega^2}{4\delta}, \qquad (2.5.32)(a)$$

$$\delta E_1 = \frac{|\langle 2|H'|1\rangle|^2}{\hbar(\omega - \omega_a)} = \frac{\hbar\Omega^2}{4(\omega - \omega_a)} = \frac{\hbar\Omega^2}{4\delta}. \qquad (2.5.32)(b)$$

这与用全量子微扰理论得到的结果(如文献[27])一致.

从上述可见，能级位移与外加辐射场的振幅的平方(亦即与光强)成正比；还与其频率的失谐有密切关系：当外加场频率高于原子跃迁频率($\omega > \omega_a$，$\delta > 0$，称为蓝失谐或正失谐)时，上能级下移，下能级上移，能级间距缩小；反之($\omega < \omega_a$，$\delta < 0$，称为红失谐或负失谐)，上能级上移，下能级下移，能级间距扩大. 这是光位移的两个显著特征.

观察式(2.5.28)，当 $\delta = 0$ 时，能级位移趋于无穷；这当然是不正确的，只可能是近似的结果. 如果考虑到上能级有一定的寿命和宽度，就可以消除这个缺陷. 在实验上，我们感兴趣的是下能级(基态)的变化. 若在位移公式中唯象地引入一个表示上能级波函数衰减的弛豫因子 $2/\Gamma$，则下能级的位移公式变为

$$\delta E_1 = \frac{\hbar\Omega^2}{4[(\omega - \omega_a) + i\Gamma/2]} = \frac{\hbar\Omega^2}{4}\frac{(\omega - \omega_a) - i\Gamma/2}{(\omega - \omega_a)^2 + \Gamma^2/4}. \tag{2.5.33}$$

上式的实部表示基态能级的位移，与光强和频率有关；虚部表示在

光场作用下基态能级寿命的缩短,是能级跃迁的结果.一方面,由式(2.5.33)可见,若光频低于原子共振频率,能级向下移动,在远离共振时移动量很小,随着光频率接近共振频率,位移逐步增大,经过一个最大值后又逐步缩小,到共振时为零;此后,出现正位移,其数值随着光频增大而增大,经过一个最大值后又逐渐减小.位移随光频的变化呈色散曲线,如图 2-19 所示(图中用曲线的粗细表示能级增宽的程度).另一方面,式(2.5.33)虚部反映跃迁速率,造成基态能级的增宽.在数值上,它与跃迁概率成正比,呈吸收线形,在共振处有最大值.这样,辐射场对原子的作用有相互联系的两个方面,即能级位移与跃迁;两者在数量上也有类似吸收和色散的克拉默斯-克勒尼希关系.这是辐射场与原子相互作用的又一个重要关系,它反映物质系统对一个作用的响应的普遍关系.有关原子能级光位移的各种详尽论述可参见文献[28].

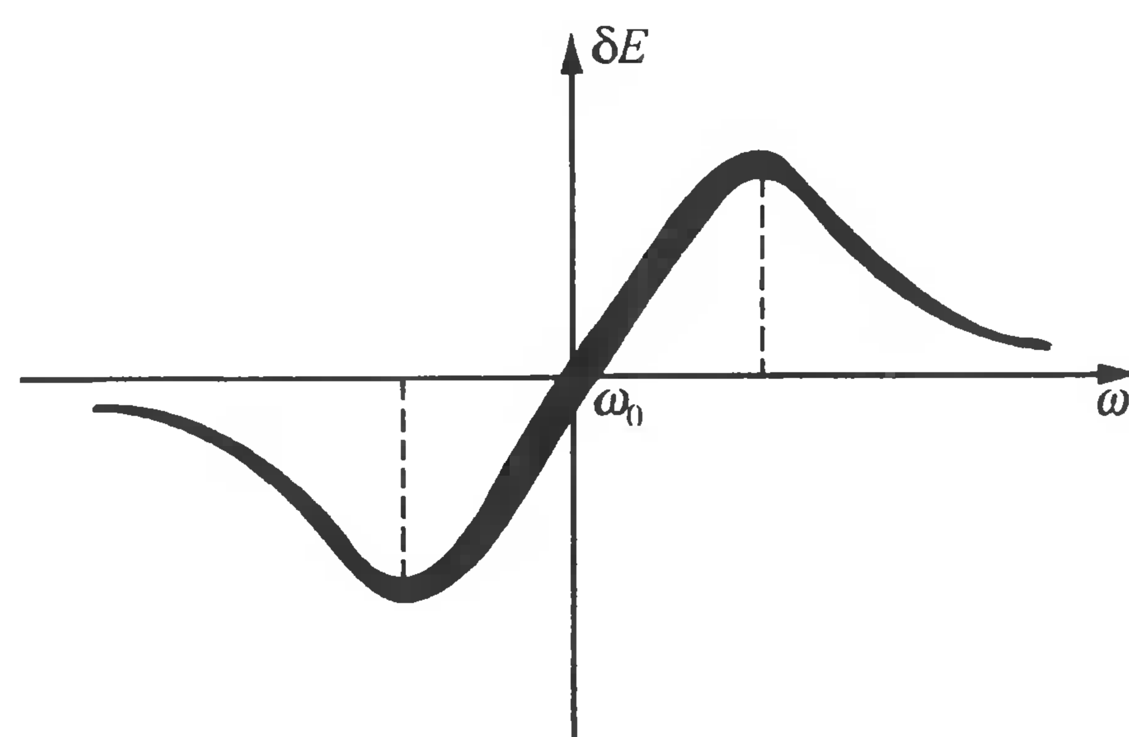


图 2-19 辐射场作用下基态能级位移与增宽随辐射场频率变化

需要强调指出,正如式(2.5.26)所表达的,当我们讨论光作用下基态能级的位移时,实际上,除了光频最接近共振的激发态能级对位移有贡献外,所有上能级都是有贡献的,因为式(2.5.26)和(2.5.27)中的求和号遍及所有上能级.只是一般说来,由于光频与其他激发态能级的共振频率相差很远,两式的分母很大,所以这些上能级的影响可以忽略.但是在原子的能级体系中,有时候我们还可找到一些特殊的光频率,它们对我们所感兴趣的一对待测量能

级引起的能级位移相等,因此不会造成测量误差;或者,它们的频率对联系基态和一些上能级的跃迁是红失谐,而对另一些上能级的跃迁是负失谐,则它们引起的基态能级(或某个下能级)的位移正好互相抵消,从而使该能级的光位移为零.这种频率的光叫做“魔波长”(magic wavelength)光[29].在用冷原子作为原子频率标准时,用这种魔波长光可以避免能级光位移对频标性能的影响.

2.5.4 谱线的其他辐射增宽与频移

除了以上几种由辐射场引起的谱线增宽与位移机制外,在激光冷却原子实验中还会遇到其他机制,主要是渡越增宽和碰撞增宽及频移[22].

原子与辐射场相互作用的时间有限会引起渡越增宽;物理上,它来自不确定性原理.例如,原子束与激光束交叉,使两者发生相互作用.若原子速率为 v,激光束宽度为 w,两者相互作用的时间 $\Delta t=w/v$,则由不确定性原理($\Delta E\Delta t\approx\hbar$)引起的谱线增宽为

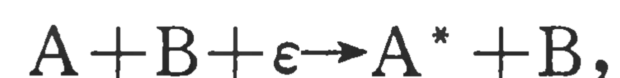
$$\Delta\omega\approx\frac{1}{\Delta t}=\frac{v}{w},\tag{2.5.34}$$

这里 Δt 就是渡越时间.为了避免这种增宽,在实验中应使原子与辐射场的相互作用时间不受渡越时间限制.

碰撞增宽与频移则发生于气体原子与辐射场的相互作用里.在气体中,由于原子的运动,原子之间经常发生碰撞,在碰撞瞬间两个甚至三个或更多个原子互相接近,一个原子的电子能级能量会受到邻近原子电磁场的干扰而发生变动,甚至产生跃迁.这样,原子能级就会移动或因发生跃迁而缩短寿命,从而引起谱线频移或增宽.原子间的碰撞有两种:(1)碰撞前后原子的能量状态没有变化,称为弹性碰撞.(2)原子在碰撞后改变能量状态,例如由基态跑到激发态,甚至使原子电离;或者相反,由激发态过渡到基态.这称为非弹性碰撞.

常见的非弹性碰撞形式包括碰撞激发(也称第一类非弹性碰

撞)、碰撞退激发(也称为第二类非弹性弹撞)和激发转移,分别可用如下方程表示:



$$\mathrm{A}+\mathrm{B}+\varepsilon\rightarrow\mathrm{A}^{*}+\mathrm{B},$$



$$\mathrm{A}^{*}+\mathrm{B}\rightarrow\mathrm{A}+\mathrm{B}+\varepsilon,$$



$$\mathrm{A}^{*}+\mathrm{B}\rightarrow\mathrm{A}+\mathrm{B}^{*}+\varepsilon,$$

这里 A,B 表示碰撞原子,“ * ”表示激发态(甚至电离态),ε 是以动能形式出现的能量差.

非弹性碰撞会引起谱线增宽的道理十分明显,即碰撞缩短了原子状态的寿命.从气体动力论可得两次非弹性碰撞之间的平均时间为

$$\tau = 1/n_0\sigma\bar{v}, \tag{2.5.35}$$

式中 n_0 为单位体积中的原子数,σ 为非弹性碰撞截面,$\bar{v}=(8k_{\mathrm{B}}T/\pi m)^{1/2}$是碰撞原子的平均速率.我们可以把 τ 看成横向弛豫时间.类似于式(2.5.2),碰撞增宽为

$$\Delta\omega = 2/\tau = 2n_0\sigma\bar{v}. \tag{2.5.36}$$

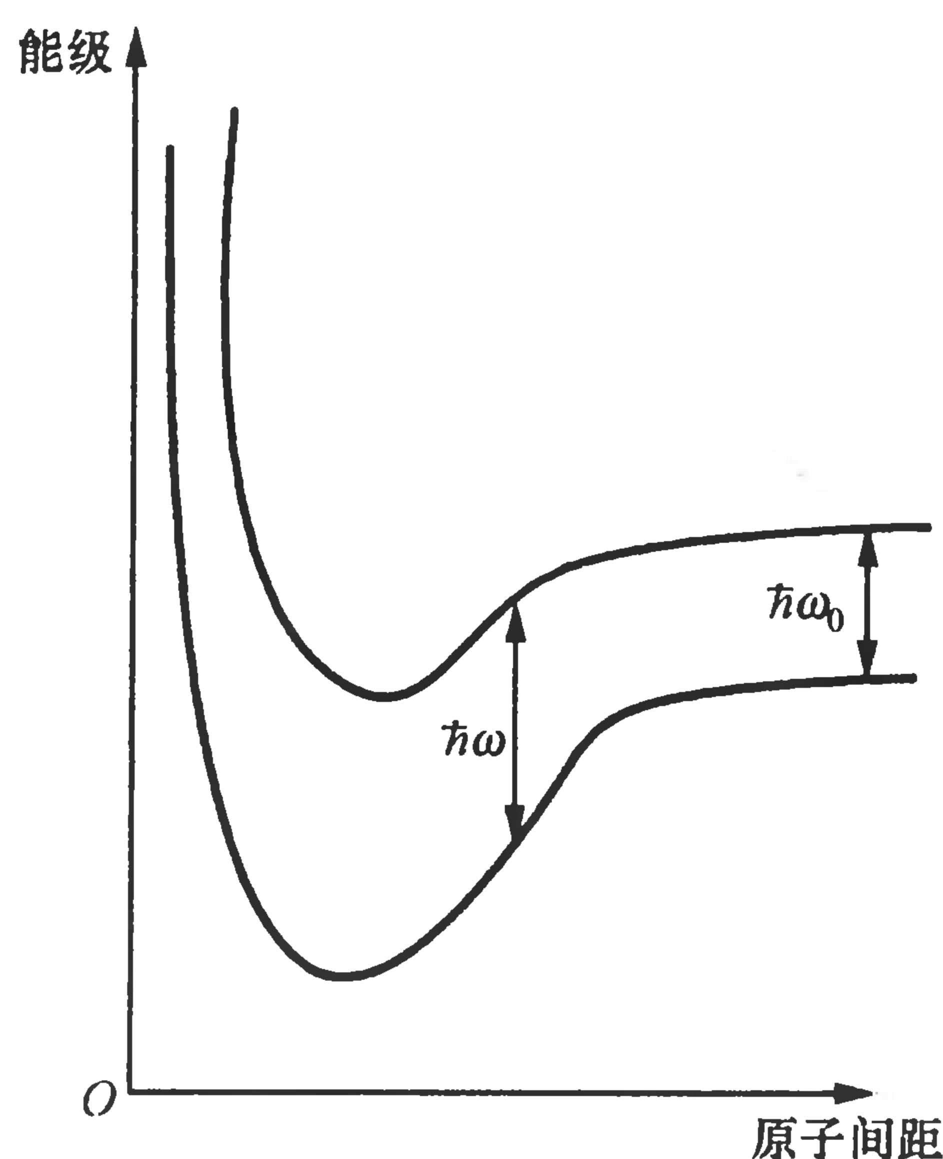


图 2-20　弹性碰撞过程中原子能级的变化

由于气体压强 $p=n_0kT\propto n_0$,碰撞增宽又称为压强增宽.

弹性碰撞也会引起谱线增宽与频移,其原因是在原子相互接近的碰撞过程中,能级受邻近原子干扰而发生移动,如图 2-20 所示.如果原子接近的速度不大,原子能级就能跟得上原子接近的速度而变化(浸渐变化),辐射相互作用过程继续保持,但频率发生变动,造成频移.反之,辐射相互作用过程则会中断,产生谱线增宽.增宽与频移可分别用

以下两式表示:

$$\Delta\omega = 2n_0\sigma'\bar{v}, \tag{2.5.37(a)}$$

$$\delta\omega = n_0\sigma''\bar{v}, \tag{2.5.37(b)}$$

式中 σ',σ''分别称为增宽和频移碰撞截面.这里包括了非弹性碰撞的因素.增宽和频移也是一个物理过程的两种表现.

谱线增宽和频移的机制并不止这些,但因与激光冷却原子关系不大,就不再叙述了.

§2.6　光　抽　运

本节将讨论两种用光来改变能级原子数布居和光吸收情况的实验技术,它们在激光冷却原子中有着重要应用.

2.6.1　光抽运与光极化

我们知道,在一定温度下,原子按能级布居遵从玻尔兹曼规律(式(2.3.16)和(2.3.17)).光抽运利用原子对光的选择吸收来改变原子在能级上的正常布居,使某些能级上的原子抽空,集中到另一些能级.一般情况下,被操作的能级都是基态能级;但在一些实验中,也可操纵激发态能级.这种技术在激光的产生、光磁共振、原子频标和激光冷却原子实验中获得广泛应用.

设系统有三个能级,其中两个为基态能级 a 与 b,另一个为与 a,b 能级都可发生电偶极跃迁的激发态能级 c,如图 2-21 所示.若利用一束与 a 能级共振的光照射原子系统,则 a 能级上的原子就可吸收光而被激发到 c 能级;而从 c 能级自发辐射回到基态时,却可以一定的概率分别到达 a 和 b 能级.到达 a 能级的原子有可能继续被光激发到激发态,而 b 能级的原子则不能.这样,原子就在 b 能级积累;也就是说,原子从 a 能级被抽运到了 b 能级.如果 a,b 能级之间的弛豫过程进行得很慢,远不能抵消抽运过程,a 能级原子就会被抽空,所有原子都集中到 b 能级.这时,光吸收过程也就

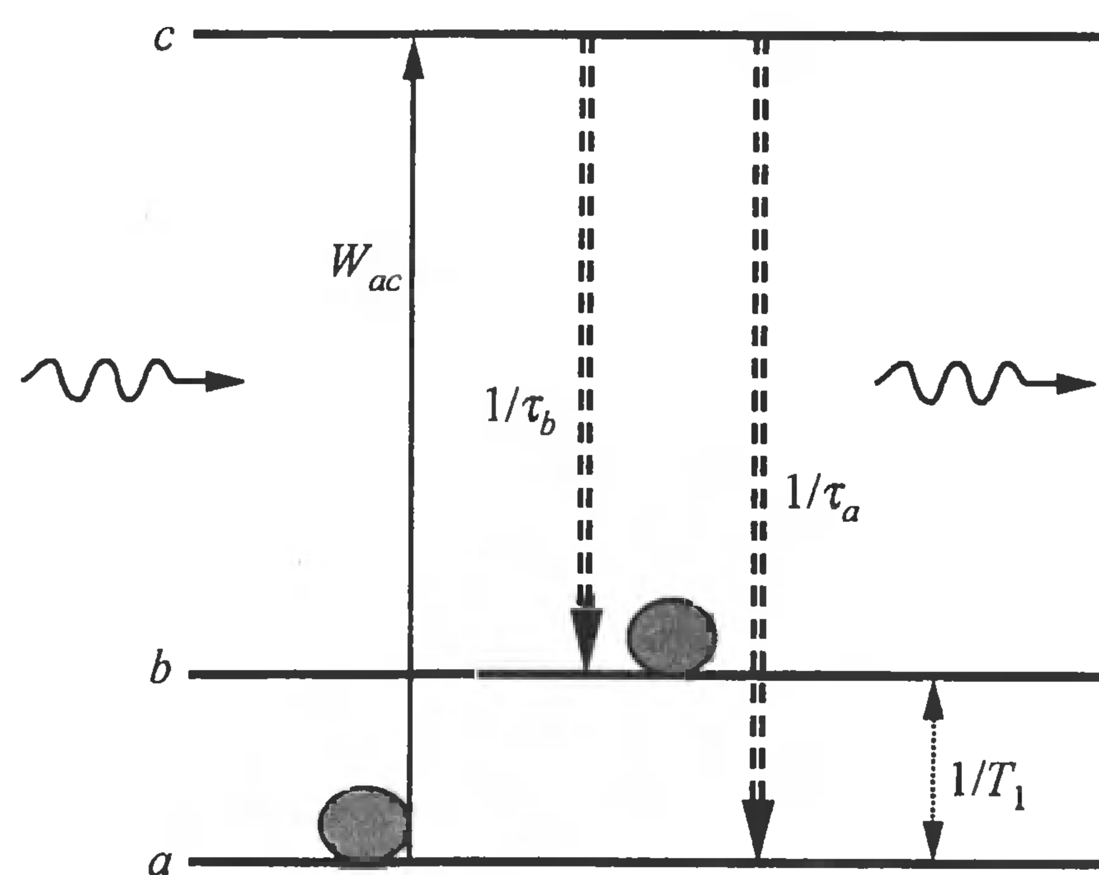


图 2-21 光抽运过程示意图

几乎终止了.

令 n_i 为 $i(i=a,b,c)$能级上的原子布居概率：$n_i=N_i/N$(N_i 为该能级上的原子数，N 为系统总原子数)，W_{ij}为光照射下的跃迁概率，$1/\tau_i$ 为通过自发辐射到该能级的跃迁概率，$1/T_1$ 为两基态能级间的纵向弛豫跃迁概率，反映系统恢复玻尔兹曼分布的速率(在气体中，它主要是碰撞的结果). 这样，可以把三个能级的相对原子数的变化用下列方程表示：

$$\frac{\mathrm{d}n_a}{\mathrm{d}t}=-W_{ac}n_a-\frac{n_a}{T_1}+\frac{n_b}{T_1}+\frac{n_c}{\tau_a}, \qquad (2.6.1)(a)$$

$$\frac{\mathrm{d}n_b}{\mathrm{d}t}=-\frac{n_b}{T_1}+\frac{n_a}{T_1}+\frac{n_c}{\tau_b}, \qquad (2.6.1)(b)$$

$$\frac{\mathrm{d}n_c}{\mathrm{d}t}=W_{ac}n_a-\left(\frac{1}{\tau_a}+\frac{1}{\tau_b}\right)n_c$$

$$=W_{ac}n_a-\frac{\tau_a+\tau_b}{\tau_a\tau_b}n_c. \qquad (2.6.1)(c)$$

当时间足够长，光抽运过程达到动态平衡时，各能级原子数不随时间变化，上述方程都为零，从而得到各能级上的原子布居概率

$$n_c=\frac{\tau_a\tau_b}{\tau_a+\tau_b}W_{ac}n_a, \qquad (2.6.2)(a)$$

$$\frac{n_a}{n_b}=\frac{\tau_a+\tau_b}{\tau_a+\tau_b+\tau_aW_{ac}T_1}=1\Big/\left[1+\frac{\tau_aW_{ac}T_1}{\tau_a+\tau_b}\right]. \qquad (2.6.2)(b)$$

一般有 $\tau_a\approx\tau_b$，$T_1\gg1/W_{ac}$，故得 $n_a\to0$，所有原子集中到 b 能级. 这就是光抽运的结果. 可以认为

$$\tau_\mathrm{p}=\frac{\tau_a+\tau_b}{\tau_aW_{ac}}=\frac{2}{W_\mathrm{ac}} \quad (\tau_a=\tau_b) \qquad (2.6.3)$$

为光抽运循环所需的时间，称为光抽运时间. 因跃迁概率与光强成正比，所以 τ_p与光强成反比.

光抽运方案的实现要求光的频率比较单纯，频谱狭窄，a 能级原子的吸收对 b 能级没有影响. 在氢和钠、铷、铯等常用碱金属原子基态超精细结构能级的原子制备中，这种光抽运很有用，两个基态能级间距较大(一般大于 1 GHz；见表 2-1)，远超过一般激光的频谱宽度. 所以利用一束频率合适的激光，就可以把原子制备到所需要的基态超精细结构能级上去；也可以利用这种办法把原子从某一能级抽运出去，甚至抽空. 在激光冷却原子的实验中，常常使用一种频率适合于把一个基态能级激发到某一激发态的光，对原子反复作用，使原子冷却. 在基态还有其他能级的情况下，上能级原子可能跃迁到其他能级，并停留在这些能级，产生自发的光抽运作用，使冷却过程终止. 这时可采用另一束频率适合于从其他能级激发的光，使原子从这些能级抽空. 这叫做反抽运(repumping).

下面讨论另一种光抽运，它使原子在塞曼能级之间作出有别于玻尔兹曼分布的新分布. 设原子基态有 Q 个塞曼磁子能级，其磁量子数(如 m_F或 m_J)分别为$\pm(Q-1)/2$，$\pm(Q-3)/2$，…，0 或 $\pm1/2$(视其总角动量量子数为整数或半整数而定). 在一般情况下，原子在这些能级之间的分布是均匀的. 即使是在磁场中，它们的简并被解除，能级是分裂的，但因裂距不大，各能级的原子布居也是近似相等的. 为了使原子在能级间有不同分布，需要用偏振光来进行抽运. 利用激发到激发态各塞曼子能级和从激发态各塞曼子能级通过自发辐射回到基态各能级的跃迁概率不同，在基态磁子能级之间弛豫过程不太快的情况(这种情况很普遍)下，可以得到基态塞曼能级之间远离玻尔兹曼分布的原子布居. 我们可以对

每个能级都写出类似于式(2.6.3)的原子数变化方程，并求得动态平衡时各能级的原子数比例；但是这里不打算普遍地写出这些方程，只从具体例子出发作些定性讨论，读者就可领会.

设有一群原子(如钠和铷)，$I=3/2$，其基态有两个超精细结构能级 $F=1,2$，分别具有三和五个塞曼磁子能级.我们只讨论 $F=2$ 能级，它的五个磁子能级分别为 $m_F=2,1,0,-1,-2$.若用波长约 589 nm 或 780 nm 的激光作抽运，其激发态为 $^2P_{3/2}$ 态.该态的四个超精细能级分别为 $F=0,1,2,3$，它们之间的频率间隔分别约为 58.3，34.3，15.8 MHz 或 72，157，267 MHz.我们可以用窄线宽激光把原子从任一特定基态能级激发到任一激发态超精细结构能级，例如从 $F=2\to F'=3$(上角标“′”表示上能级).依抽运光偏振性质的不同，这里可以有三种情况，即抽运光是 σ^+，σ^- 圆偏振和 π 线偏振.图 2-22 表示各种偏振情况下的相对跃迁概率(注意，应除以相应的公因子).由图可见，由于跃迁概率不同，三种偏振将给出完全不同的抽运结果.例如，选择使原子从 $F=2$ 能级(基态)激发到 $F'=3$ 能级的共振光，若用 σ^+ 圆偏振光抽运，选择定则 $\Delta m_F=m_{F'}-m_F=1$ 规定 $m_F=2$ 能级上的原子只能激发到 $m_{F'}=3$ 能级；而从 $m_{F'}=3$ 能级经自发辐射回到基态的原子，则只能停留在 $m_F=2$ 能级上.基态其他能级则不同，例如 $m_F=0$ 能级的原子可以被激发到 $m_{F'}=1$ 能级上，而从 $m_{F'}=1$ 能级下来则可回到 $m_F=2,1,0$ 三个能级上.这样，m_F 较小的能级上的原子可被抽运到 m_F 较大的能级上，直到最后所有原子都被抽运到 $m_F=2$ 能级上.相反，若用 σ^- 圆偏振光抽运，则最终原子都会落到 $m_F=-2$ 能级上.这种情况使原子最后积聚在 m_F 最大或最小的能级上.这称为原子的光极化.这里有两种情况：(1) 正极化(原子集中到 $m_F=F$ 能级)；(2) 负极化(集中到 $m_F=-F$ 能级).如果用 π 线偏振光抽运，则根据 $\Delta m_F=0$ 的选择定则，若中间能级($m_F=0$)的跃迁概率大于两侧的能级($m_F=\pm1,\pm2$；正、负能级具有相同的跃迁概率)，如同在 $\Delta F=\pm1$ 的跃迁中，则原子趋于向两边能级积聚(具体情况根

据跃迁概率而异)；反之，若 $\Delta m_F=0$ 的跃迁概率对中间能级小于两侧的能级，如同在 $\Delta F=0$ 的跃迁中，则原子向中间能级积聚.这称为原子排列.原子排列有原子趋向于集中到中间能级($|m_F|$ 小的能级)和集中到 $|m_F|$ 最大的能级的两种情况.

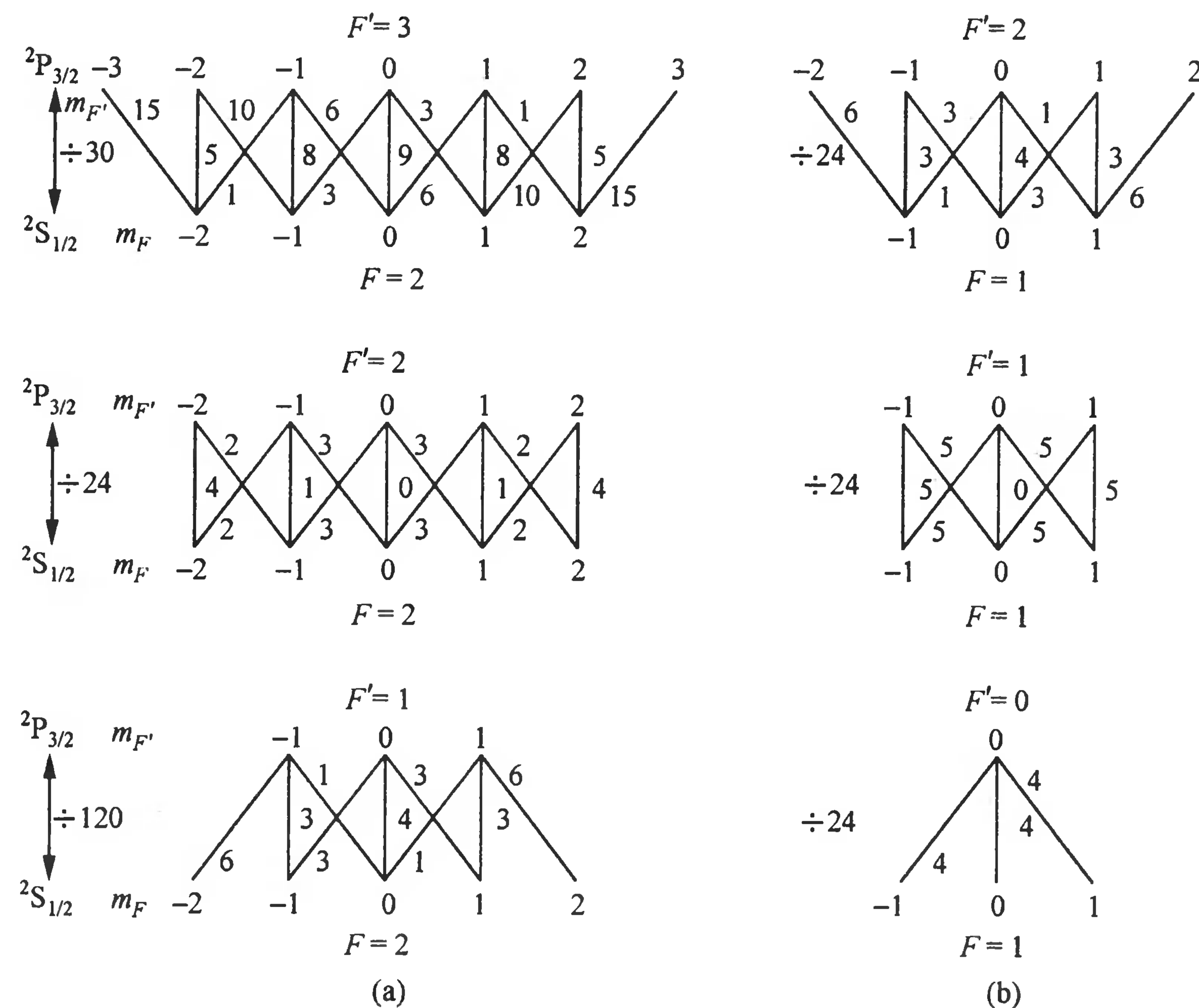


图 2-22 $I=1/2$ 原子由基态 $^2S_{1/2}$ 跃迁到激发态 $^2P_{3/2}$ 各超精细结构磁子能级 m_F 上的相对跃迁概率

(a) 由 $F=2$ 能级(基态)跃迁；(b) 由 $F=1$ 能级跃迁.

光极化是光抽运的特殊情况.它利用圆偏振光使原子在基态塞曼子能级上产生单向分布，这是光子把自己的角动量转移给原子的结果.这时，原子系统对外表现出有宏观磁化矢量存在.极化度

$$\Pi=\sum_{m_F}(N_{m_F}-N_{-m_F})\Big/\sum_{m_F}N_{m_F},\tag{2.6.4}$$

可用来表示原子系统极化的程度，式中 N_m 是每个塞曼子能级上的原子数. Π 的最大值为 1. 光极化的原子系统可以有磁共振效应. 极化氙(和其他惰性气体)磁共振成像就利用了光极化产生的原子系统的宏观磁化矢量，这在医学上有重要应用.

需要指出，以上光抽运过程中如选用满足 $F=2\rightarrow F'=3$ 跃迁频率的光来进行，则原子经过抽运后仍处在 $F=2$ 的基态. 因为根据选择定则，$\Delta F=0,\pm1$，原子可从 $F=2$ 能级跃迁到激发态 $F'=3$ 能级，但从该能级通过自发辐射下来时，因为下能级没有 $F=3$ 或 4 能级，就只能回到 $F=2$ 能级. 原子从此能级再激发时又到 $F'=3$ 能级. 这样，原子始终在这两个能级之间循环往复. 这种抽运跃迁叫循环跃迁. 这是在激光冷却实验中我们常用的. 如果采用圆偏振的 $F=2\rightarrow F'=2$ 跃迁光来改变基态塞曼子能级上的原子布居，则 $F'=2$ 的上能级原子有可能通过自发辐射过渡到基态 $F=1$ 能级，而使原子在该能级积聚. 在这种情况下，一般要用 $F=1\rightarrow F'=2$ 的反抽运光，使该能级上的原子重新回到 $F=2$ 能级.

对激发态原子也可以进行光抽运，这时一般需要有更高的激发态参与. 由于它与激光冷却原子关系不大，这里不作讨论.

2.6.2　暗态

光抽运利用光的频率和偏振对特殊能级原子跃迁的选择性来操作能级上原子的布居，进而改变原子系统与光的相互作用过程；其结果是，原子会积聚在基态的某个或某些能级上，而其他一些能级上的原子则可能被抽空. 这时，用频率与从这些能级激发的共振光频率相近的光去照射原子系统，就不会发生光吸收效应. 我们说，这些原子状态(能级)处于暗态(dark state). 暗态不能吸收光，因而也不可能产生荧光，所以是“暗”的. 在激光冷却原子中，有时要用到暗态.

除了光抽运可以产生暗态外，相干布居陷俘(coherent population trapping，CPT)也是产生暗态的一种方法. 后者可以看成是光抽运效应的一个特例.

设一个三能级系统的能级排列为“Λ”形，如图 2-23 所示，其中 $|a\rangle$，$|b\rangle$ 二能级为基态. 若两束频率分别为 ω_1 和 ω_2 的相干光作用于基态原子上，使 $|a\rangle$，$|b\rangle$ 态共同与激发态 $|c\rangle$ 相联系，则 $|a\rangle$，$|b\rangle$ 二能级就会处在相干叠加态. 若联系 $|a\rangle$，$|c\rangle$ 的拉比频率 Ω_{ac} 与联系 $|b\rangle$，$|c\rangle$ 的拉比频率 Ω_{bc} 相等：

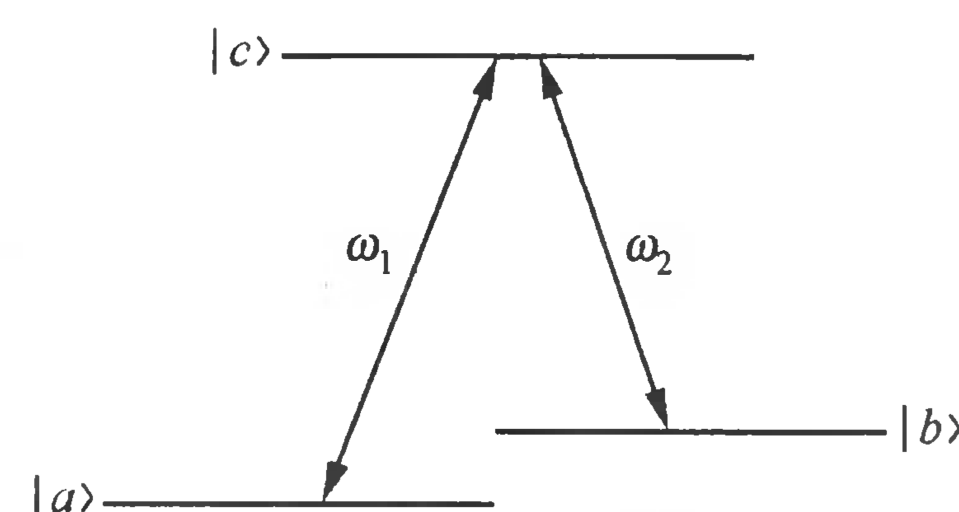


图 2-23　Λ 型三能级系统与两束光的相互作用

$$\Omega_{ac}=\Omega_{bc},\tag{2.6.5}$$

原子系统就不可能发生基态向激发态的跃迁，即原子的布居被陷俘在两个基态能级. 这时，原子系统不吸收光，对光是透明的，激发态 c 能级上没有原子布居. 这是一种特殊的暗态. 暗态(理论论证见文献 [16] 的 7.2 节)的物理本质是两束相干光把基态两个能级耦合起来，第三个能态的存在只起中介作用. 相干布居陷俘在激光冷却原子到极低温度时很有用，在第六章中我们还要进行讨论.

参 考 文 献

[1] 曹昌祺. 电动力学. 北京：人民教育出版社，1978.

[2] 杰克逊 J D. 经典电动力学. 朱培豫，译. 北京：人民教育出版社，1978.

[3] 曾谨言. 量子力学：卷Ⅰ，Ⅱ. 北京：科学出版社，1990.

[4] Cohen-Tannoudji C，Diu B，Laloë F. Quantum mechanics. New York，Paris：John Wiley & Sons，Hermann，1977.

[5] Heitler W. The quantum theory of radiation. Oxford：Clarendon，1954.

[6] Cohen-Tannoudji C，Dupont-Roc J，Grynberg G. Atom-photon interactions：basic processes and applications. New York：John Wiley &

Sons，1992.

[7] Yariv A. Quantum electronics. 2nd ed. New York：John Wiley & Sons，1975.

[8] Lindsay P A. Introduction to quantum electronics. London：Pitman，1975.

[9] Sargent III M，Scully M O，Lamb W E. Laser physics. Reading：Addison，1974.

[10] 邹英华，孙驹亨. 激光物理学. 北京：北京大学出版社，1991.

[11] 李福利. 高等激光物理学. 合肥：中国科学技术大学出版社，1992.

[12] 郑乐民，徐庚武. 原子结构与原子光谱. 北京：北京大学出版社，1988.

[13] Haken H，Wolf H C. Atomic and quantum physics. Berlin，Heidelberg：Springer，1984.

[14] Corney A. Atomic and laser spectroscopy. Oxford：Clarendon，1977.

[15] Stenholm S. Foundations of laser spectroscopy. New York：John Wiley & Sons，1984.

[16] Scully M O，Zubairy M S. Quantum optics. Cambridge：Cambridge University Press，1997.

[17] 郭光灿. 量子光学. 北京：高等教育出版社，1990.

[18] 彭金生，李高翔. 近代量子光学导论. 北京：科学出版社，1996.

[19] Steck D. A. Alkali D Line Data [EB/OL]. http://steck. us/alkalidata.

[20] 赫兹堡 G. 原子光谱与原子结构. 汤拒非，译. 北京：科学出版社，1959.

[21] Machholm M，Julienne P S，Suominen K-A. Phys. Rev. A，2001，64：033425.

[22] 王义遒，王庆吉，傅济时，等. 量子频标原理. 北京：科学出版社，1986：174.

[23] Majorana E. Nuovo Cimento，1932，9：43；另见：王义遒. 计量学报，1983，4：86.

[24] Landau L D. Physik Z. Sowjetunion 1932，2：46；Zener C. Proc. Roy. Soc. Lond. A，1932，137：696；另见：Rubbmark J R，Kash M M，Littman M G，et al. Phys. Rev. A，1981，23：3107.

[25] Dicke R. Phys. Rev.，1953，89：472.

[26] Metcalf H J，van der Straten P. Laser cooling and trapping. New York：Springer，1999：6.

[27] Mizushima M. Phys. Rev. A，1964，133：414.

[28] 邢爱堂. 原子 AC Zeeman 效应的理论研究. 北京：北京大学电子学系，1998.

[29] Pal'chikov V G，Domnin Y S，Novoselov A V. J. Opt. B：Quantum Semiclass. Opt.，2003，5：S131.

[30] Barrett T E，Dapore-Schwartz S W，Ray M D，et al. Phys. Rev. Lett.，1991，67：3483.

第三章 光场对原子的作用力

要改变原子的运动状况，无论减速或冷却，都依赖于光的力学(机械)作用. 这种机械作用来源于光的电磁场性质，而且与原子内部状态的变化有关. 本章将从光的经典电磁场性质出发，从简单的二能级原子着手，讨论与原子内部状态有关的作用，给出两种基本作用力的性质. 对于复杂的多能级情况，则留待以后章节结合具体问题进行分析.

§ 3.1 电磁场对物体的作用力，光压

从 § 2.1 讨论我们知道，电磁波带有能量和动量，分别由式(2.1.11)和(2.1.12)表示. 电磁波的能量和动量都是电磁场对物质作用的表现，其起源来自带电体受到电磁场洛伦兹力的作用，而物质是由带电粒子(电子和原子核等)组成的. 单位体积中带电体受到的电磁场洛伦兹力的表达式为[1,2]

$$\boldsymbol{f} = \rho_e \boldsymbol{E} + \boldsymbol{j} \times \boldsymbol{B}, \tag{3.1.1}$$

式中 ρ_e 和 j 分别表示带电体中的电荷密度和电流密度. 光照在物质上，物质中的带电粒子就会受到电磁场的作用而产生能量和动量的变化. 整个光与物质体系的能量和动量守恒. 从这种守恒关系可以导出光作用下物体表面所受到的压强，其基本思路是在一个体积里，物质和辐射场的总动量随时间的变化应等于通过表面作用于该体积的力. 这里，我们只写出表达式，而不具体叙述推导过程，有兴趣的读者可参阅电动力学教材(如文献[1]). 在单位体积里，这个力可写为如下形式：

$$\boldsymbol{f}_n = \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{T}, \tag{3.1.2}$$

式中 $\boldsymbol{n}$ 表示外法线方向的单位矢量，

$$\boldsymbol{T} = \varepsilon_0(\boldsymbol{EE} - E^2\boldsymbol{I}/2) + \mu_0(\boldsymbol{HH} - H^2\boldsymbol{I}/2) \tag{3.1.3}$$

是一个对称张量，称为麦克斯韦应力张量，

$$\boldsymbol{I} = \boldsymbol{e}_x\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_z\boldsymbol{e}_z + \boldsymbol{e}_y\boldsymbol{e}_y$$

为单位并矢.

当光垂直作用在物体表面时，其单位面积上受到的作用力为

$$\boldsymbol{f}_n = \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{T} = \varepsilon_0\left(E_n\boldsymbol{E} - \frac{E^2\boldsymbol{n}}{2}\right) + \mu_0\left(H_n\boldsymbol{H} - \frac{H^2\boldsymbol{n}}{2}\right),$$

这里 E_n，H_n 为光电场和磁场强度的法向分量. 由于电磁波是横波，没有纵向分量，故 $E_n = H_n = 0$. 因此，光压就是

$$\boldsymbol{f} = -(\varepsilon_0 E^2 + \mu_0 H^2)\boldsymbol{n}/2 = -\rho\boldsymbol{n}. \tag{3.1.4}$$

这里应用了式(2.1.11)，ρ 是辐射场的能量密度，等号右边的负号表示这个力的作用是向内的. 实际上，由于光波电磁场随着时间迅速变化，物体感受到的力是振动周期的平均值.

设用光功率为 $P=\rho c$(c 是光速)的光照射物体表面，如果表面还有反射(反射系数为 r)，则物体表面单位面积上受到的光压

$$p = \frac{P}{c}(1 + r). \tag{3.1.5}$$

这就是 § 1.1 说到麦克斯韦计算光压时用到的公式. 如果物体是黑体，完全无反射($r=0$)，就有 $p=P/c$；若物体是镜面($r=1$)，则有 $p=2P/c$. 这就是列别捷夫实验采用两种不同的受光片的原因. 从光的量子观点看，很容易理解这两种情况. 因为单位时间里作用在物体表面上的粒子动量的变化等于物体所受到的力. 若单位时间内有 N 个光子作用在单位面积的物体表面上，因光子被吸收后动量为零，故物体所受到的总压强就是

$$p = Nh\nu/c, \tag{3.1.6}$$

式中 $h\nu/c$ 是一个光子的动量. 对上式也可作如下理解：$Nh\nu$ 是单位面积物体所收到的光功率 P，$p=P/c$ 就与式(3.1.5)相符了.

一般光源对物体产生的光压是非常微弱的，但激光却可对原

子产生显著的机械作用.这和两者之间共振相互作用的性质有关,详细讨论如下.

§ 3.2 计算辐射场对原子作用力的出发点[3,4]

光与物体相互作用的一般知识不能解释激光对原子显著的机械作用力,因为光与原子还有特殊的共振相互作用.这种作用与原子的内部状态有关,通过原子内部状态的变化来实现外部自由度的变化.这样,我们必须用量子力学来进行处理.不过,这种机械作用力的根源本质上还是电磁场的洛伦兹力,对此要格外注意.下面,我们将证明这一点.

计算辐射场对原子作用力的出发点是:这个力由原子所在处的光与原子相互作用能的梯度产生,即

$$\boldsymbol{F} = -\nabla U(\boldsymbol{r},t), \tag{3.2.1}$$

式中 U 是辐射场与原子的相互作用能.它与原子所在位置 $\boldsymbol{r}$ 和时间 t 有关,一般可写成

$$U = -\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t). \tag{3.2.2}$$

这种形式过去我们已用过多次(如式(2.3.3)),但没有细致讨论.现在我们说明,虽然上式只含有电偶极矩和电场矢量,但所描写的辐射场和原子的相互作用能已经把电场和磁场力都包括进去了;也就是说,这个力本质上就是电磁场的洛伦兹力.不过,这里只考虑原子与光场的偶极相互作用,而忽略高阶矩(如电四极矩)的作用,在我们所讨论的实验条件下,这是足够精确的.

我们所研究的多数原子(如碱金属或碱土金属原子)的基态都是S态,电子云呈球形对称分布,没有电偶极矩;但在光场作用下,原子可以产生感生偶极矩,从而可以得到式(3.2.2)的能量.感生偶极矩是原子中的电子电荷在外场作用下偏离原子中心位置而引起的.设原子中心位置为 $\boldsymbol{R}$,电子电荷的瞬间中心位置为 $\boldsymbol{r}$,感生偶极矩的大小决定于电子电荷偏离中心的瞬间距离,所以感生偶极矩可写为

$$\boldsymbol{p} = e(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{R}), \tag{3.2.3}$$

其中 e 为电子电荷.感生偶极矩也随着外电场作周期振动,但其相位可以与外场的相位有所差别.在一定的外场下,感生偶极矩是以一定的相位和振幅随外场作振动的.

从物理上说来,电荷体系在电磁场中所受的力是洛伦兹力(式(3.1.1)).这个力由不可分割的电场力 $\boldsymbol{f}_e$ 和磁场力 $\boldsymbol{f}_m$ 组成:

$$\boldsymbol{f}_e = \rho\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t), \tag{3.2.4}$$

$$\boldsymbol{f}_m = \rho\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}\times\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t), \tag{3.2.5}$$

这里应用了 $\boldsymbol{j}=\rho\boldsymbol{v}=\rho d\boldsymbol{r}/dt$($\boldsymbol{v}$ 是电荷运动速度).

我们把单位体积中的力化为原子的实际受力.由于电磁场是周期振动的,频率很高,原子实际受到的力是对瞬间力在周期 T 取平均值:

$$\overline{\boldsymbol{F}} = \frac{1}{T}\int_0^T \boldsymbol{F}(t)dt. \tag{3.2.6}$$

这样,我们有 $\boldsymbol{F}_e=e\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)$.因为在原子中 $\boldsymbol{r}$ 与 $\boldsymbol{R}$ 相距很小,可对 $\boldsymbol{E}$ 在 $\boldsymbol{R}$ 附近展开,所以得到 $\boldsymbol{E}$ 在 $Oxyz$ 坐标系中的各个分量

$$E_i(\boldsymbol{r},t) = E_i(\boldsymbol{R},t) + \sum_j (r_j - R_j)\frac{\partial E_i(\boldsymbol{R},t)}{\partial r_j} + \cdots$$

$$(i,j = x,y,z).$$

我们可只取一次项,而忽略高次项,因为对电场

$$E(\boldsymbol{r},t) = \mathrm{Re}\{E e^{i(\omega t-\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r})}\}$$

的展开式按 $kr=2\pi r/\lambda$ 的幂进行,r/λ 的最大值为原子半径与辐射场波长之比 a/λ,而 a/λ 是约为 10^{-3}数量级的小数.这样,我们有

$$F_{ei}(\boldsymbol{R},t) = eE_i(\boldsymbol{R},t) + \sum_j e(r_j - R_j)\frac{\partial E_i(\boldsymbol{R},t)}{\partial r_j}. \tag{3.2.7}$$

对振动周期进行平均后,等号右边第一项被消去,第二项中的

$e(r_j-R_j)$(即电偶极矩 p_j)是一个表示原子内部状态的量(随时间变化).将偏微分算符简化,引入

$$\partial_j E_i = \left[\frac{\partial E_i(\boldsymbol{r},t)}{\partial r_j}\right]_{\boldsymbol{r}=\boldsymbol{R}},$$

得到

$$\overline{F_{ei}} = \overline{\sum_j p_j(\partial_j E_i)}. \tag{3.2.8}$$

同样,从式(3.2.5)可得

$$\boldsymbol{F}_{m} = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt}\times \boldsymbol{B}(\boldsymbol{R},t), \tag{3.2.9}$$

这里我们直接将 $\boldsymbol{r}$ 换成 $\boldsymbol{R}$.这种近似的根据是磁场力比电荷作用的电场力要小 v/c 数量级(v 是原子运动的速率,c 是光速),高阶项就更可不考虑了.因为有

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}(\boldsymbol{p}\times\boldsymbol{B}) &= \frac{d\boldsymbol{p}}{dt}\times\boldsymbol{B} + \boldsymbol{p}\times\frac{d\boldsymbol{B}}{dt}\\ &= \frac{d\boldsymbol{p}}{dt}\times\boldsymbol{B} + \boldsymbol{p}\times\left[\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t} + \left(\frac{d\boldsymbol{R}}{dt}\cdot\nabla_{\boldsymbol{R}}\right)\boldsymbol{B}(\boldsymbol{R},t)\right],\end{aligned}$$

由麦克斯韦方程(2.1.1)(b),上式第二个等号右边方括号内第一项变为 $-\nabla\times\boldsymbol{E}$;而又因为 $d\boldsymbol{R}/dt\ll c$,后一项可忽略.这样,式(3.2.9)化为

$$\boldsymbol{F}_{m} = \frac{d}{dt}(\boldsymbol{p}\times\boldsymbol{B}) + \boldsymbol{p}\times(\nabla\times\boldsymbol{E}). \tag{3.2.10}$$

又根据梯度算符 ∇ 的矢量运算公式

$$\begin{aligned}\nabla(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}) &= (\boldsymbol{A}\cdot\nabla)\boldsymbol{B} + (\boldsymbol{B}\cdot\nabla)\boldsymbol{A}\\ &\quad + \boldsymbol{A}\times(\nabla\times\boldsymbol{B}) + \boldsymbol{B}\times(\nabla\times\boldsymbol{A}),\end{aligned}$$

微分只对场起作用,对偶极矩的微分可忽略.将式(3.2.10)展开,简化偏微分算符,得到

$$F_{mi} = \frac{d}{dt}(\boldsymbol{p}\times\boldsymbol{B})_i + \sum_j p_j(\partial_i E_j) - \sum_j p_j(\partial_j E_i). \tag{3.2.11}$$

容易证明,上式等号右边第一项在按式(3.2.6)进行周期平均后为零,于是有

$$\overline{F_{mi}} = \overline{\sum_j p_j(\partial_i E_j)} - \overline{\sum_j p_j(\partial_j E_i)}, \tag{3.2.12}$$

式中等号右边的第一项与式(3.2.8)相同.联合式(3.2.8)和(3.2.12),可得洛伦兹力的 i 分量为

$$\overline{F_i} = \overline{\sum_j p_j(\partial_i E_j)}. \tag{3.2.13}$$

对坐标的偏微分只对场起作用,所以上式的完整矢量表示可写成

$$\overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\nabla(\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{E})}. \tag{3.2.14}$$

这就是式(3.2.1)和(3.2.2)的合成结果,不过 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)$ 换成了 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{R},t)$,而梯度算符 ∇ 只对电场起作用.这是我们后面计算原子在光场中受力的出发点.式(3.2.14)表面上不显含磁场,但实际上磁场是起了作用的.这说明为什么在形式上只用电偶极矩在电场中的作用就涵盖了整个洛伦兹力,并在量子力学计算中把相互作用能 $U=-\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{E}$ 作为哈密顿量.

实验中的电场方向是确定的(圆偏振光可看成是振动方向互相垂直的线偏振电场的合成),感生偶极矩的振动方向也在这个方向(至少只有这个方向的分量有意义).设电场方向沿 z 轴,可将式(3.2.14)化简为

$$\overline{F_z} = \overline{p_z\,\nabla_z E}, \tag{3.2.15}$$

式中 p_z 就是感生偶极矩沿电场方向的分量,∇_z 是 ∇ 的 z 分量.

上面的考虑完全是经典的,没有引进量子观念.下面我们要用量子观点来处理原子状态,求得感生偶极矩和光场的相互作用能量,并由此导出原子所受光场力的具体表达式.但是,这里辐射场仍按经典方式描述.这就是所谓"半经典方法",实际上就是要把 $\boldsymbol{p}$ 和 $\boldsymbol{F}$ 等力学量用量子力学算符的形式写出来,同时证明它们的期望值(即算符对波函数运算的平均值)仍可用类似于式(3.2.15)的形式来表示,并进行计算;即式(3.2.15)是可以代表有关力学量的量子力学期望值的关系式.令 X 表示一个力学量的算符,$\langle X\rangle$ 是它的量子力学期望值;也就是说,式(3.2.15)可写为

$$F = \langle p \nabla E \rangle = \langle p \rangle \langle \nabla_R E(\boldsymbol{R}, t) \rangle. \qquad (3.2.16)$$

上式表明，算符的积的平均值等于算符平均值的积，这也是我们后面求原子所受光场力的出发点.

为此，需要先用算符表示光电场按平面波展开的表达式中的有关力学量，然后求得相应的量子力学期望值，并证明两者在形式上是一致的. 这时，只要证明下式：

$$\mathrm{e}^{\mathrm{i}\hat{k}\cdot(\hat{R}+\hat{P}t/m)}\,|\psi\rangle \approx \mathrm{e}^{\mathrm{i}k\cdot(R+Pt/m)}\,|\psi\rangle \qquad (3.2.17)$$

或

$$E[\hat{\boldsymbol{R}}(t), t]\,|\psi\rangle \approx E[\boldsymbol{R}(t), t]\,|\psi\rangle. \qquad (3.2.18)$$

以上两式等号左边都是算符（$\hat{\boldsymbol{k}}, \hat{\boldsymbol{R}}, \hat{\boldsymbol{P}}$ 分别是波矢量、坐标和动量），右边是量子力学期望值. 这里，当然有

$$\boldsymbol{R} = \langle \psi \mid \hat{\boldsymbol{R}} | \psi \rangle, \quad \boldsymbol{P} = \langle \psi \mid \hat{\boldsymbol{P}} | \psi \rangle. \qquad (3.2.19)$$

为使式(3.2.17)成立，实际上就是要把描述原子的物质波的波函数看成在位置空间和动量空间上都是局域化的，是一个近似于质点的波包. 这要求波函数满足以下条件：

(1) 在位置空间中，原子或原子物质波的波包线度 ΔR 远小于辐射场的波长 λ，即 $\Delta R \ll \lambda$；而 ΔR 大体可看成是原子半径 a，由波矢量 $k=2\pi/\lambda$，即有

$$k\Delta R \approx ka \ll 1. \qquad (3.2.20)$$

(2) 在动量空间中，波包以动量 $\boldsymbol{P}$ 为中心，其离散度由不确定关系 $\Delta P \approx \hbar/\Delta R$ 给出，由此引起的多普勒频移的离散度要远小于自发辐射引起的宽度. 由式(2.5.14)得

$$k\Delta v = k\Delta P/m \ll \Gamma. \qquad (3.2.21)$$

由以上两式及不确定关系可得，原子上能级的自然宽度要远大于反冲能量 E_R，即

$$\hbar\Gamma \gg \hbar^2 k^2/2m = E_R. \qquad (3.2.22)$$

(3) 若条件(1)，(2)在 $t=0$ 时刻成立，那么在以后的时刻 t 能否也成立？成立的条件是什么？显然，若有

$$\Delta P(t) \approx \Delta P(0), \quad \Delta R(t) \approx \Delta R(0) + \Delta P(0)t/m, \qquad (3.2.23)$$

则能保证 t 时刻波包在坐标和动量空间中仍是局域化的. 这就要求

$$k\Delta P(0)t/m \ll 1. \qquad (3.2.24)$$

如将 $0\sim\tau$ 这段时间取为 $\tau=1/\Gamma$（即原子自发辐射寿命，相当于原子改变内部状态的时间 T_{int}），则式(3.2.24)就变成式(3.2.20)，在这段时间内波包的空间展宽可忽略. 实际上，时间再长一些也无妨，以保证内部状态达到平衡；但是必须远小于原子外部自由度变化的时间 T_{ext}，后者以反冲引起的原子速率变化为最小限度. 根据不确定关系，我们有

$$T_{\text{ext}} \approx \frac{\hbar}{E_R} = \frac{2m}{\hbar k^2}. \qquad (3.2.25)$$

这样，我们就有对所研究时间 t 的另一个条件：

$$T_{\text{int}} < t \ll T_{\text{ext}}. \qquad (3.2.26)$$

以上三个条件的物理意义在于：在量子力学中被视为物质波的原子可当做质点来处理，而在外部作用下波包的空间和动量扩散相对于内部状态的变化可以忽略. 条件(2)和(3)是互相关联的. 这样，由量子力学算符表示的力学量的平均值就可以用其期望值的平均值来代替.

有了这些条件，我们就可以用式(3.2.16)来计算作用力了.

§3.3 静止二能级原子在光场中所受的散射力和偶极力[5,6]

3.3.1 静止二能级原子所受光场力的一般表达式

本小节我们将以静止二能级原子为例来进行具体计算.

在式(3.2.16)中，令电场的形式为

$$E(\boldsymbol{R},t)=E_0(\boldsymbol{R})\cos[\omega t+\phi(\boldsymbol{R})]$$
$$=E_0^+(\boldsymbol{R})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}+E_0^-(\boldsymbol{R})\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t},\qquad(3.3.1)$$

其中

$$E_0^+=\frac{1}{2}E_0(\boldsymbol{R})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi(\boldsymbol{R})},\quad E_0^-=\frac{1}{2}E_0(\boldsymbol{R})\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi(\boldsymbol{R})}\qquad(3.3.2)$$

是包含与坐标有关的相位因子 $\phi(\boldsymbol{R})$的振幅.

对于式(3.2.16)中的感生偶极矩 p,由于我们处理的是原子系统,需要用密度矩阵.令原子基态为 1 态,激发态为 2 态,根据式(2.4.5)有

$$\langle p\rangle=\mathrm{tr}(\rho p)=p(\rho_{12}+\rho_{21}),\qquad(3.3.3)$$

这里应用了 $p_{12}=p_{21}=p, p_{11}=p_{22}=0$,所以第二个等号右边只有两项.因为密度矩阵元里包含随光场频率变化的成分,在求解式(3.2.16)中,我们要用旋转波近似去掉以光频高速变化的部分.为此,仿照式(2.4.20),令

$$\rho_{21}(t)=\sigma_{21}(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t},\quad \rho_{12}(t)=\rho_{21}^*(t)=\sigma_{12}(t)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t};\qquad(3.3.4)$$

为了统一起见,把 ρ_{11}和 ρ_{22}也写成

$$\rho_{11}=\sigma_{11},\quad \rho_{22}=\sigma_{22}.\qquad(3.3.5)$$

将式(3.3.4)和(3.3.5)代入式(3.2.16),忽略以 $2\omega t$ 呈指数变化的高频项,得到

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{R},t)=p(\sigma_{12}\nabla E_0^++\sigma_{21}\nabla E_0^-).\qquad(3.3.6)$$

下面需要解出上式密度矩阵元的具体表达式.在§2.4中,我们已经用光学布洛赫方程求得这些密度矩阵元;由于这里涉及相位问题,我们将对计算稍作变动.引入变换

$$\sigma_{21}'=\sigma_{21}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi(\boldsymbol{R},t)},\quad \sigma_{12}'=\sigma_{12}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi(\boldsymbol{R},t)}.\qquad(3.3.7)$$

将上式和式(3.3.2)代入式(3.3.6),并按式(2.3.10)(b)将拉比频率 $\Omega=pE_0(\boldsymbol{R})/\hbar$代入,得到

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{R},t)=\hbar(u\nabla\Omega+v\Omega\nabla\phi)/2,\qquad(3.3.8)$$

其中

$$u=\sigma_{12}'+\sigma_{21}',\quad v=-\mathrm{i}(\sigma_{12}'-\sigma_{21}').\qquad(3.3.9)$$

下面求 u 和 v(其物理意义将在后面讨论),为此可利用式(2.4.21).不过,由于现在电场振幅中包含着相位因子,在导出式(2.4.21)的过程中只有 E_0^+ 一项起作用,Ω 中的 E_0要用 E_0^+来取代,因此式(2.4.21)变为

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{21}}{\mathrm{d}t}=\mathrm{i}\delta\sigma_{21}+\frac{\mathrm{i}\Omega}{2}(\sigma_{11}-\sigma_{22})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi(\boldsymbol{R},t)}-\frac{\Gamma}{2}\sigma_{21}.\qquad(3.3.10)$$

这里,已按式(2.3.10)(a)及(2.5.8)把 $\omega-\omega_a$和 T_2分别用 δ 和 Γ 替换了.再通过变换(3.3.7),有

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{21}'}{\mathrm{d}t}=\mathrm{i}\left(\delta+\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}\right)\sigma_{21}'+\frac{\mathrm{i}\Omega}{2}(\sigma_{11}-\sigma_{22})-\frac{\Gamma}{2}\sigma_{21}',\qquad(3.3.11)$$

而

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{12}'}{\mathrm{d}t}=\left[\frac{\mathrm{d}\sigma_{21}'}{\mathrm{d}t}\right]^*.\qquad(3.3.12)$$

再引入

$$w=\sigma_{22}-\sigma_{11}.\qquad(3.3.13)$$

根据式(2.4.22),因 $\sigma_{22}+\sigma_{11}=\rho_{22}+\rho_{11}=(\rho_{22})_0+(\rho_{11})_0=1$,而对光频能级在热平衡时有$(\rho_{11})_0=1,(\rho_{22})_0=0$,这样我们得到 u,v,w 三个参量的时间变化率公式

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=\left(\delta+\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}\right)v-\frac{\Gamma}{2}u,\qquad(3.3.14)(\mathrm{a})$$

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-\left(\delta+\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}\right)u+\Omega w-\frac{\Gamma}{2}v,\qquad(3.3.14)(\mathrm{b})$$

$$\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}=-\Omega v-\Gamma(w+1).\qquad(3.3.14)(\mathrm{c})$$

这是光学布洛赫方程的另一种形式,其中 u,v 代表以外电场频率振动的感生偶极矩的两个相互垂直的分量,而 w 则表示上、下能级的原子布居数差.一般地,求解这个方程组是很困难的.像以前

一样，我们只求方程组(3.3.14)(a)～(c)的稳态解，并认为开始时原子是静止的，这样有

$$\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}=\nabla\phi(\boldsymbol{R})\cdot\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{R}}{\mathrm{d}t}=\nabla\phi\cdot\boldsymbol{v}=0. \tag{3.3.15}$$

令方程组(3.3.14)(a)～(c)等号左边均为零，解得

$$u=\frac{-\delta\Omega}{\delta^2+\Gamma^2/4+\Omega^2/2}, \tag{3.3.16}$$

$$v=\frac{-\Gamma\Omega/2}{\delta^2+\Gamma^2/4+\Omega^2/2}, \tag{3.3.17}$$

$$w=\frac{\delta^2+\Gamma^2/4}{\delta^2+\Gamma^2/4+\Omega^2/2}. \tag{3.3.18}$$

将式(3.3.16)和(3.3.17)代入式(3.3.8)，我们得到原子在光辐射场中所受的力

$$\boldsymbol{F}=\frac{-\hbar[(\omega-\omega_a)\Omega\nabla\Omega+\Gamma\Omega^2\nabla\phi/2]}{2[(\omega-\omega_a)^2+(\Gamma/2)^2+\Omega^2/2]}; \tag{3.3.19}$$

再稍作调整，得到

$$\boldsymbol{F}=-\frac{\hbar\Omega^2}{2}\frac{(\omega-\omega_a)\nabla\Omega/\Omega+\Gamma\nabla\phi/2}{(\omega-\omega_a)^2+(\Gamma/2)^2+\Omega^2/2}. \tag{3.3.20}$$

从式(3.3.8)和上式可见，这个力由两部分组成，即 $\boldsymbol{F}=\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2$，其中 $\boldsymbol{F}_1$ 和 $\boldsymbol{F}_2$ 分别正比于相位梯度和电场梯度：

$$\boldsymbol{F}_1\propto\nabla\phi,\quad \boldsymbol{F}_2\propto\nabla\Omega\propto\nabla E_0. \tag{3.3.21}$$

在 3.3.2 小节中，我们将对这两个力的物理意义进行详细的分析.

在此之前，我们从另一个角度来导出光场中原子所受的力. 由 §2.5 知道，在光的作用下原子能级将发生位移，其大小随光场强度而变化(即光位移). 这是原子能量中唯一与所处位置有关的部分，对它进行梯度运算，就得到原子在光场中所受的力. 因为原子经常处于基态，只要对基态位移(式(2.5.33))求梯度，即得

$$\boldsymbol{F}=-\nabla(\delta E_1)=-\frac{\hbar\Omega\nabla\Omega}{2}\frac{(\omega-\omega_a)-\mathrm{i}\Gamma/2}{(\omega-\omega_a)^2+\Gamma^2/4}, \tag{3.3.22}$$

这里与坐标有关的量只在拉比频率 Ω 中，故只需对它取梯度. 而 Ω 可按式(3.3.1)写成

$$\Omega(\boldsymbol{R})=\frac{pE_0^+(\boldsymbol{R})}{\hbar}=\frac{pE_0(\boldsymbol{R})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi(\boldsymbol{R})}}{\hbar},$$

这里只取式(3.3.1)中的一项，因为采用了旋转波近似，周期平均把以 2ω 变化的高频项抛掉了. 这样，有

$$\begin{aligned}\nabla\Omega&=p[\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi(\boldsymbol{R})}\nabla E_0(\boldsymbol{R})-\mathrm{i}E_0(\boldsymbol{R})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi(\boldsymbol{R})}\nabla\phi(\boldsymbol{R})]/\hbar\\&=pE_0^+\left[\frac{\nabla E_0(\boldsymbol{R})}{E_0(\boldsymbol{R})}-\mathrm{i}\nabla\phi(\boldsymbol{R})\right]\Big/\hbar.\end{aligned} \tag{3.3.23}$$

把上式代入式(3.3.22)，因为力是实数，我们有

$$\boldsymbol{F}=\mathrm{Re}[\nabla(\delta E_1)]=-\frac{\hbar\Omega^2}{2}\frac{(\omega-\omega_a)\nabla E_0/E_0-\Gamma\nabla\phi/2}{(\omega-\omega_a)^2+(\Gamma/2)^2}. \tag{3.3.24}$$

比较上式与式(3.3.20)，除了分母上差一个与光强有关的因子 $\Omega^2/2$ 外完全相同. 所以，上式是光强较弱时的一种近似. 这说明两种处理方法的实质是一致的，因为它们都是从电偶极矩与电场相互作用能出发的. 但是，这里我们严格地从洛伦兹力的第一原理出发，在理论上比较严密.

3.3.2　散射力和偶极力

从上面讨论可见，光场对原子的作用力由两部分组成，分别与光场的相位和振幅梯度成正比. 根据式(3.3.8)和(3.3.20)，有

$$\boldsymbol{F}=\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2=\frac{\hbar\Omega}{2}\left(v\nabla\phi+u\frac{\nabla\Omega}{\Omega}\right). \tag{3.3.25}$$

我们现在分别来讨论 $\boldsymbol{F}_1$ 和 $\boldsymbol{F}_2$ 的物理意义.

从电磁学教材中我们知道，电场力会对电荷做功. 在电场作用下，电荷移动距离 $\mathrm{d}\boldsymbol{r}$，做功

$$\mathrm{d}A=\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}=q\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{p}, \tag{3.3.26}$$

式中 $\boldsymbol{p}$ 是电偶极矩. 为简便起见，令力与移动的方向一致. 对交变

电场，单位时间内做功

$$\left\langle \frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T E\,\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t,$$

这里没有考虑原子质心的移动(因为已假定原子是静止的，而这个假定对结论无影响). 将电场和偶极矩分别用式(3.3.2)和(3.3.3)代入上式，并考虑到式(3.3. 4)，(3.3.7)和(3.3.9)，我们有

$$\left\langle \frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \mathrm{i}\,\frac{E_0 p\omega}{2}(\sigma'_{12} - \sigma'_{21}) = -\,\frac{\hbar\omega}{2}\Omega v. \qquad (3.3.27)$$

在§2.4讨论原子对光的吸收和色散时，我们知道在交变电场作用下原子系统会产生极化. 这是感生偶极矩的宏观表现，包括与外场相位相同和相差 $\pi/2$ 的两个组分，分别代表极化的实部和虚部(用 χ' 和 χ'' 来表示)，对应于光的色散和吸收.

从电磁学教材中我们也知道，外场对同相位的感生偶极矩不做功；只有相对于外场超前或滞后 $\pi/2$ 的才对做功有贡献. 式(3.3.27)中外场对原子所做的功只有 v 的组分，这意味着它代表感生偶极矩与外场相位相差 $\pi/2$ 的成分，因此对光的吸收有贡献. 确实，v 代表感生偶极矩的虚部，与 χ'' 有关. 我们只要比较一下式(3.3.17)和(2.4.25)，令后者的 $(\rho_{11})_0=1$，$(\rho_{22})_0=0$，就可证明，确有 $v=2\mathrm{Im}\sigma_{21}$，而这正是式(3.3.9)定义的结果. 这样，$v$ 的物理意义就非常明确了，即 pv 是感生偶极矩与外电场相位差 $\pi/2$ 的成分.

将式(3.3.17)代入式(3.3.27)，得到

$$\left\langle \frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \frac{\hbar\omega}{2}\,\frac{\Omega^2\Gamma/2}{\delta^2 + \Gamma^4/4 + \Omega^2/2}. \qquad (3.3.28)$$

从式(2.5.9)我们知道，在弱光强和能级有限寿命条件下，原子系统的稳态跃迁概率为

$$W_{12} = \frac{\Gamma}{2}\,\frac{\Omega^2/2}{(\omega - \omega_a)^2 + \Gamma^2/4 + \Omega^2/2}. \qquad (3.3.29)$$

这样我们有

$$\langle \mathrm{d}A/\mathrm{d}t \rangle = \hbar\omega W_{12}, \qquad (3.3.30)$$

这里 W_{12} 是跃迁概率(即单位时间内原子吸收的光子数)，$\hbar\omega$ 是每个光子的能量. 因此，光场对原子所做的功就等于单位时间内原子系统吸收的光子总能量.

比较式(3.3.27)和(3.3.30)可得

$$v = -\,\frac{2W_{12}}{\Omega} = \frac{-\,\Gamma\Omega/2}{(\omega - \omega_a)^2 + \Gamma^2/4 + \Omega^2/2} = 2\mathrm{Im}\sigma_{21}. \qquad (3.3.31)$$

这与式(2.4.25)和(3.3.17)完全相符，进一步证明了 v 是感生偶极矩与原子吸收跃迁有关的组分. 把上式代入式(3.3.25)，我们有

$$\boldsymbol{F}_1 = -\,\hbar W_{12}\,\nabla\phi(\boldsymbol{R}). \qquad (3.3.32)$$

现在具体来看光场的性质. 设光是单色平面波：

$$E(\boldsymbol{R},t) = E_0\cos(\omega t+\phi) = E_0\cos(\omega t - \boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{R}), \qquad (3.3.33)$$

于是有 $\nabla E_0=\mathbf{0}$，由式(3.3.21)又有 $F_2=0$；而

$$\nabla\phi = -\,\boldsymbol{k}, \qquad (3.3.34)$$

$$\boldsymbol{F}_1 = \hbar\boldsymbol{k}W_{12}. \qquad (3.3.35)$$

式(3.3.35)有非常明确的物理意义：$\hbar\boldsymbol{k}$ 是一个光子的动量，W_{12} 是跃迁概率，故 $\boldsymbol{F}_1$ 是单位时间内原子得到的光子总动量. 因此，这个力的方向与光子动量方向(即光的传播方向)相同. 在平面波光场中，原子吸收光子是定向的，吸收后原子跃迁到激发态，而从激发态通过自发辐射回到基态时放出的光子却是各向等概率的. 尽管每次自发辐射中原子都会得到一个光子反冲动量，但从大量自发辐射各方向的平均结果看，原子动量变化为零：

$$\sum_{i=1}^{N}\hbar\boldsymbol{k}_{si} = 0,$$

式中 $\hbar\boldsymbol{k}_{si}$ 是第 i 次自发辐射的光子动量，N 为发射次数；而多次吸收光子引起的原子动量变化

$$-\,(m\boldsymbol{v} - N\hbar\boldsymbol{k}) + \sum_{i=1}^{N}h\boldsymbol{k}_{si}$$

却是累积的.激光冷却原子实验往往使用共振光,产生的自发辐射速率是很高的,例如碱金属原子在共振光作用下,每秒可发生多达$10^6\sim10^8$次自发辐射.所以,认为"自发辐射产生的原子动量变化平均为零"是合理的;不过后面我们将看到,自发辐射会产生动量涨落,对冷却极限有影响.定向的有积累效应的光子吸收和大量无规的光子发射的统一就是$\boldsymbol{F}_1$的根由.图 3-1 形象地描述了这个力的产生过程.

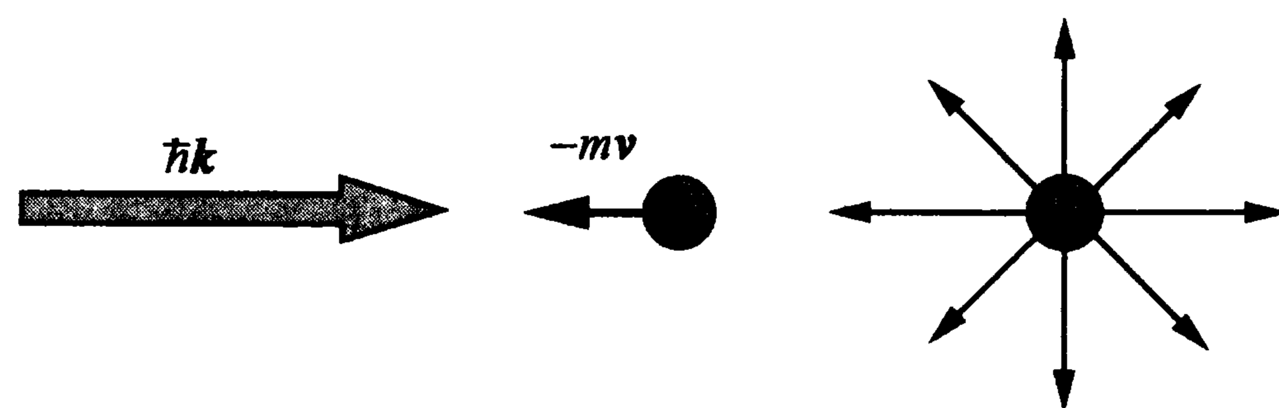


图 3-1 原子吸收和自发辐射光子受力的解释

在上述过程中,原子和光场系统的能量不断通过吸收光子而转向自发辐射场(即真空场).该过程对原子和光场系统来说,不断有能量耗散,所以$\boldsymbol{F}_1$是一个耗散力.由于它是通过吸收光子再自发辐射而产生的,对光场来说,这是一个散射过程.所以,这个力常称为散射力(有的文献中也称为自发辐射力或耗散力),实际上就是辐射压力.

$\boldsymbol{F}_1$的大小与跃迁概率W_{12}成正比,自然就与辐射场的频率ω有关,而且带有共振性质,所以可以把式(3.3.35)展开写成

$$\boldsymbol{F}_1=\hbar\boldsymbol{k}\,\frac{\Gamma}{2}\,\frac{\Omega^2/2}{(\omega-\omega_a)^2+\Gamma^2/4+\Omega^2/2}. \tag{3.3.36}$$

图 3-2 显示出散射力$\boldsymbol{F}_1$的大小与辐射场频率的关系呈洛伦兹线形,在共振频率$\omega=\omega_a$(失谐$\delta=0$)处有最大值.这也是吸收曲线的典型特征.$\boldsymbol{F}_1$的大小还与辐射场的功率有关,这体现在与拉比频率Ω的关系上:在辐射场较弱时,它与辐射场的功率成正比($F_1\propto E_0^2\propto\Omega^2$);当辐射场较强时,出现饱和现象,力随电磁场强度增加而增强的现象减缓.利用饱和参量$s=2\Omega^2/\Gamma^2$,式(3.3.36)变为

$$\boldsymbol{F}_1=\hbar\boldsymbol{k}\,\frac{\Gamma}{2}\,\frac{s}{1+s+(2\delta/\Gamma)^2}. \tag{3.3.37}$$

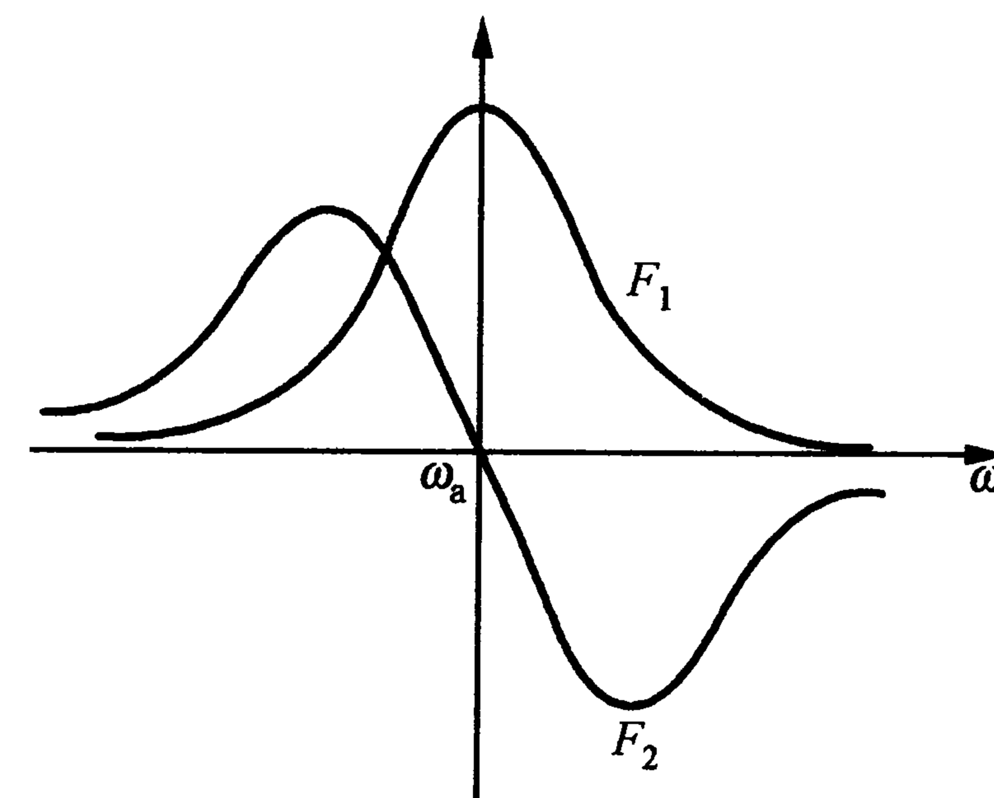


图 3-2 F_1和F_2随辐射场频率ω失谐变化的情况

当$\delta\to0,s\to\infty$时,上式趋近于一个最大值

$$\boldsymbol{F}_{1\max}=(1/2)\,\hbar\boldsymbol{k}\Gamma. \tag{3.3.38}$$

上式代表单位时间内一个原子因吸收光子而可能产生的最大动量变化,它等于最大可能吸收光子数乘以光子动量.这里"1/2"因子可以这样理解:$\tau=1/\Gamma$是激发态寿命,即原子自发辐射所需的时间;而一次自发辐射后的再次激发,大体也需要时间τ.这样一次激发-自发辐射循环需要的时间为2τ,$\Gamma/2$就是单位时间可能发生的最大的吸收光子数.

现在再来看$\boldsymbol{F}_2$.从式(3.3.21)和(3.3.25)可见,它与u及光场的振幅梯度有关,因此对平面波,该力为零.从上面对v的物理意义的讨论已可领会,u实际上代表感生偶极矩与外场变化的同相位成分.从§2.4 和上面讨论可知,它对应于感生偶极矩的实部(与χ'相联系),对光的色散起作用.将式(3.3.16)代入式(3.3.8)或(3.3.25),稍加整理得到

$$\begin{aligned}\boldsymbol{F}_2&=-\frac{\hbar\delta}{4}\,\frac{\Omega^2}{\delta^2+\Gamma^2/4+\Omega^2/2}\,\frac{\nabla\Omega^2}{\Omega^2}\\&=\frac{\hbar(\omega_a-\omega)}{2}\,\frac{\Omega^2/2}{(\omega-\omega_a)^2+\Gamma^2/4+\Omega^2/2}\,\frac{\nabla I}{I},\end{aligned} \tag{3.3.39}$$

这里 I 是入射光强. 显然,这个力与辐射场频率的关系呈色散曲线的形状: 在共振频率处,其值为零;两边的值随失谐 $\delta=\omega-\omega_a$ 的正负而异(分别为负值和正值). 图 3-2 同时也描述了 F_2 随辐射场频率 ω 的变化.

把式(3.3.29)与上式作比较,可得

$$\boldsymbol{F}_2=-\hbar\delta\frac{\nabla I}{I}\frac{W_{12}}{\Gamma}=2\hbar(\omega_a-\omega)\frac{W_{12}}{\Gamma}\frac{\nabla E}{E_0}. \quad (3.3.40)$$

这个力的大小与光强的相对梯度 $\nabla I/I$ 成正比,文献上常称为梯度力,其方向则决定于辐射场的频率失谐: 在正失谐($\delta>0$)时,力指向光强梯度的反方向(即趋向于弱场方向);在负失谐($\delta<0$)时,力的方向与梯度方向相同(即趋向于强场方向). 平面波不产生这个力,只有光强不均匀的光束(例如会聚光束或驻波场)作用于原子才会发生这样的力.

与 $\boldsymbol{F}_1$ 不同,$\boldsymbol{F}_2$ 没有饱和效应. 在给定光强下,设 $\Omega\gg\Gamma$,F_2 的最大值在 $|\omega-\omega_a|=\Omega/\sqrt{2}$ 处,其值除了一个数值因子 $4\sqrt{2}$ 外,约为 $F_2\sim\hbar|\nabla\Omega|\sim\hbar\Omega/L$($L$ 是光强变化的特征长度: 对高斯光束可为焦距;对驻波场可为 1/4 波长). 这样,这个力的大小随光强增加而增加,没有饱和问题.

产生 $\boldsymbol{F}_2$ 的物理原因是什么? 从电磁学里我们知道,把一个电(或磁)偶极子放在不均匀电(或磁)场中,偶极子会受到一种力而移动. 这种力本质上就是静电(或磁)作用力. 因为电(或磁)场不均匀,而电(或磁)偶极子的两极之间有距离,两极受到场的吸引和排斥力大小不同,就出现净作用力使偶极子整体移动. 磁针被磁铁吸引就是这个道理. 偶极矩和不均匀场(有场强梯度)是产生这个力的充分和必要条件,所以称此力为偶极力①.

我们还可以从另一角度来看这个力的成因: 不均匀光场可以

① 因两个光作用力都来自感生偶极矩与光电场的相互作用,有的文献统称两个力为偶极辐射力[7].

看成是许多平面波的合成,即它是许多频率相同而模不同的光场的叠加. 这样,原子在与光场作用时可以从某一个模的光场吸收一个光子,而向另一个模受激发射一个光子. 在这个过程中没有能量的变化,因为不同模光子的频率相同;但是由于不同模光的传播方向不同,其所携带的动量有差别. 上述过程使光子在不同模之间转移,从而使原子动量也发生变化. 图 3-3 描述了原子在一会聚光束中从一个 μ 模吸收光子得到动量 $\hbar\boldsymbol{k}_\mu$,而向另一个 ν 模发射一个光子产生反冲动量 $-\hbar\boldsymbol{k}_\nu$ 的过程,其中原子得到的净动量变化为 $\hbar(\boldsymbol{k}_\mu-\boldsymbol{k}_\nu)$,这就使原子感受到力的作用. 由于这个力导源于光子在不同模之间的转移或重新分布,因此文献中还把它称为重分布力(redistribution force);又由于它起源于受激发射,所以也叫做受激发射力.

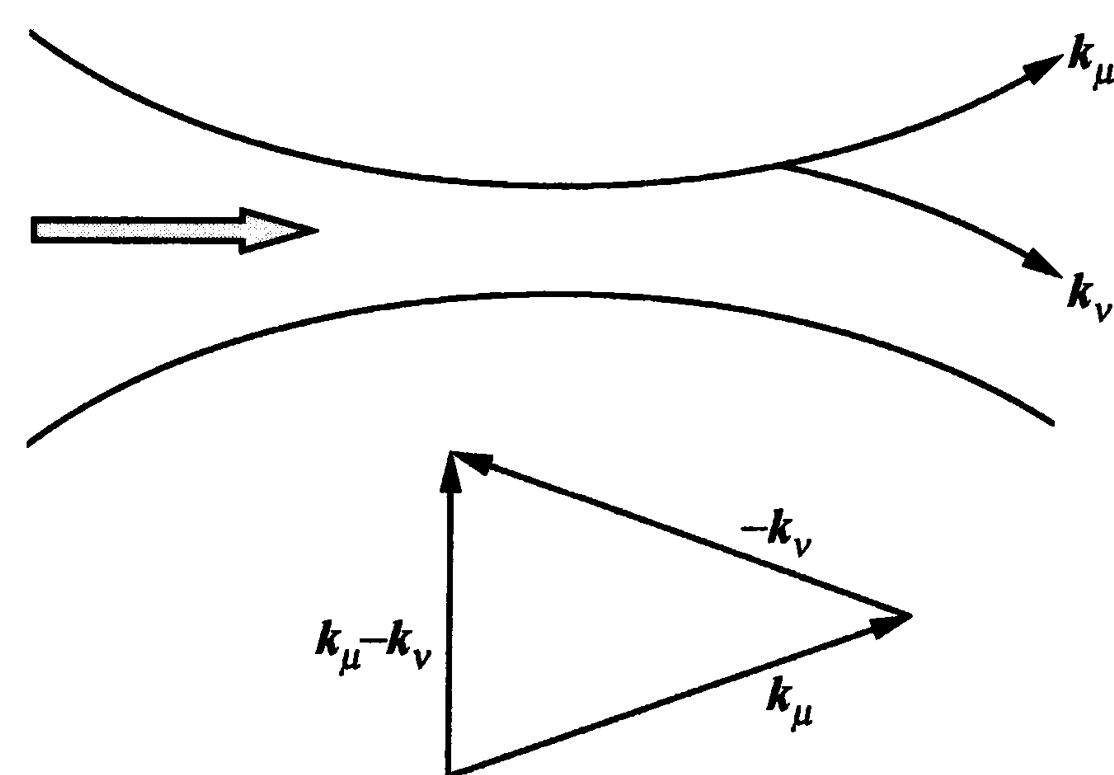


图 3-3　在受激吸收和发射过程中光子重新分布引起的原子动量变化

下面举一个特殊例子来说明上述过程: 设光束由两束频率相同的对射光组成,在原子所在处 $\boldsymbol{R}$ 两者的相位差 $\pi/2$. 在复平面上,两个电场方向 $\boldsymbol{E}_1$ 和 $\boldsymbol{E}_2$ 如图 3-4 所示,总的合成电场为 $\boldsymbol{E}$. 感生偶极矩与外场同相位的成分 $\boldsymbol{u}$ 与 $\boldsymbol{E}$ 方向相符,其在相应电场方向上的投影分别为 u_1 和 u_2. 但是现在 u_2 相对于 E_1 来说是超前了 $\pi/2$,而 u_1 对 E_2 来说是落后了 $\pi/2$. 上面已证明,这个相位相差

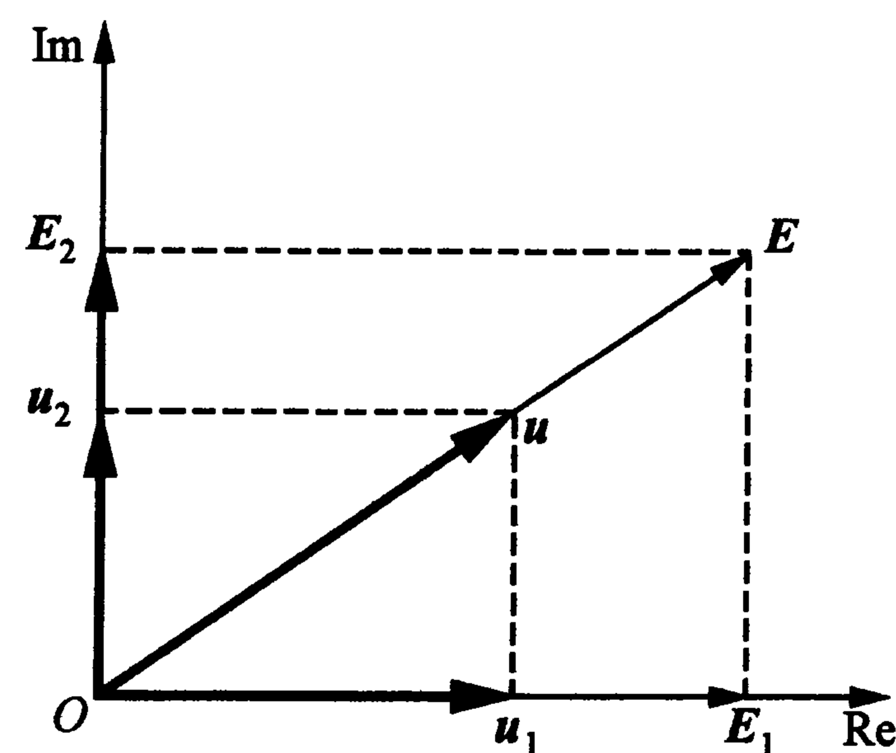


图 3-4　在复平面相位差为 $\pi/2$ 的对射光束中的光子交换[4]

$\pi/2$ 的感生偶极矩会导致光场能量的吸收(或发射). 其实还可以进一步证明,当偶极矩超前时,向光场发射能量;而滞后时则吸收能量. 因此,图 3-4 中的情况是 u_2向光场 E_1发射光子,而 u_1从光场 E_2吸收光子. 这个过程中原子和光场系统没有能量变化,但原子的动量发生了变化:

$$\Delta \boldsymbol{P} = \hbar(\boldsymbol{k}_2 - \boldsymbol{k}_1).$$

在这种特殊情况中,$\boldsymbol{k}_2=-\boldsymbol{k}_1$,原子得到的净动量变化 $\Delta \boldsymbol{P}=2\hbar \boldsymbol{k}_2$. 需要强调:在这个过程中,原子发出的光子应能参与到光场模中,意味着此光子与场模是相干的,这是一个受激发射过程;并且,光子在不同场模的转移要求场模之间有一定的相位关系. 如果两个光场模是不相干的,就不可能发生这种光子重分布过程. 正是这种相位关系,使偶极力与光频失谐的关系呈反对称的奇函数.

我们还可以从能级的光位移角度非常直观地来理解产生偶极力的根由. 从 2.5.3 和 3.3.1 小节讨论我们知道,在光场作用下,原子的能级发生位移,其大小和方向与光场的强度和频率有关. 若光频与共振频率相差较远,失谐较大,能级跃迁概率较小,原子基本上处于基态,其能量与光强有关. 若光强依赖于坐标,则基态能量是一种与位置有关的势能 $U(R)$,于是就有力 $\boldsymbol{F}_2=-\nabla U(R)$. 考虑一种特殊情况:$\nabla\phi=0$(例如驻波场),从式(3.3.24)可得

$$\boldsymbol{F}_2 = -\frac{\hbar\Omega^2}{2}\frac{(\omega-\omega_a)\nabla E_0/E_0}{(\omega-\omega_a)^2+\Gamma^2/4}. \qquad (3.3.41)$$

除分母上一个与光强有关的因子 $\Omega^2/2$ 外,此式与式(3.3.39)等式右边的一个因子完全一致. 当失谐 $\delta>0$ 时,此力指向光弱处;当 $\delta<0$ 时,则指向光强处,如图 3-5 所示. 因此,这个力有时被称为光位移力.

$\boldsymbol{F}_2$可以被写成一个势能的梯度,说明它是一个保守力. 原子在势场中运动时,动能和势能相互转换,总能量不变. 利用激光束可形成一个偶极力处处向内的封闭的势能区,即势阱. 这样的势阱可用频率负失谐的强聚焦的高斯光束形成,也可用驻波的波腹(负失

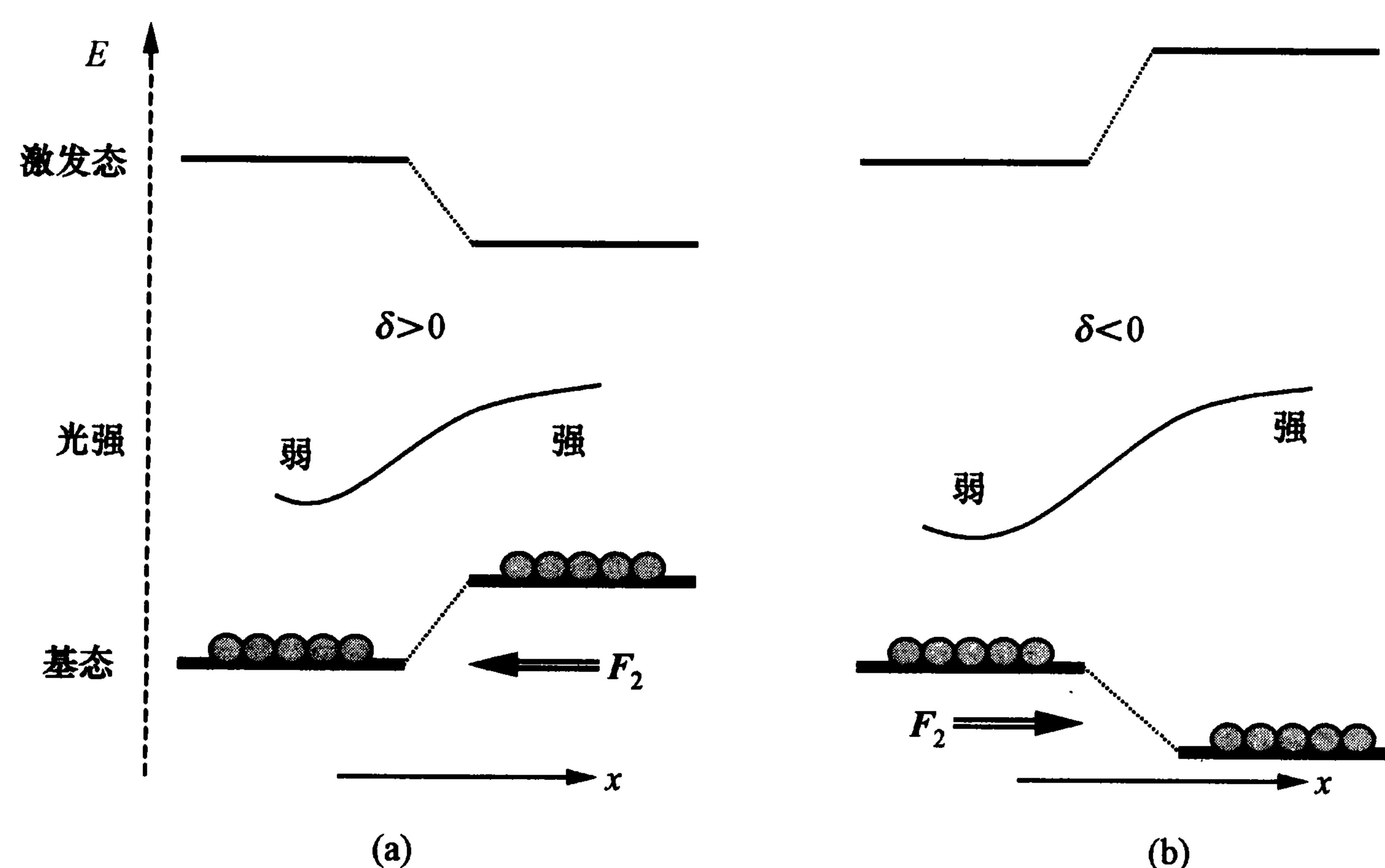


图 3-5 用基态能级光位移解释偶极力的方向
(a) $\delta>0$; (b) $\delta<0$.

谐光)或波节(正失谐光)形成. 根据式(3.3.38),势能的形式为

$$U(\boldsymbol{R}) = \frac{\hbar\delta}{2}\ln\left[1+\frac{\Omega^2(\boldsymbol{R})/2}{\delta^2+\Gamma^2/4}\right]. \qquad (3.3.42)$$

现在来讨论 $\boldsymbol{F}_1$ 和 $\boldsymbol{F}_2$ 的数量级:先看 $\boldsymbol{F}_1$. 根据式(3.3.37),与这个力相关的最大加速度为

$$a_{\max} = \hbar k\Gamma/2m, \qquad (3.3.43)$$

式中 m 为原子质量. 以钠原子为例,共振光波长 $\lambda\approx 590\,\text{nm}$,上能级寿命 $\tau=1/\Gamma=16.3\,\text{ns}$,相当于光子动量的速度(反冲速率)为 $\hbar k/m=h/\lambda m=2.94\,\text{cm/s}$. 由此得

$$a_{\max} = \frac{2.94\,\text{cm/s}}{2\times 16.3\,\text{ns}} \approx 10^6\,\text{m/s}^2 \approx 10^5 g,$$

这里 g 是重力加速度. 因此,表面看来很小的辐射压力其实是很大的,它足以使高速运动的原子减速到零.

再来看 $\boldsymbol{F}_2$,为此比较 $\boldsymbol{F}_2$和 $\boldsymbol{F}_1$. 设原子处在波长为 λ 的强的不均匀光场中,光场梯度的特征长度为 L. 在 $\delta\approx\Omega\gg\Gamma$ 的情况下,可

得

$$\frac{|F_2|}{|F_1|} \approx \frac{\hbar\Omega}{L}\frac{2}{\hbar k\Gamma} = \frac{\Omega}{\Gamma}\frac{\lambda}{L}. \tag{3.3.44}$$

对驻波光场，$L=\lambda/4$. 当 $\Omega \gg \Gamma$ 时，上式远大于 1. 这说明偶极力在数值上可远大于散射力.

§3.4 运动原子所受的光场作用力[4]

现在考虑原子以速度 $\boldsymbol{v}_0$ 运动，于是上面有关原子受力公式中的原子中心位置 $\boldsymbol{R}$ 就成为时间 t 的函数：

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{R}_0 + \boldsymbol{v}_0 t, \tag{3.4.1}$$

一般可令 $t=0$时刻有 $\boldsymbol{R}_0=\boldsymbol{0}$. 为求得光场中运动原子所受的力，我们分以下两种情况进行讨论.

3.4.1 平面波情况

设原子处在平面波激光场中. 根据式(3.3.33)，在这种光场中光的振幅和偏振方向都不随坐标而变，有 $\nabla\Omega=\boldsymbol{0}$. 但是，相位 ϕ 随 $\boldsymbol{R}$ 而变：

$$\phi = -\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{R}(t), \tag{3.4.2}$$

因此

$$\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = \nabla\phi\cdot\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{R}}{\mathrm{d}t} = \nabla\phi\cdot\boldsymbol{v}_0 = -\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{v}_0. \tag{3.4.3}$$

上式与时间无关. 因此，在解布洛赫方程(3.3.14)以求原子受力表达式时，仍然可以引用式(3.3.17)的结果，只需在方程(3.3.14)中把 $\delta=\omega-\omega_a$ 用下式替代：

$$\delta + \mathrm{d}\phi/\mathrm{d}t = \delta - \boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{v}_0 = \omega - \boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{v}_0 - \omega_a. \tag{3.4.4}$$

这就是说，原子"看到"的激光频率是发生了多普勒移动的，其移动量为 $-\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{v}_0$. 设原子运动的方向与光束传播方向相反，则该移动量为 kv_0(v_0 是原子速度在光束传播方向上的投影). 把式(3.4.4)

代入力的公式(3.3.20)或(3.3.36)，得到光束传播方向上原子所受的力

$$F_1 = \frac{\hbar k\Gamma}{2}\frac{\Omega^2/2}{(\delta-\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{v}_0)^2+\Gamma^2/4+\Omega^2/2}. \tag{3.4.5}$$

上式只是把力的最大值从 $\omega=\omega_a$处移到 $\omega=\omega_a+\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{v}_0$ 处，并且其值的大小与原子速度有关. 这是多普勒效应的结果. 此结论对原子的多普勒冷却有重要意义：只有当原子运动方向与光束方向相反，激光频率调得低于原子共振频率时，光才能对运动原子有显著的减速作用.

在原子速度很小的情况下，若有 $|kv_0| \ll \Gamma$(对钠原子，$kv_0 \approx 2\pi\times760\,\mathrm{MHz}$，$\Gamma\approx2\pi\times10\,\mathrm{MHz}$，室温下最概然速率约为 450 m/s，为满足该式，原子速率应小于最概然速率的 1%)，可将式(3.4.5)在 $v_0=0$ 附近按 kv_0/Γ 的指数展开，保留到 v_0 的一次项，得到

$$\begin{aligned} F_1(v_0) &= \frac{\hbar k\Gamma}{2}\frac{\Omega^2}{2}\left[\frac{1}{\delta^2+\Gamma^2/4+\Omega^2/2}+\frac{2\delta kv_0}{(\delta^2+\Gamma^2/4+\Omega^2/2)^2}\right] \\ &= F_1(0) - \alpha v_0. \end{aligned} \tag{3.4.6}$$

第二个等号右边的第一项是速度为零的原子所受到的固定的力；第二项与速度成正比，是负的，表示阻尼力 $F_\alpha=-\alpha v_0$，其中 α 是阻尼系数：

$$\alpha = -\frac{\hbar k^2\Gamma}{2}\frac{\delta\Omega^2}{(\delta^2+\Gamma^2/4+\Omega^2/2)^2}. \tag{3.4.7}$$

当 $\delta<0$ 时，$\alpha>0$，得到阻尼力. 图 3-6 描述了阻尼力 F_1 与原子速度 $\boldsymbol{v}_0$ 的关系. 力是负的，当速度为 $kv_0=-\delta$ 时，力的绝对值最大.

对上式略作运算就可得到，当 $\delta=-\Gamma/2$，$\Omega=\Gamma$ 时，α 有最大值

$$\alpha_{\max} = \hbar k^2/4. \tag{3.4.8}$$

考虑阻尼力

$$F_\alpha = m\frac{\mathrm{d}v_0}{\mathrm{d}t} = -\alpha v_0. \tag{3.4.9}$$

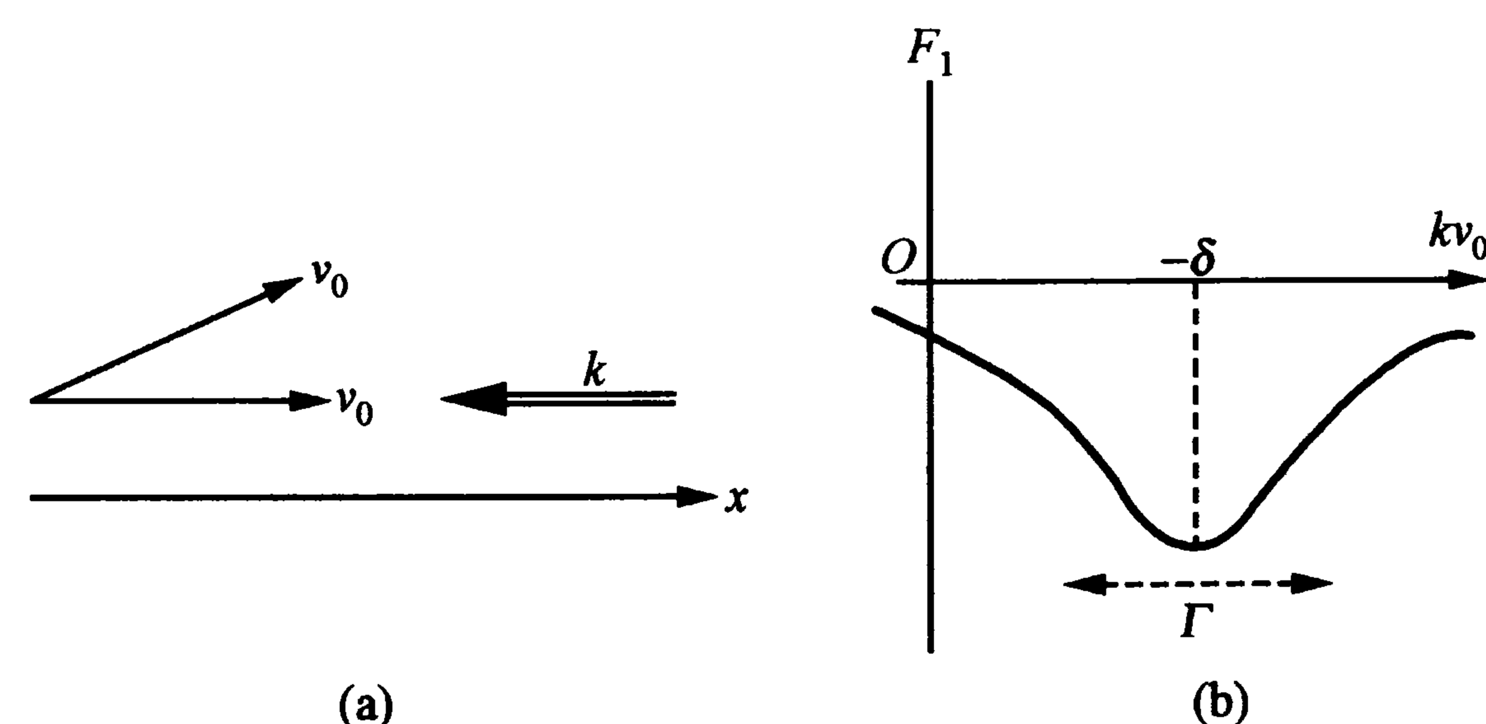


图 3-6 形成阻尼力的原子运动与光波传播方向的关系(a)
以及阻尼力与速度v_0的关系(b)

这表明原子的速度以衰减率 γ 降低:

$$\gamma = -\frac{1}{v_0}\frac{\mathrm{d}v_0}{\mathrm{d}t} = \frac{\alpha}{m} = \frac{\hbar k^2}{4m} = \frac{E_R}{2\hbar}, \tag{3.4.10}$$

这里 E_R 就是式(3.2.25)中提到的原子反冲能量. $1/\gamma$ 就是式(3.3.25)所表示的原子外部自由度的变化时间 T_{ext},其典型值为 1~100 μs;这里我们可以体会到它明确的物理含义.

3.4.2 驻波场情况

现在设激光场是沿 z 轴偏振且沿 x 轴传播的驻波场

$$E_z(x,t) = 2E_0\cos(kx)\cos(\omega t). \tag{3.4.11}$$

这个光场的振幅是随坐标变化的,但相位处处相同,$\nabla\phi=0$. 这样,按照式(3.3.25)求光场力时,只剩下偶极力部分 $\boldsymbol{F}_2$;而这部分与 $\nabla\Omega/\Omega$ 和参量 u 均成正比,因此有

$$F_2 \propto \frac{\nabla\Omega}{\Omega} = \frac{\nabla E(x,t)}{E(x,t)} \propto -\tan(kx). \tag{3.4.12}$$

这样,这个力的大小与所处位置 x 有关;而且,由于 $x=v_0t$,这个力也与时间 t 有关. 为了得到力的具体表达式,需要解布洛赫方程以求得 u,但因布洛赫方程的系数 Ω 与坐标和时间有关,无法得到解析解,只能针对具体情况求数值解.

此外,我们又可把式(3.4.11)改写成

$$E(x,t) = E_0[\cos(\omega t - kx) + \cos(\omega t + kx)], \tag{3.4.13}$$

说明它是由分别沿 x 轴正、反方向传播的振幅相等的两束平面波叠加而成的. 对于平面波,我们已经计算过原子所受的力,它纯粹是散射力. 此结果与上面所说的偶极力相矛盾. 那么,这个力到底是什么性质? 能否把原子所受的力看成是这两束平面波产生的作用力的合成呢? 要是可以,需要什么条件呢? 这些都是我们要讨论的问题;但由于一般意义上的讨论实际是不可能的,我们只就几种近似情况进行分析.

仍旧假定原子运动的速度很小,满足 $|k\,\boldsymbol{v}_0| \ll \Gamma$. 这时,布洛赫方程中的有关变量 u,v,w 的时间导数都可用

$$\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial X}{\partial t} + v_0\frac{\partial X}{\partial x} \quad (X = u,v,w) \tag{3.4.14}$$

表示,而 X 则用 kv_0/Γ 作指数展开:

$$X = X^{(0)} + X^{(1)} + \cdots.$$

这样可以求得与 kv_0/Γ 的零级和一级相关的力的表达式(详见文献[6]中的式(18);由于它还是比较复杂的,这里不再转述).

在场强很小时,有 $\Omega \ll \Gamma$. 这时,力的表达式可以简化,得到[6]

$$F = \frac{\hbar k\Omega^2\delta}{\delta^2 + \Gamma^2/4}\left\{\sin(2kx) + kv_0\frac{\Gamma}{\delta^2+\Gamma^2/4}[1-\cos(2kx)]\right\}. \tag{3.4.15}$$

在对驻波波长周期进行平均后,得到与速度成正比的阻尼力 $F=-\alpha v_0$,阻尼系数

$$\alpha = -\hbar k^2\Omega^2\frac{\delta\Gamma}{(\delta^2+\Gamma^2/4)^2}. \tag{3.4.16}$$

上式是在把光场按式(3.4.11)给出时得到的;也可以说,是按偶极力的概念导出的. 但是,在 $kv_0 \ll \Gamma$ 和 $\Omega \ll \Gamma$ 的条件下,用原子在驻波正、反两个方向的光束作用下所受的散射力之和:

$$F = F_1^+ + F_1^- = -\alpha v_0, \tag{3.4.17}$$

同样可以求得式(3.4.16)(读者可以利用散射力的公式(3.3.36)或(3.4.5)自行验证). 图 3-7 描述了具有一定速度的原子在失谐 $\delta=\omega-\omega_a=-\Gamma/2$、沿相反方向传播的两个激光场中受到的力与速度的关系. 由于多普勒频移,原子受力的最大值在 $kv_0=\pm\delta$ 处,力的方向与速度方向有关: 速度为正(或负),力为负(或正);其合成曲线呈色散线形(注意较远的两翼已不符合近似条件).

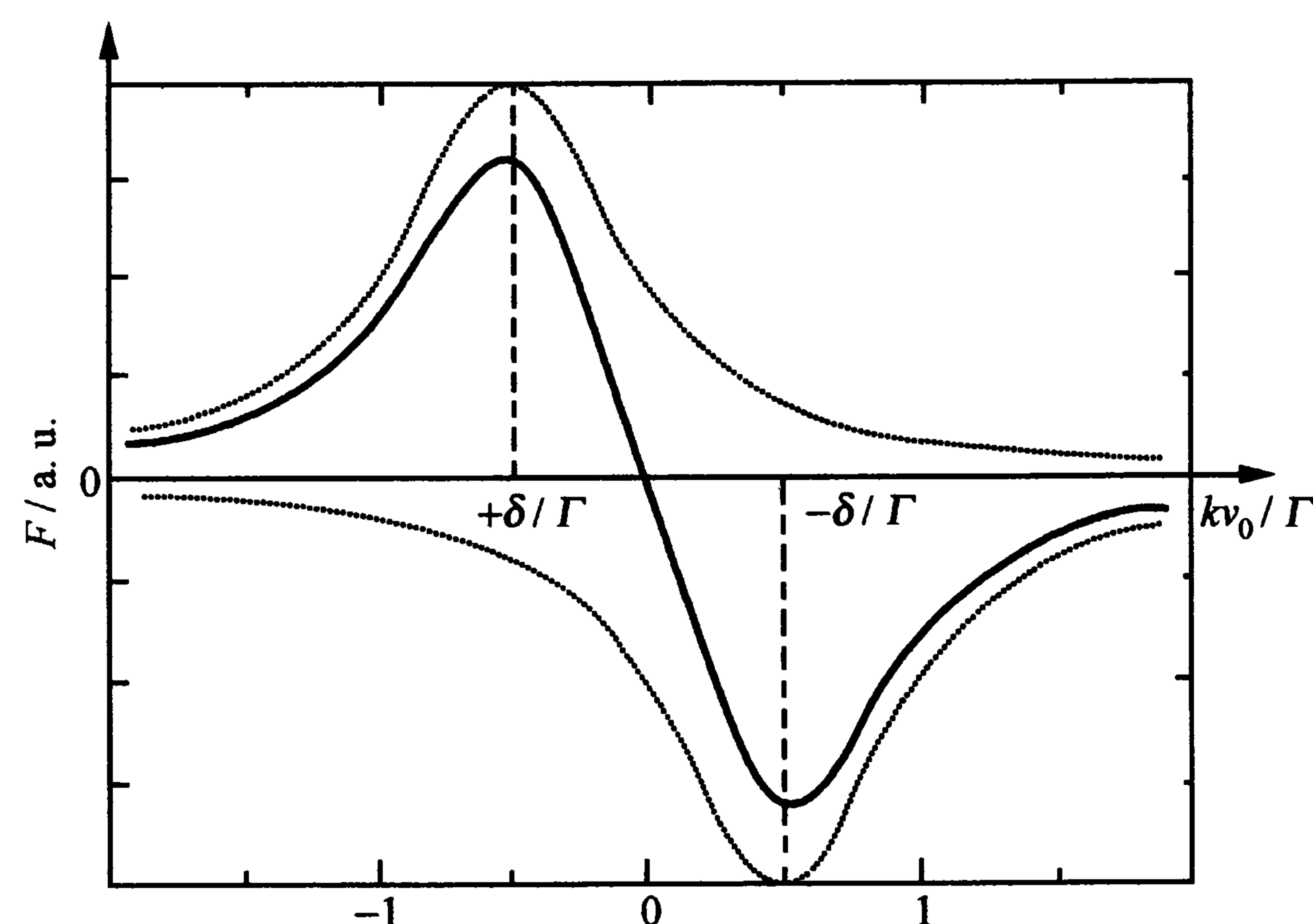


图 3-7　由两束失谐为 δ、传播方向相反的激光对原子施加的作用力与原子速度的关系

虚线表示单束激光形成的力,其正负与激光传播方向相同;实线是合成力,其正负与速度方向相反.

图 3-7 是气体原子一维激光冷却的基础: 由于多普勒频移,在负失谐激光场中,运动原子受"对头碰"的激光束作用发生共振吸收,感受散射力而减速的概率较大;同方向的激光束则不能使原子减速. 这样,无论原子的运动方向如何,总可以与某一个方向的激光束优先发生共振吸收而减速,达到冷却的结果.

在上述特殊情况里,用散射力和偶极力处理具有相同的结果. 不过我们需要注意,在一般情况下是不能这样做的;最主要的原因是在驻波场中两个激光束是相干的,受激辐射过程会产生重要的干涉效应. 例如,在负失谐、大功率激光作用下,原子受到的就不是

阻尼力,而是加速力,正好与这里的结果相反(我们将会在§4.3中看到这种情况,并进行解释).

在任意速度的情况下,由于驻波场中原子受力是按式(3.4.12)呈周期变化的,因此在求解布洛赫方程时可以采用傅里叶级数展开,并且用连分数法(continued fraction)来处理①,此法很容易用计算机进行计算. Minogin 等人[7]在按式(3.4.14)对布洛赫方程中的 u,v,w 进行时间求导后,用傅里叶展开得到驻波场中原子受力的表达式,并对一些具体情况通过数值计算画出了力与速度关系的图形. 图 3-8 是 $\delta=-3\Gamma,\Omega=6\sqrt{2}\,\Gamma$ 时的关系图,这是一种强激光场的情况. 由图可见,在 $v_0=0$ 附近,力的斜率是正的. 这和上面讨论的负失谐、弱光强情况下力与速度的关系正好相反(见图 3-7). 并且,曲线在 $kv_0=\pm|\delta|/(2n+1)$处有方向的转折. 这是多光子共振的结果,我们用图 3-9 来解释其共振过程:

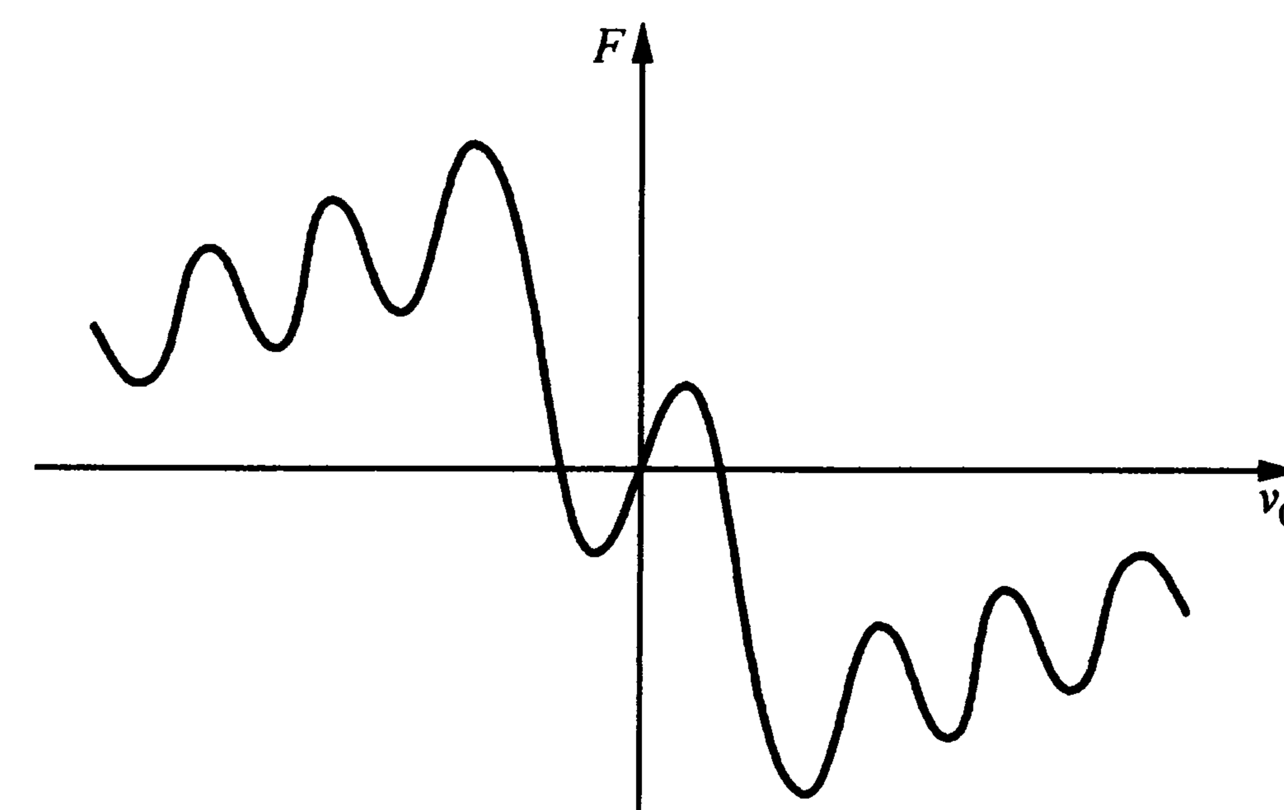


图 3-8　$\delta=-3\Gamma,\Omega=6\sqrt{2}\,\Gamma$ 时力与速度的关系

① 连分数是指可以写成下式的一类分数:

$$Q=\cfrac{p_0}{1+\cfrac{p_1}{1+\cfrac{p_2}{1+\cdots}}},$$

这里分子中的 $p_n(n=0,1,2,\cdots)$是一个联系上、下两个 n 的函数,含有 n_1和 n_2两个数,其中

$$n_1=n+1,\quad n_2=n\quad (n\ 为偶数),$$
$$n_1=n,\quad n_2=n+1\quad (n\ 为奇数).$$

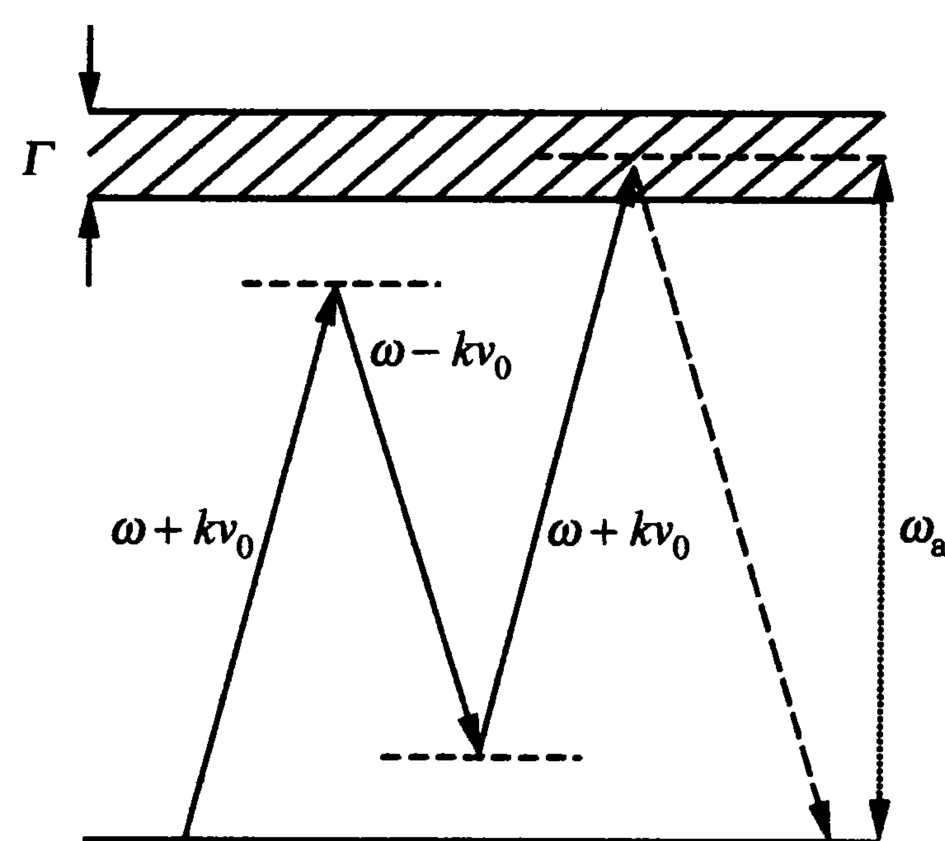


图 3-9 $kv_0=-\delta/3$ 时多光子共振的示意图[4]

由图可见,沿着 x 轴正向运动的原子可以先从沿驻波场负向传播的光束中吸收一个光子而跃迁到激发态,再受激发射一个同向传播的光子而回到基态. 对于原子来说,无论吸收或发射的光子都是发生了多普勒频移的,其移动值分别为$\pm kv_0$. 然后,原子又从反向传播的光束中吸收一个光子而激发. 最后再自发辐射出一个光子而使其自身速度发生变化. 在这个激发过程中,若能满足

$$2(\omega+kv_0)-(\omega-kv_0)=\omega_a,\quad 即 \quad \omega-\omega_a=3kv_0, \tag{3.4.18}$$

就是发生了三光子共振. 同样,若有三次吸收、两次发射,则可构成五光子共振. 一般地,这样的过程可包含 $n+1$ 次吸收和 n 次受激发射,从而在 $\delta=-(2n+1)kv_0$处发生共振. 这就可以解释在 $kv_0=\pm|\delta|/(2n+1)$处原子受力与速度关系曲线上的转折(见图 3-8). 显然,这种过程只有在强激光场中才会发生重要作用. 有的文献[8,9]中称这种多光子共振过程中有多普勒频移的光子为多普勒子(Doppleron),而把这种多光子过程称为多普勒子共振.

由此可见,在驻波场中原子受力是相当复杂的. 只有在弱激光场中,才可以看成是沿正反方向传播的两支激光束的合成作用. 一般情况下,必须考虑两束激光之间的干涉效应.

参考文献

[1] 虞福春,郑春开. 电动力学. 北京:北京大学出版社,1992.

[2] 杰克逊 J D. 经典电动力学:上册. 朱培豫,译. 北京:人民教育出版社,1978.

[3] Cohen-Tannoudji C. Cours de Physique atomique et moleculaire. Paris:Collège de France,1982~1983.

[4] Cohen-Tannoudji C. // Daribard J,Raimond J M,Zinn-Justin J. ed. Fundamental systems in quantum optics. Amsterdam:Elsevier,1991.

[5] Cook R J. Phys. Rev. A,1979,20:224.

[6] Gordon J P,Ashkin A. Phys. Rev. A,1980,21:1606.

[7] Balykin V I,Minogin V G,Letohkov V S. Rep. Prog. Phys.,2000,63:1429.

[8] Minogin V G,Serimaa O T. Opt. Commun.,1979,30:373.

[9] Kyrola E,Stenholm S. Opt. Commun.,1977,22:123.

第四章　原子束的激光操控

原子束是原子分子物理实验中常用的技术. 它利用束的高度定向性和束中原子很少碰撞的条件,在很大程度上克服了多普勒效应和碰撞效应对观测带来的影响,在原子性质研究和参数精密测量中获得了广泛的应用. 激光操控原子束是在一维和二维层面上,利用辐射场的散射力和偶极力对原子束进行减(加)速、准直、偏转和沟道化,以改变原子束的运动状况(速率、方向和发散性等). 这是第三章讨论的辐射力在一维和二维情况的实际应用. 同时,还将结合具体实例,进一步探讨辐射场机械作用力的一些特殊表现,从而使我们对辐射力的物理机理有更加细致、深入的认识.

§4.1　原子束的激光减速——基本方法[1~3]

激光减速原子束是用辐射场散射力一维操控原子运动的最简单的实例,它在原子分子实验室中有许多应用. 束中原子从束源(通称炉子)出来,经过准直,一般是以极高速度(每秒上百至上千米)行进的. 尽管在原子性质研究和参数测量的光谱学方法中,因辐射场传播方向与原子束垂直避免了多普勒效应,而束中原子密度稀疏又使碰撞概率很低,但仍然会因为原子速率太高而使原子参数测量的准确度受到损失. 因此,原子束减速在物理研究上具有重要的应用价值.

原子束激光减速的原理非常简单: 利用负失谐的平面波激光,从与原子束行进相反的方向照射原子束,光对原子的共振散射力使原子不断降低速率. 然而,看似简单的方法在具体实现上却遇到了一些实际问题,以至于人们真正有效地观察到原子束的激光

减速,已是提出"激光冷却"概念以后十几年的事了.

这些问题来自两方面: (1) 要在减速过程中连续补偿多普勒频移. 我们知道,在一般光强下,散射力随激光频率而变化,是带有共振性质的. 由于原子运动带来的多普勒效应,散射力与原子速度有关. 在激光与原子束方向相反的情况下,按式(3.4.5),散射力在

$$\omega = \omega_a - \boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{v}_0, \quad 即 \quad \delta = -kv_0 \qquad (4.1.1)$$

处有最大值,如图 3-6(b)所示. 在减速过程中,原子速度不断降低. 为维持有效减速,激光频率(或原子共振频率)必须跟着改变;否则,减速过程将由于逐渐脱离共振而降低效率,直到完全终止. 我们作一个估计: 设激光频率处在原子有效线宽频率范围内才会发生可观的减速效应,若激光强度等于饱和光强,按式(2.5.5)(a),原子线宽为 $\Delta\omega = 2^{1/2}\Gamma$. 以钠原子为例,$\Gamma \approx 2\pi\times 10\,\text{MHz}$,则激光频率偏离共振约 7 MHz,减速效率就显著降低了. 而对室温下最概然速率为 450 m/s 的运动原子,kv_0 相当于 760 MHz,远远超过了线宽. 可见,减速过程中激光频率跟随变化是完全必要的. (2) 要克服光抽运效应. 在第三章讨论原子受到的辐射力时,我们假定原子只有两个能级;实际上多数用于激光减速的原子,其基态具有多个能级(如超精细结构). 该能级的原子吸收减速光子激发后,从激发态通过自发辐射回到基态时可能落到其他能级,而频带很窄的减速激光对它不起作用. 这样,原子就会停留在这个与激光不发生作用的能级上(即光抽运到暗态上),减速过程随即终止. 下面将分别讨论解决方法.

4.1.1　连续补偿多普勒频移的方法

激光频率扫描(或扫频)法

这是一种最直接的方法,为人们首先认识[4]. 我们先来估计所要求的频率扫描速率. 根据 §3.3 的叙述,在饱和光强作用下,原子先从基态吸收光子激发,再通过自发辐射回到基态,一个循环(称为减速元动作)所需的时间为 2τ($\tau = 1/\Gamma$ 为激发态寿命),而每

个减速元动作引起的平均原子速度变化

$$\Delta v_0 = \frac{\hbar k}{m} = \frac{h}{m\lambda}, \tag{4.1.2}$$

式中 m 为原子质量，λ 为共振吸收激光波长. 对于钠原子，$\lambda=589\,\text{nm}$，$m=23/N_0\,\text{g}$（N_0为阿伏伽德罗（Avogadro）常数），$\Delta v_0=2.94\,\text{cm/s}$. 因此，减速过程的最大速度变化率（负加速度）为

$$a = \frac{\Delta v_0}{2\tau} = \frac{\Delta v_0 \Gamma}{2} = \frac{h\Gamma}{2m\lambda}. \tag{4.1.3}$$

上式和描述最大减速度的式(3.3.43)完全一致. 相应的激光频率变化率（扫频速率）为

$$\frac{\delta\nu}{\delta t} = \frac{k\Delta v_0}{(2\pi)(2\tau)} = \frac{a}{\lambda}. \tag{4.1.4}$$

还是以钠原子为例，$\Gamma=6.1\times10^7/\text{s}$，$\tau=16.25\,\text{ns}$，有 $a=9.1\times10^5\,\text{m/s}^2$，因此激光频率的改变率应为 $1.538\times10^{12}/\text{s}$（即 1538 MHz/ms）. 这是很高的变化率，即要求激光频率扫描非常快.

激光的扫频范围应覆盖从减速起始直到零速率的全部多普勒频移范围，一般以原子束中最概然速率作为减速的起始点. 当然，这样速率高于该值的大量原子就不会被减速. 所以，实际上应取该速率的 1.5 倍处作为减速起点才比较合理；但我们还是可利用最概然速率这个特征参量作为参考点. 设 v_0为减速起始的原子速率，则激光扫频范围应为

$$\Delta\nu = \frac{kv_0}{2\pi} = \frac{v_0}{\lambda}, \tag{4.1.5}$$

而激光频率扫过这一范围所需的时间则为

$$\Delta t = 2n\tau = \frac{v_0}{\Delta v_0}2\tau = \frac{v_0}{a}, \tag{4.1.6}$$

式中 n 是原子从速率 v_0减速到零所需要的激光吸收-自发辐射元动作数. 由上式得这段时间内原子束走过的行程

$$s = v_0\Delta t - a\frac{(\Delta t)^2}{2} = \frac{v_0^2}{2a}. \tag{4.1.7}$$

表 4-1 描述了几种常用的碱金属原子束激光减速的参数. 原子束是从蒸气压为 1 Torr①的原子炉中出来，起始的原子速率为束中最概然速率. 表中相关的参数是指把这个速率降低到零所需的数据；最后一行是按式(2.5.13)计算的激光饱和功率[5~7].

表 4-1 碱金属原子束激光减速实验所用的基本参数

参数	符号/单位	估算公式	^{133}Cs	^{87}Rb	^{23}Na
D_2共振激光频率	$\nu/10^{14}$ Hz		3.517	3.842	5.088
D_2共振激光波长	λ/nm	$\lambda=c/\nu$	852.1	780.0	589.0
元动作速度变化	$\Delta v_0/\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$	$\Delta v_0=h/m\lambda$	0.352	0.588	2.946
1 Torr 蒸气压温度	T/K		552	570	713
T 时最概然速率	$v_0/\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	$1.22(2k_BT/m)^{1/2}$	320	403	876
$v_0\to0$ 元动作数	$n/10^4$	$n\approx v_0/\Delta v_0$	9.14	6.85	2.97
上能级寿命	τ/ns		30.47	26.24	16.25
上能级衰减率	$\Gamma/10^6\,\text{s}^{-1}$	$\Gamma=1/\tau$	32.82	38.11	61.54
自然线宽	$\Gamma/2\pi$ MHz		5.223	6.065	9.795
全饱和下减速率	$a/10^5\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$	$a=\Delta v_0/2\tau$	0.578	1.120	9.06
激光扫频速率	$\delta\nu/\delta t/\text{MHz}\cdot\text{ms}^{-1}$	$\delta\nu/\delta t=a/\lambda$	68	144	1538
激光扫频范围	$\Delta\nu$/MHz	$\Delta\nu=v_0/\lambda$	375	517	1487
$v_0\to0$ 所需时间	Δt/ms	$\Delta t=2n\tau=v_0/a$	5.57	3.60	0.97
$v_0\to0$ 所需行程	s/cm	$s=v_0^2/2a$	90	72.5	42
激光饱和功率②	$I_s/\text{mW}\cdot\text{cm}^{-2}$	$I_s=\pi hc\Gamma/3\lambda^3$	1.10	1.67	6.26

1980 年，莫斯科光谱研究所 Balykin 等人首先利用激光频率扫描法实现了原子束的激光减速[8]. 1984 年，美国的 Hall 小组用这种方法把钠原子束的速率从 530 m/s 降低到 −90 m/s，即发生了速度反转[9]. 这种方法的一个缺点是减速原子束呈脉冲式，而不是连续的；一个激光频率扫描周期产生一团减速原子束. 这对于某些实验要求是不可容忍的，因此还要探索其他方案.

---

① “Torr”，“Pa”，“mbar”都是压强的单位符号，分别读做“托”、“帕[斯卡]”、“毫巴”. 1 Torr＝133.3 Pa＝1.33 mbar.

② 减速光为循环跃迁圆偏振光.

原子共振频率变化法

为了避免上述缺点，可采用另一种方法：激光频率不变而原子共振频率随着减速过程不断变化；也就是说，在式(4.1.1)中，原子共振频率要跟随原子速率而变化，以补偿多普勒频移的变化，而激光频率则不动. 这可以利用在原子束减速途径上设置随空间变化的电磁场，利用变化的塞曼或斯塔克效应随时调整失谐，使之与原子速度的变化相匹配. 设原子沿 z 方向运动，在饱和光强作用下，原子速率在连续减速过程中随路径的变化满足

$$v(z) = \sqrt{v_0 - 2az}. \tag{4.1.8}$$

按式(4.1.1)，沿途原子的共振频率应按照下述关系降低：

$$\omega_a(z) = \omega_a(0)\sqrt{1 - 2az/v_0^2}, \tag{4.1.9}$$

其中 $\omega_a(0)$ 为减速起点($z=0$)原子速率为 v_0 处的共振频率.

原子共振频率的变化可以利用塞曼或斯塔克效应通过改变磁场或电场来实现. 磁场或电场使基态和激发态能级发生位移，最好是位移能使原子共振频率与场强成正比. 这样场强也需按式(4.1.9)的规律随减速路径而变化. 但是，正像我们在 2.2.3 小节中指出的，由于激光冷却实验中常用的碱金属或碱土金属原子基态的一级斯塔克效应为零，而它们的激发态即使有一级斯塔克效应，一般也相当小，所以大多数实验采用塞曼效应. 对于原子共振频率随磁场强度线性变化的塞曼效应，在均匀减速情况下，对磁场强度变化的要求是

$$B(z) = B_0(0)\sqrt{1 - 2az/v_0^2}, \tag{4.1.10}$$

这里 $B_0(0)$是减速起点处的磁场值. 若把谱线塞曼频移写为 $\hbar\Delta\omega = \mu' B$，则可把 B_0写成

$$B_0 = \hbar k v_0/\mu', \tag{4.1.11}$$

这里 $\mu' \equiv (g_e m_e - g_g m_g)\mu_B$，下角标"g"和"e"分别表示基态和激发态，$m_g$和 m_e是磁量子数. 对碱金属原子，$\Delta m = m_e - m_g = 1$，跃迁频

率随磁场减小而降低，故一般用 σ^+ 偏振光冷却. 这样，可把式(4.1.10)改写为

$$B(z) = B_0\sqrt{1 - z/z_0}, \tag{4.1.12}$$

这里

$$z_0 = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{mv_0^2}{\eta\hbar k\Gamma} \tag{4.1.13}$$

是原子速率从 v_0降到零所需的长度(即磁体的长度). $\eta<1$ 表示原子速度变化率不是总能达到式(4.1.3)所表示的最大值.

设计出这样一种磁体是完全可能的. 如图 4-1 所示的磁体结构由一组螺线管线圈组成，其磁场强度沿原子路径逐渐降低[10]. 这种装置称为塞曼减速器. 当然，原子束中有各种不同速率的原子，不可能都满足共振条件. 但是在减速过程中，它们会自动"对号入座"，到适当的地方开始减速. 这样，原子从磁体出口，就会有大致相同的纵向速度，而且原子束是连续不断的. 美国的 Phillips 小组利用这种装置使原子束几乎停止[11].

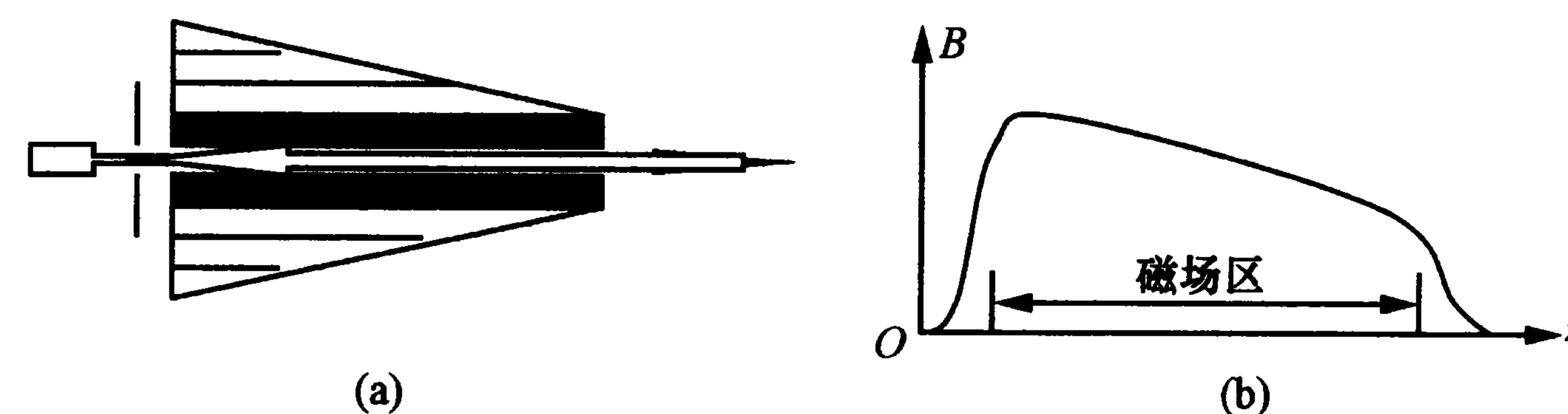


图 4-1 用于激光减速原子束的磁体结构(a)及磁场强度的分布(b)

原则上，即使对于共振频率不随场强线性变化的斯塔克效应，也可设计专门的空间变化电场来达到补偿多普勒效应，进行原子束减速. 常见的斯塔克效应是二级效应

$$\Delta E_e = -\alpha E^2/2, \tag{4.1.14}$$

式中 α 为原子极化率，E 为静电场场强(式(2.2.24)). 若场强单位为 kV/cm，则能级移动可用频率单位表示(一般 α 为 100 kHz/(kV^2 · cm^{-2})数量级). 不同的碱金属原子差别很大. 这

样，要使多普勒频移约 700 MHz 的原子减速，电场强度约需 80 kV/cm. 这是一个非常强的电场，实验上不易实现. 而为了及时补偿多普勒频移，沿减速途径的电场变化要满足如下规律：

$$E(z) = E_0\sqrt{1-(1-z/z_0)^{1/2}}, \tag{4.1.15}$$

这里 z_0是电场变化的路径长度. 正是由于实验上的困难，用这种方法真正实现减速的不多. 有人对钠[12]和铯[13]原子作过这类实验.

漫射光补偿多普勒频移法[14,15]

在任意方向的光照射下，原子所受的散射力公式(3.4.5)的分母中与频率有关的部分应改为

$$\delta - \boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{v}_0 = \omega - \omega_a - kv_0\cos\theta, \tag{4.1.16}$$

这里 θ 是原子行进与光照射方向之间的夹角. 选择固定的单色光频率，令 $\delta=\omega-\omega_0$，多普勒频移也能使不同速度的原子与 θ 不同的光发生共振. 由式(4.1.16)为零得到发生共振的原子速率与照射角度满足下列关系(见图 4-2)：

$$v_0 = \delta/k\cos\theta. \tag{4.1.17}$$

对于负失谐光频率($\delta<0$)，为了产生减速作用，应有 $\theta>\pi/2$，即光照射与原子行进方向相反. 因此，若用漫射光照射原子束，因漫射光中存在 θ 不同的光，束中任何速率的原子都能"自动"找到合适

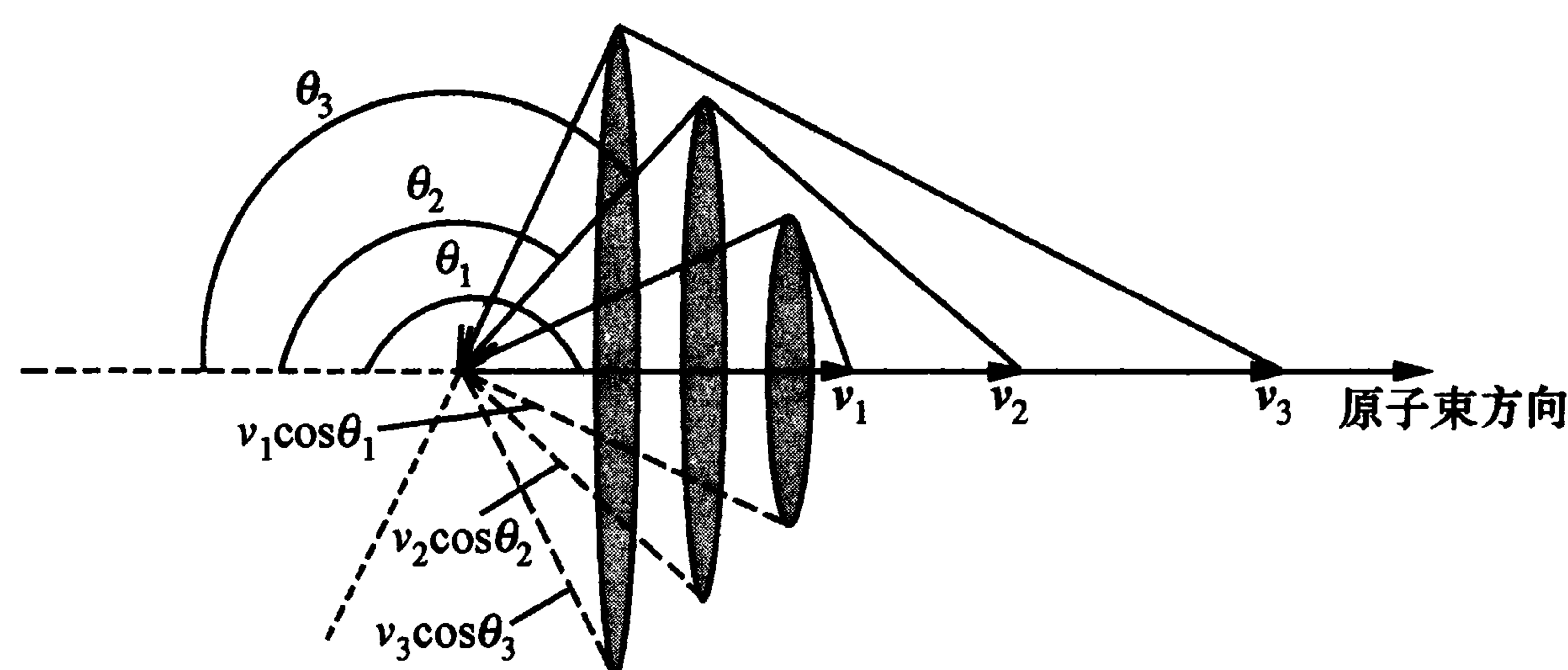


图 4-2 对速度不同的原子发生共振相互作用的 θ 不同的光线
漫射光的失谐 δ 固定，圆锥母线长度 $v\cos\theta$ 是常数.

角度的共振光而补偿多普勒频移，产生有效的减速作用. 图 4-2 显示出能与不同速率原子作用的处于不同 θ 的圆锥面上的光线. 由图可见，原子速率越高，所要求的角度 θ 越接近 $\pi/2$. 随着原子速率降低，起作用的光的角度逐渐增大，直到 $\theta=\pi$、最小速率 $v_{\min}=-\delta/k$ 为止. 激光失谐量 δ 则决定于所期望的最小原子速率：$\delta=-kv_{\min}$. 不过，θ 越接近 $\pi/2$，光子动量沿原子速度方向的分量越小，减速效率越低. 因此，尽管漫射光对各种速度的原子都起作用，但总体减速效率并不高. 实现漫射光的具体方法将在§4.2 讨论.

宽频带光减速法

由于原子减速过程中要求激光频率的失谐随时能补偿变化的多普勒频移，但无论是变化激光频率，还是原子共振频率，或者产生有效的漫射光，在实验上都不是简单易行的. 一种显而易见的方案就是采用强的过饱和的宽频带准共振光[16,17]，甚至各种频率都存在的"白光"[18,19]. 这样，参与减速作用的原子速度范围大为扩展，没有必要采取专门的措施去补偿多普勒频移. 在这种光束里，不同速度的原子自然会从对射光束中找到频率在 $\omega_a-kv_0\sim\omega_a$ 之间合适的光发生共振相互作用而减速. 这种方法的一个重要缺点是，为了得到显著的减速效应，所要求的激光功率太大，饱和因子 $s=I/I_s$ 一般需在 10～100 之间，而且要求的作用时间也较长. 此外，由于各种速度的原子都参与减速，最终的原子速率分布较宽. 为此，有人提出过通过在原子束方向上的强共振激光束与对射的白光联合作用以压缩原子速度分布的方案[20]，取得了较好的结果[21].

这里，还需要提一下横向加热效应的问题. 在上面所说的激光减速原子束的各种方法中，除了漫射光以外，都是利用原子吸收反方向的共振光子而损失定向动量，然后在各向同性的自发辐射过程中平均动量变化为零，从而达到纵向减速. 这是大量自发辐射过程统计平均的结果. 实际上，原子每次自发辐射，光子都会得到一

个反冲动量.这种动量变化是实时的,虽在长时间内被平均掉,却可造成原子速度的短期涨落.在纵向上,它使原子速度离散;在横向上,则因无规反冲动量的不断积累而产生一个平均横向速度,导致横向加热效应,使原子束扩散.设减速过程发生了 n 个吸收和发射光子的元动作,每个元动作引起的原子速度变化为 Δv_0,则减速过程中产生的原子束平均横向速度为

$$v_t = \sqrt{n}\,\Delta v_0. \tag{4.1.18}$$

这个过程需要的时间为 $2n\tau$,故平均横向加速度为

$$a_t = \frac{v_t}{2n\tau} = \frac{\Delta v_0}{2\tau\sqrt{n}} = \frac{a}{\sqrt{n}}. \tag{4.1.19}$$

这是一个可观的数值.例如,对钠原子,$v_t \approx 6$ m/s.这样,原子一方面在纵向减速,另一方面却在横向加速,原子束的截面不断扩大,最后原子束实际上就成为原子团了.为了克服这种效应,需要采用一些压缩横向加热效应的方法.最简单的一种是采用适当会聚的减速光(焦点放在原子束的炉口上),它的光子有一定的轴向动量分量,可以用来抵消原子的横向速度.漫射光方法对各方向运动的原子都能起减速作用,所以横向加热效应似乎会小一些.但是,由于对速度越快的原子,能起作用的光线与原子速度的夹角越接近90°,原子得到有效减速的光子动量分量越小,减速所需要的散射次数越多,这个优点也就不那么明显了.

4.1.2　克服光抽运效应的方法

为了解决光抽运问题,通常采用循环跃迁光减速和反抽运激光相结合的方法.

Balykin 等人[8]首先提出了"循环跃迁"的概念.所谓"循环跃迁"是指,原子在吸收单色共振光上升到激发态以后,通过自发辐射回到基态时只能落到原来的状态.这样,在共振光作用下,原子只能在上、下能级间周而复始地跃迁,永远不可能落到其他不受光作用的能级.这两个能级构成一个准二能级系统.形成循环跃迁的方法有单色窄带激光的能级选择激发法和偏振光激发法等.

从图 2-5 和 2-6 可见,在 D_2 共振光作用下,碱金属原子可从基态 $^2S_{1/2}$ 激发到第一激发态 $^2P_{3/2}$;上、下能级都带有超精细结构.对铷和铯原子,上、下能级分别为 $F'=3,2,1,0$;$F=2,1$ 和 $F'=5,4,3,2$;$F=4,3$.对铷原子来说,如果我们用频率被调到 $F=2\to F'=3$ 跃迁上、频带很窄的单色激光照射原子,则原子只能激发到 $F'=3$ 上能级;而根据 $\Delta F=0,\pm1$ 的选择定则,原子从上能级通过自发辐射只能回到 $F=2$ 能级,不可能到达 $F=1$ 能级.这样,该原子又可能在激光作用下再次激发,重新回到 $F=2$ 的基态能级,循环往复.对于铯原子的 D_2 线,则 $F=4\to F'=5$ 是循环跃迁.但是,我们注意到,铷原子的激发态 $F'=3,2$ 能级和铯原子的激发态 $F'=5,4$ 能级的间隔分别只有约 270 MHz和 250 MHz.从表 4-1 看到,对于速度较大的原子,其多普勒频移量远超过这两个数值.这样,如果我们用负失谐激光照射原子,则有可能其频率正好使某些速度原子跃迁到其他激发态超精细结构能级上,例如到铷原子的 $F'=2,1$ 甚至 0 能级,或者到铯原子的 $F'=4,3$ 甚至 2 能级.此外,还可能因碰撞使激发态混杂以及跃迁概率的洛伦兹线形在较远的两翼仍有一定激发概率,这些都可使原子处于激发态非循环跃迁能级.按照选择定则,从以上激发态能级完全可以落到基态另一个能级(对铷为 $F=1$ 能级;对铯为 $F=3$ 能级)上.这样,原子就不再吸收光而终止减速过程,从而限制了循环跃迁的作用.

另一种实现循环跃迁的方法是采用圆偏振光来进行减速.以钠或铷原子为例,若在光行进方向施加一个弱的恒定磁场,当频率满足 $F=2\to F'=3$ 的 σ^+ 偏振光照射原子时,按照选择定则,原子将产生 $\Delta m_F=1$ 的跃迁.若原子原来处于基态的 $F=2,m_F=2$ 能级,则只能激发到 $F'=3,m_F=3$ 能级;而从激发态回来,按照选择定则 $\Delta m_F=0,\pm1$,它们只能落到原来能级.这样就保证了减速过程的循环跃迁,使 $F=2,m_F=2$ 和 $F'=3,m_F=3$ 能级处于准二能级状态.至于如何使基态原子都处于 $F=2,m_F=2$ 能级,在 2.6.1

小节中已有叙述. 实际上,只要以同一束圆偏振光,利用各能级相对跃迁概率的差别,就可以使处于其他塞曼子能级上的原子积聚到 $F=2, m_F=2$ 能级上(见图 2-22);但是实现完全的循环跃迁还是有困难(这是因为很难得到纯粹的圆偏振光). 如果减速光偏振不纯,原子就可能落到其他塞曼子能级,这样还是会发生由上述各种原因而引起的光抽运效应,从而终止减速过程.

因此,比较有效的办法是,再用第二束激光,把其频率调到另一个基态超精细能级上. 例如对钠和铷原子,激光频率调为 $F=1\to F'=2$ 跃迁(对铯原子,则调为 $F=3\to F'=4$ 跃迁). 这样,当原子落到 $F=1$ 能级(对铯为 $F=3$ 能级)时,原子就会被再次激发;通过 $\Delta F=0,\pm1$ 的选择定则,从激发态自发辐射再回到基态时,就有机会到达原来的减速态. 所以,这是一种"捡漏"过程,即把因光抽运"漏走"的原子重新"捡"回到减速过程中来. 一般说来,这种被称为反抽运光的第二束激光是必不可少的(曾有报道不用反抽运光的激光冷却工作,实际上是激光频谱中有频率符合反抽运光的成分在起作用[22]). 因为减速过程中原子的激发次数很多(几万次以上),只要有一次原子被"漏走",就不再参与减速. 这样,最后真正能被减速的原子就会很少,使减速过程失效. 此外,还需注意,在原子束减速过程中,为了有效克服光抽运效应,反抽运光的频率也要跟踪多普勒频移的变化[9].

§4.2 原子束的激光减速——实验结果

本节我们将介绍几个典型的激光减速原子束的实验,从中不仅可以看到实验的具体实施,还可以了解到一些重要的实验技术和测试方法.

4.2.1 激光频率扫描实验

原子束激光减速实验最早是莫斯科光谱研究所 Balykin 等人

在 1979 年完成的[8]. 他们利用激光频率扫描技术得到了钠原子束的连续减速,实验装置示于图 4-3. 图中使用了两个原子束:一是用于观察减速效果的主原子束,行进方向与减速激光束的方向相反;另一为参考原子束,与激光方向垂直. 激光来自染料激光器,一般扫频速率较低(约 370 MHz/ms;采用特殊的商品扫频装置,可提高到 1400 MHz/ms),大体符合钠原子扫描速率的要求(见表 4-1,按所用激光功率计算了扫描速率要求为 1360 MHz/ms). 扫频范围为 1380 MHz,包括从束中最概然速率直到零的多普勒频移(束源炉温为 300 ℃),所需的相互作用时间约为 1 ms. 该激光器既用于减速,也用来使原子产生荧光,以检测原子束的速度分布. 原子速度检测区设置在两原子束交叉处,与原子束准直孔的距离为 38 cm(即原子与减速光的最大相互作用距离). 原子发出的荧光由光电倍增管(photomultiplier,PMT)接收,荧光强度代表与该频率激光发生共振吸收的原子数. 参考原子束与激光的相互作用没有多普勒频移,该瞬间的激光频率标志着原子速度为零,用来标定束中原子的速度. 检测区原子发出的荧光强度随激光频率的变化表示原子的速度分布,它随激光扫频信号同步输入到示波器,从而记录到这种分布. 为了监视扫频过程,还从减速激光中分出一束扫频激光,穿过一个钠蒸气室,用另一只光电倍增管记录蒸汽的荧

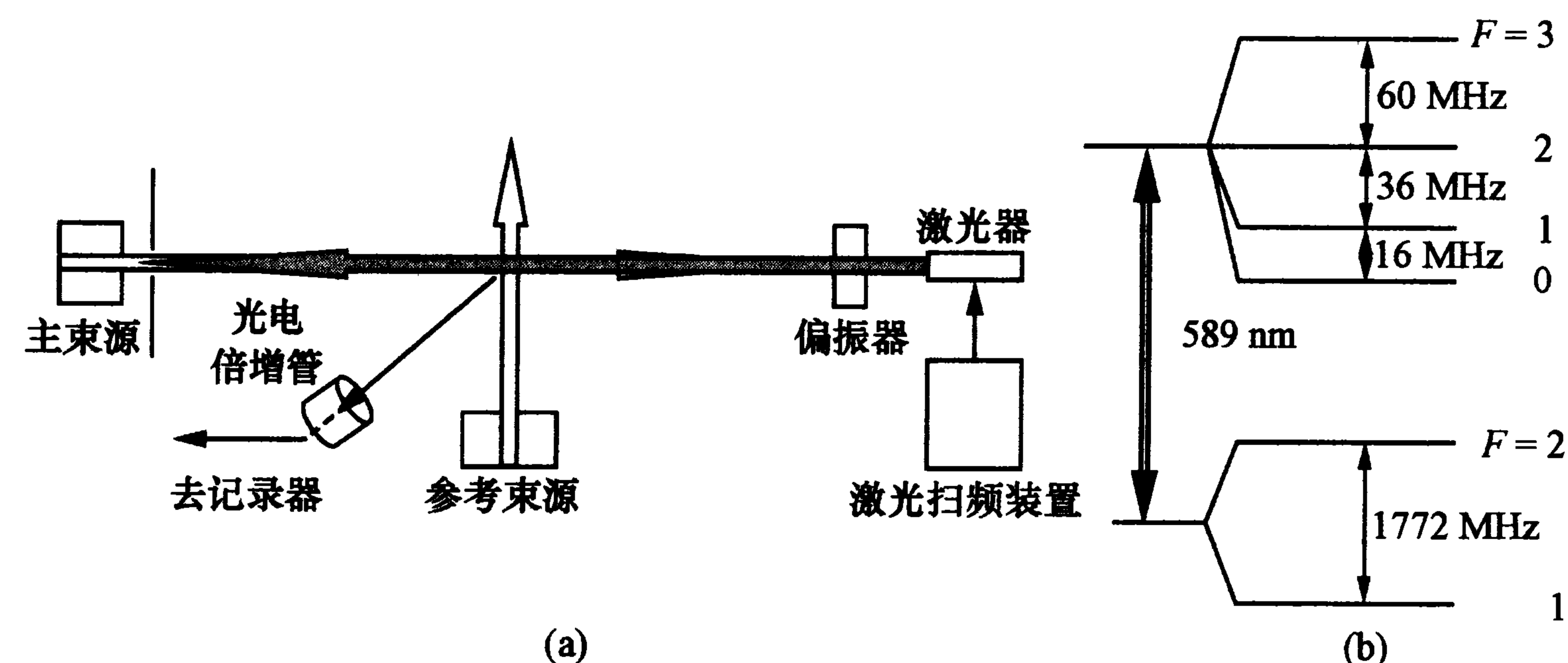


图 4-3 Balykin 等人的激光减速原子束装置(a)及钠原子超精细结构能级(b)

光，得到一条完整的多普勒增宽的吸收谱线，以资比较. 为防止塞曼能级混杂，沿原子束加了约 1 G①的弱磁场.

处在原子束准直孔上，以最概然速率运动的原子在激光扫频开始时就接受减速，沿路逐渐降低速度. 在减速途径中，它们会与原先速率较低的原子会合，进一步共同减速. 这样，速度较低的原子就会堆积起来，当到达检测区时，同一激光扫描周期的各种速度的原子(高于最概然速率的除外)都会堆积到速度为零处附近. 因此，原子的速度分布曲线会发生明显的变化：在速度低于最概然速率的部分出现凹陷；而在零速度附近产生很大的尖峰. 这就是 Balykin 等人的实验期待. 作为第一个激光减速原子束实验，他们改变了各种条件来观察原子速度分布曲线的变化：(1) 激光偏振. 证明 σ^+ 圆偏振光有减速效果，而 π 线偏振光没有. (2) 比较不同激光扫频速率的效果，当扫描速率高于 370 MHz/ms 时，才看到减速效果. (3) 比较不同激光功率的减速效果. 在如图 4-4 所示的结果中，激光扫频速率均为 1400 MHz/ms，上面为用于监视的钠蒸气多普勒增宽谱线(隐约可见两个超精细能级的吸收曲线)；下面为减速后原子束的速度分布. 图上右侧两个尖峰是参考原子束产生的荧光信号，表示 $F=2,1$ 两超精细结构能级零速度原子的位置，其间距为 1772 MHz. 由图可见，随着激光功率升高，原子束速度分布曲线的峰值向零速度位置稍有移动，这说明减速起了作用，但整体效果不明显；图 4-4(a)几乎看不到减速效果，这是因为激光功率太低，扫频速率过高，原子减速跟不上激光频率变化；从图 4-4(b)看到速度分布曲线上的波纹由激光扫频与原子减速步调不一致所造成.

总体上说，这次实验没有达到预期效果. 后来分析[23]，一方面，主要是由于激光的圆偏振不纯，光抽运效应严重存在；另一方面，一束激光既用于减速，又用于检测原子速度分布，也造成一些

① “G”是“高斯”的单位符号. 1 G=10⁻⁴ T(“T”是“特[斯拉]”的单位符号).

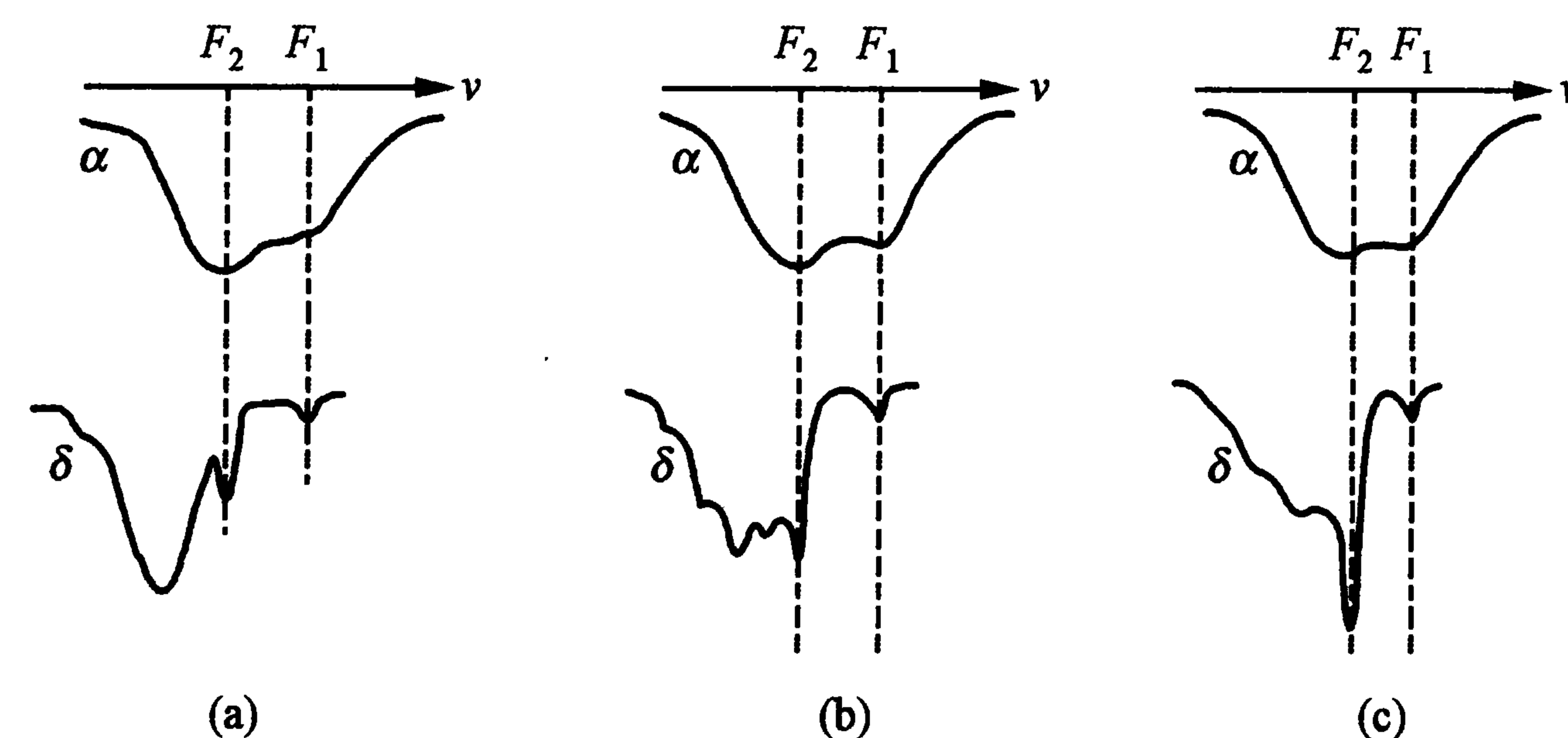


图 4-4　第一个激光减速原子束实验的结果

(a)～(c)的激光功率分别为 1.85，14.6，400 mW/cm².

困难. 后来，Balykin 小组用两束激光来减速和克服光抽运，得到明显的减速效果[17]，但是却没有再利用激光扫频技术，因此不在这里叙述.

Hall 小组最早得到了用激光扫频减速原子束实验的完美结果. 他们采用电光调相的方法克服了染料激光器高速扫频的困难，最终使钠原子束中的原子减速到零，甚至成为负速度[24]. 他们的实验装置见图 4-5. 图中一束激光对射原子束用于减速，另一束同样扫频的激光用于检测原子速度分布，它以 34°的角度与原子束相交，利用多普勒效应检测原子速度. 从该检测光还分出一束光，垂直照射原子束，作为零速度标记. 同以前实验相比，他们的重要改进有：(1) 利用电光调制器(electro-optic modulator，EOM)产生高速的激光频率扫描；(2) 用单独的激光检测原子速度分布，把原子减速和速度检测在时间上分步实施；(3) 反抽运光也以同样规律进行调频，使得在整条减速路径上都能避免光抽运效应；(4) 用稳频技术稳定减速激光载波频率，避免减速过程因激光频率不稳而产生波动；(5) 减速光稍有会聚，以抵消横向加热效应.

Hall 小组用钽酸锂单晶体特制了以行波(traveling wave，TW)方式工作的 EOM. 输入 4～6 W 高频功率后，能把功率的 34%分别转变为正、负两个一级调相边带，10%转为两个二级边

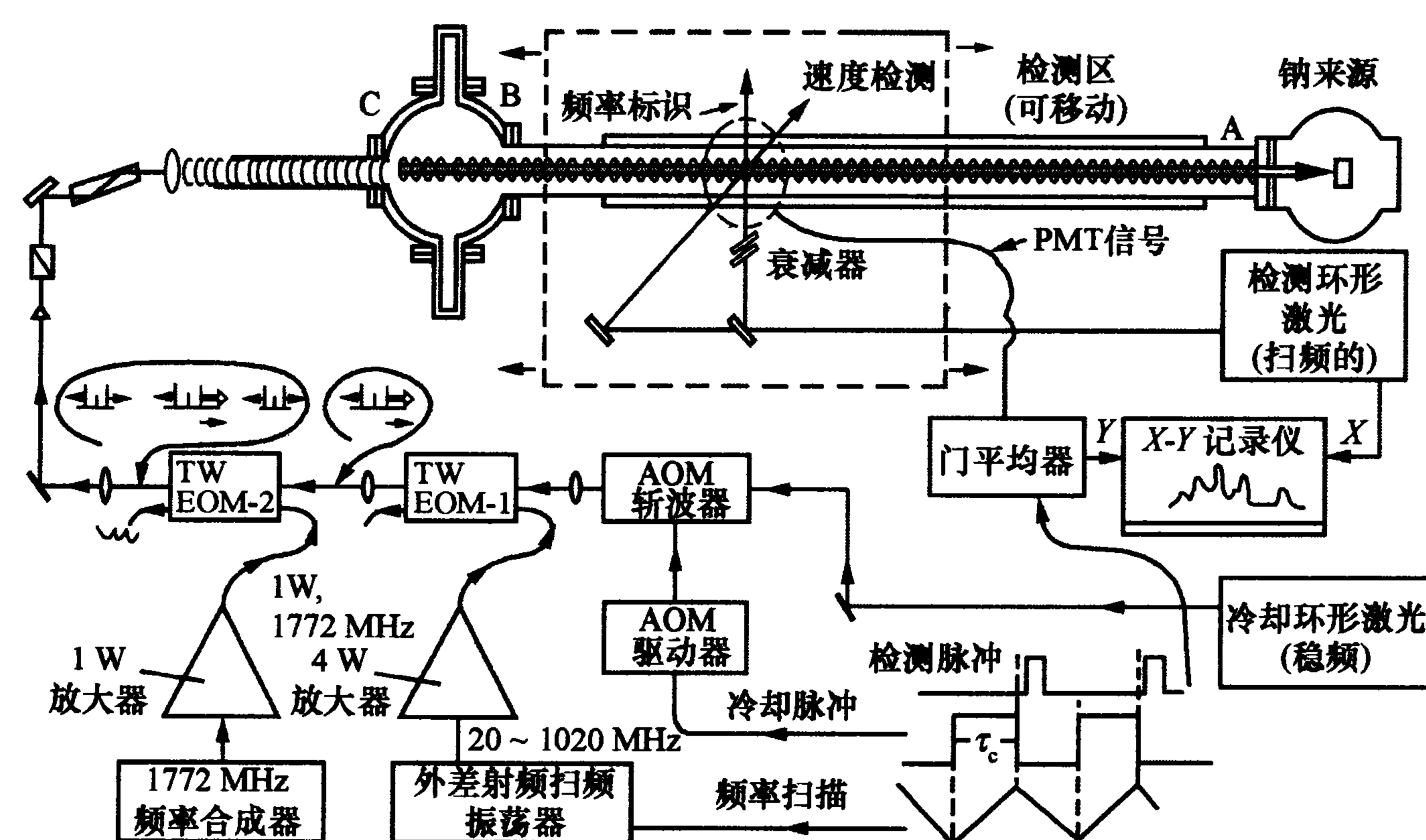


图 4-5　Hall 小组进行钠原子束扫频激光减速实验的装置

带，剩下的 12％留在载波频率上；最高调制频率可达约 3.5 GHz. 把三角波信号送入一个压控电子频率源，就可得到频率成线性变化的电信号，送到 EOM，激光频率同样得到调制. 这种装置具有高速调频的能力：在三角波的一半周期，电压由高到低，调制负边带的激光频率成线性增高；而在三角波的另一半周期，电压由低到高，调制正边带的激光频率仍然由低到高变化. 两者联用，可使一个扫描周期激光频率变化达到最高调制频率的一倍，从而提高了扫频速率. 在实验上，他们只利用了三角波的正半周期(上升半波，或图中 EOM-1 输出箭头指出的那一个边带)以进行减速，所以，EOM-1 用以使激光扫频；EOM-2 用来产生相隔 1772 MHz 的反抽运光，它由 1772 MHz 频率综合器提供调制信号. 由于进入 EOM-2 的光已经被频率调制，这个反抽运光频率就以同样规律变化. 这样，在原子束的整个减速过程中都有反光抽运作用. 在一个周期减速完成后，用声光调制器(acousto-optic modulator，AOM)关闭减速激光通路，打开检测激光，检测原子束的速度分布. 检测激光当然也是扫频的，多普勒频移的不同频率对应于不同的原子速度. 由于用 AOM 关掉减速激光后立即打开检测光，原子速度分

布不致有大的变化. 这样，减速与检测分时工作避免了互相干扰，有利于优化实验结果. 为了减少横向加热效应，考虑到原子束有约 3 mrad 的发散角，他们使激光束稍有会聚，与之相遇的原子会处处与激光“对头碰”. 在这个实验方案中，减速光中还包含着频率较低的负边带和载波成分，它们对减速不起显著作用(载波多少还能起些减速作用，即准共振光减速). 他们认为这多少有点好处，因为远负失谐光引起的偶极力正好指向光轴，有利于克服横向加热效应. 实验中，钠原子的炉温为 250 ℃，束中最概然速率为 620 m/s，选择的激光扫频范围为 20～1020 MHz(可变).

他们的实验结果见图 4-6. 图中央速度为零处的尖峰由垂直激光束的荧光产生，相当于零标记. 曲线 I 是没有减速激光时的图形，反映束中全速度原子的多普勒频移分布. 曲线 Ⅱ 是减速和反抽运激光都不扫频时的原子速度分布，部分速度相应于该处具有多普勒频率的原子在载波频率激光作用下得到减速；该处出现凹陷，而较低速度处的信号幅度则有所增强. 曲线 Ⅲ ～ Ⅴ 是不同载波频率(起始减速的激光频率相当于图中 C 点)下扫频激光引起的减速效应. 扫频的幅度为 1 GHz，相当于速度降低约 630 m/s，所需时间约 2 ms；可用的激光边带功率约 10 mW，这是个较低的临界值，不能使所有原子都得到减速. 不过从图中仍可看出，减速效果是明

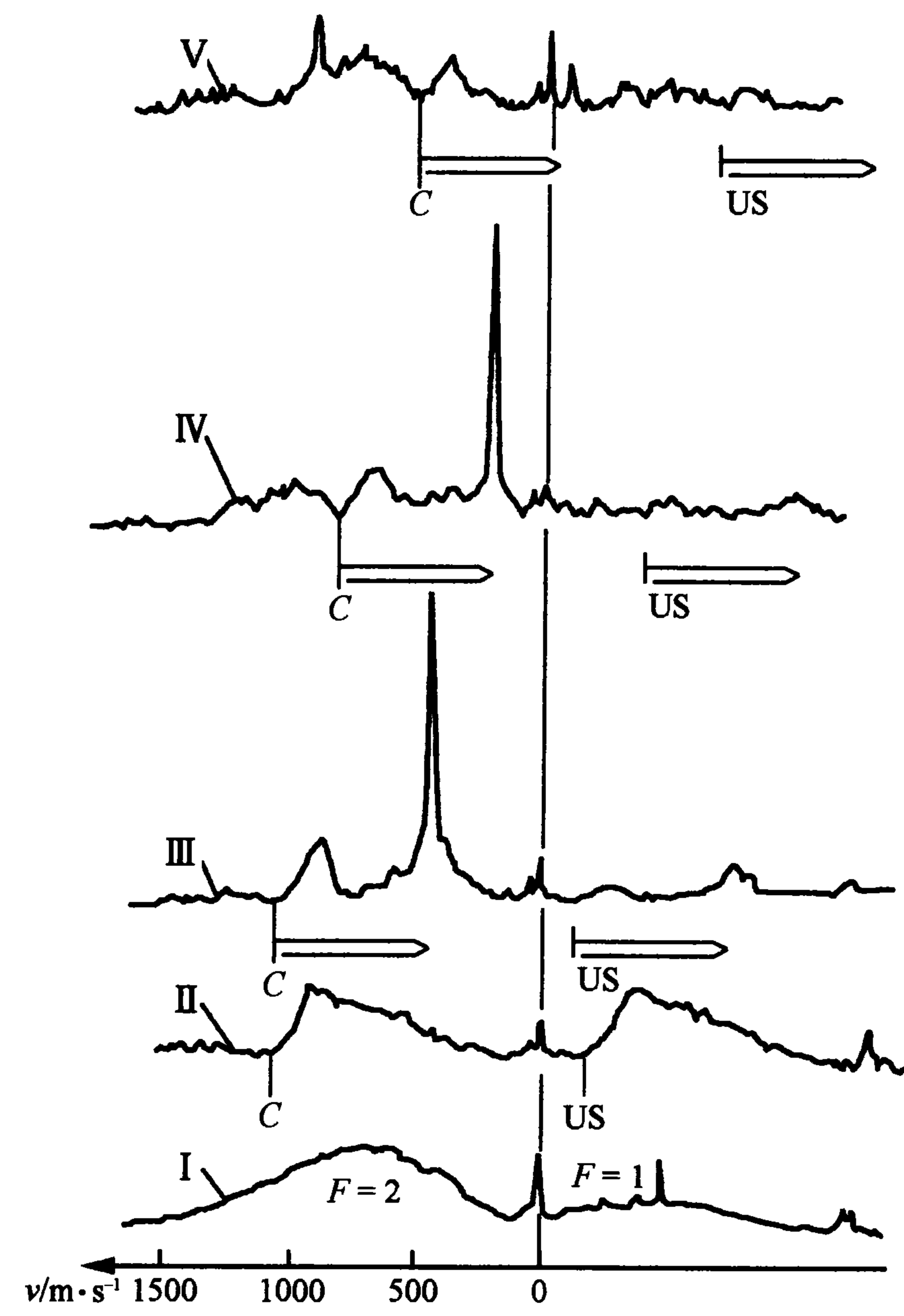


图 4-6　Hall 小组的钠原子束减速实验的结果

显的，原子堆积在相应于扫频末端的速度上. 曲线Ⅲ～Ⅴ的始、末速度分别为：1800，460 m/s；840，210 m/s；530，−90 m/s，得到了负速度！曲线Ⅴ的信号较弱，这是因为减速的起始速度低于最概然速率，该处原子数已较少，而低速原子在检测光作用下产生的光抽运效应也更严重些. 该图还有一个高速原子减速到 920 m/s 处的峰，是低 1772 MHz 的激光边带作用的结果. 图中所有零线右边都是 $F=1$ 基态原子的贡献，“US”表示激光上边带频率，也跟着扫描(曲线Ⅲ～Ⅴ).

实验中，不仅看到原子束的减速，而且观察到原子速度分布显著压窄. 最终的速度分布峰的全宽度约为 25 MHz，扣除自然线宽的贡献，实际速度线宽估计约 15 MHz；考虑到 cos 34°＝0.829 的因子，相当于速度分布宽度为 9 m/s[24]（疑为 11 m/s). 按式(4.1.18)，他们估计横向速度约为 5 m/s（$n=(600\ \mathrm{m/s})/(3\ \mathrm{cm/s})=20\,000$），纵向速度分布宽度不超过 7.5 m/s. 原子束成了气团！扩展的速度约为 6 m/s，相当于温度 $T=mv^2/2k_B=50\ \mathrm{mK}$！

上述早期工作都是利用连续可调染料激光器做的，其优点是激光功率大（可达几百毫瓦）；缺点是不易高速调频，而且设备比较昂贵、庞大. JILA 的 Wieman 小组首先采用半导体激光器实现了铯原子束减速，取得了很好的结果[25]. 半导体激光器具有小巧、简单、廉价、便于调节等优点，在原子物理实验室获得了广泛的应用. 他们所用的实验装置如图 4-7(a)所示. 一只波长为 852 nm、最大输出功率为 15 mW、自由运转线宽为 35 MHz 的单模半导体激光器用来减速，其频率调在铯原子 $F=4\rightarrow F'=5$ 跃迁上；另一只功率为 6 mW 的半导体激光器用于反抽运，频率调在 $F=3\rightarrow F'=4$ 跃迁上. 实际使用的激光功率分别为 6，0.6 mW. 两束都是圆偏振光，合并后稍有会聚，对射原子束. 从主激光又分出一束光与原子束正交，作为零速标记. 铯源的炉温为 100 ℃，原子束中的最概然速率为 270 m/s，相应的多普勒频移为 310 MHz. 因减速元动作速率变化为 0.35 cm/s，从该速度到原子静止需要约 76 000 次光子

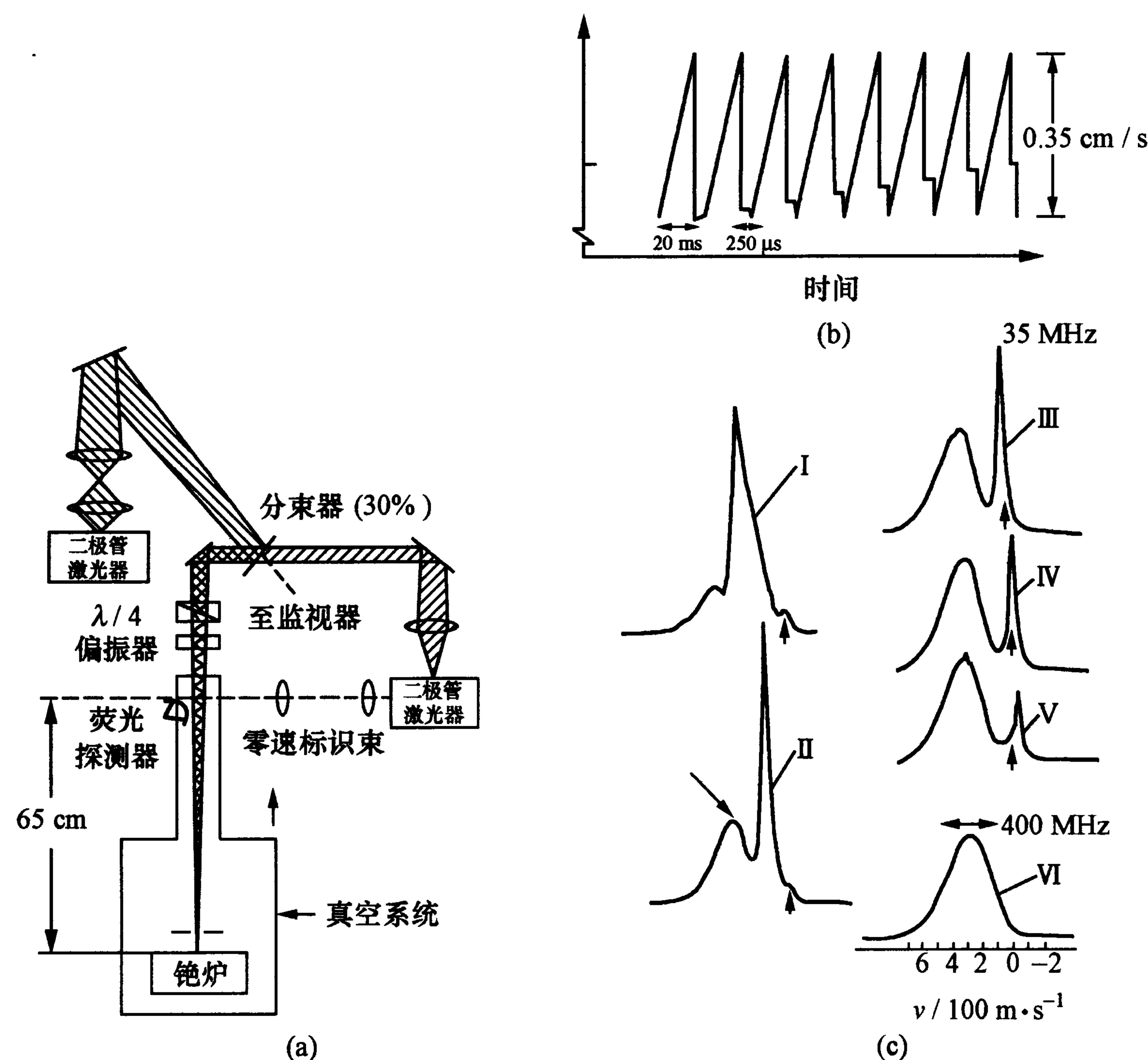


图 4-7　Wieman 小组的实验装置示意图(a)，减速激光扫描方式(b)和实验结果(c)

吸收发射元动作. 他们沿原子束加小于 1 G 的磁场，以确定量子化轴；两束激光都以 20 ms 周期进行电流扫频，用于减速. 同时，又加了一个以 6 s 周期变化的注入电流，使激光频率从 0～1.5 GHz 进行慢扫描，用于检测原子速度（见图 4-7(b)中扫描线上阶梯式变化). 该电流只在 20 ms 扫频周期结束后打开 250 μs，随即关断. 在这 250 μs 里荧光检测器工作，该瞬间的激光频率与一定速率的原子相对应. 把各点荧光强度连接起来，就是原子速度分布曲线，见图 4-7(c). 曲线Ⅰ～Ⅴ表示不同减速起点得到的结果，其中箭头处表示零速度. 由图可见，也得到了负速度（曲线Ⅳ和Ⅴ)！

上述结果中的荧光线宽约为 35 MHz,因此速度分布的上限为 ±15 m/s,相应温度为 1 K,估计静止原子的密度约 $10^6/cm^3$. 荧光线宽完全决定于激光线宽,说明必须压窄激光线宽才能取得好的冷却效果. 后来,用半导体激光进行原子束减速的工作不少,如美国纽约州立大学石溪分校 Metcalf 小组用类似装置以 780 nm 半导体激光器实现了铷原子束的减速,在 1.3 m 路径上使原子速度降为零[26]. 此后,他们又使两种铷的同位素(^{87}Rb 和^{85}Rb)都得到了减速[27].

4.2.2 塞曼与斯塔克减速实验

1982 年,美国 NIST 小组首先采用了塞曼减速原子束的方法[10],实验装置见图 4-8. 图中随空间变化的磁场由螺线管绕组产生,长度为 60 cm. 钠原子束来自 600 ℃的炉子,经 50 cm 进入磁场区. 根据式(4.1.11),可减速原子的最大速率为

$$v_{0\max} = \frac{\mu' B_0}{\hbar k} = \frac{\mu' B_0 \lambda}{h} = \gamma_z \lambda B_0, \tag{4.2.1}$$

式中 λ 是激光波长,$\gamma_z = \mu'/h$ 是塞曼效应的有效旋磁比(即单位磁场引起的塞曼频移值). 对于钠原子减速光 D_2线(λ=589 nm)的跃迁 $F=2, m_F=2 \to F'=3, m_F=3, \gamma_z=14$ GHz/T. 若要求 $v_0 = 10^5$ cm/s,则 B_0=0.12 T. 而根据式(4.1.10),为了使原子共振频率能跟上原子速度变化的多普勒频移,磁场梯度应满足

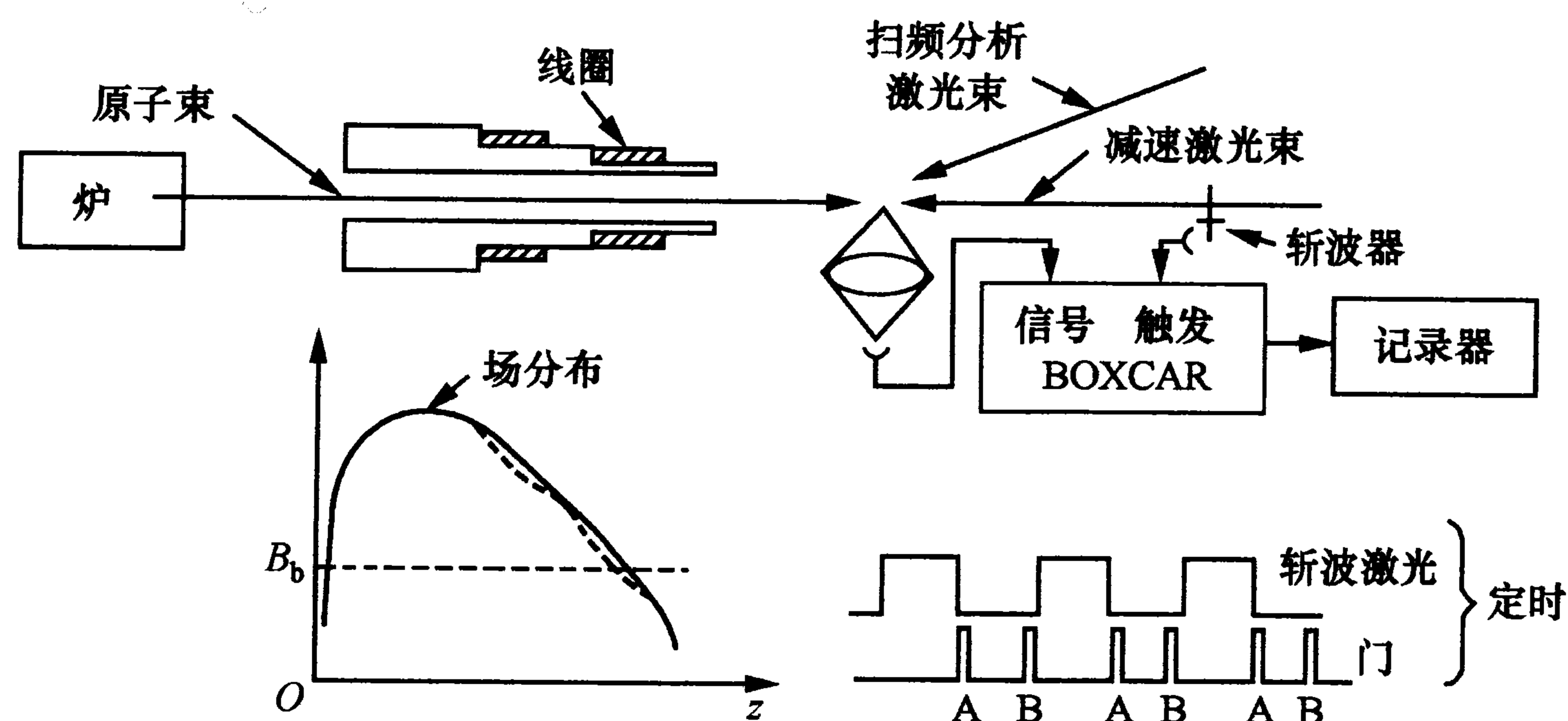


图 4-8 首次钠原子束塞曼减速实验的装置示意图

$$\frac{dB}{dz} = \frac{a}{\gamma_z \lambda v_0} = \frac{\hbar^2 k^2 \Gamma}{2m\mu' v_0}. \tag{4.2.2}$$

因 $a \approx 10^8$ cm/s^2,上式的值应为 1 mT/cm(即 10 G/cm),这大体符合实验的极限. 实验中,还加了一个恒定的偏置磁场 B_b=0.04 T. 减速激光为 σ^+偏振,功率为 30 mW;另一束功率为 80 μW 的慢扫频激光以 6°角度倾斜于对射原子束,用于荧光检测原子速度分布. 先以 10 ms 为周期进行减速,即减速激光打开 5 ms 后关闭;接着把一扇检测门打开 50 μs,记录减速后的原子速度分布;再经过 4 ms,打开另一扇检测门,记录未经减速的原子的速度分布,以进行比较. 实验结果使 v_0=1180 m/s 以下的原子得到减速,末速度约为初速度的 40%,相应的吸收发射元动作约 15 000 次. 限制减速的主要原因是磁场变化的范围不大. 后来,他们把磁场区增加到 110 cm;聚焦减速激光,使入射光束的光斑直径从 20 mm 降至原子束喷口处的 1 mm;还把检测光几乎以原子束反方向入射,以避免频率较高、检测低速原子的激光激发基态 $F=1$ 的高速原子产生荧光,造成混淆. 经过这样改进,原子速度被降低到 40 m/s,相当于始速度的 4%,而相应温度为 70 mK. 图 4-9 是原子束最终的速度分布[28,29].

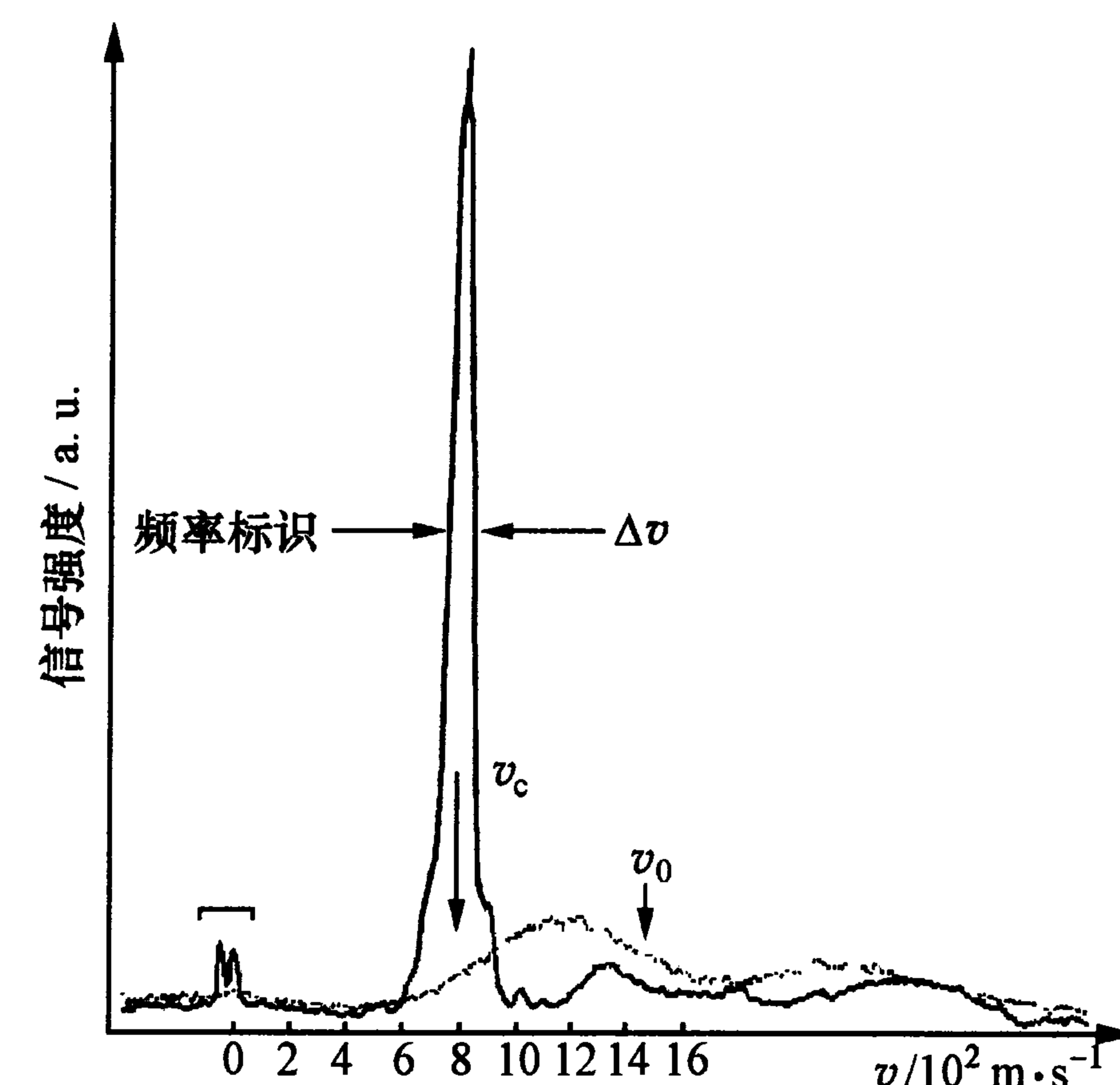


图 4-9 改进后的塞曼减速结果

虚线为基态 $F=2$ 和 $F=1$ 两超精细结构全多普勒分布吸收曲线;左边为 $F=2 \to F'=2,3$ 线,作为频率标定记号.

上述实验把检测区设置在离磁场下游约

40 cm 处，其目的是防止磁场对慢速原子的干扰。但是，这样就不可能检测到速度很低的原子，因为在螺线管里速度就很低的原子还要漂移一段距离才能抵达检测区；而此过程中减速作用还存在，且原子向四面八方扩散，到达检测区的密度太小，难以检测。实际上，横向原子束还会因重力而下沉。所以在后一个实验中，检测是在关闭减速激光等待一段时间（3～9 ms）后进行的，而不像前一个实验是“立即”（实际约 50 μs）检测，以便低速原子能够到达检测区。即使如此，速度低于 30 m/s 的原子还是看不到。这类实验常常是为了把接近零速度的原子注入原子阱，以得到零速度的原子团。因此，在后来的实验中，他们在螺线管内把原子减到一定低速后即关掉减速激光，让原子以较高速度（约 60～100 m/s）漂移到检测区，然后又短时（100～400 μs）打开减速激光，在检测区再次把原子减速到接近零。这样，他们得到了以零速度为中心、速度分布全宽度仅为 15 m/s 的原子团，相应的动力学温度低于 100 mK，其密度为 $10^5/\mathrm{cm}^3$[11]。

这个实验得到的仍然只是脉冲式的零速原子。为了取得连续的零速原子束，Bagnato 等人采用了两步减速法[30]。他们首先用常规的塞曼减速法得到速度约为 200 m/s 的连续原子束；然后把它们装载到一个静磁阱（磁阱底部有较高的磁场，因共振频率相差较大，该处减速激光与原子无相互作用），阱中设置第二个塞曼变化磁场；再用对阱中静止原子是负失谐的、并相对于第一束激光稍倾斜的第二束激光使原子束减速至零。这样两束激光独立作用，互不干扰，就可以得到连续的零速原子。后来，他们用深入到减速磁场内部的荧光探测器仔细研究减速过程[31]，只用一束激光就实现了连续稳定的零速原子团[32,33]。

塞曼减速法能够得到连续的慢原子束，因此使用比较广泛，曾由此得到了铷[34]和铯[35]的高强度慢原子束（所得结果都是在速度约 40 m/s 处得到强度为 10^{10}/s 数量级的原子束）。对铷原子，Barrett 等人采用了与以前不同的、调谐到基态 $F=2, m_F=-2$ 至激发态 $F'=3, m_F=-3$ 跃迁的 σ^- 偏振光作为减速光。从图 2-9(c) 可见，这种情况下，共振频率随磁场的增加而减小，因此变化磁场的结构应是随着原子减速进程而磁场强度增加。根据作者分析，用 σ^- 光得到的原子束速度可比 σ^+ 光更低，束流强度更大，其结果与激光频率和强度的关系相对较弱。后来，Mayer 等人又详细分析了用 σ^- 光与 σ^+ 光的重要区别，主要是原子离开磁场区时，两者终止减速行为不同[36]。当原子离开磁场作用区时，原子的跃迁频率随即发生变化，与激光频率脱离共振，减速过程迅速终止。他们指出，存在着两种终止原子减速过程的模式：(1) 原子跃迁频率降低的速率比原子速度变化引起的多普勒频移变化快，两者脱离共振；(2) 当原子离开逐渐变小（或变大）的磁场时，磁场反而变大（或变小），这样跃迁频率不仅不降低，反而增高了，这当然也会与激光频率脱离共振。在用 σ^+ 光时，磁场随着原子束的减速而降低。当原子离开磁场区时，磁场进一步降低到零，原子的共振频率是一直降低的；但当磁场降到零时，原子速率的变化引起多普勒频移的变化跟不上磁场变化引起的原子共振频率变化，减速终止。而对 σ^- 光减速，磁场随着减速进程不断提高。当原子离开磁场区时，磁场又迅速降至零，这表示在减速过程中原子的共振频率是一直降低的，但到离开磁场时却又升高了。这样，对 σ^+ 光减速，只有前一种方式能够使原子终止减速，引出磁场；而对 σ^- 光，则两种方式都起作用，因而更便于低速原子引出，得到强的慢原子束。所以用 σ^- 光作为减速光的方法后来还有一些人采用[72]。

上面这些实验还有一个共同处，就是都使用了较大的（几十到几百高斯）恒定偏置磁场 B_b，因此，原子所受的变化磁场 B 是在式 (4.1.10) 基础上加一个恒定值，即

$$B(z) = B_b + B_0\sqrt{1 - 2az/v_0^2}. \tag{4.2.3}$$

设置偏置磁场的目的是使原子能级随磁场的变化呈线性关系（超精细结构能级在中、低磁场下与磁场的关系呈非线性，见图 2-9），

并使减速跃迁与其他不需要的非圆偏振循环跃迁分开，从而避免光抽运效应.

这里，对检测原子速度分布的方法再作些补充说明. 上述实验所用的原子速度分布检测法和激光扫描法相同，都是利用共振荧光的多普勒频移(称为多普勒测速法)：设扫频激光束与原子束斜交，夹角为 θ，激光共振频率 ν 与原子速度 v_0 的关系是

$$\nu - \nu_a = v_0 \cos\theta/\lambda, \qquad (4.2.4)$$

式中 ν_a 是静止原子的共振频率，λ 是激光波长. 对与原子束方向近乎相对的激光束，$\theta > \pi/2$，激光频率属红移，速度越快，频率越低；对近乎同方向的激光束，激光频率属蓝移，速度越快，频率越高. 荧光强度反映速度与该激光频率对应的原子数，而荧光强度与激光频率的关系曲线就代表原子的速度分布. 由于原子共振频率有一个分布，其宽度为谱线的自然宽度 $\Delta\nu = \Gamma/2\pi$，因此，这种实验的速度分辨率 δv 也决定于 Γ：

$$\delta v = \frac{\lambda \Delta\nu}{\cos\theta} = \frac{\Gamma\lambda}{2\pi\cos\theta} = \frac{\Gamma}{k\cos\theta}. \qquad (4.2.5)$$

对钠、铷、铯原子，$\Delta\nu$ 分别约为 10，6，5 MHz，相应的速度分辨率 Γ/k 约等于 5.9，4.7，4.3 m/s. 当检测光束与原子束不平行时，$\theta \neq \pi$ 或 0，还会使速度分布展宽.

这样的分辨率对有些实验显得太粗糙，因此后来又发展了飞行时间(time-of-flight，TOF)法[37]. TOF 法测量以速度 v 从同一起点出发的原子，经过一段距离 z_p 后，到达终点的时间(也称为飞行时间) $t = z_p/v$. 原子速度不同，到达的时间有先有后，记录每一到达时刻原子数的多少，就可得到原子的速度分布. 这里针对塞曼减速实验介绍该法的实施，§5.2 还将对它详加阐述. TOF 法的实验装置如图 4-10 所示[32]. 钠原子束从减速磁场出来，经过两个间隔 1 cm、长 4 cm、内径为 2.5 cm 的引出磁场. 螺线管磁场中的原子束被减到一定速度，从管内引出来，在引出磁场处再次减速，直到停止. 为了用飞行时间法测量速度分布，采用两束激光束：一束

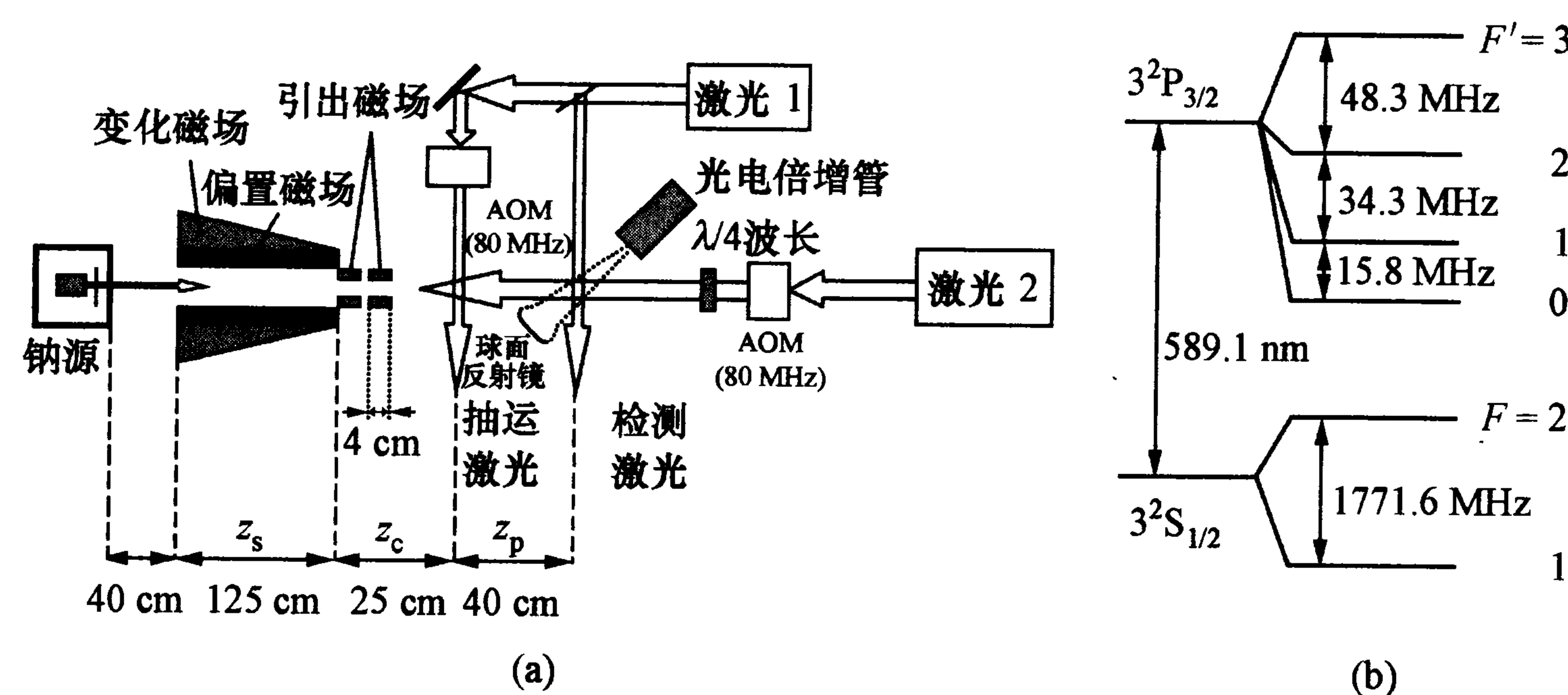


图 4-10 用飞行时间法测量钠原子束速度分布的实验装置(a)和钠原子超精细结构分裂(b)

用于抽运，把原子抽运到指定能级，相当于给出一个时间起点；另一束用于检测，检测从原子的光抽运处到检测处所需时间. 由于这两束激光都与原子束垂直相交，它们可以和一切速度的原子发生作用. 调节这两束激光的频率，可以检测 $F=1$ 或 2 态原子的速度分布. 令检测光束调谐于 $F=2 \to F'=3$ 循环跃迁，而用声光调制器(AOM)把抽运激光频率调得比检测激光低 80 MHz，使原子激发到 $F'=2$ 或 1 态(见图 4-10(b)). 原子通过这个 0.5 mm 宽的光束时，有多于 98% 的原子被抽运到基态 $F=1$ 能级. 这样，抽运光就成为 $F=2$ 能级的光闸门，即在抽运光关闭的瞬间，原子将处在 $F=2$ 态. 闸门时间就是计算原子飞行时间的起点. 反之，将检测光调谐到 $F=1 \to F'=0$ 跃迁，而抽运光则通过 AOM 调谐到高于检测激光频率 80 MHz 处，它比 $F=1 \to F'=2$ 跃迁的频率稍高些，但还可以使原子大都抽运到 $F=2$ 能级；抽运光就是 $F=1$ 能级的光闸门. 若要测量某指定态原子的速度分布，就用 AOM 将抽运光关掉 10～50 μs，该态上的原子从抽运区到达检测区，检测到的荧光信号随时间的变化表示不同到达时间的原子数分布(即原子速度分布). 图 4-11 表示测得的原子速度分布，全宽度为 2.97 m/s. 在这种测量方法中，速度分辨率 Δv 决定于抽运光闸门时间 Δt 和检

测光直径 $d(d\leqslant 1.0\,\text{mm})$：$\Delta v=v(v\Delta t+d)/z_p$（$z_p=40\,\text{cm}$ 是抽运区与检测区的间距）. Δv 一般为 1 m/s，比用多普勒频移法测得的速度分辨率 Γ/k 几乎提高了一个数量级.

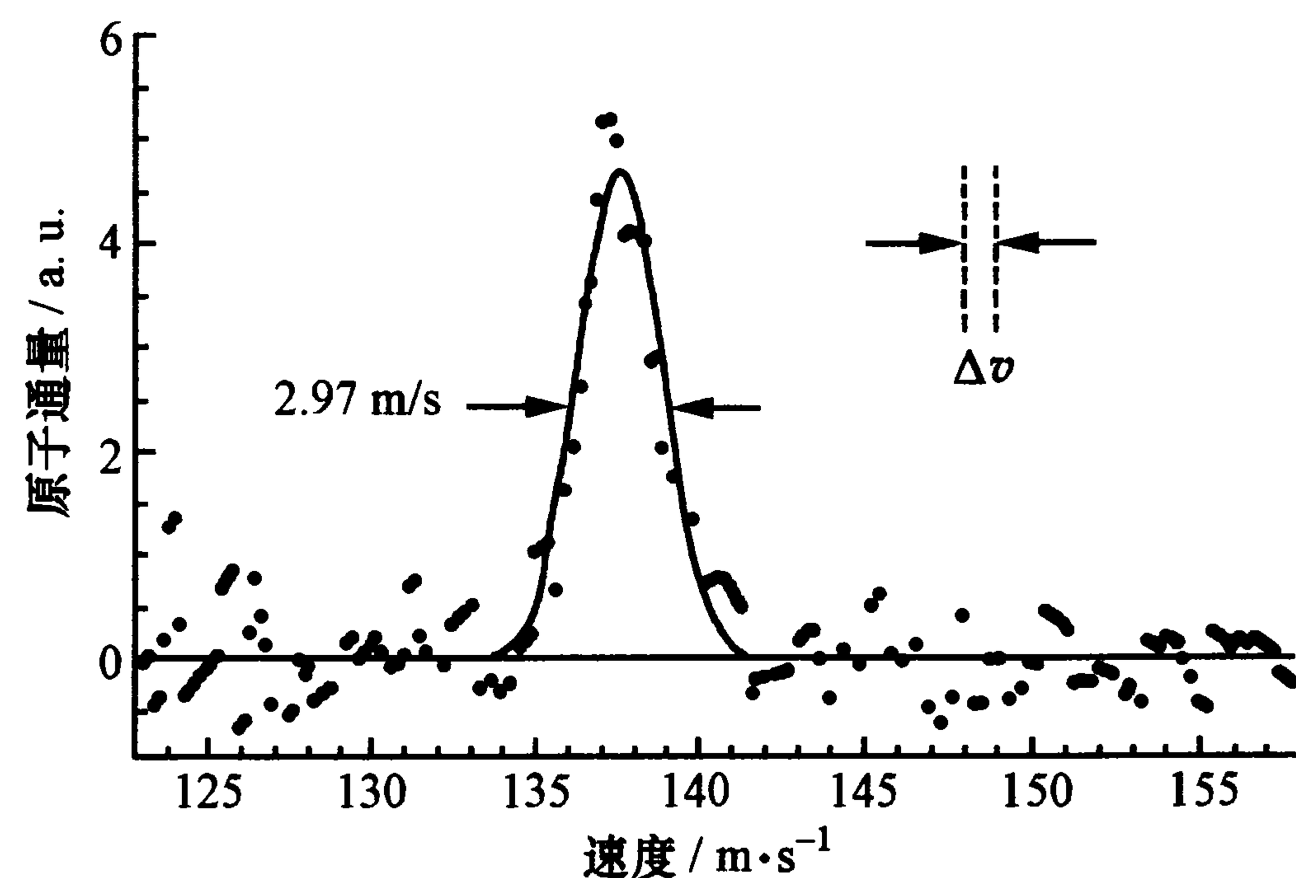


图 4-11 用 TOF 法测量速度分布的结果

最后提一下，尽管用斯塔克效应减速的情况很少，还是有一些实验结果. 在二级斯塔克效应公式中，用钠的 $3^2S_{1/2}\rightarrow 3^2P_{3/2}$ 的 π 跃迁作为冷却光，可得以频率为单位表示的原子二级极化率 $\alpha=71.75\,\text{kHz}/(\text{kV}^2\cdot\text{cm}^{-2})$；对铯的 $6^2S_{1/2}\rightarrow 6^2P_{1/2}$ 的 D_1 跃迁，有 $\alpha=230\,\text{kHz}/(\text{kV}^2\cdot\text{cm}^{-2})$. 利用类似如图 4-12 所示的产生电场梯度的装置，由上述激光跃迁实现原子束的斯塔克减速. 对钠，在零场处速度约 1000 m/s 的原子，到强场（～260 kV/cm，电压为 ±20 kV）处减速至约为 17 m/s[12]；对铯，在约 2 m 长的不均匀电场区（最大场强为 ±65 kV/1.37 cm），起始速度为 280 m/s 的原子减速至约 20 m/s[13].

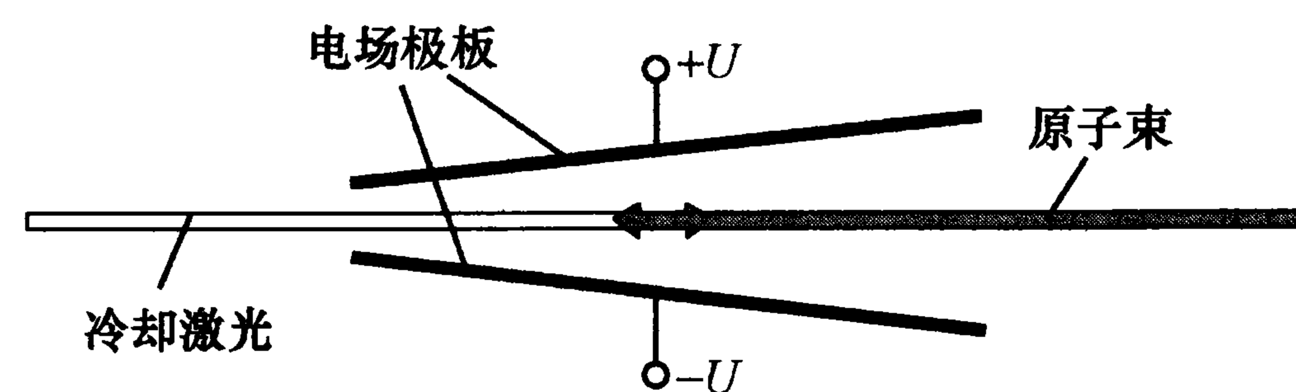


图 4-12 斯塔克减速的变化电场的原理装置

4.2.3 漫射光减速实验

漫射光中存在各种方向的光，原子在减速过程中会“自动”找到适合于当前速度的不同角度的光而达到连续补偿多普勒频移，实现减速，且有较高的效率；但是，它要求各方向都有较强的激光功率. 上海光机所王育竹早在 1979 年一次国内讨论光频标的会上就提出利用积分球腔（见图 4-13(a)）产生漫射光减速原子束的思想；可惜实验在 1993 年才获成功[38]. 钠原子束的速度降低到 380 m/s 附近约 18 m/s 的速度范围内. 美国 Pritchard 和 Metcalf 两个小组则分别用一种叫做“spectralon”的具有 99.1%漫反射率的特殊材料，以产生各向同性的漫射光（见图 4-13(b)）. 他们分别使钠和铷原子束的峰值速度减低了约 200 m/s[14]和 250 m/s[15]；后者在激光调到正失谐情况还观察到了原子束加速的结果. 和以前讨论过的两种减速方法的结果不同，在这种方法得到的最终原子速度分布曲线上，看不到低速原子峰的高速边缘有一个明显的凹陷（表示这部分原子移到低速处），这是因为高速原子都被均匀地减速了，原来高速处的原子被更高速度的原子所填充.

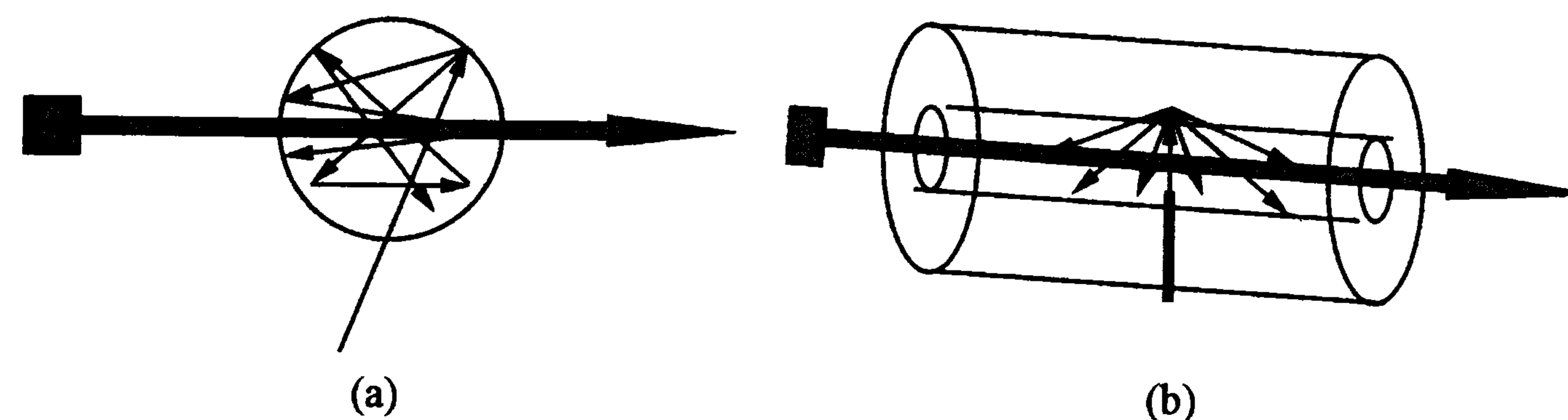


图 4-13 积分球腔（a）和“spectralon”（b）的工作原理示意图

后来，有人利用“spectralon”对氖原子束进行了漫射光减速实验，由于采用飞行时间法测量原子速度分布，分辨率更高. 实验中发现[39]，由于减速的激光功率一般较高，原子吸收减速光后不仅会产生方向不确定的自发辐射，造成横向加热，而且还容易发生共振受激发射，使发射光转到属于同一个光锥面而方位角不同的光线上去. 这种机制会造成另一种横向加速，一次吸收发射元动作产

生的横向速度的均方值为

$$\langle \Delta v_{\perp}^2 \rangle_{\text{stim}} = 2(\Delta v_0 \sin\theta)^2 = 2(\hbar k/m)^2 \sin^2\theta, \quad (4.2.6)$$

这里 θ 是相应于该原子速度多普勒频移的圆锥角，Δv_0 即减速元动作产生的原子速度变化．他们认为，这种机制可使减速原子丢失，从而影响减速效果．从这种情况看，可能采用积分球腔的方法更优越些，因为它的光强分布更均匀，横向受激加热效应较小．

4.2.4　宽频带光减速实验

事实上，即使完全不用激光扫频或塞曼减速等方法，仅使用一种强单色激光对射原子束也能有效地使原子减速．1981 年，莫斯科光谱学研究所小组就是利用这样简单的类似于图 4-3 的装置，只用一束固定频率的减速激光(但带有两种频率，其中一种用于反抽运；与 1979 年他们的第一个实验相比，这是最大改进)和另一束同方向的快速扫频激光检测原子速度分布，就得到了激光减速的明显效果，如图 4-14 所示[17]．这个实验表明，单一频率的激光可使接近共振速度的原子从多普勒分布中移到低速区去，在速度分布曲线上的共振速度附近形成一个凹陷，而在低于共振速度处则产生一个尖峰．这可以说是第一个具有明显效果的激光减速实验．由于原子的吸收曲线是洛伦兹线形，两翼伸展到无穷远处，所以实际上远离共振速度的原子也有一些机会得到减速．对高速原子说，减速后越来越接近共振，所以尽管效率较低，单频光还是可以减速的．当时的实验结果是原子速度向低速方向移动了共振速度的 15%(90 m/s)，尖峰的速度宽度仅 41 m/s，相当于动力学温度为 1.5 K，而原子束源温度为 573 K，所以不仅减速，也大大缩小速度分布，即冷却了．1984 年，他们用光强高两个数量级的激光(最大功率为 1.25 W，饱和因子 $s=10\,000$)进行实验，有效地扩大了共振范围，使速度分布峰从共振值低移了 600 m/s，比 1981 年的实验高了约 7 倍，有效温度约为 1 K．低速区的原子数比没有减速的原子数大 3×10^3，得到了强的慢速原子束[40]．

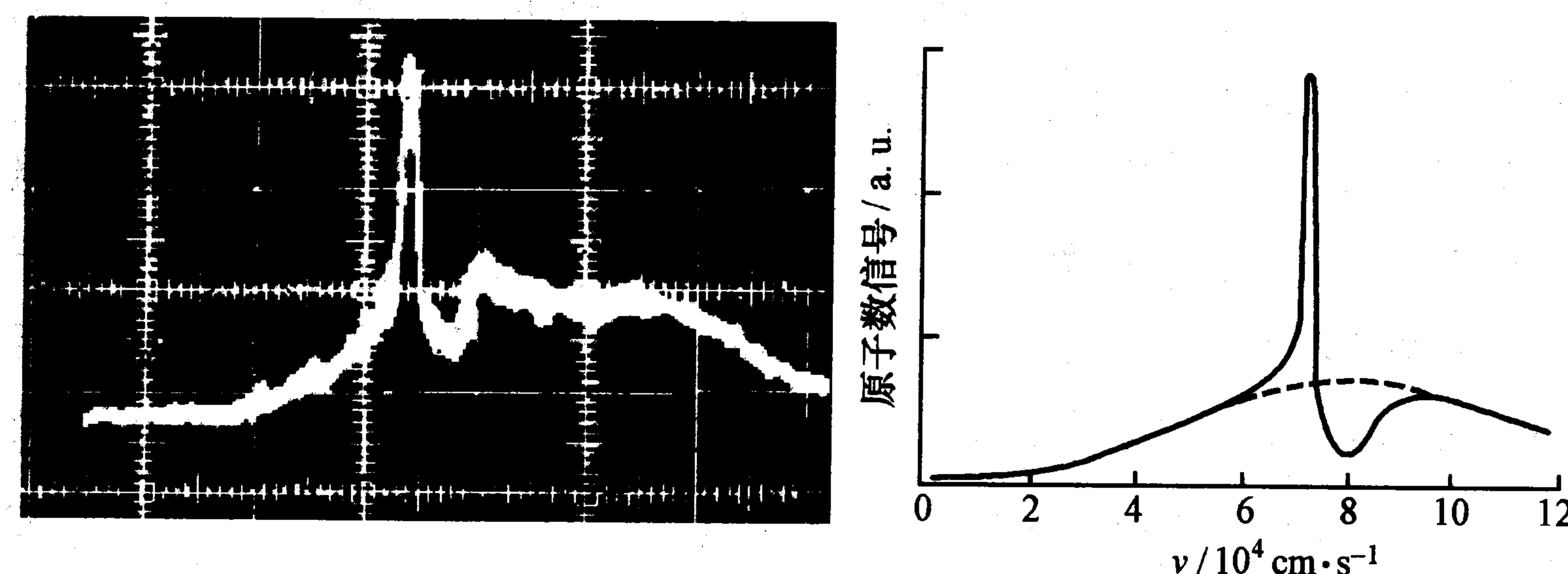


图 4-14　莫斯科光谱学研究所小组单频激光减速实验的结果

实际上，增大减速光强、增加饱和因子就是为了扩大能减速的原子速度范围，那么何不就利用所有频率成分都存在的白光来进行减速呢？确实，漫射光就可看成是一种白光．Moi 等人[18]建议用长激光腔形成的、间距接近自然线宽的多模激光模拟“白光”(称为灯光激光)减速原子束．后来用 17 m 长(相应的激光模间距 $\Delta\nu=c/2L=8.8$ MHz(c 为光速，L 为腔长))的激光腔做成共约 350 个模(覆盖频率约 3 GHz)、总功率为 100 mW 的灯光激光进行实验，确实得到钠原子束减速的结果[19]．但是，由于模式竞争带来的不稳定性，使某个瞬间一些模缺失，因而减速效果不佳．

由于减速过程中所有速度群的原子都能同样减速，所以这种减速不能使原子束的速度分布压缩得很窄．

用光谱高频端锐截止的减速光可以显著压缩速度分布[41]，因为在截止频率处光的减速作用终止了．Hoffnagle 提出的方案则是在与原子束对射的白光基础上，再使用一支与原子束同向且调谐到共振频率的单色光[20]．这支比较强的光起着上述截止频率光的作用，把对射的减速光作用抵消了，甚至还把原子推向共振激光方向；这样，原子就在 $v=0$ 处附近终止减速，堆积到该处．他还建议用 EOM 调制激光获得大量间隔为调制频率的白光．Hall 小组按这个方案，用噪声发生器产生频宽为 200 MHz 的噪声，通过 EOM 调制染料激光，以得到“准白光”，对钠原子束进行减速[21]；激光频

率调得使速率为 453～335 m/s 的原子都能减速. 与原子束同方向的单色激光由另一台染料激光器产生. 结果使速度处在 200 MHz 带宽减速光作用范围(约 120 m/s)内的原子都被减速，集中到略高于相应单色光多普勒频率 $\Delta\nu$ 的速度($v=\lambda\Delta\nu$)处. 被减速的原子的速度峰值随单色光频率而变；而在单色光频率固定时，则随宽带光的功率而异. 在原子集中到速度约 330 m/s 处时，均方根速度宽度为 0.75 m/s，相应温度为 1.5 mK；此时，原子束流强度约为 10^9/s. 这个实验有力地证明了 Hoffnagle 方法的效果. 此后，有人用这种方法使快速储存环中的高速锂离子有效减速[42]. 韩国标准科学研究所用此法使铯原子束减速，用做激光抽运的铯束频率标准[43]. 他们的实验清晰地显示了用固定频率的同向激光辅助白光减速原子束方法的有效性. 图 4-15 中的几条原子速度分布曲线分别显示了用单色激光、纯白光和按 Hoffnagle 方法改进的白光减速取得的效果. 显然，改进的白光减速方法具有极大的优越性. 图 4-16 显示了不同频率的同向单色激光作用下铯原子的速度分布，箭头代表同向"加速"单色激光频率的位置，即与该处速度相应的发生多普勒频移($\delta=kv$)的激光频率. 由图可见，原子都被减速到略高于单色激光频率处，这与 Hall 小组的实验结果一致.

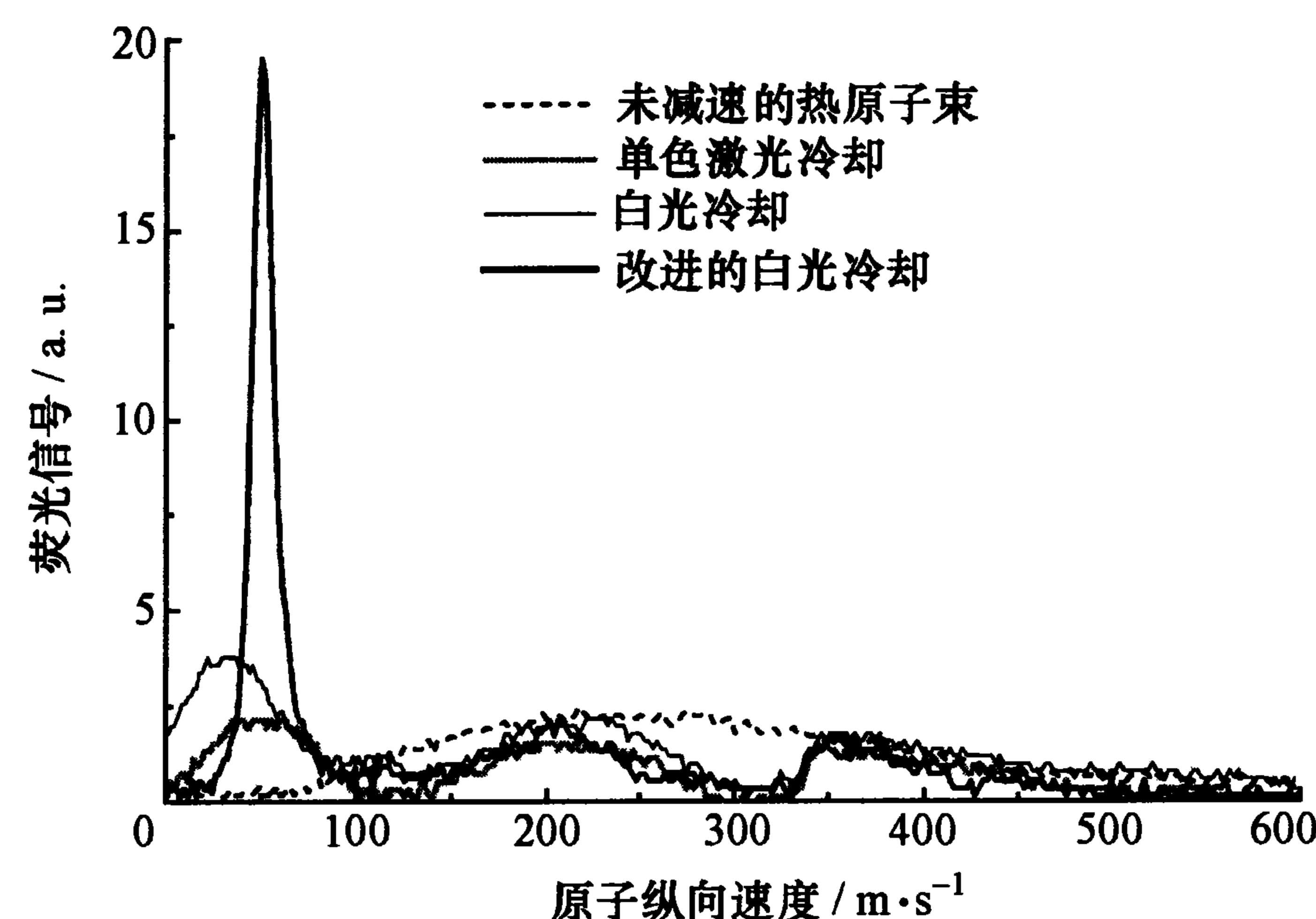


图 4-15　用不同减速方法得到的减速效果比较[43]

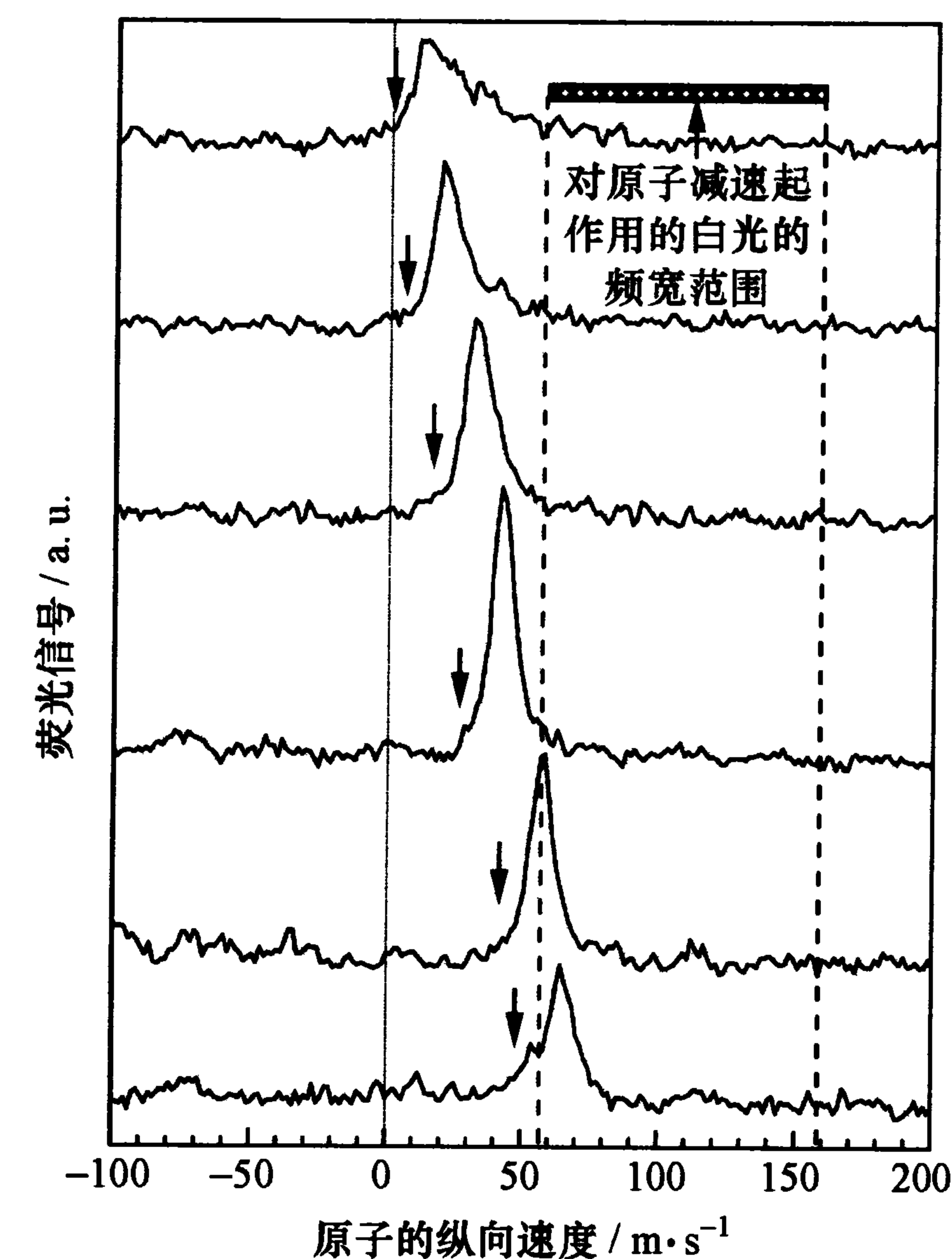


图 4-16　不同频率单色激光作用下铯原子的速度分布[43]

4.2.5　碱土金属原子束减速实验

到目前为止，激光操控原子束主要是对碱金属原子做的，而对做原子频率标准有重要意义的碱土金属原子的工作却很少. 这主要是由技术原因造成的，碱土金属原子冷却需要用到紫光甚至紫外激光，激光系统比较复杂. 但碱土金属原子对于研制高水平的量子频标具有重要的吸引力，因此近年来克服困难，取得了颇好的冷却成绩. 目前工作集中在镁、钙、锶以及与之相似的镱原子上，而对铍、钡等原子尚未触及.

在第二章中说过，碱土金属原子外层有两个电子，因总自旋量子数不同，能级分为单重态和三重态两组，两组间的跃迁是禁阻的. 例如，钙原子$^1S_0 \to {}^1P_1$单重态的组内共振跃迁概率很大(自然线宽达 34.6 MHz)，可以用于以散射力操控原子束. 但在 § 5.3 可见，由自发辐射率决定的多普勒冷却极限温度却较高，在 mK 数量

级. 而$^1S_0\to{}^3P_1$两种能级的组间跃迁尽管是禁阻的，却仍有很小的概率，自然线宽很窄(408 Hz)，是做光频标的极好的候选谱线. 另外，多数碱土金属同位素原子基态没有超精细结构，这对一般的多普勒冷却有好处(因为不存在光抽运效应，可以省去反抽运激光). 不过在§6.6中我们将会看到，这不利于得到亚多普勒冷却；但可以在单重态的共振跃迁冷却基础上再使用两组能级间的微弱跃迁进行第二级冷却，使原子冷却到极低温度(μK 数量级)[7].

碱土金属能级如图 2-7 和 2-8 所示. 为了把与冷却有关的原子参数集中起来以作参考，表 4-2 收集了几种偶数同位素的类似于表 4-1 的相关数据. 表中，第一级冷却用$^1S_0\to{}^1P_1$共振跃迁进行；也列出可用于第二级冷却的组间跃迁$^1S_0\to{}^3P_1$的相关参量. 与第一级减速不同，第二级数据是把原子束从相应于多普勒冷却极限温度的速度(见第五章)减速到零. 此外，这里顺便也列出了与碱土金属冷却相似的镱原子的数据.

表 4-2　碱土金属原子束减速实验所需的基本参数[7,44]

参　数	符号/单位	估算公式	^{24}Mg	^{40}Ca	^{88}Sr	^{174}Yb
1 Torr 蒸汽压温度	T/K		893	1073	1013	910
T 时最概然速率	$v_0/\mathrm{m\cdot s^{-1}}$	$1.22(2k_BT/m)^{1/2}$	960	815	534	360
激光波长	λ_1/nm		285.2	422.8	460.9	398.8
自发辐射率	$\Gamma_1/10^8\,\mathrm{s^{-1}}$	$\Gamma_1=1/\tau_1$	5.0	2.2	2.0	1.82
	$\Gamma_1(2\pi)^{-1}$/MHz		80.95	34.63	31.8	28.01
元动作速度变化	$\Delta v_{01}/\mathrm{cm\cdot s^{-1}}$	$\Delta v_{01}=h/m\lambda_1$	5.8	2.4	0.98	0.57
极限速率	$v_1/\mathrm{cm\cdot s^{-1}}$	$(\hbar\Gamma_1/2m)^{1/2}$	81	41	27	18
$v_{01}\to0$ 元动作数	$n_1/10^4$	$n_1\approx v_0/\Delta v_{01}$	1.65	3.4	5.4	6.3
减速时间	$\Delta t_1/\mu\mathrm{s}$	$\Delta t_1=n_1(2/\Gamma_1)$	66	312	540	692
减速路程	s_1/cm	$s_1=n_1v_0/\Gamma_1$	3.2	13	14.4	12.5
饱和功率	$I_{s1}/\mathrm{mW\cdot cm^{-2}}$	$I_s=\pi hc\Gamma_1/3\lambda_1^3$	456.0	59.9	42.9	57.7
激光波长*	λ_2/nm		457	657	689	
自发辐射率*	$\Gamma_2/\mathrm{s^{-1}}$	$\Gamma_2=1/\tau_2$	4.3×10^2	2.6×10^3	4.3×10^4	
元动作速度变化*	$\Delta v_{02}/\mathrm{cm\cdot s^{-1}}$	$\Delta v_{02}=h/m\lambda_2$	3.6	1.5	0.66	
极限速率*	$v_2/\mathrm{cm\cdot s^{-1}}$	$(\hbar\Gamma_1/2m)^{1/2}$	0.075	0.14	0.39	
$v_{02}\to0$ 元动作数*	n_2	$n_2\approx v_1/\Delta v_{02}$	23	27	41	
减速时间*	Δt_2/ms	$\Delta t_2=n_2(4/\Gamma_2)$	214	42	3.8	
减速路程*	s_2/cm	$s_2=\Delta t_2v_1/2$	8.6	0.86	0.062	

*：第二级冷却的参数.

对碱土金属原子束的减速，最早是在镁和钙原子上进行的[45~48]，以后又扩展到锶[48,49]. 冷却在$^1S_0\to{}^1P_1$跃迁上进行. 由图 2-8 可见，对镁原子，它是循环跃迁；但对钙和锶原子，因$^1P_1$能级下还存在着$^1D_2$亚稳态，它们和$^1P_1$态有一定的跃迁概率，所以 $^1S_0\to{}^1P_1$ 不是严格的循环跃迁. 但$^1P_1\to{}^1D_2$的跃迁概率远比$^1P_1\to{}^1S_0$低，近似地可以把$^1S_0\to{}^1P_1$看成循环跃迁，有较高的冷却效率[46]. 至于激光减速原子束过程中补偿多普勒频移的方法，因冷却跃迁在紫光和紫外波段，实验上难以达到所要求的较高的激光扫频速率，而该波段又很难得到宽谱的高功率激光，故减速实验一般都是用 σ^+ 圆偏振光在塞曼减速器上进行的. 根据式(4.1.12)和(4.1.13)，可以求得所需磁场随减速路径变化的分布和减速总路程 z_0. 由于对碱土金属，减速激光的饱和功率远较碱金属高，而激光频率又很高，一般不易达到饱和光强. 这样，减速的路程要延长，式(4.1.13)可写为

$$z_0=\frac{mv_0}{\hbar k\Gamma}\left(1+\frac{1}{2s}\right)=\frac{mv_0\lambda\tau}{h}\left(1+\frac{1}{2s}\right),\qquad(4.2.7)$$

式中 s 是饱和因子. 这将影响所要求的磁场变化率. 但总的来说，碱土金属原子束减速所需的路程比碱金属还要短. 不过，这种情况下原子减速的速度变化率 $\mathrm{d}v/\mathrm{d}t$ 会小于式(4.1.3)给出的值. 为了使塞曼频率变化与多普勒频率变化相匹配，规定磁场变化上限的式(4.2.2)变为

$$\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}z}\leqslant\frac{\mathrm{d}v/\mathrm{d}t}{\gamma_z\lambda v}=\hbar k\,\frac{\mathrm{d}v/\mathrm{d}t}{\mu' v}.\qquad(4.2.8)$$

碱土金属$^1S_0\to{}^1P_1$跃迁的减速激光处在紫光和紫外波段，产生适用激光是一个难题. 意大利小组[45,46]用若丹明环形染料激光器产生 570.4 nm 倍频而得到镁原子所需的 285.2 nm 激光，而钙原子的 423 nm 激光则由氩离子紫外光抽运的芪-3 染料激光产生. 实验情况与典型的塞曼减速相同. 他们用长 25 cm 的螺线管磁场

实现了镁和钙原子的激光减速. 对镁,磁场强度最大值为 0.03 T,对钙为 0.073 T. 但由于 285 nm 激光的功率太低(仅约 1 mW),对镁原子束的减速效果不显著;对钙,单模激光功率可达 25 mW. 利用两种不同频率的激光,使峰值速率为 640 m/s 的原子束分别减速到约 75 m/s 和 21 m/s. 减速原子束一般用于注入到磁光阱,以得到冷原子团. 后来,德国 Ertmer 小组曾用长度仅为 14 cm 的磁场使速度超过 1000 m/s 的镁原子束降到最低速度为 30 m/s,从而得到强度较高的冷原子束[50]. 德国联邦物理技术研究院(PTB)小组[51]则对钙原子束减速进行了更细致的研究. 为了使从塞曼减速器引出的慢速原子束有很窄的速度分布,他们在减速磁场的末端用一组反向电流绕组使磁场急速反向. 这样,已经减速的慢速原子就会迅速脱离共振,终止进一步减速,从而得到速度比较一致的慢原子束. 改变反向电流的大小,可以使引出的原子束的平均速度从 200 m/s 到接近零之间变化. 美国 NIST 小组则用 846 nm 的半导体激光倍频产生 423 nm 钙原子减速光[52],功率大于 20 mW. 巴西学者采用稳频的钛宝石激光倍频以得到 423 nm 的钙原子减速光,功率达到 65 mW[53];他们也曾用过半导体激光倍频产生的减速光,功率为 8.5 mW[54]. 减速后的原子束同样用于注入到磁光阱. 日本东京大学 Shimizu 首先用长 30 cm 的塞曼减速器实现了锶原子束的减速,并把它装载到磁光阱[48];461 nm 的减速光由芪-3 染料激光产生[49].

镱原子的能级结构与碱土金属相似,如图 4-17 所示. 激光冷却也在 $^1S_0\rightarrow{}^1P_1$ 跃迁间进行. $^1P_1$能级有微小的概率跃迁到三重态低能级,因此 $^1S_0\rightarrow{}^1P_1$ 跃迁不是纯循环跃迁,但仍有很高的减速效率[55~57]. 日本京都大学用钛宝石激光倍频得到约 100 mW 的 399 nm 减速激光,在长 20 cm 的螺线管磁场中把速度低于 330 m/s 的镱原子减速到近于零,并注入到磁光阱[56].

上述这些实验都是对基态原子进行的,有人还对处于$^3P_2$的亚稳态钙原子束进行过减速,所用减速光是波长为 616.2 nm 的 $^3P_2\rightarrow{}^3S_1$共振跃迁光. 不过,他们没有用塞曼减速器,只用固定频率激光对一定速率的原子进行了减速[58].

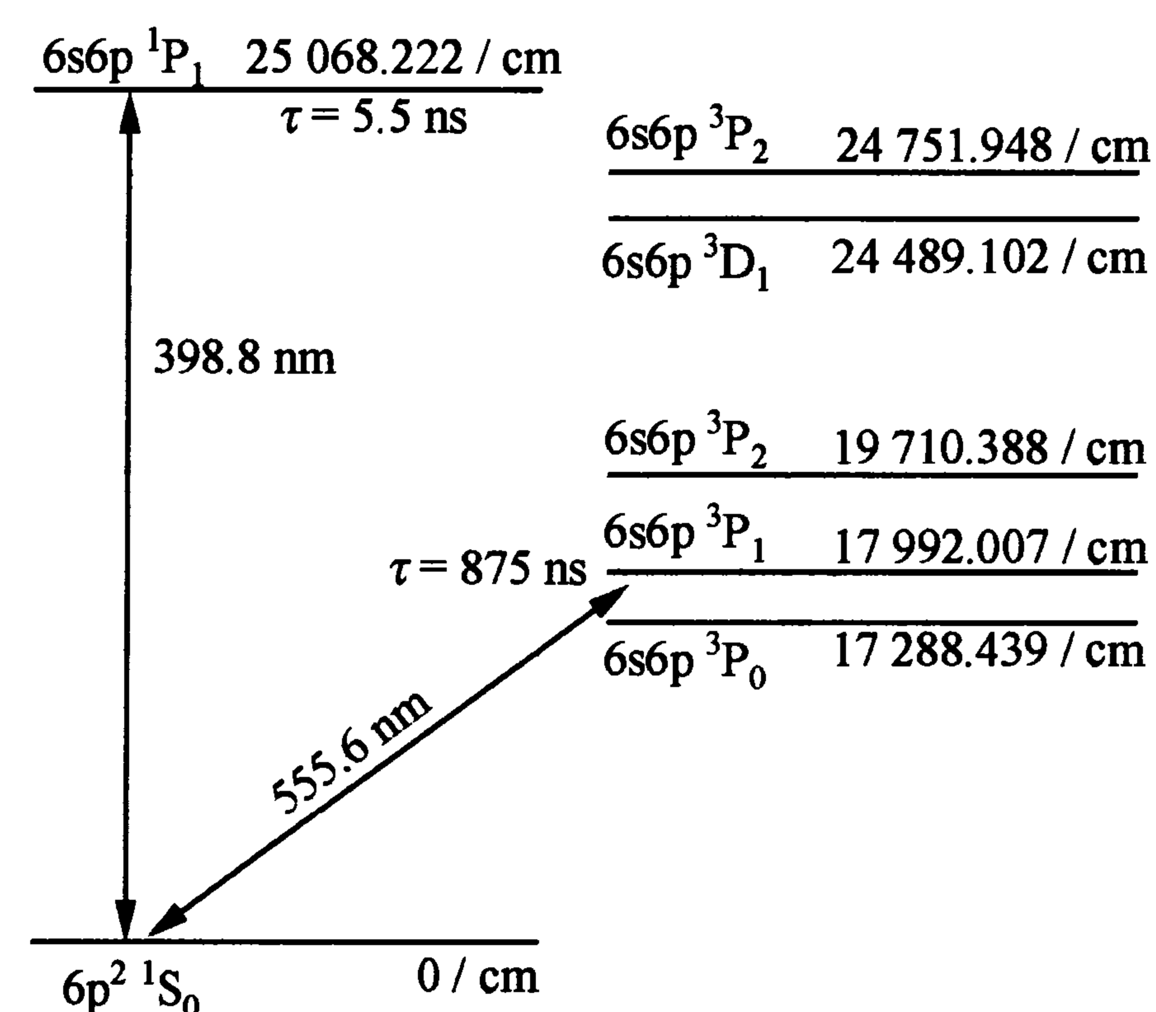


图 4-17 与激光冷却有关的镱原子能级图[59]

顺便指出,除碱土金属和相关的原子以外,对惰性气体原子束的减速也有过报道[59,60]. Shimizu 等人曾利用 $1s^5\rightarrow 2p^9$ 的跃迁和塞曼减速器使氖、氩和氪的 $1s^5$ 亚稳态原子减速. 此外,还有一些其他原子也曾进行过减速实验,例如用 425.6 nm 光激发$^7S_3\rightarrow{}^7P_4$跃迁以减速铬原子束,用于装载磁光阱进行冷却[61],这里不一一赘述.

§4.3 原子束的激光准直

激光减速原子束依靠原子在一维光场中受到的散射力. 本节和 §4.4 将讨论原子束的准直、偏转及沟道化,既可使用散射力,也可运用偶极力,而且往往用到二维光场.

§4.2 提到,在激光减速原子束过程中,原子束会发生横向加热效应,使原子束发散;可以采用激光横向减速方法来克服这种效应,得到高准直度的原子束. 这是许多原子物理实验所期望的.

最简单的利用散射力准直原子束的方法是采用焦点对准束源、稍有会聚的负失谐激光束进行减速[10]. 这种光有轴向成分,可以抵消原子的横向扩散. Balykin 等人用一种角锥反射器(axicone)的装置同时实现了原子束的纵向和轴向减速[62],图 4-18 是其示意图. 角锥反射器把与原子束逆向的外围光束变成轴向光,使发散的原子束压缩. 实验结果把横向速度从 5.5 m/s 降至

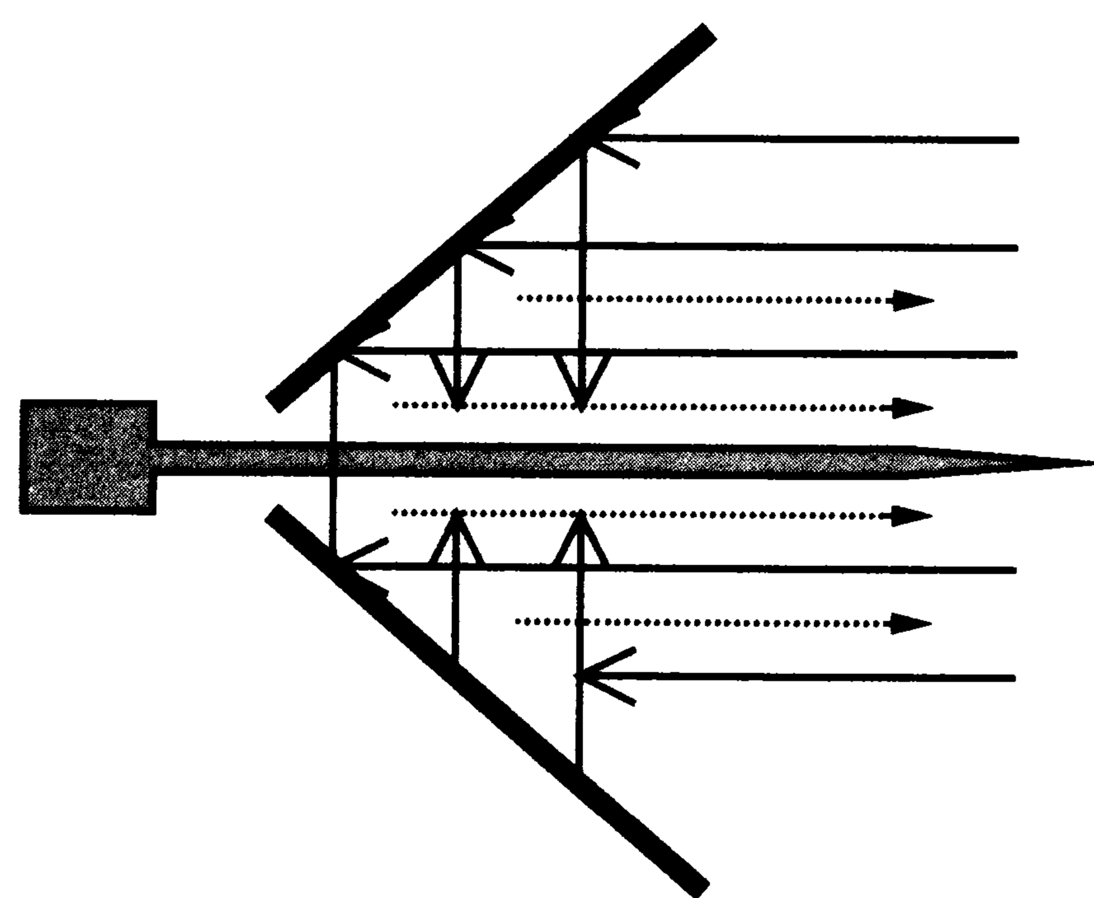


图 4-18　用角锥反射器准直原子束的示意图

1.6 m/s，相当于把横向热运动温度从 42 mK 降至 3.5 mK.

上述两种方法同时实现了激光对原子束的纵向和横向减速. 但是，激光频率显然没有满足横向运动原子的共振条件，因为原子束的横向速度一般远小于纵向速度，两者的多普勒频移数值相差很大，一个激光频率难以同时使两者共振. 但是由于跃迁概率随光频变化的共振曲线呈洛伦兹线形，两翼拖得很宽，即使激光频率远离共振，原子还有一定概率发生吸收跃迁，收到减速效果. 而横向速度小，几次吸收就会使速度降到零，甚至反向；反向以后又会受到对称位置激光束的作用. 这样，两束负失谐的对射光束应该使沿束方向的原子速度衰减到接近零. 这就是用负失谐驻波光束对原子束进行横向减速，从而实现准直的想法. 这种减速方法的效果已在 3.4.2 小节中作了理论探讨. 在原子速度很小，光强较弱的情况下，从图 3-7 可见，原子受力的方向处处与其速度相反，因而减速作用明显. 法国 Cohen-Tannoudji 小组用这种驻波光方法使亚稳态^{4}He 原子束实现了横向减速，图 4-19 是他们的实验装置及所得结果[63]. 实验用电子轰击超声氦原子束，以产生^{3}S 态的亚稳态^{4}He 原子，LNA ($La_{1-x}Nd_xMgAl_{11}O_{19}$)激光器产生 1.08 μm 的 σ^+ 圆偏振光使 $J=1, 2^3S$ 基态原子激发到 $J=2, 2^3P$ 能级. 失谐在 $-\Gamma \sim -\Gamma/2$ 之间可调. 激光束通过反射镜形成一维驻波，与原子束垂直相交，进行相互作用. 在距相互作用区下游 1.4 m 处安装了可移动的原子检测器——电子倍增器，从接收信号与位置的关系得到原子束的强度分布. 从图 4-19(b)看出，未经激光作用的原子束横向宽度很

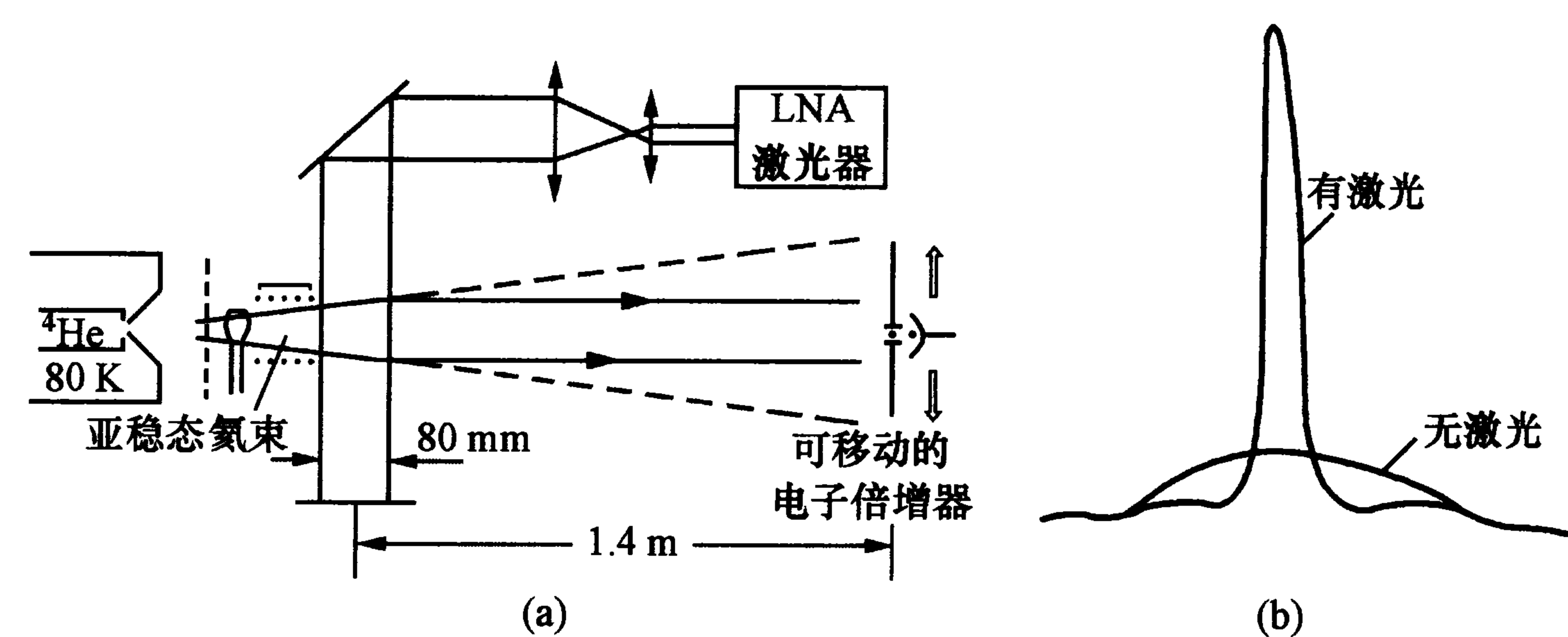


图 4-19　用弱激光驻波场准直亚稳态氦原子束的实验装置(a)及结果(b)

大，作用后的原子束的横向分布大大地压缩了. 从该分布测得的横向速度仅为 32 cm/s，接近理论极限 23 cm/s(§ 5.3). 美国 Metcalf 小组用铷原子作了类似实验[27,64]. 他们在离激光驻波作用区 1.30 m 处用移动表面电离热丝检测原子，在失谐 $\delta<0$ 和 $\delta>0$ 的情况下，分别得到原子束横截面的强度分布图形，如图 4-20 所示. 从图中可见，负失谐使原子束会聚，而正失谐使原子束横向加速，向驻波中两束激光方向偏离，得到中空的发散原子束. 在 $\delta<0$ 情况下，他们得到原子横向均方根速度 $v_{rms}=3.5$ cm/s，相当于温度 $T_f=mv_{rms}^2\approx 12\ \mu K$(仅约为 § 5.3 要说的多普勒极限的 1/10[64]，其解释将在第六章中叙述). 后来，他们又作了 x, y(z 方向为原子束方向)两个方向上准直原子束的实验，并且改进了检测方法，利用镍丝做成的表面电离热丝网检测横截面上的原子分布；其方法是：把原子轰击热丝打出来的正离子加速到有两块多通道板(multichannel plate，MCP)的电子倍增器上，输出电子被加速到涂磷的荧光屏上，然后拍摄荧光亮度图案，得到原子数的分布. 为了使后向行进的离子也能打到多通道板上，在热丝网上游还放了一个推斥栅，施加正电位，使离子退回到多通道板上去，以提高检测效率. 原子检测器的原理图及所加的电压值均见图 4-21. 结果是，在 $\delta<0$ 的情况下，原子图像的光斑直径为 1.25 mm，而没有激光时为 6 mm；原子束亮度和强度增加了二十多倍. 当 $\delta>0$ 时，

在 x,y 两个方向上光斑分别分裂成两个，得到四个对称分布的原子图像. 所以用这种方法不仅可使原子束准直，而且还可增加其强度和亮度(即单位时间、单位截面和单位立体角上通过的原子数).

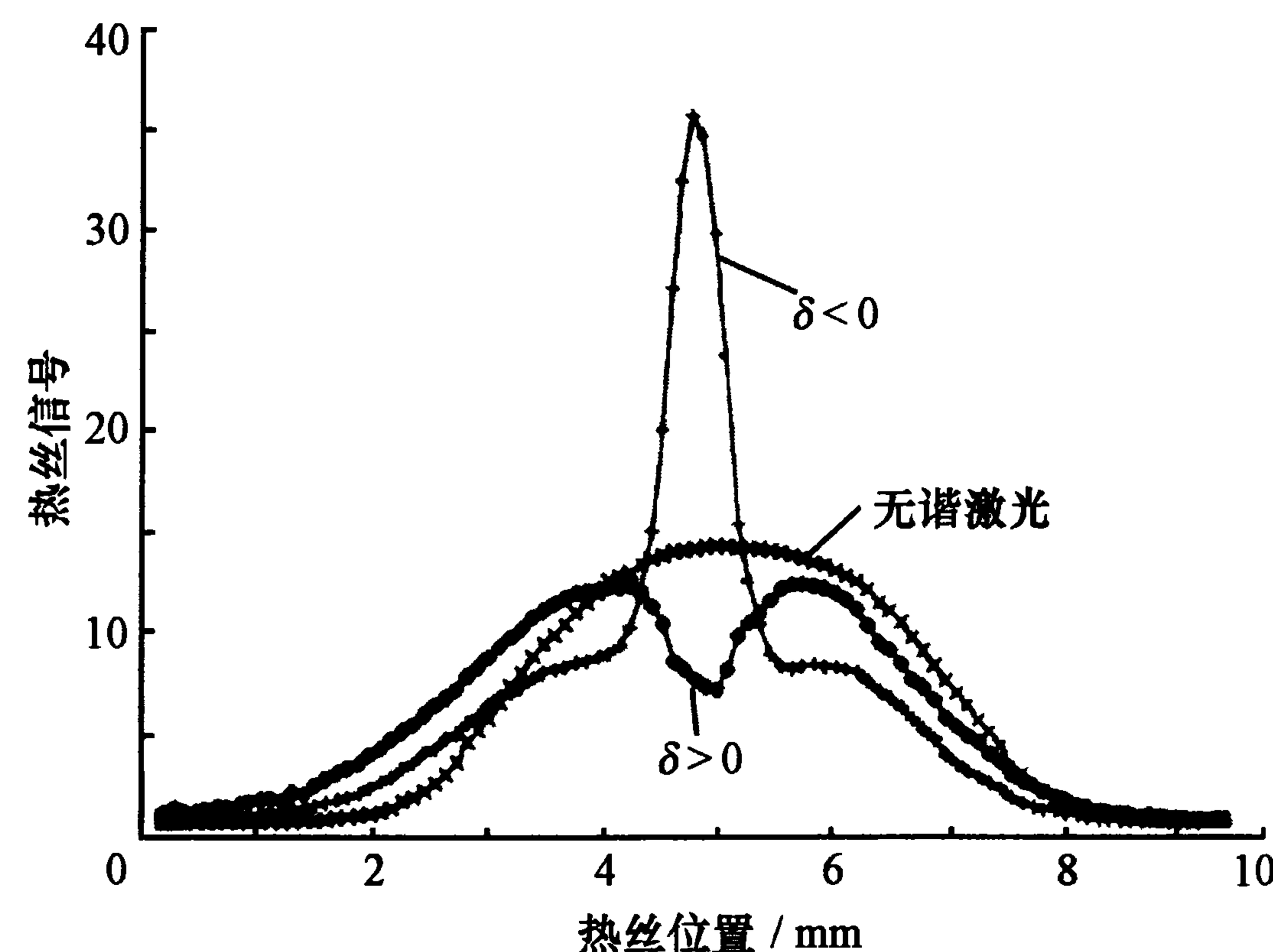


图 4-20 在不同激光失谐情况下原子束强度的横向分布[27]

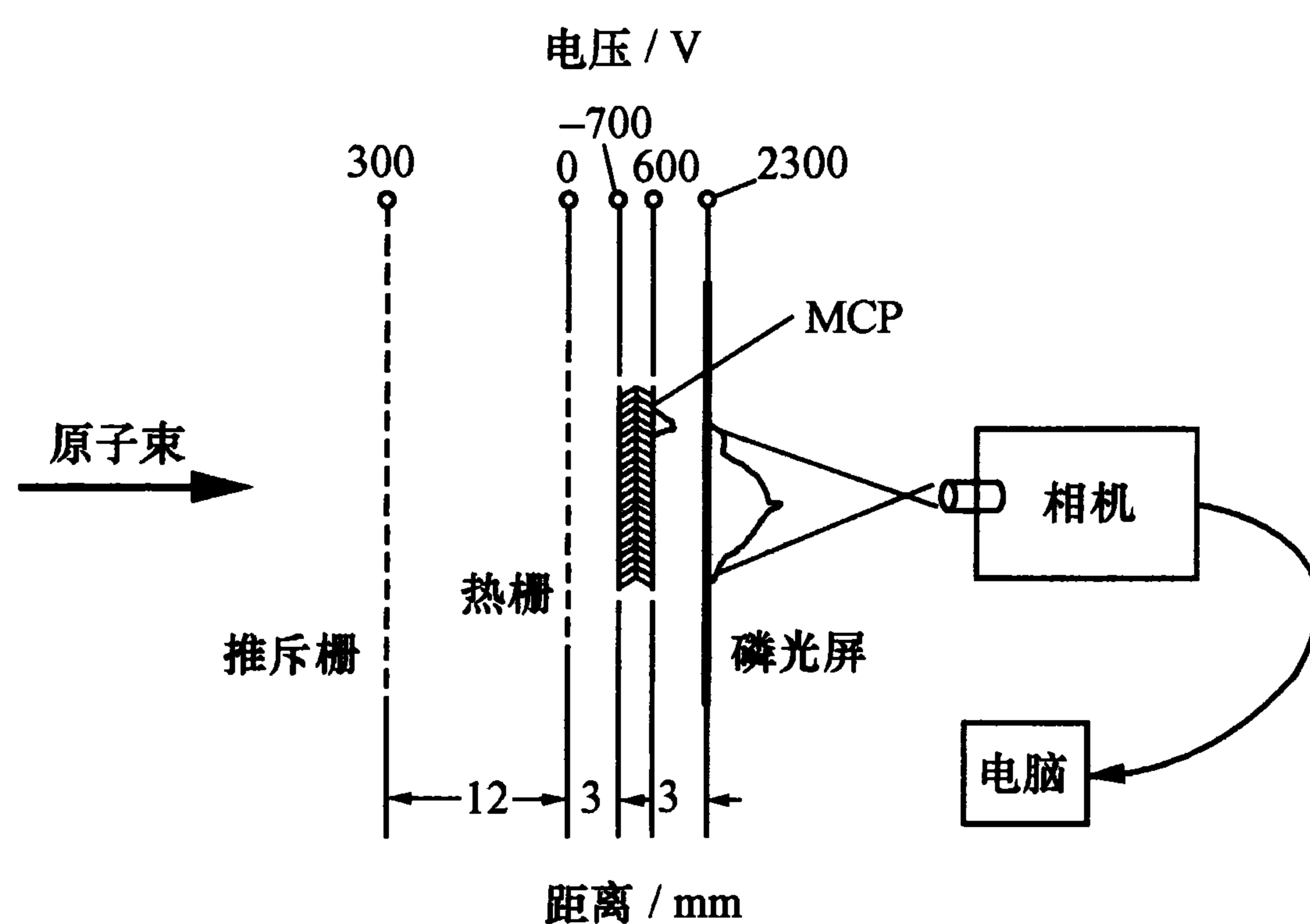


图 4-21 二维原子检测器原理图[64]

从 § 5.3 可知，这种负失谐的一维或二维驻波场对原子的作用将形成一维或二维光学黏团. 光学黏团理论决定了减速的极限值；但可采用一些方法超越这种极限，实现亚多普勒冷却. 对此，我

们将在第六章讨论.

对原子束的横向减速更多是利用偶极力. 美国贝尔(Bell)实验室 Bjorkholm 等人的早期工作就显示了这种力的作用[65]. 他们的实验装置如图 4-22 所示. 一束会聚的高斯光束通过中间带孔的反射镜以与原子束相同的方向照射它. 按照偶极力的公式(3. 3. 39)，若激光频率失谐 $\delta<0$，偶极力的方向与光强梯度相同(即指向光强处)；反之，若 $\delta>0$，则偶极力方向与光强梯度相反(即指向光弱处). 聚焦的高斯光束在两个方向上具有梯度：纵向上，在焦点处光强最强；横向上，光强从边缘向光轴逐渐增强. 因此，若光频率为负失谐($\delta<0$)，在光场中原子受到指向焦点和光轴的力；相反，若 $\delta>0$，原子的受力偏离焦点和光轴. 这样，预期在 $\delta<0$ 的光作用下，原子束的横向宽度会缩小；而在 $\delta>0$ 的光作用下，原子偏离束轴，会形成空心锥面原子束. 实验证实了这种预期，其结果与图 4-20 相似. 在他们的第二个实验中，没有激光作用时，在检测器上得到宽度为几百微米的原子束；在激光作用下，宽度压缩到了仅约 28 μm，实现了原子束聚焦. 这个实验也是偶极力作用的明证. 所以，在用稍会聚的激光照射原子束以达到横向减速的实验中，偶极力也同时起着作用.

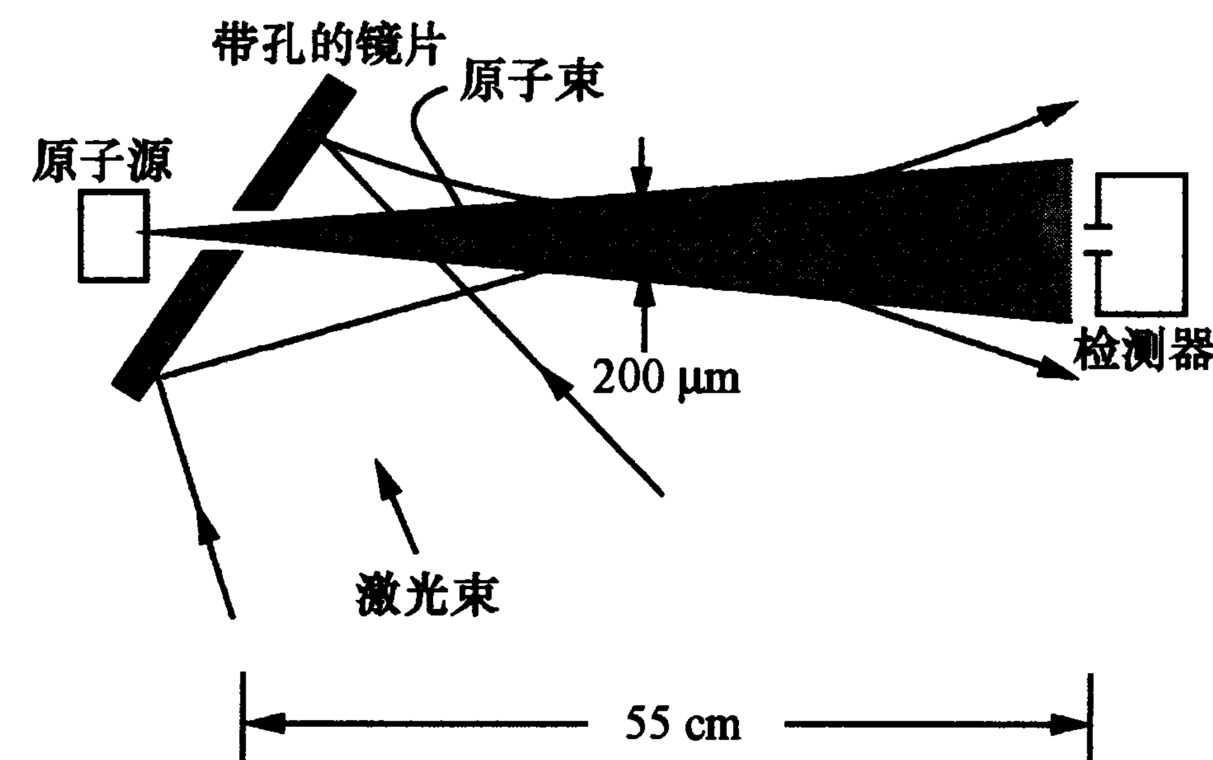


图 4-22 用偶极力准直原子束的实验装置[65]

上述实验都是用弱驻波光来作的. Cohen-Tannoudji 小组采用强驻波光来实施激光准直原子束[66]. 在弱驻波光场中，受激发射不起作用，在 $\delta<0$ 情况下，就能产生处处与运动方向相反的单纯的散射力(如图 3-7). 强光下，发生受激发射过程的概率远大于自发辐射，这会导致相反的情景：$\delta<0$ 时，原子加速；而 $\delta>0$ 时，

反而减速.关于强驻波场中原子运动行为的理论分析可见文献[67],Cohen-Tannoudji 小组用饰缀原子理论对此作过详细计算[68](这里我们按饰缀原子理论的思想给出物理图像[66],在§6.3里还会对这个问题进一步讨论).很重要的一点是,在驻波场中,受激跃迁概率和能级在光场中的光位移都是沿光束方向变化的:在波节处,光强为零,没有能级光位移和受激跃迁,原子或处于基态,或处于激发态,此时激发态原子的自发跃迁概率最大;而在波腹处,原子的基态与激发态严重混杂,原子以拉比频率 Ω 在上、下二能级之间振荡,进行受激跃迁,且该处能级光位移最大.若 $\delta>0$,光位移使上能级下移,基态能级上移,移动量正比于光强(即 $\propto\Omega^2$).设原子以速度 v 沿 x 轴正方向运动,经过波腹与波节,如图 4-23 所示.波腹处的原子被激发到能级下移了的激发态,在继续行进过程中,光强减弱,势能逐渐提高;到波节处,自发辐射概率最大,原子跃迁到纯基态.基态原子在继续行进时,因光强逐渐变大,光位移又使势能增高,直到接近波腹处再次被激发,如此循环继续.在整个过程中,原子的势能总是增加,这只能靠动能损失来补偿,从而使原子不断减速.这好比古希腊神话中的西西弗斯(Sisyphus)被上帝惩罚推石上山,到山顶时石头又滚了下来,这样就只好不停地推,直到能量耗尽.这种减速方法被称为"西西弗斯冷却".后面我们会看到,西西弗斯冷却的具体机制很多,这只是其中一种.整个过程的能量是平衡的:在两次自发辐射之间,总能量是守恒的.原子在"爬山"过程中,动能转化为势能;从受激辐射观

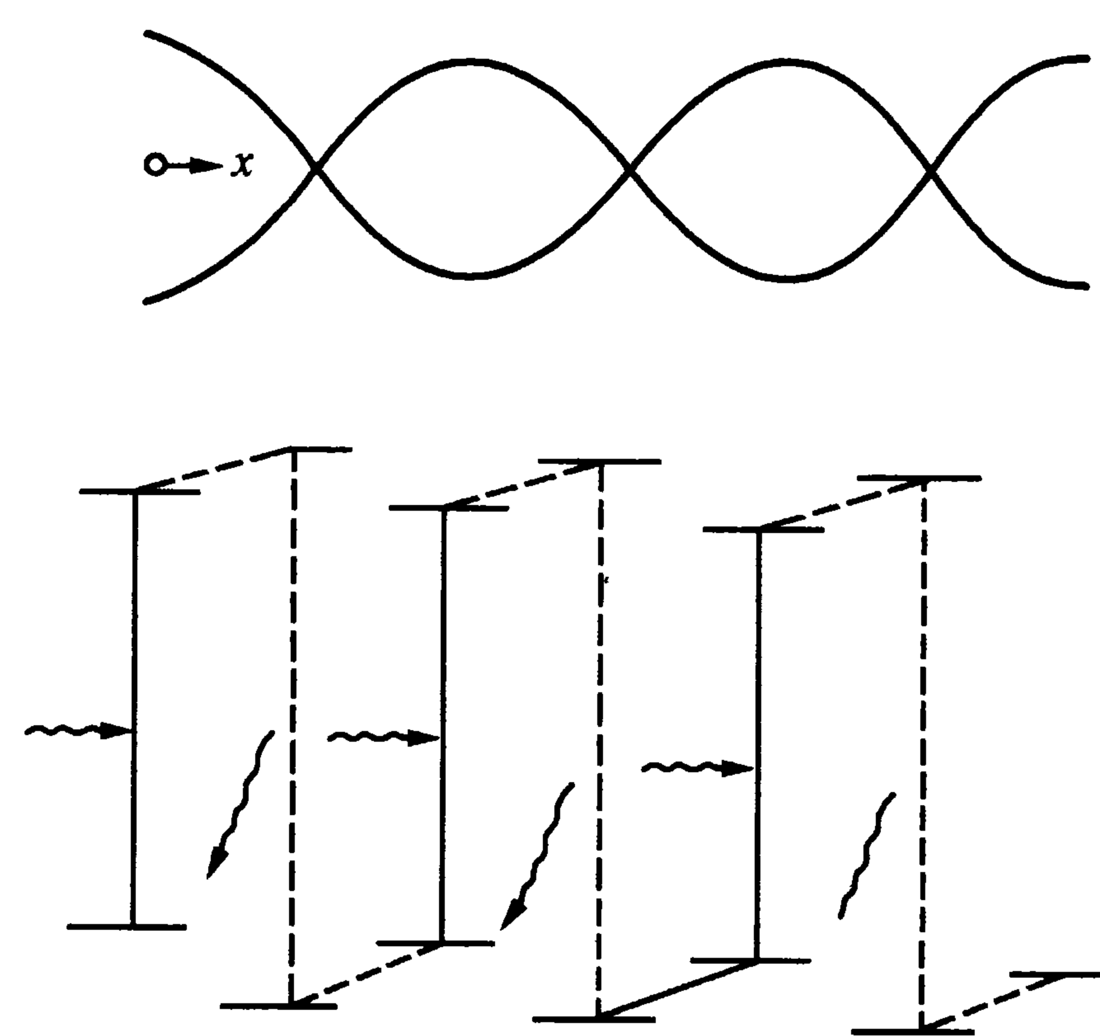


图 4-23 用强驻波场中的原子运动解释横向减速

点看,原子吸收的光子能量略低于发射光子的能量,在光子重分布过程中,原子把部分动能和动量转移给光场;而自发辐射则把这升高的原子势能通过发射光子散发给自由空间,原子回到势能最低处.这是一个耗散过程.显然,这种减速和原子穿过波腹、波节所需的时间与自发辐射率关联.如果原子穿过半波长的时间大体上能与上能级寿命相当(即 $kv_x\approx\Gamma$),则减速效果最好.对于沿 x 轴负方向行进的原子,情况完全相同,从而使两个方向上的原子横向速度都降低.因此,这种方法也可以实现原子束的一维准直.上述情况只在光强很大、谱线严重饱和($s\gg1$)、原子的多普勒频移小于谱线饱和增宽($kv_x<\Gamma$)时才会发生.Cohen-Tannoudji 小组用类似图 4-19 的装置进行了原子束横向减速实验.他们以 70 mW 的 852 nm 染料激光驻波束照射铯原子束,在 $\Omega=50\Gamma$($\Gamma=3.3\times10^7$/s),$\delta=6\Gamma$ 时,使原子束的横向速度减至 −40 cm/s～40 cm/s 之间,仅为原来束宽的 1/5.当 $\delta=-\Gamma$ 时,由于能级光位移反向,发生加速作用,原子束横向劈裂,分成两束,如图 4-24 所示.图中的曲线与图 4-20 相似,其中曲线Ⅰ为没有激光作用下的原子束宽,其半宽度显示横向速度为 2 m/s;曲线Ⅱ为正失谐情况($\delta/2\pi=30$ MHz);曲线Ⅲ为负失谐情况($\delta/2\pi=-30$ MHz),该曲线的中央有一个速度宽度为 20 cm/s 的小峰,它是由低速原子陷俘于驻波场而引起的,对此我们将会在后面提到.

原则上,上述强驻波场方法也可用于原子束的纵向减速.当然,这需要对驻波扫描,使驻波与原子的相对速度降低,减速机制有效工作.文献[67]的作者认为,100 mW/mm^{2}的激光就可使减速力比最大的辐射压力大一个数量级.Prentiss 等人在实验上实现了驻波光减速[69].

上海光机所王育竹小组用类似方法对钠原子束进行横向减速,得到了很好的准直效果.从横向速度分布得到的原子一维热运动温度仅为 66 μK[70](文献中为 33 μK;这里本书作者感谢王育竹所指出的更正),远小于多普勒冷却极限.还有一些利用类似方法

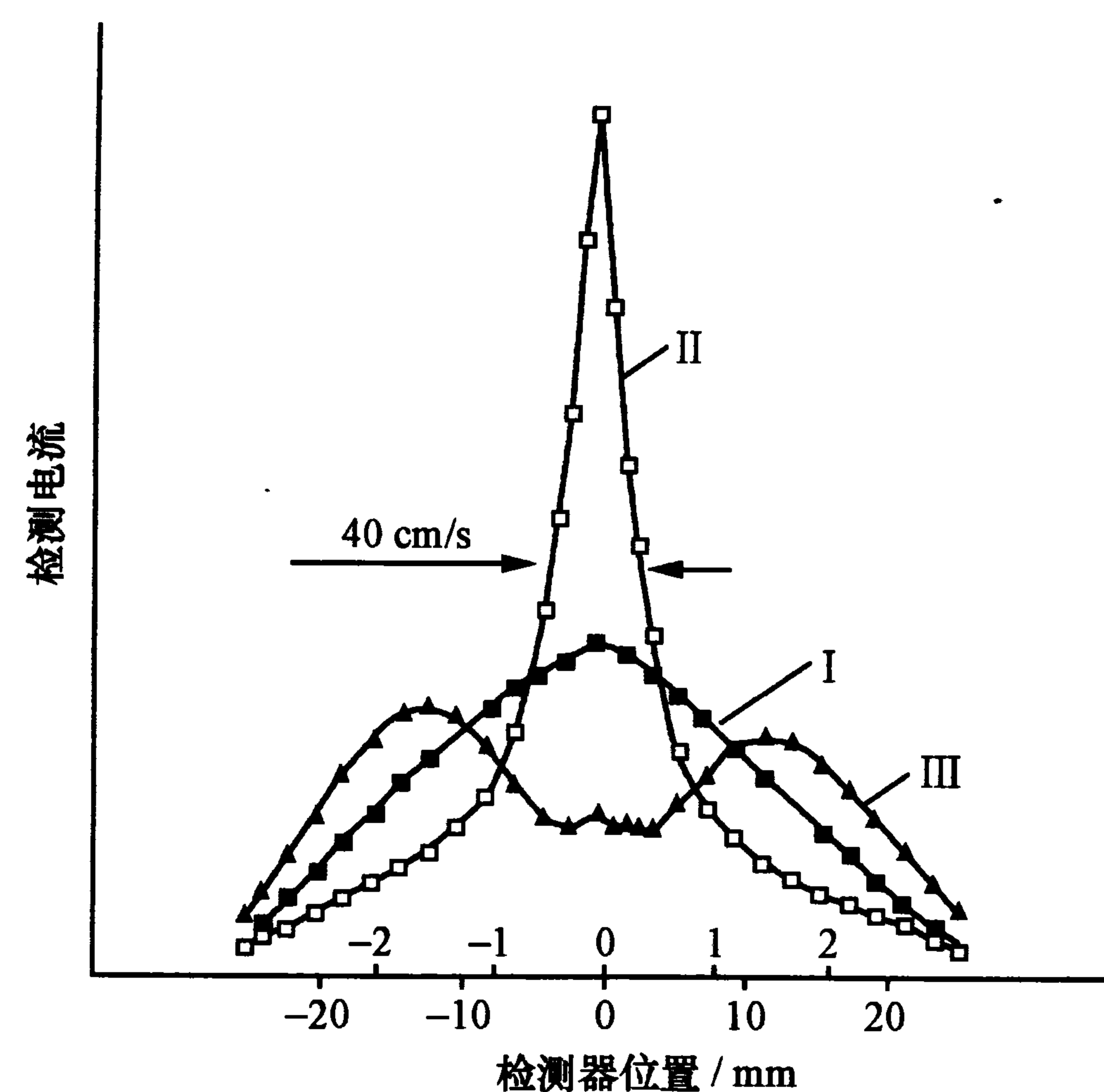


图 4-24 驻波场中原子束的横向压缩与展宽

进行原子束横向减速以得到准直的实验，其机理也不尽相同. 例如，有的采用宽频带激光进行横向减速[71]；有的在塞曼减速器里面进行准直[72]；有的发现横向减速对纵向速度分布有显著影响，可以使其宽度缩小[73]；等等. 这里不作过多的引述，请读者参阅有关文献.

§4.4 原子束的激光偏转和沟道化

改变原子束行进方向是操控原子运动的一个重要方面，在同位素分离[74]、原子频标、获得单速原子束[75]等实验中有重要应用. 1933 年第一个显示共振光辐射压力的实验就是用光偏转原子束来实现的[76]. 激光诞生以后，Ashkin 提出用激光的共振辐射压力来偏转原子束的想法[77]. 原则上，这种辐射压力可使原子束偏转 90°，把水平方向的原子束垂直化. 实验上，不少研究小组都采用激光垂直照射原子束，原子吸收光子，受到横向动量，就能实现原子

束偏转[74,75,78]. 由于偏转角与原子速度有关，这种偏转可有效地实现原子束的单速化. 王育竹小组采用了多光束方法以加强偏转[79]. Ertmer 小组用 589 nm 共振光处处垂直照射原子束，使纵向速度为 30～200 m/s（先进行纵向减速）的钠原子束偏转了 30°[80].

更有意思的是，用偶极力来进行原子束偏转还可与原子束的沟道化结合起来，体现偶极力的作用. 与上述偏转方法不同，这里使用了驻波光，受激辐射起主要作用[81～83]. 在强驻波光作用下，二能级原子按式(2.3.10)表示的拉比频率在上、下能级间振动，其频率高于自发辐射跃迁的频率. 例如，用 100 mW 激光聚焦成半径为 0.1 mm 的光斑，照射到钠原子束上，得 $2^2S_{3/2}$—$2^2P_{3/2}$跃迁 D_2线的拉比频率约为 1 GHz，而自发辐射率则为 $1/2\tau(\tau=1.63\times10^{-8}\ \mathrm{s})$，两者相差 30 余倍. 若钠原子速度为 900 m/s，光作用距离为 0.2 mm，则原子在上、下能级间可发生拉比跃迁的次数 $n\approx200$，而自发辐射则只有几次. 在此过程中，原子与驻波场中的光子交换动量，改变运动方向. 设驻波光(x 方向)垂直地照射原子束(z 方向)，原子发生受激吸收或发射，其动量变化取决于它和驻波场中哪一束光起作用. 若原子与 x 轴正方向的光束发生吸收或发射作用，得到的动量为$\hbar k$ 或$-\hbar k$（发射光子对原子的反冲）；相反，若与 x 轴负方向的光作用，则原子得到的动量分别为$-\hbar k$ 或 $\hbar k$. 若忽略自发辐射过程，且原子在与驻波光相互作用中只与正负光场中的一个起作用，则得失的动量互相抵消，原子束基本不偏转；反之，若原子从正(或负)向光吸收光子，而向负(或正)向光发射光子，则能得到$\pm2\hbar k$ 的动量，原子束产生最大的偏转. 可见，不管与哪束光作用，原子的动量变化总是以$\pm2\hbar k$ 为单位的. 如果原子随机地与两个方向的光发生作用，净偏转是光子无规行走的结果，呈高斯分布，则其半宽度正比于$\sqrt{n}$[81]. Arimondo 等人利用类似图 4-19 的实验装置，观察到了钠原子束偏转，大体证实了上面的结论[81]. 俄罗斯人也作过这类实验[82]. 不过，由于实验中原子与光的作用时间比较长，或者原子位置检测分辨力不够，他们只观

察到因驻波场中向两个方向偏转而产生的原子束宽度增加，而没有看到明显的束分裂的现象.

美国麻省理工学院(MIT)Pritchard 小组利用光与原子相互作用时间很短(短于辐射寿命)和原子角度分辨力很高的装置，观察到了钠原子束的分裂，如图 4-25 所示[83]. 图中显示出原子以 $2\hbar k$ 的动量为单位"群聚". 曲线 Ⅰ～Ⅳ 分别对应于激光功率为 0，5，10，20 mW. 在激光功率较小、受激跃迁次数不多的情况下，原子与驻波场中的两束光起作用，分别得到 $\pm 2\hbar k$ 的动量，束明显地劈裂为二. 随着激光功率增大，拉比跃迁频率增高，得到 $\pm 4\hbar k$，$\pm 6\hbar k$，$\pm 8\hbar k$ 等动量的概率增大，随机性明显出现，呈现出原子束宽度加大的现象. 上述现象完全可从理论上论证[83~86]；本质上，

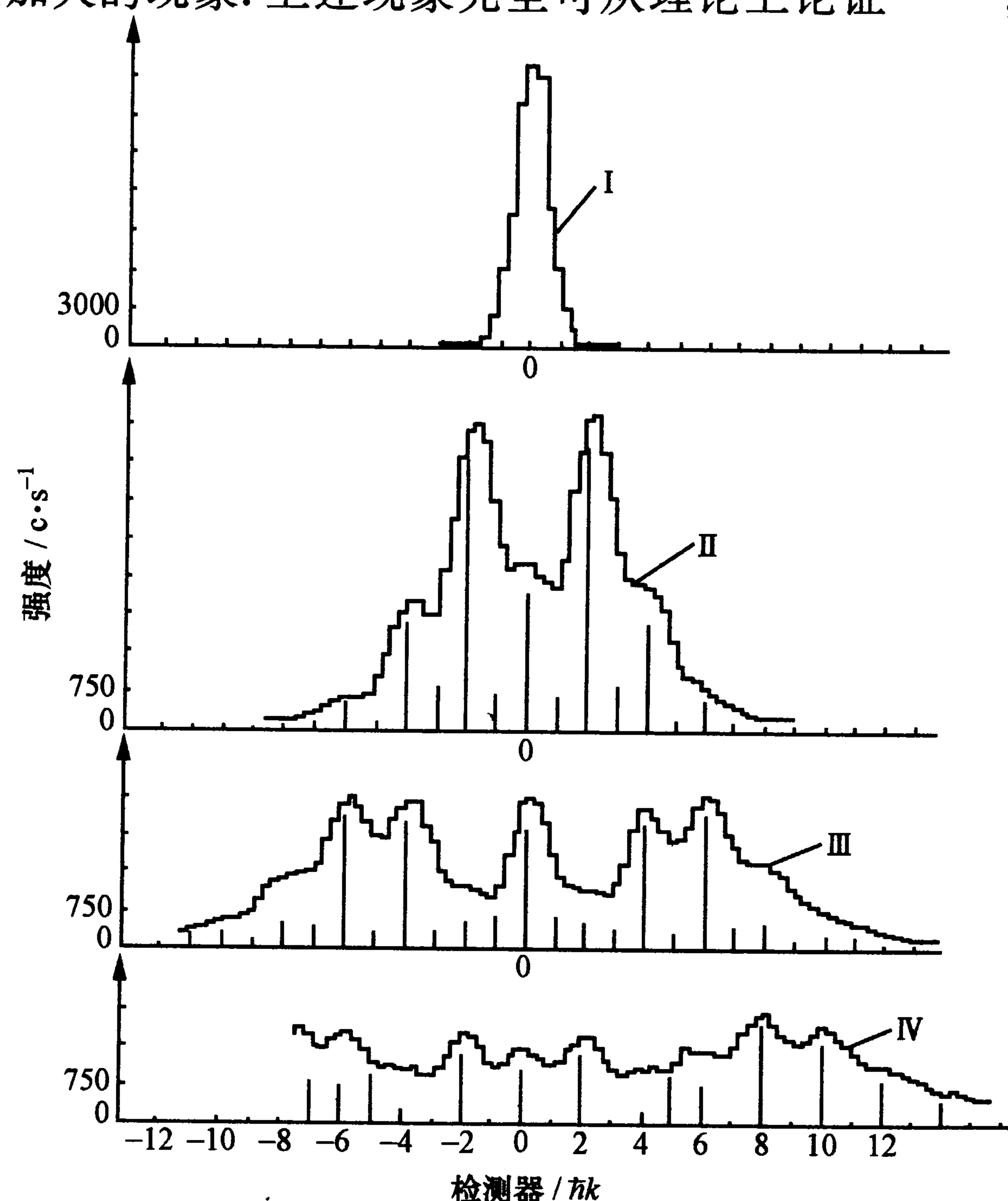


图 4-25 不同激光功率下原子束的偏转(分裂)

这仍是偶极力作用的结果. 我们知道，在共振情况下偶极力为零；这只是就平均而言，对单次作用，作为"光子重分布"的偶极力还是存在的.

上述在驻波光作用下原子束劈裂为二的现象与自旋取向不同的电子束在不均匀磁场中劈裂的情况相似，所以也称为光学施特恩-格拉赫(Stern-Gerlach)效应. 当然，两者作用机制不同.

在光场失谐较大的情况下，原子在驻波光场中所受的偶极力可用式(3.3.39)来描述. 设失谐 δ 较大，原子的能级跃迁和自发辐射可忽略，基本上处于基态；且原子的横向速度很低，$kv \ll \Gamma$；在两次自发辐射之间，原子运动局限在半个波长范围(两波节间距). 由于光位移，在 $\delta>0$ 情况下，基态原子在光强处势能高，偶极力方向与光场梯度相反，原子被推向光弱处(波节)；而当 $\delta<0$ 时，原子被推向波腹. 因光强随 x 坐标而变，从式(3.3.39)对 x 积分就可求得驻波场中各点原子的势能 $U(x)$，我们有

$$U(x) = \frac{\hbar\delta}{2}\ln\left[1 + \frac{2\Omega^2(x)}{4\delta^2 + \Gamma^2}\right]. \tag{4.4.1}$$

图 4-26 显示了驻波场中原子的势能变化曲线(注意，图中 x，z 的坐标与本文正好颠倒)，还考虑了高斯光束引起的光强在光束横截面上的分布. 在垂直于原子束的驻波光作用下，视失谐不同，原子将集中于波节或波腹，于是形成几支沟道化的束. 由于沟道之间的

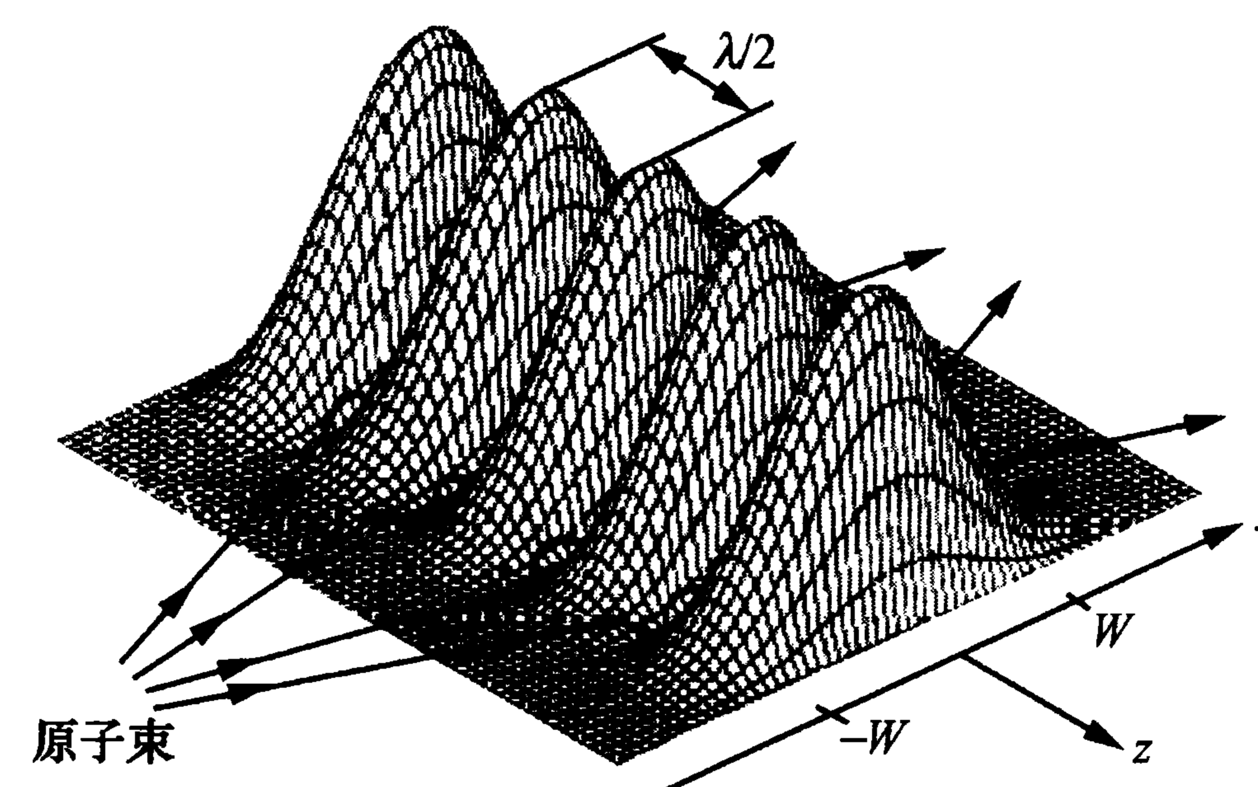


图 4-26 在正失谐高斯光束驻波场中原子的势能[87]

距离只有半个波长，对实验中的铯原子，其值为 426 nm，波节和波腹之间的距离更只是半波长的一半；这种原子沟道化是很难用机械装置直接检测到的. Cohen-Tannoudji 小组发展了一种靠原子自身标记来检测的巧妙方法[87]. 这种标记就是利用因光位移引起的，在波节和波腹处原子的共振吸收频率不同. 实验用苯乙烯基-9 染料激光器发出的行波光强为 150 mW 的激光形成驻波，光束半径为 2.3 mm. 在共振情况下，光对铯原子产生的拉比频率 $\Omega/2\pi=210$ MHz. 激光频率调谐到 $F=4\rightarrow F'=5$ 的循环跃迁附近，光是 σ^+ 偏振的（先用 $F=3\rightarrow F'=4$ 跃迁频率的激光把原子抽运到 $F=4$ 能级）. 在失谐 $\delta/2\pi=\pm 150$ MHz 情况下，势能曲线的峰值为 $U_{\max}/h=45$ MHz，相应于陷俘速度 $v_x=0.5$ m/s $(mv_x^2/2=U_{\max})$，而原子束的横向速度小于 0.6 m/s. 因此，多数原子可以被陷俘在驻波场中. 实验用稍倾斜的驻波光照射原子束，得到非沟道化的原子，因为这时原子在驻波场中的平均速度超过 1.5 m/s，原子不可能局域于沟道，而在驻波场中均匀分布. 当驻波光与原子束完全正交时，得到沟道化原子. 这时，可用一束频率扫描的与原子束正交的弱探测光通过驻波场，利用光的共振吸收信号，探测相应频率处原子的多少.

实验结果如图 4-27 所示，其中图 4-27(a)～(c)为正失谐情况；图 4-27(d)～(f)为负失谐情况. 图 4-27(a)，(d)对应于驻波光倾斜照射原子束的情况，原子没有沟道化；但图中还是看到了波节（N 处）、波腹（A 处）处原子数的增加. 这是由于原子共振频率随光势能的变化在波节和波腹处比较平坦，因此在该频率附近原子数比较集中. 从图 4-27(b)可见，在正失谐时，原子集中到波节，该处光强为零，没有能级位移，吸收光频率即原子共振频率 ν_0，此时波节频率处检测到的原子数比没有沟道化时多 5 倍；至于在波腹处，由于该处光强和光位移最大，正失谐时上、下能级间距缩小，吸收频率最低，该处几乎没有信号，说明原子确已被推向波节. 反之，当驻波光频率失谐为 -150 MHz 时，原子集中到波腹，该处能级

光位移最大，上、下能级间距扩大，共振频率上移，从图 4-27(e)确实见到该处信号增强. 但是，从图中可见，波腹处信号的增强远没有正失谐时波节处信号大，其原因是波腹处原子的上下能级严重混杂，跃迁概率降低；另外，在波节处仍可见到显著的信号，也是由于该处残余的原子有较高的跃迁概率引起的. 理论计算的结果与实验完全符合，从这些曲线可以计算出原子密度沿驻波的分布，如图 4-27(c)，(f)所示. 从图中可确切地看到，原子已沿驻波的波节或波腹沟道化了.

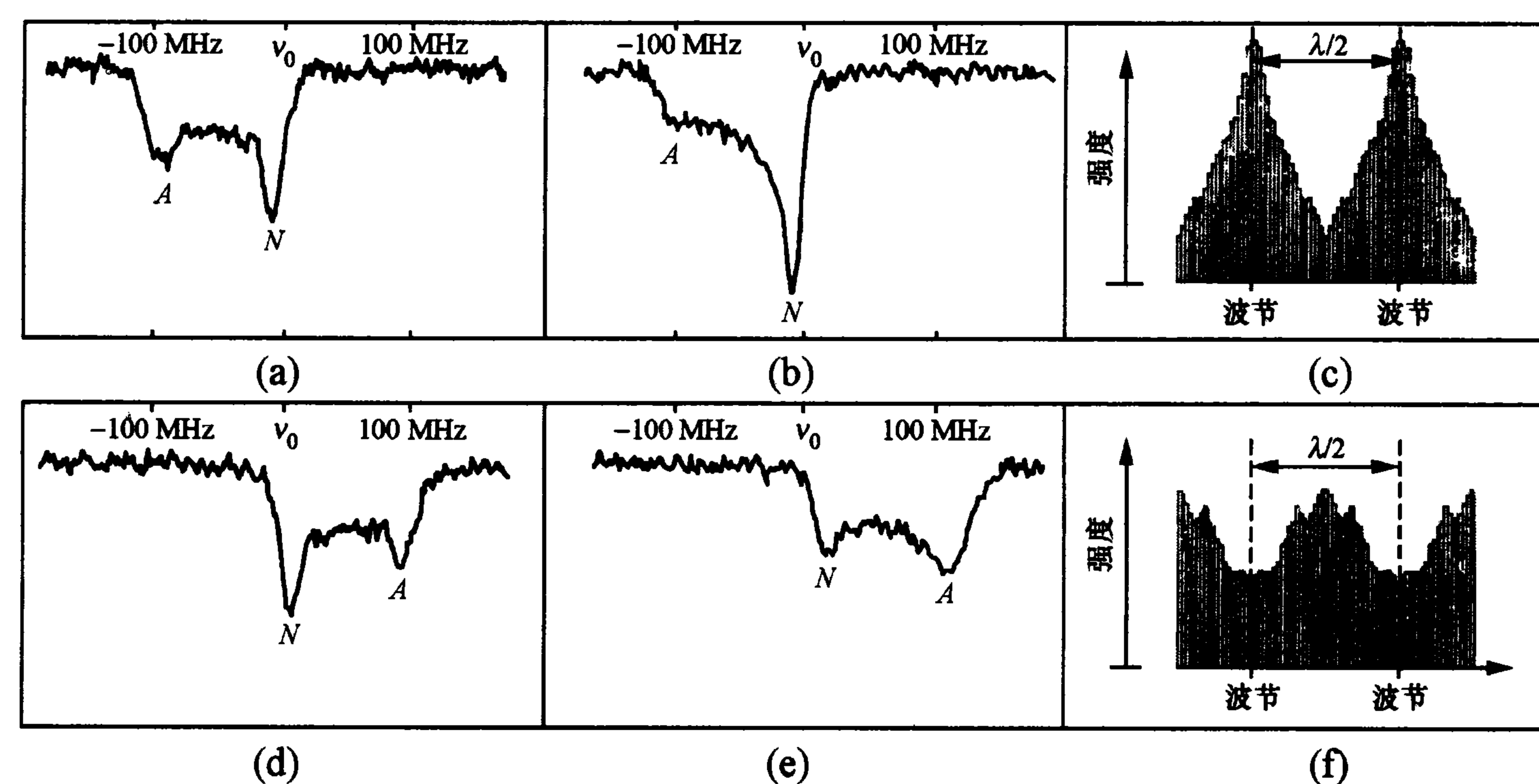


图 4-27 用光频移检测驻波场中原子数

(a)，(d)对应于原子无沟道化时的情况；(b)，(e)为沟道化原子分布；(c)，(f)分别为从(b)，(e)计算得到的原子数分布.

莫斯科光谱研究所的工作更直观地显示出偶极力在原子束偏转和沟道化中的作用[88]. 他们的实验把两者巧妙地结合起来，实验装置见图 4-28. 他们用波阵面弯曲的高斯驻波光束以 $\phi=1.25\times10^{-2}$ rad的角度照射钠原子束. 在没有光照时，原子束沿直线行进，在探测器平面上得到图中曲线 2 的束强分布；当有激光驻波照射时，原子束在偶极力作用下发生弯曲，得到曲线 1. 实验用的驻波光频率调谐到高于 $F=2\rightarrow F'=3$ 跃迁频率 300 MHz，单束行波光功率为 110 mW，与原子束相交处的光斑大小（直径）为

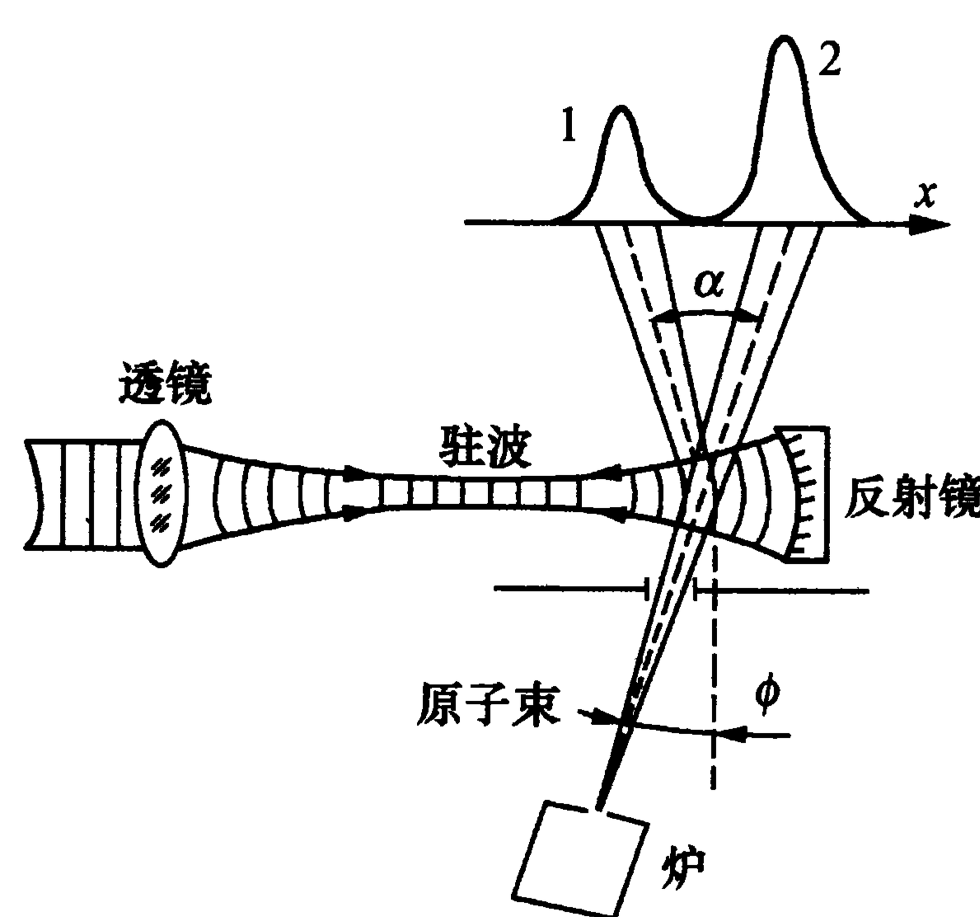


图 4-28 原子束偏转与沟道化结合的显示

1 mm，该处波阵面的曲率半径为 40 mm. 在探测区距驻波作用区 290 mm 处，1，2 两曲线的间距为 7.1 mm，相当于偏转角 2.5 $\times 10^{-2}$ rad. 原子受力的数值计算结果与实验相符，并且显示出原子在波节附近作简谐振动.

对于原子在驻波光场中沟道化更加直接的证明是，把沟道化原子直接沉积在一块基板上，形成间距为半波长的光栅[89,90]. 图 4-29 是装置示意图. 驻波光沿着一块透明基板穿过，在基板表面形成由波腹、波节造成的势能场分布. 原子束从垂直方向投向基板，在光势能场中因受光场力作用而被限制在一个小区域中. 当激光频率为蓝失谐时，原子集中在波节，该处势能最低，并沉积在该处，形成原子光栅，如图 4-30 所示. 这种技术可用于原子刻印.

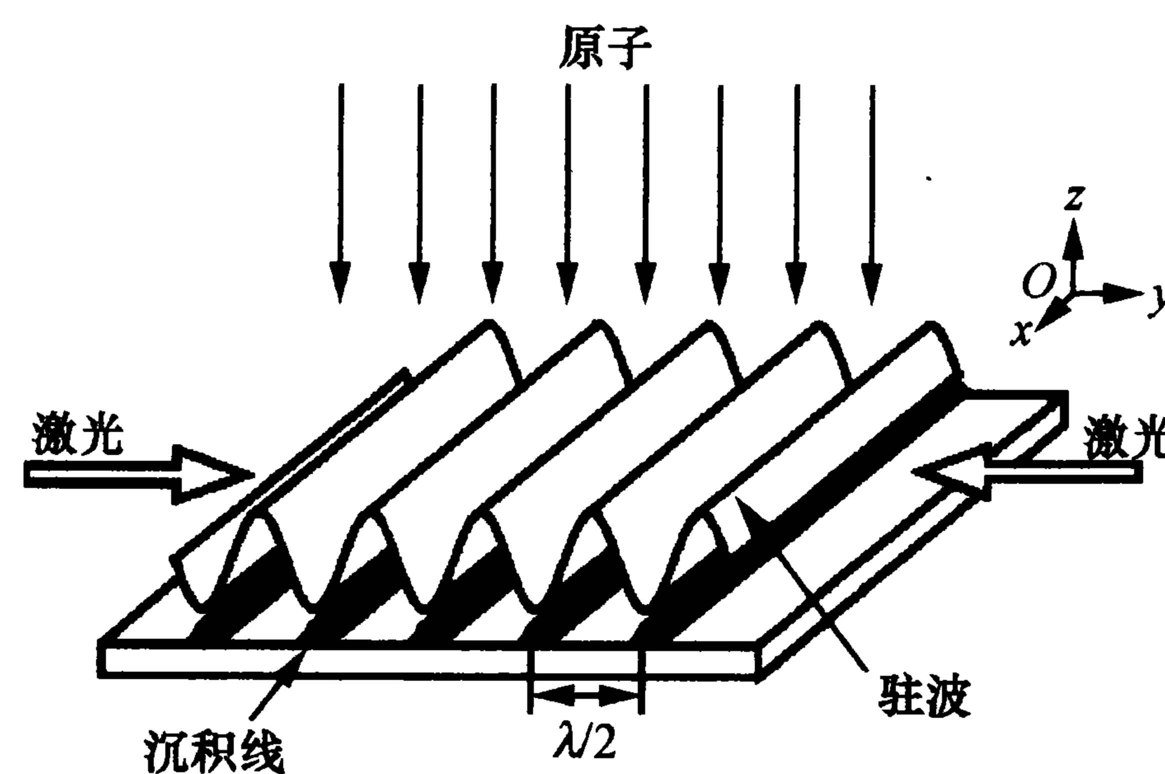


图 4-29 驻波光中沟道化的原子直接沉积在基板上

上述方法的组合还可实现原子透镜、反射镜、导引器、分束器等原子光学元件，这些将在第八章中介绍.

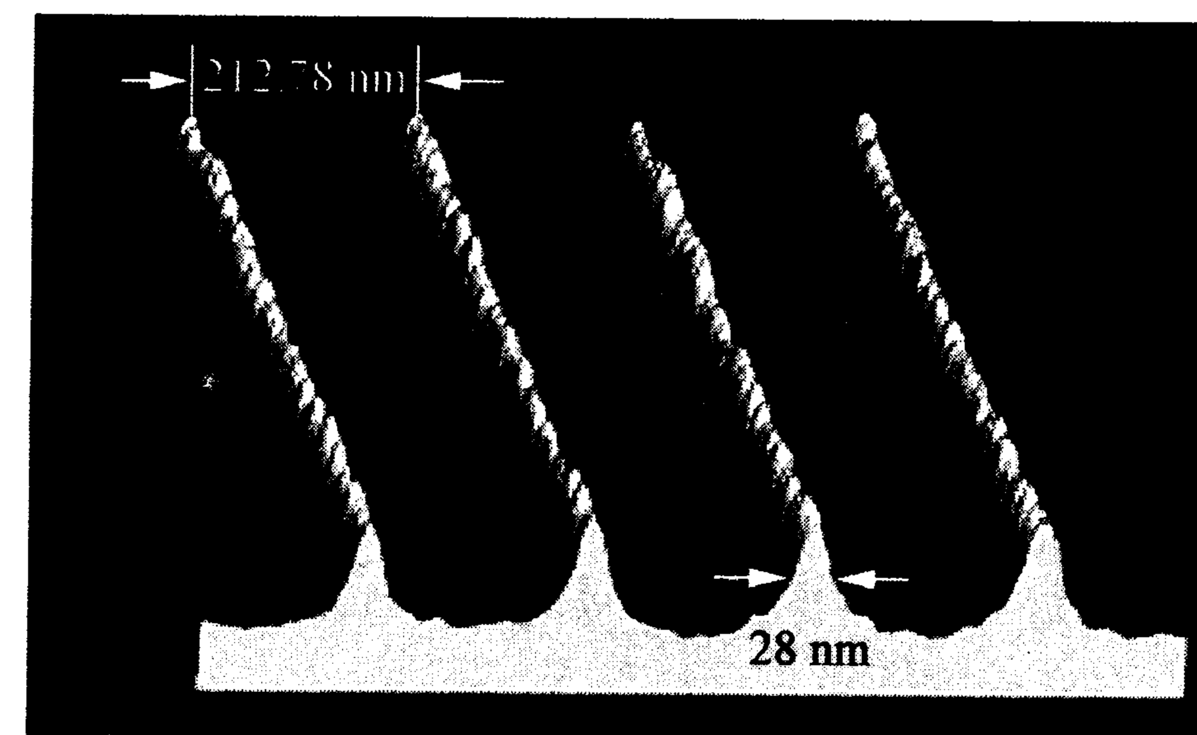


图 4-30 沉积在基板上的铬原子形成的光栅

参考文献

[1] Metcalf H J, van der Straten P. Laser cooling and trapping. New York: Springer, 1999.

[2] Phillips W D, Prodan J V, Metcalf H J. J. Opt. Soc. Am. B, 1985, 2: 1751.

[3] Balykin V I, Letokhov V S, Minogin V G. Physica Scripta, 1988 T22: 119.

[4] Letokhov V S, Minogin V G, Pavlik B D. Opt. Commun., 1976, 19: 72.

[5] 王义遒. 波谱学杂志, 1988, 5: 1; 物理. 1990, 19: 389.

[6] 王义遒. 原子的激光冷却与囚禁和稀薄气体玻色-爱因斯坦凝聚的实现 //曾谨言，龙桂鲁，裴寿镛. 量子力学新进展：第三辑. 北京：清华大学出版社，2003.

[7] Hall J L, Zhu M, Buch P. J. Opt. Soc. Am. B, 1989, 6: 2194.

[8] Balykin V I, Letokhov V S, Mishin V I. Pis'ma Zh. ETF (Russ.), 1979, 29: 614; JETP Lett., 1979, 29: 560; Zh. ETF (Russ.), 1980, 78: 1376; JETP., 1980, 51: 692.

[9] Ertmer W, Blatt R, Hall J L, et al. Phys. Rev. Lett., 1985, 54: 996.

[10] Phillips W, Metcalf H. Phys. Rev. Lett., 1982, 48: 896.

[11] Prodan J, Migdall A, Phillips W D, et al. Phys. Rev. Lett., 1985, 54: 992.

[12] Gaggl R, Windholz L, Umfer C, et al. Phys. Rev. A, 1994, 49: 1119.

[13] Yeh J R, Hoeling B, Knize R J. Phys. Rev. A, 1995, 52: 1388.

[14] Ketterle W, Martin A, Joffe M A, et al. Phys. Rev. Lett., 1992, 69: 2483.

[15] Barelaan H, Padua S, Yang D H, et al. Phys. Rev. A, 1994, 49: 2780.

[16] Minogin V G. Opt. Commun., 1980, 34: 265.

[17] Andreev S V, Balykin V I, Letokhov V S, et al. Pis'ma Zh. ETF (Russ.), 1981, 34: 463; JETP Lett., 1981, 34: 442; Zh. ETF (Russ.), 1982, 82: 1429; JETP., 1982, 55: 828.

[18] Moi L. Opt. Commun., 1984, 50: 349; Liang J, Moi L, Fabre C. Opt. Commun., 1984, 52: 131.

[19] Liang J, Fabre C. Opt. Commun., 1986, 59: 31.

[20] Hoffnagle J. Opt. Lett., 1988, 13: 102.

[21] Zhu M, Oates C W, Hall J L. Phys. Rev. Lett., 1991, 67: 46.

[22] Fu J X, Chen X Z, Li Y M, et al. Chin. Phys. Lett., 1999, 16: 805.

[23] Balykin V I. Opt. Commun., 1980, 33: 31.

[24] Ertmer W, Bratt R, Hall J L, et al. Phys. Rev. Lett., 1985, 54: 996.

[25] Watts R N, Wieman C E. Opt. Lett., 1986, 11: 291.

[26] Watts R N, Yang D H, Sheehy B, et al. XV IQEC Technical Digests, 1987: 66.

[27] Sheehy B, Shang S-Q, Watts R, et al. J. Opt. Soc. Am. B, 1989, 6: 2165.

[28] Prodan J, Phillips W, Metcalf H. Phys. Rev. Lett., 1982, 49: 1149.

[29] Phillips W D, Prodan J V, Metcalf H. J., Prog. Quant. Electr. 1984, 8: 119.

[30] Bagnato V S, Lafyatis G P, Martin A G, et al. Phys. Rev. Lett., 1987, 58: 2194.

[31] Bagnato V S, Aspect A, Zilio S C. Opt. Commun., 1989, 72: 76.

[32] Firmino M E, Faria L C A, Zilio S C, et al. Phys. Rev. A, 1990, 41: 4070.

[33] Bagnato V S, Salomon C, Marega E, et al. J. Opt. Soc. Am. B, 1991, 8: 497.

[34] Barrett T E, Dapore-Schwartz S W, Ray M D, et al. Phys. Rev. Lett., 1991, 67: 3483.

[35] Lison F, Schuh P, Haubrich D, et al. Phys. Rev. A, 1999, 61: 013405.

[36] Mayer S K, Minarik N S, Shroyer M H, et al. Opt. Commun., 2002, 210: 259.

[37] Molenaar P A, van der Straten P, Heideman H G M, et al. Phys. Rev. A, 1997, 55: 605.

[38] Chen H-X, Cai W-Q, Liu L, et al. Chin. Phys. Lett., 1994, 11: 541.

[39] Aardema T G, Knops R M S, Nijsten S P L, et al. Phys. Rev. Lett., 1996, 76: 748.

[40] Balykin V O, Letokhov V S, Sidorov A I. Opt. Commun., 1984, 49: 248; Zh. ETF (Russ.), 1984, 86: 2019.

[41] Zueva T V, Minogin V G. Pis'ma Tekh. Fiz. (Russ.), 1981, 7: 953; Sov. Tech. Phys. Lett., 1981, 7: 411.

[42] Atutov S N, Calabrese R, Grimm R, et al. Phys. Rev. Lett., 1998, 80: 2129.

[43] Park S E, Lee H S, Shin E-J, et al. J. Opt. Soc. Am. B, 2002, 19: 2595.

[44] Magno W C, Cavasso F R L, Cruz F C. Phys. Rev. A, 2003, 67: 043407.

[45] Beverini N, de Pascalis S, Maccioni E, et al. Opt. Lett., 1989, 14: 350.

[46] Beverini N, Maccioni E, Pereira D, et al. //de Marchi A. ed. Proc. 4th symp. frequency standards & metrology. New York: Springer, 1988: 282; Beverini N, Giammanco F, Maccioni E, et al. J. Opt. Soc. Am. B, 1989, 6: 2188.

[47] Helmcke J, Riehle F, Ishikawa J, et al. //Moi L. et al ed. Light induced kinetic effects on atoms, ions and molecules. Pisa: ETS Editrice, 1991: 119.

[48] Kurosu T, Shimizu F. Jpn. J. Appl. Phys., 1990, 29: L2127.

[49] Katori H, Ido T, Isoya Y, et al. Phys. Rev. Lett., 1999, 82: 1116.

[50] Sengstock K, Sterr U, Müller J H, et al. Appl. Phys. B, 1994, 59: 99.

[51] Witte A, Kisters Th, Riehle F, et al. J. Opt. Soc. Am. B, 1992, 9: 1030.

[52] Oates C W, Bondu F, Fox R W, et al. Eur. Phys. J. D, 1999, 7: 449.

[53] Cavasso F R L, Magno W C, Manoel D A, et al. J. Opt. Soc. Am. B, 2003, 20: 994.

[54] Cavasso F R L, Manoel D A, Ortega D R, et al. J. Phys. 2003, 33: 355.

[55] Watanabe M. J. Opt. Soc. Am. B, 1996, 13: 2377.

[56] Honda K, Takahashi Y, Kuwamoto T, et al. Phys. Rev. A, 1999, 59: R934.

[57] Kuwamoto T, Honda K, Takahashi Y, et al. Phys. Rev. A, 1999, 60: R745.

[58] Beverini N, Gomide J V B, Maccioni E, et al. //Moi L. et al ed. Light induced kinetic effects on atoms, ions and molecules. Pisa: ETS Editrice 1991: 111.

[59] Shimizu F, Shimizu K, Takuma H. Phys. Rev. A, 1989, 39: 2758.

[60] Katori H, Shimizu F. Jpn. J. Appl. Phys., 1990, 29: L2124.

[61] Schmidt P O, Hensler S, Werner J, et al. J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt., 2003, 5: S170.

[62] Balykin V I, Letokhov V S, Minogin V G, et al. Appl. Phys. B, 1984, 35: 149; Балыкин В И, Летохов ВС, Сидоров А И, Et al. ЖЭТФ,1984, 40: 251; Balykin V I, Letokhov V S, Minogin V G, et al. J. Opt. Soc. Am. B, 1985, 2: 1776.

[63] Dalibard J, Salomon C, Aspect A, et al. //Haroche S. ed. Proc. atomic physics 11. Singapore: World Scientific, 1989: 199.

[64] Sheehy B, Shang S-Q, van der Straten P, et al. Chem. Phys., 1990, 145: 317.

[65] Bjorkholm J E, Freeman R R, Ashkin A, et al. Phys. Rev. Lett., 1978, 41: 1361; Person D B, Freeman R R, Bjorkholm J E, et al. Appl. Phys. Lett., 1980, 36: 99.

[66] Aspect A, Dalibard J, Heidmann A, et al. Phys. Rev. Lett., 1986, 57: 1688.

[67] Kazantsev A P. Zh. Eksp. Teor. Fiz. (Russ), 1974, 66: 1599; Sov. Phys. JETP, 1974, 39: 784; Kazantsev A P, Smirnov V S, Surdutovich G I, et al. J. Opt. Soc. Am. B, 1985, 2: 1731.

[68] Dalibard J, Cohen-Tannoudji C. J. Opt. Soc. Am. B, 1985, 2: 1707.

[69] Prentiss M, Cable A. Phys. Rev. Lett., 1991, 62: 1354.

[70] Wang Y, Cheng Y, Cai W. Opt. Commun., 1989, 70: 462.

[71] Rasel E, Pereira D S F, Saverio P F, et al. Eur. Phys. J. D, 1999, 7: 311.

[72] Joffe M A, Ketterle W, Martin A, et al. J. Opt. Soc. Am. B, 1993, 10: 2257.

[73] Park S E, Lee H S, Kwon T Y, et al. Opt. Commun., 2001, 192: 57.

[74] Bernhardt A F, Duerre D E, Simpson J R, et al. Appl. Phys. Lett., 1974, 25: 617; Appl. Phys., 1976, 9: 19; Opt. Commun., 1976, 16: 169.

[75] Nellessen J, Sengstock K, Müller J H, et al. Phys. Lett., 1989, 9: 133.

[76] Frisch O R. Z. Phys., 1933, 86: 42.
[77] Ashkin A. Phys. Rev. Lett., 1970, 25: 1321.
[78] Schieder R, Walther H, Wöste L. Opt. Commun., 1972, 5: 337; Picqué J L, Vialle J L, Opt. Commun., 1972, 5: 407.
[79] 王育竹,周汝枋,周志尧,等. 中国科学: A 辑, 1984, 5: 467.
[80] Nellessen J, Müller J H, Sengstock K, et al. J. Opt. Soc. Am. B, 1989, 6: 2149.
[81] Arimondo E, Lew H, Oka T. Phys. Rev. Lett., 1979, 43: 753.
[82] Grinchuk V A, Kuzin E F, Nagaeva M L, et al. Phys. Lett. A, 1981, 86: 136; Grinchuk V A, Kazantsev A P, Kuzin E F, et al. Phys. JETP, 1984, 59: 56.
[83] Moskowitz P E, Gould P L, Atlas S R, et al. Phys. Rev. Lett., 1983, 51: 370; Moskowitz P E, Gould P L, Pritchard D E. J. Opt. Soc. Am. B, 1985, 2: 1784.
[84] Kazantsev A P. Sov. Phys. Usp., 1978, 21: 58; Kazantsev A P, Surdutovich G I, Yakovlev V P. JETP Lett., 1980, 31: 509; Opt. Commun., 1982, 43: 180.
[85] Bernhard A F, Shore B W. Phys. Rev. A, 1981, 23: 1290.
[86] Tanguy C, Reynaud S, Cohen-Tannoudji C. J. Phys. B, 1984, 17: 4632.
[87] Salomon C, Dalibard J, Aspect A, et al. Phys. Rev. Lett., 1987, 59: 1659.
[88] Balykin V I, Letokhov V S, Ovchinnikov Yu B, et al. Opt. Lett., 1988, 13: 958; Balykin V I, Lozovik Yu E, Ovchinnikov Yu B, et al. J. Opt. Soc. Am. B, 1989, 6: 2178.
[89] McClelland J J, Scholten R E, Palm E C, et al. Science, 1993, 262: 877; Celotta R J, Gupta R, Scholten R E, et al. J. Appl. Phys., 1996, 79: 6079.
[90] McGowan R W, Giltner D M, Lee S A. Opt. Lett., 1995, 20: 2535; Johnson K S, Thywissen J H, Dekker N H, et al. Science, 1998, 280: 1583; Zhu X D. Opt. Lett., 1997, 22: 1890; Appl. Phys. Lett., 1999, 74: 525.

第五章 光学黏团

§5.1 光学黏团及其实验[1~4]

在§3.4讨论光驻波场中运动原子受力情况时,我们知道,若辐射场不太强且为负失谐,则在多普勒频移影响下,运动原子主要与速度方向相反的那一束光发生作用,导致减速.原子受到的阻尼力 $F=-\alpha v_0$(α 是阻尼系数,由式(3.4.15)表示;在小失谐时,它在数值上与光强及失谐成正比).如果在 x,y,z 三个方向分别加上由两束光组成的驻波光场,如图5-1所示,则在6束光交汇处,原子会受到三维阻尼力的作用,在三个方向上都得到减速,使其动能降低,从而实现冷却.这就是1975年Hänsch和Schawlow建议的"激光冷却中性原子"的内容[5].这种冷却叫做多普勒冷却.

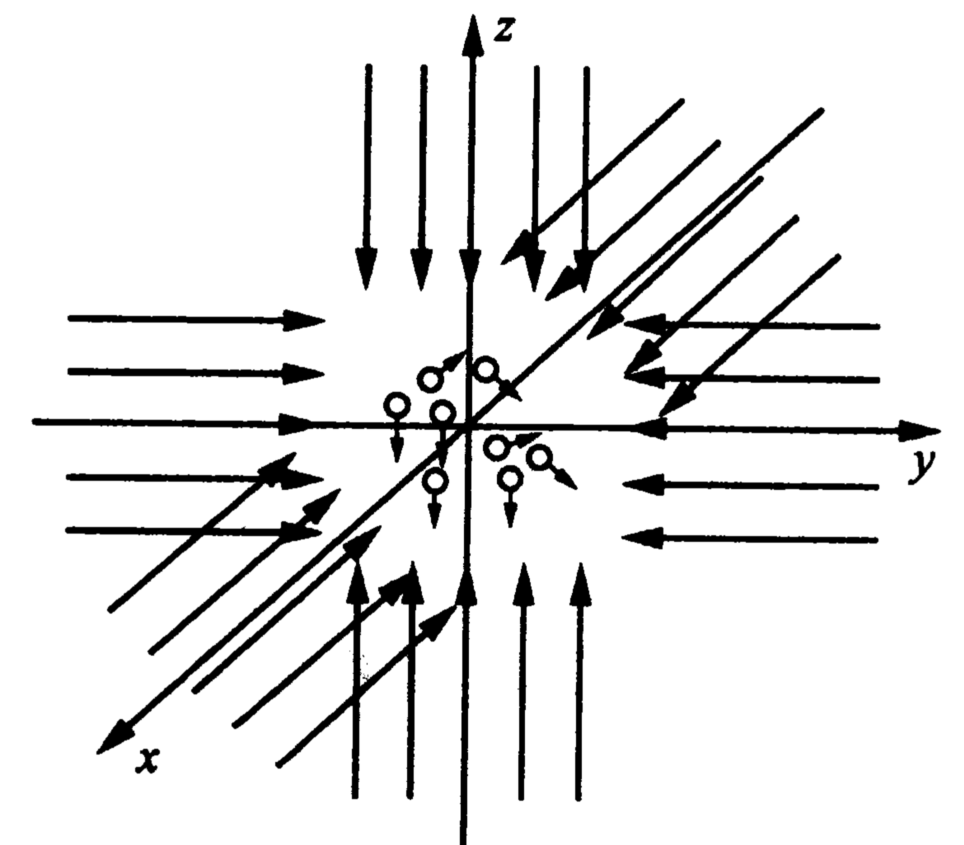


图5-1 6束激光的原子三维冷却[5]

那么,原子最终是否会减速至零,而温度是否会趋于绝对零度呢?这显然不可能.因为减速过程是原子和光子交换动量的结果:原子因吸收"对头碰"的光子动量而减速;在自发辐射光子时,又在光子的反方向得到一个反冲动量.尽管由于后者的各向同性,大量发射动作后平均为零,原子却在动量空间中作无规行走,速度是涨落的,即有 $\langle v\rangle=0$,但 $\langle v^2\rangle\neq0$,且 $\langle v^2\rangle$ 随散射次数呈线性增加.因原子温度与其动能平均值成正比,$k_BT/2\approx m\langle v^2\rangle/2$(一维情况),这就意味着加热.这团原子的最终温度决定于减速冷却与加热的

平衡.

此外,阻尼力也确实使减速的原子在一段时间里被局限在 6 束光交汇处,起到陷俘作用;但这不构成势阱.势阱是由势能场形成的一种封闭曲面,在边界上原子处处受到内向的恢复力,动能低于势能的原子就被陷俘在这曲面之中而不能逾越边界(见第七章).现在,在光子作用下,原子在坐标空间也进行着无规扩散运动,不断改变着自己的位置.由于阻尼力的作用,扩散的速度是很慢的,原子要走出 6 束激光交汇区所需的时间远较“自由”运动原子穿过该区的时间来得长.这样,原子就被有效地囚禁在 6 束激光交汇处,这里原子好像是在光子组成的介质中作着布朗运动.此介质是黏性很强的光子“海洋”,原子一边被减速,一边被黏住,难以逃脱激光束的禁锢.因此,朱棣文把 6 束激光交汇处的这团原子和光子集合体叫做“光学糖稀”.我们文雅地称之为“光学黏团”.原子在光学黏团中扩散,最后会离开黏团,这就确定了光学黏团的囚禁时间(有时也称为光学黏团的寿命);此时间可长达几分之一秒,甚至 1 s 数量级.

除了光学黏团的温度和寿命这两种基本特性外,原子密度、黏团中的原子数和黏团的大小也是表征光学黏团特性的重要参量.

尽管光学黏团的名称是 1985 年朱棣文等人发表实验文章时首次提出来的,但这种用 6 束对射激光束冷却原子所能达到的极限温度却在 Hänsch 和 Schawlow 提出中性原子激光冷却方案不久,就从理论上得到了严格推导[6~8].不少研究小组也作过相关的实验,不过只有当时在美国贝尔实验室工作的朱棣文小组取得历史性成功以后,光学黏团冷却原子才得到实验证明,受到广泛重视.美国 NIST 的 Phillips 还把它推广到一维和二维情况,把一对对射激光束构成的驻波光场和里面的原子行为称为一维光学黏团.

朱棣文小组的实验是这样进行的[2]:先按照 4.2.1 小节所述 JILA 小组的激光扫频法对钠原子束减速,把约 1000 K 的热原子束中初速度约 200 m/s 的原子在 5 cm 距离内减速到约 20 m/s.原子束是脉冲式的,由脉冲激光烧灼钠小球形成的热等离子体产生;减速激光强度为 120 mW/cm^2.然后关闭减速光,让原子漂移到真空室中 6 束激光交汇处,如图 5-2 所示.6 束光分别由三束激光镜面反射形成,每束光中还含有频率相差为基态超精细能级分裂值 1.7 GHz 的成分,用以克服光抽运效应.每束光的功率为 4～20 mW,光束半径为 0.36 cm.实验只能囚禁速度不大于 3×10^3 cm/s 的原子,原子数为 10^6 数量级.实验用光电倍增管收集荧光,观察每个原子束脉冲后荧光强度随时间的变化来测量囚禁时间.同时,他们用后来称为释放与再俘(release-and-recapture,R&R)法来测量温度.得到的结果是:原子的囚禁体积约为 0.2 cm^3,囚禁时间为 0.1 s 数量级,温度为 $\left[240\pm\left(\begin{matrix}200\\60\end{matrix}\right)\right]\mu\mathrm{K}$,相应的原子均方根速率为 60 cm/s.这个温度比此前得到的无论是中性原子、还是离子的冷却温度都要低,其值与多普勒冷却的理论极限符合得很好.

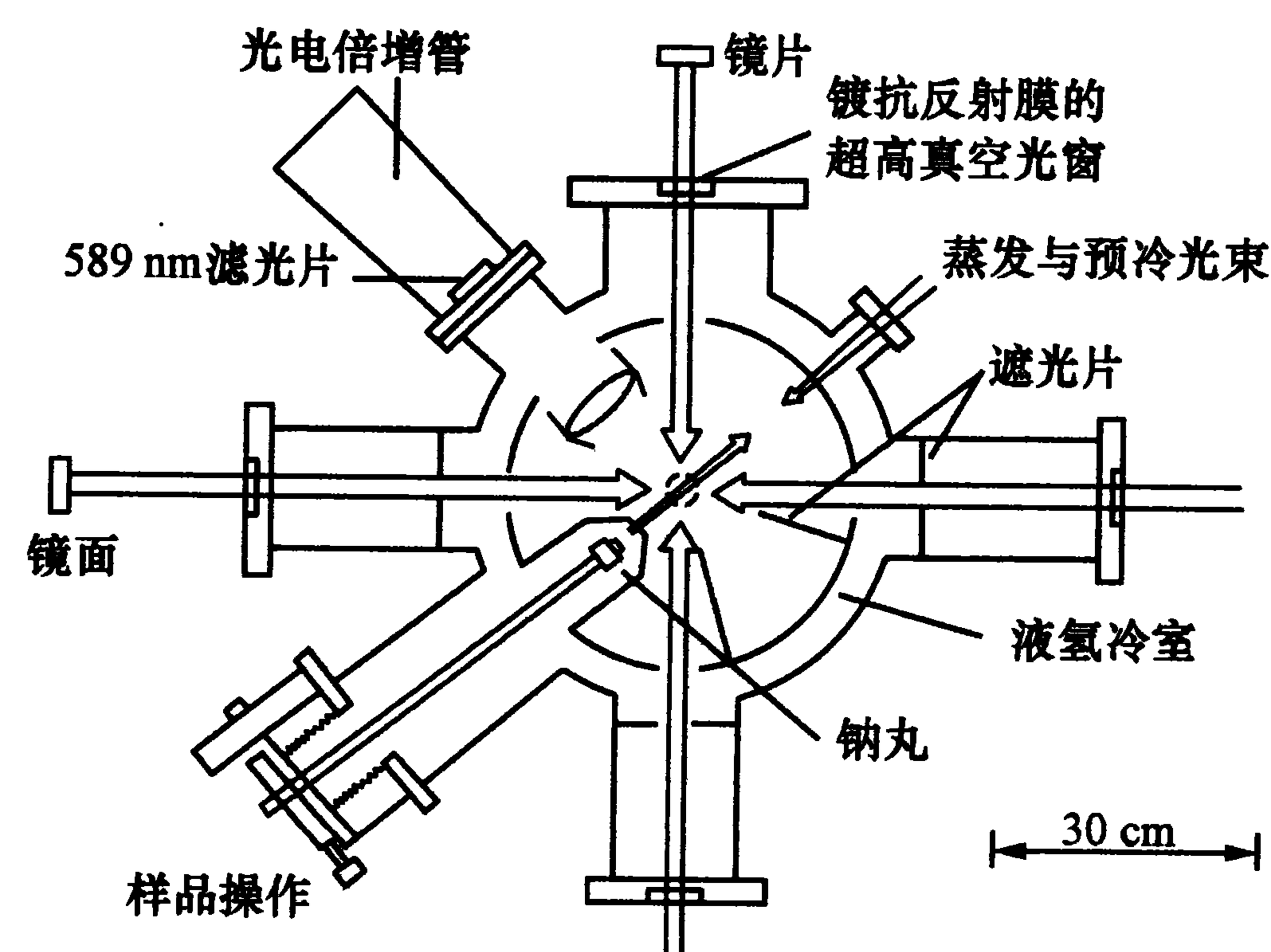


图 5-2　朱棣文小组光学黏团实验装置图

朱棣文是非常坦诚的.他在诺贝尔奖颁奖典礼的演说中承认[1],他们犯了一个实验物理学家的致命错误,即没有遵循客观的实验结果,而过分相信了理论的数据.其实,最初测量黏团温度的

结果是 185 μK，比多普勒冷却的理论极限要低一些；但是他们却故意在实验数据处理上加了一个莫名其妙的考虑原子注入黏团的因子，使实验数据与理论预期吻合. 朱棣文对此后来非常后悔，曾多次提到. 实际上，他们在当时以及后来的实验中还发现了一些与理论很不符合的现象. 例如，两束对射光对得不准，调偏一点反而使黏团区域的线度从完全对准时的 1 cm 压缩到 2 mm 左右，还使光学黏团的寿命增长 50 倍[9]. 这些很难从理论上加以解释. 然而，朱棣文的成功也在于他不怕犯错误. 他常有新奇的实验构思和巧妙的实验技能，使他能从不可避免的实验或装置错误中迅速解脱出来. 真空对于冷原子实验是十分重要的，而要获得高真空一般需要对真空系统长期烘烤去气，这是很费时间的. 他们采用涂有一种叫做“aquadag”的石墨涂料的冷冻真空室壁，用液氮冷却后就成了很有效的吸气泵. 真空一旦发生问题，当天打开，第二天就能工作，大大缩短了实验的周期.

朱棣文小组的成功引来了不少后继实验(应该说，此前也曾有人作过 6 束光冷却原子的实验，但并不成功，有的甚至得到加热的结果). 首先是美国的 Phillips 小组. 他们也用钠原子束进行实验，先把原子束用塞曼减速器减速，然后注入光学黏团. 在直径约 1 cm 的囚禁区中，原子密度达 $10^8/\mathrm{cm}^3$，囚禁时间为 0.5 s，测得的黏团温度也是 240 μK[10]. 以后，JILA 的 Wieman 小组先用扫频的半导体激光把铯原子束减速到约为每秒几米，再用三束功率各 0.5 mW 的线偏振正交驻波光囚禁原子，在小于 $1\,\mathrm{cm}^3$ 的区域里俘获了 5×10^7 个原子，约束时间为 0.2 s. 他们用 R&R 法测得的温度为 $\left[100\pm\begin{pmatrix}100\\30\end{pmatrix}\right]\mu\mathrm{K}$，与铯原子多普勒冷却理论极限 125 μK 大体符合；该温度下的原子均方根速度为 15 cm/s[11].

早期的光学黏团实验都是利用扫频激光或塞曼减速器先把原子束减速到每秒几米的速度范围，使原子在光束交汇区得以停住. 快速原子将穿过激光束，慢速原子才会被“黏住”，并在黏团中积聚，慢慢扩散出去. 因此，光学黏团的性质及其物理参量(如寿命、温度、原子数(密度)等)都与原子束的最终速度和黏团激光的对准、失谐、功率等因素有关. 上面给出的实验数据都是各实验组在不同条件下得到的最佳结果. 1990 年，Wieman 小组首先在气室中实现磁光阱以后，多数光学黏团工作都是先在磁光阱中得到大量慢速原子，再进一步冷却的. 这大大简化了冷原子物理的实验工作，使之得以推广.

§5.2 光学黏团温度的测量

5.2.1 飞行时间测量温度法

在§5.1 说到的光学黏团主要参数中，最主要的自然是温度. 本节我们将比较具体地叙述温度是怎样测得的.

光学黏团的温度决定于原子的平均动能. 在一维情况下，$k_BT/2\approx m\langle v^2\rangle/2$，所以把这种测量归结为测量原子的均方根速度. 在光谱学中，最简单的测量原子均方根速度的方法是利用谱线的多普勒增宽. 根据式(2.5.22)，我们可直接从谱线宽度得到气体原子的最概然速率及温度. 但这种方法对于低速原子气体不适用，因为多普勒增宽太小了，测量很不精确，所以发展了飞行时间法. 这种方法的基本思路是：在 6 束激光形成光学黏团后，迅速关闭光束，在黏团原子密度为 $10^5\sim10^{10}$ 数量级的情况下，原子都会毫无碰撞地按原有速度作“自由”的弹道运动(本应是直线运动，由于重力场的作用，成为弹道运动)，黏团向四面八方扩展，密度逐渐减小. 根据距激光关断时间的长短(即原子的自由飞行时间)和黏团原子密度的稀密或原子走过距离的长短之间的关系以及黏团体积随时间的扩大，都可判断原子的速度，从而求得温度. 因此，飞行时间法有几种不同的实施方案：

(1) R&R 法. 这是朱棣文小组首先采用的，他们当时就称之

为飞行时间法[2]. 实验过程是在一段形成光学黏团的时间(几十至几百毫秒,朱棣文小组的首个实验取 15 ms)后,测量黏团的荧光信号,并立即关闭冷却激光. 经过不同的时间间隔(约几至几十毫秒)后,再打开激光,检测荧光强度. 整个过程如图 5-3(a)～(c)所示. 荧光强度代表原子密度,光强的减弱就表示原子密度的降低. 从荧光强度随激光关闭时间的变化关系曲线(图 5-3(d),内插图显示在激光关闭 9.1 ms 以后荧光信号强度的降低),经过与理论曲线(图中实线)拟合,就可求得温度. 简单拟合可假定黏团是密度均匀分布的小球,而速度则按麦克斯韦-玻尔兹曼分布;但这种测量的误差较大.

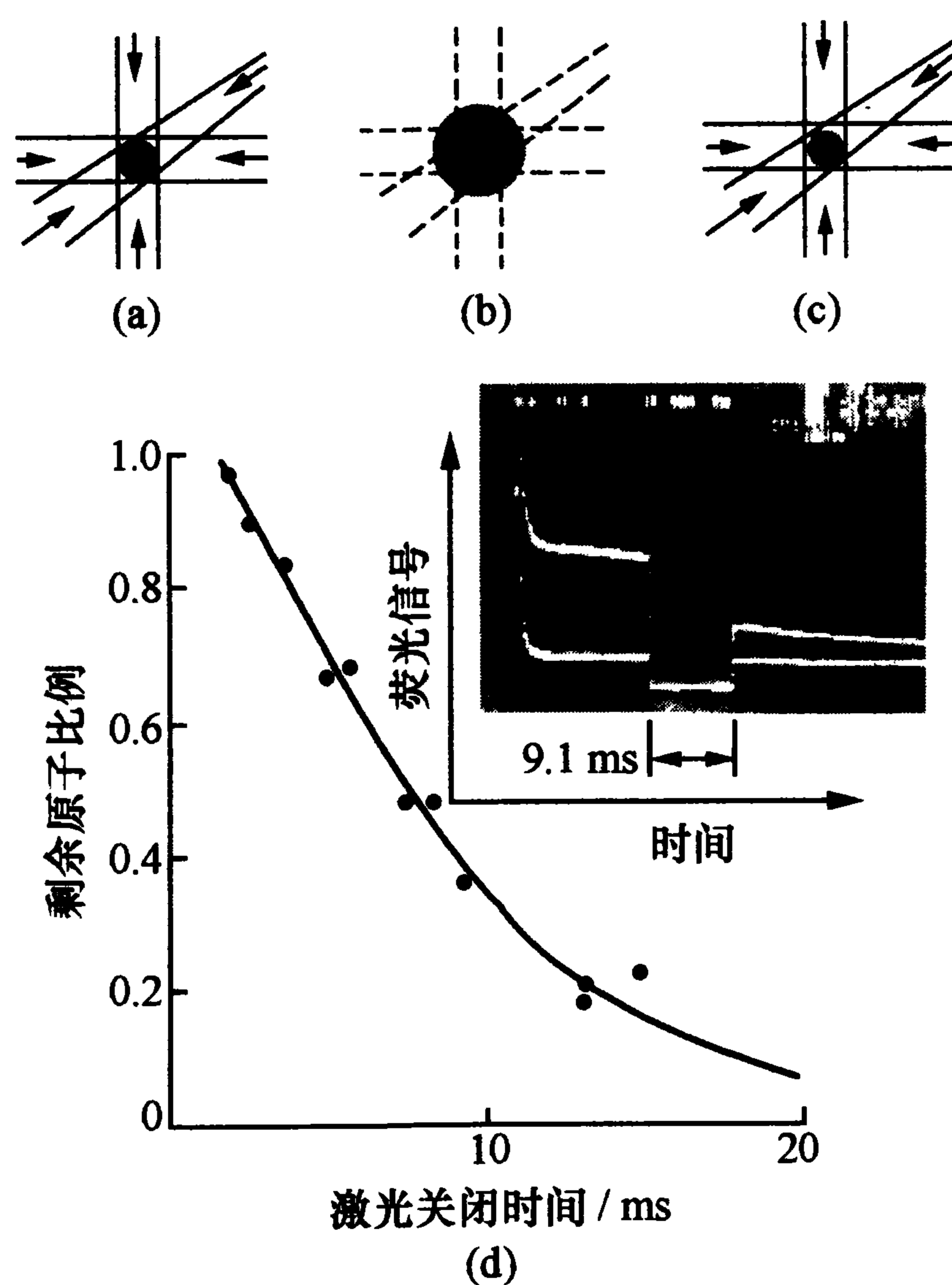


图 5-3　用 R&R 法测量黏团温度的示意图

(2) 飞行时间法[12]. 这种方案的实验布置如图 5-4 所示. 在距光学黏团一定路程处,设置一束探测激光束;在激光关闭一段时间以后,自由扩散的原子就能飞到探测区. 根据原子速度的不同,到达时间有先有后. 探测光在不同时间里能接收到不同的原子数,原子发出的荧光信号强度关于到达时间的函数就代表原子的速度分布,由此可求得温度. 这里所说的"飞行时间"就是每一个不同速度原子从黏团区到探测区所需要的时间. 这种方法多了一束检测光束,一般检测光束都是呈薄片状的,以便有较大的接受原子团的面积;而照射原子的时间较短,以便得到较好的原子到达时间分辨率和速度分辨率. 为此,薄片厚度 d 要远小于飞行距离 l,但 d 也不能取得太小,以至于荧光信号太弱(一般 d 取 1 mm 数量级),光束宽度为 10 mm 左右. 检测光还应满足饱和光强的要求,并调谐在原子的循环跃迁频率上,以接受到尽可能多的荧光光子. 在具体实施飞行时间法时,探测区可以设在以下不同位置上:

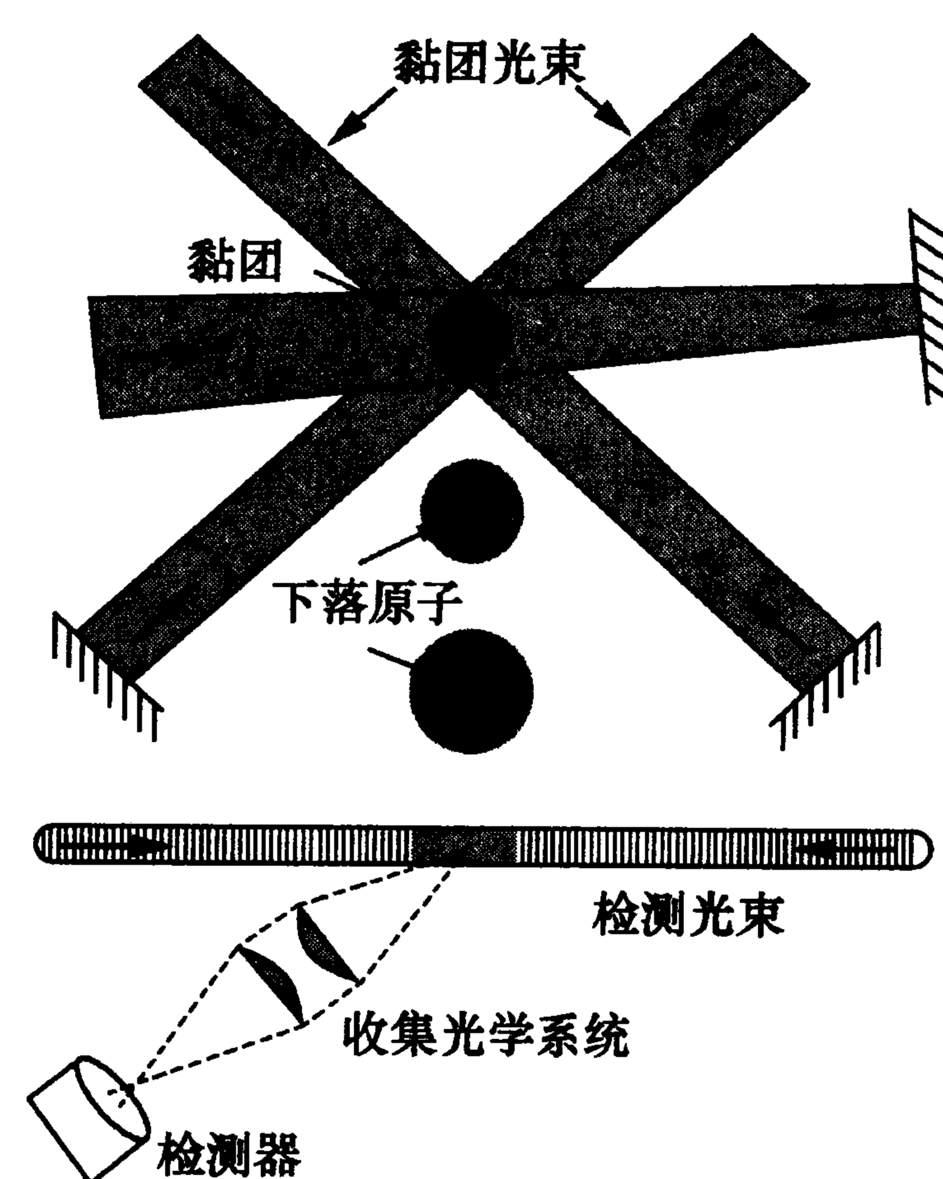


图 5-4　飞行时间法测量光学黏团温度

① 把探测区设在光学黏团的正下方. 这是通常的做法,在原子速度与重力场的作用下,绝大多数原子都能被探测到. 图 5-5 是对钠原子黏团,在 $l=1.1$ cm 情况下算得的两种温度下的飞行时

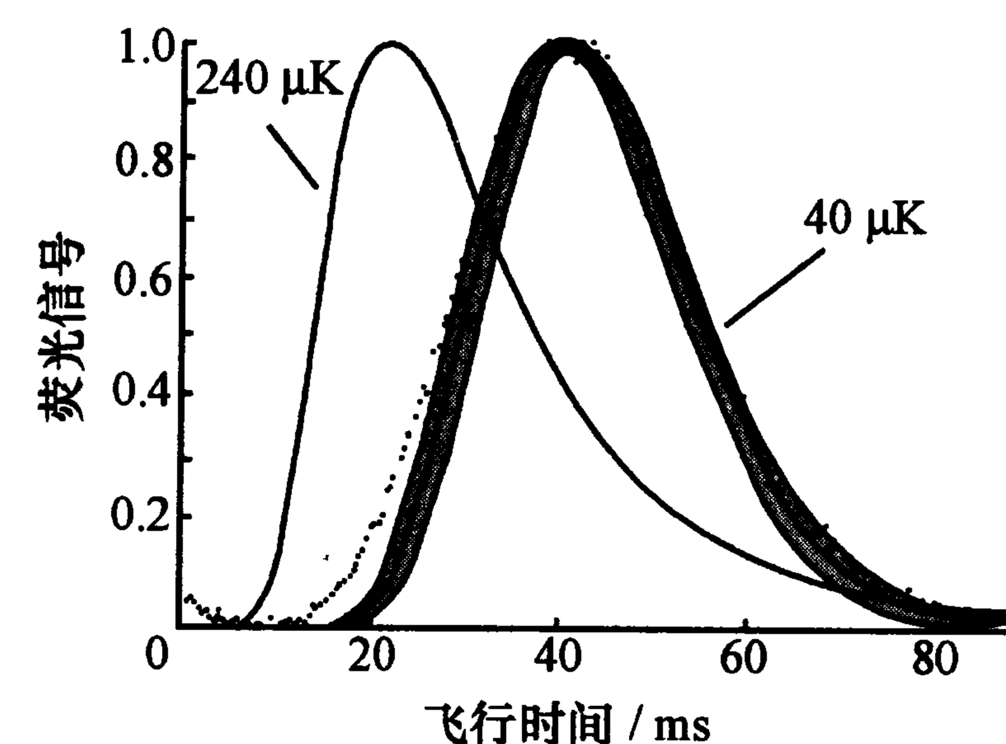


图 5-5　计算与实验得到的飞行时间信号曲线

间信号曲线,还附有 40 μK 的实验曲线[12].

② 把探测区设在黏团的正上方,接受到的是向上作"喷泉"运动的原子.由于重力场的作用,一部分慢速原子就不可能到达探测区.接受到的原子数及速度分布与探测区的高度密切相关.

③ 探测区设在黏团的斜下方,探测区接受的是以"莲蓬头喷嘴式"从黏团出来的原子.它们在横向速度和重力的作用下进入探测区,可以通过改变不同的横向距离来检测飞行时间信号.

这三种情况测量的当然不是同一种原子的速度:情况①是下行原子的速度;情况②是上行速度;而情况③则是横向速度.但它们都可通过改变黏团到探测区的距离获得更多的信息,从相互比较中得到更准确、更可靠的原子冷却温度.

这三种方法也可统称为检测原子到达时间的飞行时间法;而一般所说的飞行时间法都是指第一种测量下行原子的方法.

(3) 黏团扩展法[13].它与 R&R 法近似,是在关闭冷却光一段时间后用吸收成像方法来观察光学黏团图像的变化.吸收成像法使用 CCD①相机拍摄通过黏团后的弱检测光所产生的黏团照片,根据吸收的强弱可得到原子密度的空间分布图像,从而求得温度.这里介绍从原子分布来推出原子团温度的计算方法.光学黏团中的原子在自由扩散之前的速度分布满足麦克斯韦-玻尔兹曼速度分布率:

$$f(v_i,t)=\left(\frac{m}{2\pi k_BT}\right)^{3/2}\exp\left(-\frac{m}{2k_BT}v^2\right)\quad(i=x,y,z),\tag{5.2.1}$$

这里 v_i 表示方向 $i(i=x,y,z)$ 上的速度,T 为原子团的温度,t 为自由扩散的时间.将上式中的速度 v_i 用 $(r_i-r_{0i})/t$ 代替,得

$$f(r_i-r_{0i},t)=\left(\frac{m}{2\pi k_BTt^2}\right)^{3/2}\exp\left[-\frac{m}{2k_BT}\left(\frac{r_i-r_{0i}}{t}\right)^2\right].\tag{5.2.2}$$

① CCD 是电荷耦合器件(charge-coupled device)的简称.

在中心处原子团的密度空间分布近似于高斯分布:

$$n_0(r_{0i})=\left(\frac{1}{2\pi\sigma_{0i}^2}\right)^{3/2}\exp\left(-\frac{r_{0i}^2}{2\sigma_{0i}^2}\right),\tag{5.2.3}$$

式中 σ_0 表示各方向上原子团的原始大小(半径除以$\sqrt{2}$).经过变化,得到扩散时间 t 后原子团的分布为

$$\begin{aligned}n(r_i,t)&=\int f(r_i-r_{0i},t)n(r_{0i})\mathrm{d}r_{0i}\\&=\left(\frac{1}{2\pi\sigma_t^2}\right)^{3/2}\exp\left(-\frac{r_i^2}{2\sigma_t^2}\right),\end{aligned}\tag{5.2.4}$$

其中

$$\sigma_i^2(t)=\sigma_i^2(0)+k_BTt^2/m.\tag{5.2.5}$$

同样,原子团的半径 $a_i=\sqrt{2}\sigma_{0i}$,自由扩散前原子团在 i 方向上的半径 $a_i(0)$(以密度降至 1/e 处计)经过自由扩散后就演变为

$$a_i^2(t)=a_i^2(0)+2k_BTt^2/m,\tag{5.2.6}$$

其中 $r_i(t)$是实验中可以直接测量得到的量,通过测量两个不同扩散时刻 t_1 和 t_2(假设 $t_2>t_1$)得到的原子团半径 $a_i(t_1)$和 $a_i(t_2)$,就可以得到原子团的温度

$$T=\frac{m}{2k_B}\left[\frac{a_i^2(t_2)-a_i^2(t_2)}{t_2^2-t_1^2}\right].\tag{5.2.7}$$

这样测得不同 t 时刻下的黏团半径 $a(t)$,就可求得该方向上的黏团温度.

上面三种方法测量的都是从黏团中释放出来的原子的温度,而不是仍然留存在黏团中的原子的温度,其中以测量原子到达时间的飞行时间法最为准确.因此,下面简单介绍通过这类飞行时间信号曲线求温度的拟合方法.

5.2.2 飞行时间信号的拟合

如果忽略原子团中初始位置分布、探测区厚度以及探测光的光强分布,从类似图 5-5 的飞行时间信号曲线获取黏团的温度本

来是十分简单的，因为从黏团的初始位置到探测区的距离是固定的，这条曲线就代表先后到达探测区的原子数分布(先到的在图左，后到的在图右)．这就是原子速度分布．根据 $k_BT=m\langle v^2\rangle$(由于各方向的平均速度为零，这里 $\langle v^2\rangle=\langle\Delta v^2\rangle$，$\Delta v$ 是速度分布的宽度)，就可从这个分布估算出温度，但这样做太粗了．比较精确的做法是[14]：先假设速度分布满足三维的麦克斯韦-玻尔兹曼速度分布函数(5.2.1)，其中 v_i 与温度 T 有关，而温度也是各方向不等的．再假设原始原子的位置分布(密度分布)呈高斯函数(5.2.3)，那里有 $r^2=x^2+y^2+z^2$．由于原子运动，密度将随空间与时间演化．在此过程中，每个原子的位置演化是

$$\begin{aligned}\boldsymbol{r}&=x\boldsymbol{e}_x+y\boldsymbol{e}_y+z\boldsymbol{e}_z\\&\Rightarrow \boldsymbol{r}_0+(v_x\boldsymbol{e}_x+v_y\boldsymbol{e}_y+v_z\boldsymbol{e}_z)t-gt^2\boldsymbol{e}_z/2,\end{aligned}\tag{5.2.8}$$

这里 z 方向的运动考虑了重力场 g 的作用，$\boldsymbol{r}_0$ 为原子的初始位置．把原子的密度和位置的两个分布函数卷积起来，对空间作积分，就可求得任意 t 时刻飞行时间信号的分析表达式．文献[14]得到的公式是

$$\begin{aligned}n_{\text{TOF}}=&\frac{1}{2}\left(\text{erf}\,\frac{y_2}{\sqrt{2}\,\sigma_{cy}}-\text{erf}\,\frac{y_1}{\sqrt{2}\,\sigma_{cy}}\right)\\&\cdot\frac{\exp\left[-\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{x_p^2}{\sigma_{cx}^2+\sigma_{px}^2}+\dfrac{z_d^2}{\sigma_{cz}^2+\sigma_{pz}^2}\right)\right]}{\{[2\pi(\sigma_{cx}^2+\sigma_{px}^2)][2\pi(\sigma_{cz}^2+\sigma_{pz}^2)]\}^{1/2}},\end{aligned}\tag{5.2.9}$$

这里 erf(…)表示误差函数，并假设探测光是沿着 y 方向行进的，通过$(x_p,0,z_p)$点，光束截面的光强呈椭圆形高斯分布，沿 x,z 方向的方差值分别为 $\sigma_{px}^2,\sigma_{pz}^2$；探测到的荧光信号是对称地沿光束 $y_1\to y_2$ 一段光路上取得的，且认为它与光强成正比．上式中

$$\sigma_{ci}^2=\sigma_0^2+k_BT_it^2/m.\tag{5.2.10}$$

$$z_d=z_p-v_zt+gt^2/2.\tag{5.2.11}$$

式(5.2.9)只是得到$(x_p,0,z_p)$一点的信号，整个飞行时间信号还需要对 x_p 和 z_p 信号积分，才能得到反映荧光强度与时刻 t 的关系的完整飞行时间信号，从而与实验数据拟合，得到不同方向的温度值．这是非常繁琐的，不过用计算机处理也不难．

这里给出一种简便的计算温度方法[15]：假定飞行时间信号是从冷原子团的正下方取得的，探测区距离原子团产生区的中心位置为 h．设探测光强足够高，荧光强度与原子数成正比，而探测区厚度 W(垂直距离)很小．设原子通过的时间为 Δt，则探测区收到的荧光强度 $I(t)$为

$$I(t)=AP(t)\Delta t,\tag{5.2.12}$$

这里 $P(t)$为 t 时刻到达探测区的冷原子数，A 为比例常数．若初始原子团是一个很小的点源，原子到达探测区的时间是

$$t=\left(\sqrt{2gh+v_0^2}-v_0\right)\Big/g,\tag{5.2.13}$$

其中 v_0 是原子团中原子的速度，一般有 $v_0^2\ll 2gh$，因此 t 和 v_0 有线性关系：

$$t=(\sqrt{2gh}-v_0)/g.\tag{5.2.14}$$

这样，$P(t)$就反映了 $P(v_0)$的函数形式，即飞行时间信号的形式．

飞行时间信号一般具有高斯线形的形式，这反映了原子速度分布是符合麦克斯韦速度分布函数的．从式(5.2.1)可求得这种分布半高值的速度 v，而半高值的速度分布宽度为 Δv：

$$\Delta v=2\sqrt{\frac{2k_BT}{m}\ln 2}.\tag{5.2.15}$$

用这个公式与实验数据拟合，即可求得冷原子团的温度．

现在考虑探测区的厚度 W 和原子沿垂直方向(即 z 方向)的原始空间密度分布．根据原子速度分布函数(5.2.1)以及

$$v_0=\frac{h}{t}-\frac{1}{2}gt^2,\tag{5.2.16}$$

可以得到 t 时刻探测区发出荧光的原子数为

$$P(v)\Delta v\propto\exp\left[-m\left(\frac{h}{t}-\frac{1}{2}gt^2\right)\Big/2k_Bt\right]\Delta v.\tag{5.2.18}$$

每个 t 时刻 Δz 宽度探测区接收到的原子速度范围 $\Delta v=v_{01}-v_{02}=$

$\Delta z/t$. 再考虑到原子团垂直方向上的密度分布 $G(h)$，我们得到飞行时间信号的形式为

$$n_{\mathrm{TOF}} = I(t) \propto \int_{h_1}^{h_2} G(h)\mathrm{d}h \int_0^W \frac{\mathrm{d}z}{t} \cdot \exp\left[-m\left(\frac{h+z}{t} - \frac{1}{2}gt^2\right)\Big/2k_{\mathrm{B}}T\right]. \quad (5.2.19)$$

这也是两个分布函数的卷积形式，可用数值计算方法求得. 把计算曲线与实验结果拟合，就可求得冷原子团的温度；尽管没有式(5.2.9)严格，但计算比较方便，误差也不大.

此外，还可以先采用蒙特卡罗(Monte-Carlo)方法直接进行模拟计算，再与实验数据拟合求得冷原子团的温度.

§5.3 多普勒冷却极限

在上述对光学黏团的描述中，我们看到，原子在三个方向上都受到阻尼力的作用，速度会降低. 但是，正像§5.1 说到的，原子速度和温度都不可能降低到零. 到底能达到怎样低的温度，取决于光学黏团中复杂的运动情况. 为此，我们需要对此进行稍微仔细的分析.

5.3.1 光学黏团中原子运动的描述

在第三章讨论光场中原子受力情况时，我们得到的实际是原子受力的平均值. 由于原子与光子的作用是随机的，它们在光学黏团中的运动是无规的，因而原子受到的力有涨落. 这种涨落引起光学黏团中原子动量和位置的无规变化(即扩散)，并决定了冷却的温度极限. 为了求得这个极限，我们需要用统计方法来对原子的无规运动进行具体分析.

光学黏团中原子的运动可以类比于原子在光子“海洋”中作布朗运动. 我们可以把统计物理学对布朗运动的分析方法用于处理

光学黏团中的原子运动. 布朗运动是在小分子组成的液体或气体中一种微观很大、宏观微小的粒子(姑且叫做巨分子)在与小分子频繁的随机碰撞作用下作宏观可察觉到的无规运动(如见文献[16]). 在这种运动中，巨分子之间很少，甚至基本上没有相互作用. 如果巨分子的密度是不均匀的，这种运动造成密度的均匀化，即有扩散运动. 在这种运动中，巨分子的位移可用朗之万(Langevin)方程来描述，它显示巨分子运动是在两种力作用下的结果：一个是与速度成正比的阻尼力 $-\alpha v$(α 为阻尼系数)；另一个是与速度无关的无规涨落的随机力 $F(X,Y,Z)$. 在一维情况下，方程的形式是

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = -\alpha\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + X. \quad (5.3.1)$$

由于 $\langle X\rangle = 0$，爱因斯坦从大群巨分子的多次位移中，在理论上求得了位移平方的平均值

$$\langle x^2\rangle = 2D_x t, \quad (5.3.2)$$

这里 t 是观测位移的时间，D_x 是描述扩散运动状况的重要参量，即位置扩散系数，它决定于巨分子本身的特性：

$$D_x = k_{\mathrm{B}}T/\alpha, \quad (5.3.3)$$

α 是在小分子介质中巨分子的速度阻尼系数，T 是温度. 上式也称为爱因斯坦关系.

至于巨分子位移的概率分布和密度的空间分布，则要由解扩散方程或福克-普朗克(Fokker-Planck)方程来求得. 该方程描述巨分子密度、位移和速度的分布概率的变化关系；解得的结果是：巨分子的密度遵从高斯分布，而速度则符合麦克斯韦-玻尔兹曼分布.

在光学黏团中，处在光场中的原子被光子包围着，原子之间并没有直接的相互作用，却与光子有着频繁的作用. 光子的作用对原子来说是很微弱的，每次吸收和发射光子只轻微地改变着原子的运动情况. 这与巨分子在小分子组成的介质中的扩散运动非常相

似.在激光强度不太大的情况下,受激辐射过程可忽略,这种作用就是光子的吸收和自发辐射,它产生一个无规的力.同时,在每一维上由两束对射光组成的黏团中,原子还受到一个平均的速度阻尼力的作用.这种情况和朗之万方程描述的完全相似,也符合扩散方程,所以可把经典布朗运动的一些结论移用到光学黏团上来.但是在布朗运动的讨论中,巨分子是处在一个无限大的介质中;而在光学黏团情况下,原子被局限于6束激光的交汇区,其密度按高斯规律分布.这样,扩散运动的结果必然是使原子会跑出激光交汇区边界,密度逐渐降低,从而造成黏团囚禁时间的限制.我们可借用气溶胶的理论进行具体计算,设原子团开始有均匀的密度 n_0,则由于扩散会引起原子密度随时间的变化,其最主要的部分可用下式描述[2,17]:

$$n(t) = n_0 e^{-t/\tau_m}, \qquad (5.3.4)$$

这表明原子密度是呈指数规律随时间衰减的,式中 τ_m 是黏团衰减的时间常数(或寿命):

$$\tau_m = x^2/\pi^2 D_x, \qquad (5.3.5)$$

x 描述一个方向上原子团的半径(可近似地把6束激光的交汇区看成是球形或椭球形的),D_x 就是位置扩散系数.对钠原子,$x=0.5\,\text{cm}$,$\tau_{m,max}=450\,\text{ms}$(这也大体可看成是黏团中原子扩散行程为0.5 cm时所需要的时间).因此,原子在光学黏团中的行走是缓慢的.

实验上,可根据黏团荧光信号随时间的衰减求得光学黏团的衰减时间常数.在朱棣文小组的首个光学黏团实验中设定 $x=0.4\,\text{cm}$(以荧光强度降到峰值1/10处为标准),先与实验比较,拟合出相应的数据(如 $\dot{D}_x$, α 和 T):$\alpha_{max}=5.8\,\text{g/s}$,$T=D_x\alpha_{max}/k_B=1.9\,\text{mK}$;再作出平均原子密度与 D_xt/x^2 的曲线,求得一半原子跑出黏团的囚禁时间(0.1 s数量级).NIST小组则测量了两种衰减时间,分别对应于囚禁光的情况和切断囚禁光的情况(如上所述,前者为0.5 s;后者为10 ms);这显示出黏团光的囚禁作用.

至于原子在光子的黏性"海洋"中的动量变化状况,则需要由福克-普朗克方程来处理.这里的统计性表现在对原子作用的辐射力的随机涨落上.原子与光子作用一次,其动量变化为 $\hbar k$,相当于原子在动量无规行走中走了一步.这时,原子激发,在激发态的停留时间约为 $1/\Gamma$ s.在自发辐射时释放光子,反冲又使原子得到一个动量,其值也是 $\hbar k$.所以,在一次吸收-发射光子的循环中,原子在无轨行走中走了两步.由于自发辐射的无规性,这两步的动量不可能完全积累.按照统计规律,其动量变化的均方值随步数呈正比增长,即在 n 步无规行走中,动量平方的变化是

$$\langle \Delta p^2 \rangle = n\hbar^2 k^2. \qquad (5.3.6)$$

如果原子真的是在一维空间(即自发辐射光子也只能发射到一维空间)中,则在原子和光子一次作用的吸收-发射循环中,动量平方的平均变化应为 $2\hbar^2k^2$.但实际上,由于原子是处在三维环境中,自发辐射光子是向空间各个方向发射的,因此动量均方值的变化要小于 $2\hbar^2k^2$.可以算得[4,17~19],若自发辐射光子是完全各向同性的,这里的因子"2"要改为4/3;若按定向的偶极子发射,则要改为7/5.

经过一段时间以后,原子动量的均方值究竟会有多大的变化?这个问题涉及原子在动量空间的扩散.但是,这里还有减速光引起的速度阻尼在起作用,其平均阻尼力为 $-\alpha v$.根据类似上面的统计处理,在这种情况下,也可以用一个动量扩散系数来描述原子团的动量扩散状况.在一维情况下,相应的分析得到[18,19]

$$\langle p^2 \rangle = 2D_p t, \qquad (5.3.7)$$

这里 D_p 为动量扩散系数(对三维情况,D_p 是一个张量).$\langle p^2\rangle$ 为 t 时间后原子动量的变化.不过这里的 t 不能取得太长,上式只在 t 比原子与光子两次相互作用(两次吸收-发射循环)的时间间隔 τ_n 大得不太多的情况下才正确,这时原子动量变化之间还多少保留点关联,原子速度变化不大.在弱光条件($\Omega \ll \Gamma$)下,原子与光子两次相互作用的时间间隔要远大于 $1/\Gamma$(即 $\tau_n \gg 1/\Gamma$,饱和光作用下

$\tau_{\mathrm{n,min}}=2/\Gamma$). 在更长的时间尺度上，可以得到类似于式(5.3.3)的爱因斯坦关系：

$$D_{\mathrm{p}} = \alpha k_{\mathrm{B}}T, \quad 即 \quad k_{\mathrm{B}}T = D_{\mathrm{p}}/\alpha. \tag{5.3.8}$$

这个关系式通过温度把原子的动量变化与 D_{p} 联系起来. 比较式(5.3.3)与(5.3.8)可得

$$D_{\mathrm{p}} = \alpha^2 D_x. \tag{5.3.9}$$

此式在相同条件下把位置与动量两种扩散系数联系起来.

在光学黏团中，原子动量一方面在与光子作用下发生无规变化，其趋势是使无规动量增加；另一方面，在一个平均的减速力的作用下原子速度趋于降低. 这个速度降低过程的快慢可用一个速度阻尼率来描述. 根据阻尼力 $F=m(\mathrm{d}v/\mathrm{d}t)=-\alpha v$，可得速度阻尼时间常数为

$$\tau_{\mathrm{damp}} = v\Big/\left(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathrm{damp}} = \frac{m}{\alpha}. \tag{5.3.10}$$

这是使原子速度发生显著变化所需的时间，它要比两次吸收光子的时间间隔大得多.

于是，我们得到了对描述光学黏团物理过程有重要影响的三个时间尺度 $1/\Gamma$，τ_{n} 和 τ_{damp}. 它们之间有下面的关系：

$$\Gamma \ll \tau_{\mathrm{n}} \ll \tau_{\mathrm{damp}}. \tag{5.3.11}$$

上面的讨论中，我们无意中把原子动量或速度与温度联系起来了. 在热力学与统计物理中，“温度”这个概念只有当一个系统与热库保持热平衡时才有意义. 但是在光学黏团中，原子之间的相互作用很少，原子主要是与光场发生作用，光场即使有真空涨落，也不可能用温度来描述. 然而，根据求解阻尼力和无规涨落力共同作用下的福克-普朗克方程以及用蒙特卡罗法，对单个原子在减速光场中运动进行模拟，都可得到在较长时间尺度内原子速度按麦克斯韦-玻尔兹曼分布律的结果. 这就意味着，在比原子与光子相互作用时间($1/\Gamma$ 数量级)长得多的情况下，原子体系的运动是可以用温度来描述的. 不仅如此，即使对于单个原子(或对离子阱中的单个离子)，也可以使用“温度”的概念[17].

5.3.2 多普勒冷却极限温度的推导[17]

本小节我们将具体推导多普勒冷却的温度极限. 从上面的分析中，我们已经知道在光学黏团中存在着两种互相相反的趋势：散射力使原子运动减速；而与光子交换的扩散运动使原子加热. 多普勒冷却极限就是这两种过程平衡的结果，它使原子体系不可能无限降低温度.

为了分析简单起见，我们考虑一维情况. 原子在两束对射激光束组成的光场中与光子相互作用，原子受到一个阻尼力的作用而降低了速度. 在弱光和低速($\Omega\ll\Gamma, kv\ll\Gamma$)的情况下，这个力由式(3.4.15)和(3.4.17)描述. 在这个力的作用下，原子动能的损失率(即单位时间内阻尼力所做的功)为

$$\left(\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathrm{cool}} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{mv}{2}\right) = Fv = -\alpha v^2. \tag{5.3.12}$$

原子体系的冷却率等于其动能衰减率，其时间常数为

$$\tau_{\mathrm{cool}} = -E\Big/\left(\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathrm{cool}} = \frac{m}{2\alpha}. \tag{5.3.13}$$

比较此式与式(5.3.10)可见，它是速度阻尼时间常数的 1/2. 这是显然的，因为动能与速度的平方成正比，其变化自然要比速度来得快.

另外，原子在光子的无规作用下动量随机涨落，但均方值却与作用次数或其在动量空间中无规行走的步数呈正比增长. 设单位时间内原子对光子的吸收率为 R，每次吸收引起原子在动量空间中行走两步，得到原子平均动量平方的变化率为

$$\mathrm{d}p^2/\mathrm{d}t = 2\hbar^2k^2R = 2D_{\mathrm{p}}. \tag{5.3.14}$$

这里，还通过式(5.3.7)把原子动量的变化与动量扩散系数联系起来了. 因为 $E=p^2/2m$，故原子动能的增长率为

$$\left(\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathrm{heat}} = \frac{\hbar^2k^2R}{m} = \frac{D_{\mathrm{p}}}{m}. \tag{5.3.15}$$

当冷却与加热平衡时，原子动能不变，有

$$\left(\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathrm{cool}}+\left(\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathrm{heat}}=0,$$

因此

$$\hbar^2k^2R/m=\alpha v^2, \tag{5.3.16}$$

这里 R 即为原子在两束对射激光作用下的跃迁概率之和. 用式(3.3.29)稍作变换，就有

$$R=\frac{2\Gamma(\Omega^2/\Gamma^2)}{1+2(\Omega^2/\Gamma^2)+4(\delta/\Gamma)^2}=\frac{(I/I_s)\Gamma}{1+I/I_s+4(\delta/\Gamma)^2}, \tag{5.3.17}$$

式中 $I/I_s=2\Omega^2/\Gamma^2$（见式(2.5.11)）是以饱和光强 I_s 为单位的相对光强. 而 α 则由式(3.4.15)表示. 将式(5.3.16)稍加整理，考虑到弱光近似下，$I/I_s\ll1$，我们得到

$$v^2=-\frac{\hbar\Gamma}{4m}\frac{1+(2\delta/\Gamma)^2}{2\delta/\Gamma}. \tag{5.3.18}$$

此式说明减速必须有 $\delta<0$，即激光频率对原子共振要求负失谐. 这体现了我们熟知的多普勒冷却的原则. 由每个运动自由度的能量 $k_BT/2=mv^2/2$，得到冷却温度为

$$k_BT=\frac{D_p}{\alpha}=\frac{\hbar\Gamma}{4}\left(\frac{2|\delta|}{\Gamma}+\frac{\Gamma}{2|\delta|}\right). \tag{5.3.19}$$

上式在 $\delta=-\Gamma/2$ 时有最小值，因此我们有

$$k_BT_{\min}=\hbar\Gamma/2. \tag{5.3.20}$$

这就决定了多普勒冷却极限温度.

表 5-1 列出了几种激光冷却中常用的原子的多普勒冷却极限温度（一般都为几百 μK 数量级）. 对钠原子，该温度约为 240 μK，相应的一维均方根速度约为 30 cm/s. 此时多普勒频移约为 0.5 MHz，有 $|kv|\ll\Gamma$，满足上面讨论的条件. 为了便于比较参考，表中还列出了后面要讲到的反冲温度 T_R 以及与这些温度相应的

原子速度 $v_D=(k_BT_D/m)^{1/2}$（相应于多普勒冷却极限的原子速度）和反冲速度 v_R. 此外，表 5-2 列出了若干惰性气体和碱土金属原子的相应冷却参量.

表 5-1 几种碱金属原子的多普勒冷却极限温度和反冲极限温度以及相应的速度

	^{1}H	^{7}Li	^{23}Na	^{39}K	^{87}Rb	^{133}Cs
$(2\pi)^{-1}\Gamma$/MHz	99.58	5.92	9.795	6.09	6.065	5.223
$T_{\min}/\mu$K	2389	142.11	240.18	146.16	145.60	124.39
v_D/cm·s^{-1}	443	41.03	29.47	17.66	11.79	8.82
T_R/μK	1285	6.061	2.399	0.836	0.361	0.198
v_R/cm·s^{-1}	325	8.474	2.946	1.335	0.588	0.352

表 5-2 几种惰性气体和碱土金属原子的多普勒冷却极限和反冲极限温度以及相应的速度

	^{4}He*	^{20}Ne*	^{8}Be	^{24}Mg	^{40}Ca	^{88}Sr	^{138}Ba
$(2\pi)^{-1}\Gamma$/MHz	1.62	8.47	108.88	80.95	34.63	4.48	18.33
$T_{\min}/\mu$K	38.95	203.29	2612	1942	831	107.58	439.96
v_D/cm·s^{-1}	28.44	29.07	155.23	80.04	41.57	10.09	16.28
T_R/μK	4.075	2.335	38.48	9.8	2.68	1.025	0.453
v_R/cm·s^{-1}	9.20	3.116	18.8	5.830	2.361	0.985	0.522

*：亚稳态原子.

5.3.3 对激光冷却极限的讨论[17]

上述多普勒冷却极限温度是在弱光作用下对“真”一维情况的二能级原子体系导出的. 所谓“真”一维，是指原子自发辐射光子也只在一维线度内，因而原子吸收一个光子在动量空间中走了两步，产生 $2\hbar^2k^2$ 的平均动量平方的变化；而实际情况当然不是这样. 考虑到自发辐射各向同性，多普勒冷却极限温度还会按照 5.3.1 小节的讨论有相应降低（如降至上述温度的 2/3 或 7/10）.

文献[17]讨论了弱光场下的多维情况，其中得到的冷却极限

结果和上述一维结果(5.3.20)式相同.这里,假定辐射是各向同性的.如果辐射各向异性,就会得到不同方向有不同温度的光学黏团.这种各向异性的原子团在实验中可能出现,还会有特定用途[20].

在强场下,不满足 $I/I_s \ll 1$ 的条件,情况就比较复杂.这时可以发生受激辐射,光子可以通过与原子作用而在不同方向的光束中转移,偶极力就会产生重要作用;而且,还会出现像我们在§4.3中讨论过的那种与弱光下相反的情况:红失谐($\delta<0$)时加速;而蓝失谐($\delta>0$)时减速.理论上,需要针对不同的具体情况进行分析,这里不详述.

上述讨论认为冷却激光的线宽很小,在冷却过程中不发生影响.李义民等人分析[21],激光线宽会对冷却温度产生附加的作用.若激光线宽 Γ_l 较大,多普勒冷却极限温度由下式决定:

$$k_B T = \hbar(\Gamma + \Gamma_l)/2. \tag{5.3.21}$$

这表明,从能量观点看,多普勒冷却实际上是依靠原子吸收的光子能量低(红移光子),而自发辐射的光子能量高,从而不断丧失能量的.当原子的多普勒频移降到与激光或自然线宽相近时,进一步降温过程就停止了.

对激光冷却的原子系统来说,还存在着另一些物理过程限制冷却温度的降低.

首先,在光学黏团中,冷却原子所依靠的都是激光对原子的散射力.这里起关键作用的是原子对光的吸收,在此过程中,原子改变动量.因此,即使原子恰好被光子"打"到速度为零,下一个光子又会使它产生 $\hbar k$ 的动量,得到 $v_R=\Delta v_0=\hbar k/m$(也称为反冲速度),即表4-1中的单次激光减速元动作所引起的平均原子速度变化量.这个速度比多普勒冷却极限决定的原子最低速度 v_D 低得多(例如对钠原子,多普勒极限温度决定的均方根速度 $v_{min,rms}\approx 30\,cm/s$,而 $v_R\approx 3\,cm/s$).这样,原子体系的温度就不可能低于由这个光子反冲引起的最低温度,从而决定了原子团的反冲温度

T_R.由动能 $k_BT/2=mv_R^2/2$ 得到

$$T_R = \frac{\hbar^2 k^2}{k_B m} = \frac{h^2}{k_B m\lambda^2}, \tag{5.3.22}$$

这里 λ 是冷却光波长.几种常用原子的反冲温度 T_R 也列在表5-1中,它们处在几百纳开到几微开之间.对钠原子,$T_R=2.4\,\mu K$,远小于多普勒冷却极限.表5-1中还列出了相应的反冲速度 v_R.

其次,我们知道,若激光频率处在原子谱线宽度以外,它对原子就基本上不起作用了.因此,原子运动引起的多普勒频移如果超出了原子谱线范围,频率一定的激光就不能对它发生作用.这可从图3-7看出,在多普勒频移 $kv=\pm\Gamma/2$(Γ 为自发辐射率)之内,即只有多普勒频移小于原子的半个自然线宽时,阻尼力才大体与速度的数值成正比,光场能有效产生减速作用.这就决定了另一个冷却极限.这时原子速度 $v_{DW}=\Gamma/2k=\lambda\Gamma/4\pi$,因此相应于这个多普勒频移速度的极限温度为

$$T_{DW} = \frac{m\Gamma^2}{4k_B k^2} = \frac{m\lambda^2\Gamma^2}{16\pi^2 k_B}. \tag{5.3.23}$$

非常有意思的是,由式(5.3.20)决定的多普勒极限温度是式(5.3.22)和(5.3.23)得到的极限温度的几何平均值,即有

$$T_{min} = \sqrt{T_R T_{DW}}. \tag{5.3.24}$$

因此,这三种温度之间有以下的数量关系:

$$T_R \ll T_{min} \ll T_{DW}; \tag{5.3.25}$$

相应地,有三种速度之间也有这样的数量关系:

$$v_R \ll v_{min,rms} \ll v_{DW}, \tag{5.3.26}$$

这有点像式(5.3.11)的时间关系.对钠原子,三种温度分别约为 $2.4\,\mu K$,$240\,\mu K$ 和 $24\,mK$;相应的三种速度分别约为 $3\,cm/s$,$30\,cm/s$ 和 $3\,m/s$.

§5.4　多普勒冷却极限的打破

正如§5.1所说，早期的几个光学黏团实验(包括朱棣文、Phillips和Wieman三个小组的工作)都证实了三维黏团冷却温度符合多普勒冷却温度极限.但是，后来的一些实验却实现了远远低于多普勒极限的冷却温度.先是NIST的Phillips小组[12]，他们的实验装置基本上与朱棣文小组实现第一个光学黏团时相同，也是用钠原子作为样品，但得到的冷却温度结果却远低于240 μK.为了确证这个令人惊异的结果，他们采用了四种方法来测量冷却温度：首先测量下行原子的飞行时间信号，对不同黏团与探测区之间的中心距离d进行测量.探测区的截面是直径为4 mm的圆或4 mm×1 mm的矩形，探测长度为8.5 mm；探测区中原子发出的荧光成像于探测器件光电倍增管上.显然，薄片状探测区有利于飞行时间信号的时间分辨能力.飞行时间信号曲线是荧光强度与飞行时间的关系(见图5-5)，从该曲线即可拟合得到冷却温度.对不同距离d可做出温度与激光频率失谐δ的关系，如图5-6所示.图中的实线不是温度与失谐关系的拟合曲线，而是黏团衰减率(式(5.3.5)所描述的衰减时间常数的倒数)与失谐的关系.这些实验数据与冷却光和探测光的强度、黏团密度以及从注入到关闭冷却光的时间关系都不大.由图可见，除了失谐$\delta<-\Gamma/2$的区域以外，冷却温度都比多普勒极限240 μK要低.而按式(5.3.19)，当$\delta=-20$ MHz($\approx 2\Gamma$)时，冷却温度应为570 μK，远比实验结果高.图中左上角的虚线就代表按式

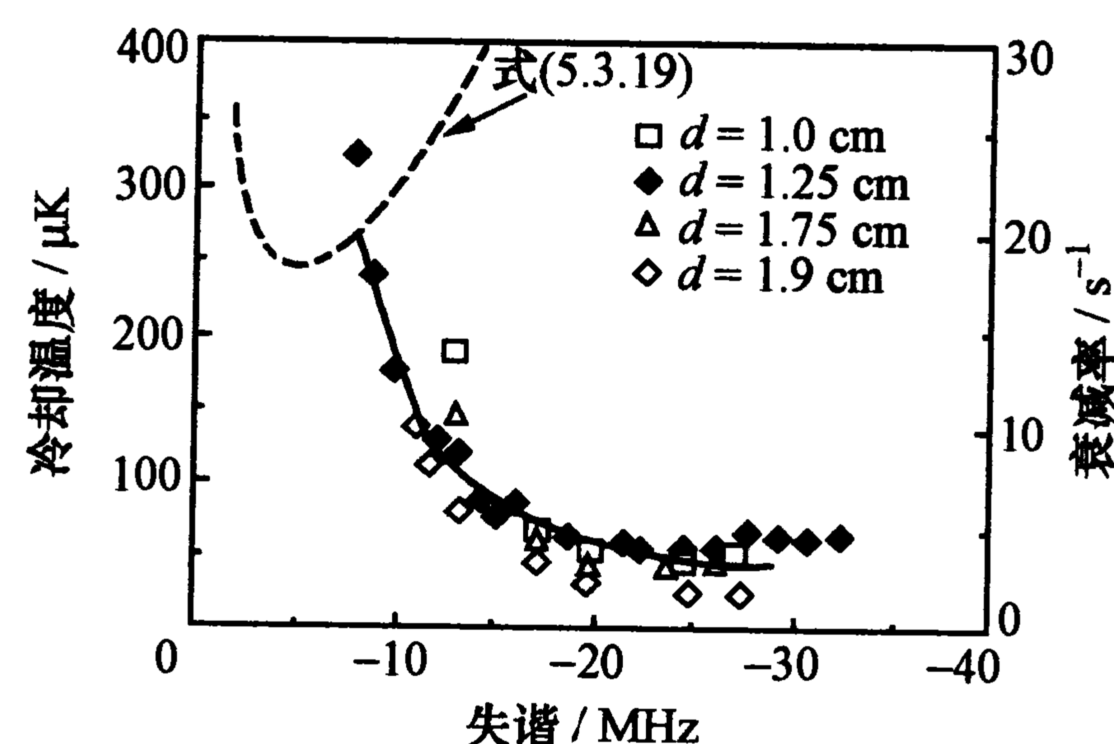


图5-6　冷却温度与激光失谐的关系

(5.3.19)算得的温度与失谐δ的关系.考虑到各种实验误差，他们把冷却温度定为(43±20)μK.

为了验证这个结果，他们又用上行原子的飞行时间法测得了冷却温度，最佳的拟合值为(60±25)μK；然后用“莲蓬头喷嘴法”测横向运动原子速度，得到温度为(80±25)μK.最后，他们用R&R法测，得到剩余黏团荧光与关光时间的关系，如图5-7所示.这是朱棣文小组测得240 μK极限温度时所用的方法.与图中曲线相对应的冷却光失谐$\delta=-20$ MHz.为得到与实验点相符合的曲线，在数据分析中考虑了重力的作用(这对50 μK数量级温度是必要的，但对240 μK则影响不大)以及黏团初始的不均匀性和冷却激光强度分布的不均匀性.这样，他们得到的温度是(45±20)μK.值得指出的是，如果在他们的计算中认为黏团呈球形均匀分布，且不考虑重力的作用，则结果与朱棣文小组的第一次结果相同.这样，他们不仅以四种独立的测量方法无可非议地确证得到了低于多普勒极限的温度，而且找出了朱棣文小组测量数据的问题所在.

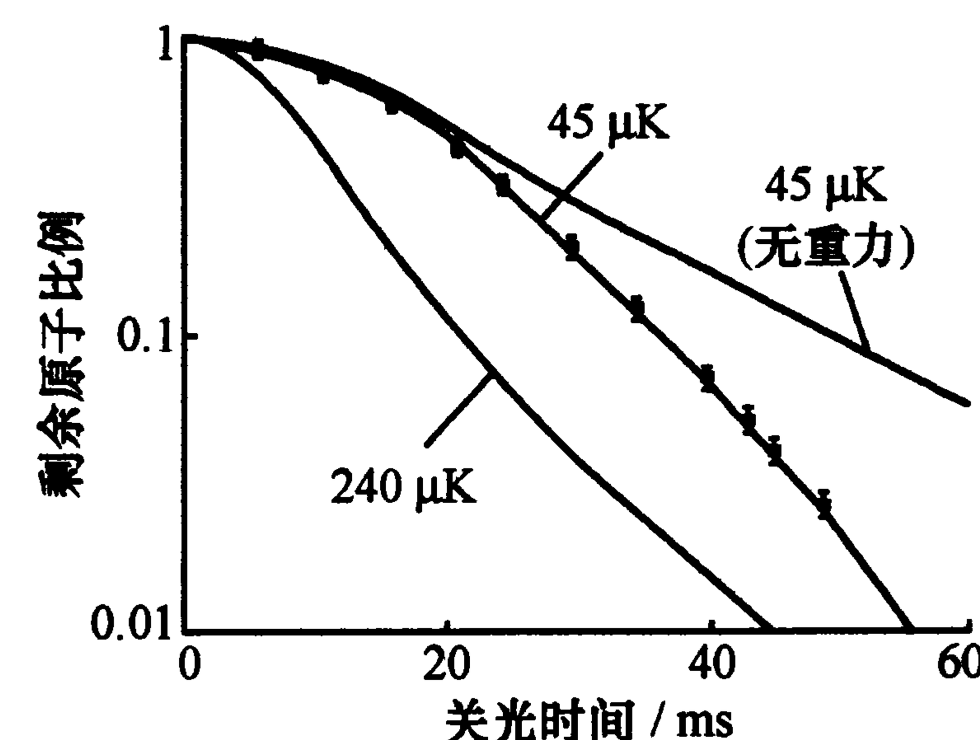


图5-7　R&R法测量荧光强度与关光时间的关系

斯坦福大学的朱棣文小组[22]和巴黎高师的Cohen-Tannoudji小组[23]此后也相继宣布得到了类似的结果.后者是在铯原子中得到的，他们将铯原子束减速注入光学黏团，用R&R法测量黏团温度.在$\delta=-3\Gamma$，$\Omega=3.4\Gamma$的情况下，得到原子的均方根速率为(7±2) cm/s，相应的温度为(70±40)μK，远低于铯原子的冷却极

限温度 124 μK.

此外,从图 5-6 可以看出,得到最低冷却温度的激光失谐与给出多普勒冷却极限的条件 $\delta=-\Gamma/2$ 也明显不符. 朱棣文小组得到最低温度时所用的失谐 $\delta\approx-3\Gamma$ 是理论值的 6 倍;而且,光学黏团的品质对冷却光是否精确调整并不敏感. 两束对射光的强度不等,并且相互不对齐,对黏团的温度、寿命等参数影响不大[9];甚至在光束调整非常不好的情况下,囚禁时间反而增加了几十倍. 这种反常的黏团曾被朱棣文等人称为超黏团. 该现象当然也与理论预期不符. 因为在 3.4.2 小节的讨论中,如果两束对射光的强度不等,就会产生一个定向的力,使黏团寿命缩短. 事实却不是这样. 朱棣文小组还从飞行时间信号中得到了具有两种速度成分的黏团[24].

光学黏团的寿命也与激光失谐 δ 有关. 这可从式(5.3.5)看出,因为那里的位置扩散系数 D_x 通过式(5.3.3)与阻尼系数 α 有关,而后者又是 δ 的函数. 这样,当理论给出 $\delta=-\Gamma$ 时,黏团有最长的寿命;而实验上则是当 $\delta=-3\Gamma$ 时,黏团才有最长的寿命. 另外,黏团对磁场极端敏感,稍有一点磁场,寿命立即变短,这也不可能由塞曼效应解释(因为在很小磁场下,塞曼频移相对于 δ 和 Γ 是可以忽略的).

除了三维光学黏团工作以外,在 § 4.3 讨论原子束的激光准直时,所用的一维对射光束与原子相互作用的区域可以看成是一维光学黏团. 那里也得到了许多远低于多普勒冷却极限的结果.

低于多普勒冷却极限的激光冷却称为亚多普勒冷却. 如何解释这些与多普勒冷却理论不相符合的实验结果,如何发展新的激光冷却原子的理论,成为光学黏团研究的重要课题.

参考文献

[1] Chu S. Rev. Mod. Phys., 1998, 70: 685; Arimondo E, Phillips

W D, Strumia F. ed. Laser manipulation of atom and ion (Proc. intern. school of physics "Enrico Fermi": course C XVIII). Amsterdam: North-Holland, 1992: 239.

[2] Chu S, Hollberg L, Bjorkholm J E, et al. Phys. Rev. Lett., 1985, 55: 48.

[3] Phillips W D. Rev. Mod. Phys., 1998, 70: 721; Arimondo E, Phillips W D, Strumia F. ed. Laser manipulation of atom and ion (Proc. intern. school of physics "Enrico Fermi": course C XVIII). Amsterdam: North-Holland, 1992: 289.

[4] Balykin V I, Minogin V G, Letokhov V S. Rep. Prog. Phys., 2000, 63: 1429.

[5] Hänsch T, Schawlow A. Opt. Commun., 1975, 13: 68.

[6] Letokhov V S, Minogin V G, Pavlik B D. Sov. Phys. JETP, 1977, 45: 698.

[7] Wineland D, Itano W. Phys. Rev. A, 1979, 20: 1521.

[8] Gordon J P, Ashkin A. Phys. Rev. A, 1980, 21: 1606.

[9] Chu S, Prentiss M G, Cable A, et al. //Persson W, Svanberg S. ed. Laser spectroscopy VIII. Berlin: Springer, 1987: 58.

[10] Gould P L, Lett P D, Phillips W D. //Persson W, Svanberg S. ed. Laser spectroscopy VIII. Berlin: Springer, 1987: 64.

[11] Sesko D, Fan C G, Wieman C E. J. Opt. Soc. Am. B, 1988, 5: 1225.

[12] Lett P D, Watts R N, Westbrook C I, et al. J. Phys. Rev. Lett., 1988, 61: 169.

[13] 陈帅. ^{87}Rb 原子玻色-爱因斯坦凝聚的实验研究. 北京: 北京大学物理学院, 2004: 90.

[14] Weiss D S, Riis E, Shevy Y, et al. J. Opt. Soc. Am. B, 1989, 6: 2072.

[15] Hou J D, Li Y M, Yang D H, et al. Chin. Phys. Lett., 1998, 15: 413; 侯继东. 磁光阱的改进和光学黏团的实现. 北京: 北京大学电子学系, 1998: 85.

[16] 王竹溪. 统计物理学导论. 北京: 高等教育出版社, 1956: 第四

章,28,30节.

[17] Lett P D, Phillips W D, Rolston S L, et al. J. Opt. Soc. Am. B, 1989, 6: 2084.

[18] Cohen-Tannoudji C. Cours de physique atomique et moleculaire. Paris: College de France, 1983～1984: Ⅳ.

[19] Cohen-Tannoudji C. //Daribard J, Raimond J M, Zinn-Justin J. ed. Fundamental systems in quantum optics. Amsterdam: Elsevier, 1991.

[20] Wang Y, Li Y, Gan J, et al. //Bergquist J C. ed. Proc. 5th symp. frequency standards & metrology. Singapore: World Scientific, 1995: 74.

[21] Li Y, Yang D, Wang Y. Acta Sinica Phys. (Oversea ed.), 1998, 7: 414.

[22] Chu S, Weiss D S, Shevy Y, et al. //Haroche S. ed. Proc. atomic physics 11. Singapore: World Scientific, 1989: 636.

[23] Daribard J, Salomon C, Aspect A, et al. //Haroche S. ed. Proc. atomic physics 11. Singapore: World Scientific, 1989: 199.

[24] Shevy Y, Weiss D S, Unger P J, et al. Phys. Rev. Lett., 1989, 62: 1118.

第六章　亚多普勒冷却

第五章中已指出,在很多情况下,原子的激光冷却所得到的温度低于多普勒冷却极限(称为亚多普勒冷却). 为何会发生这种冷却? 什么机制在起作用? 这正是本章要讨论的. 总的来说,多普勒冷却理论是建立在激光与二能级原子相互作用基础上的,而实际原子的基态具有很多能级(例如超精细结构能级),且在外磁场中还会产生塞曼分裂,这使问题复杂化,但因此也给人们以多样化的操作与控制冷却过程的自由. 本章将具体探讨各种亚多普勒冷却的机理和操作方法,还将叙述亚反冲冷却.

§6.1　偏振梯度冷却
——一般亚多普勒冷却的理论解释

6.1.1　偏振梯度冷却的物理图像

为了解释§5.4中出现的多普勒冷却理论与实验结果之间的矛盾,Cohen-Tannoudji[1,2]与朱棣文[3,4]几乎同时分别独立地提出了“偏振梯度冷却”的概念. 他们首先考虑到,在原子与激光相互作用的实际问题中,情况远比多普勒冷却理论所处理的二能级原子复杂. 这里,基态能级有超精细结构,且每个超精细结构成分还包含许多塞曼能级. 即使磁场为零,由于光作用下不同塞曼能级的光位移不同,造成超精细结构能级的简并解除,不同塞曼能级分裂,形成复杂的多能级系统. 其次,在几束激光的交汇区,激光的偏振方向是随位置而变化的,这使以式(3.2.2)表达的原子和光场的相互作用能也随地点而变化,这就是所谓偏振梯度效应. 再次,还要

考虑运动原子与光场作用中有光抽运效应.这样使激光冷却原子问题大为复杂化."偏振梯度冷却"的概念统一考虑这些作用,给出了一幅比较完整的物理图像.

我们先对这个图像作一个定性的描述.设原子处在6束激光交汇区.两束对射激光的偏振可以是正交线偏振或 σ^+-σ^- 的,甚至是相同线偏振的.由于光的横波性,其电振动方向与光束垂直.若光束相位固定,原子感受到的光电场会是几束光电场的矢量叠加.激光交汇区原子感到的光场偏振方向随处而异,相距半个波长,偏振就会显著不同,存在偏振梯度.根据式(3.2.2),原子与光场的相互作用能 $U=-\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{E}$ 与电偶极矩对光电场的取向有关.若原子电偶极矩的方向固定,而电场方向处处不同,能量就会随处而异.若光频率是负失谐的,电偶极矩与外场同相位,则两者方向平行时的相互作用能量最低.此外,光场中不同塞曼子能级的光位移不同,原子基态超精细结构各塞曼能级具有不同能量.图6-1显示负失谐、线偏振和 σ^+ 圆偏振光照射下钠原子基态 $F=2$ 能级各塞曼子能级的相对光位移.由图可见,跃迁概率最大的能级(对线偏振,是 $m_F=0$ 能级;对 σ^+ 圆偏振光,是 $m_F=+2$ 能级),其光位移也最大,能级位置最低,光抽运作用使它有最大布居数.

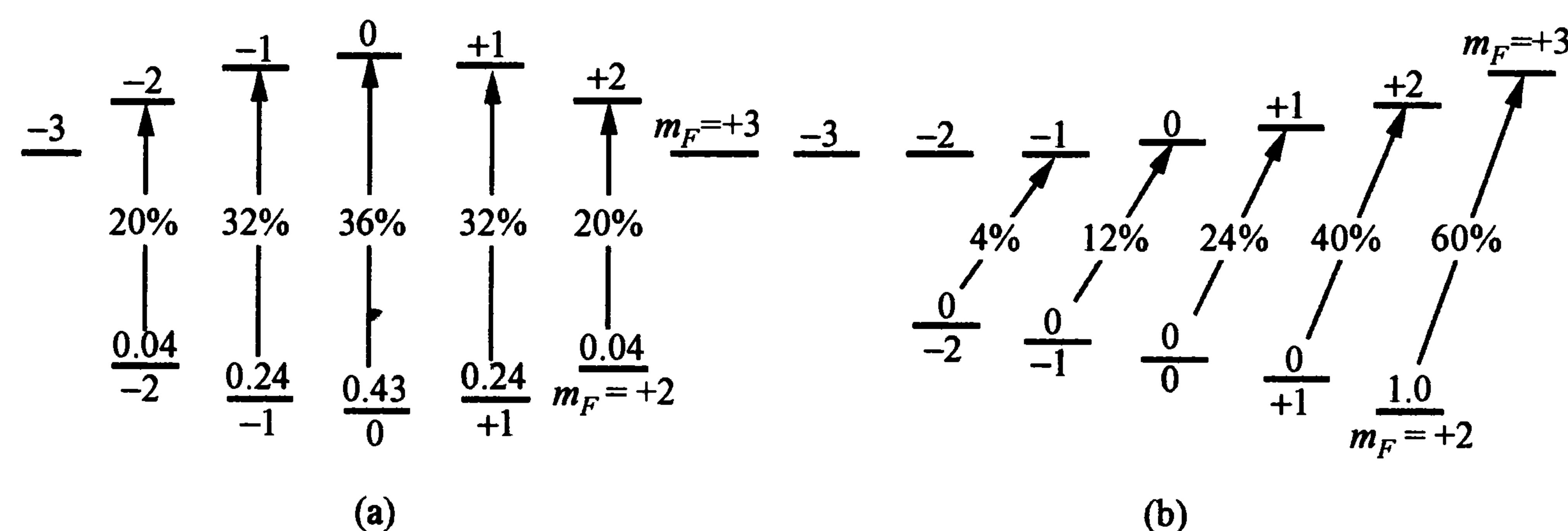


图6-1 在负失谐、线偏振(a)和 σ^+ 圆偏振(b)光作用下钠原子基态 $F=2$ 能级各塞曼子能级的光位移情况

箭头上的数字表示相对跃迁概率,能级上的数字表示相对原子布居数[4];上方是激发态 $F=3$ 能级的光位移.

上述在光作用下处于最低能量状态的原子,其电偶极矩与光电场的方向平行($\theta=0°$),即原子与光场相互作用能达到最低值 $U=-pE$.在光与原子相互作用的过程中,通过光激发和自发辐射,原子有最大概率落在此能级,因为这个能级与激发态有最大相对跃迁概率(最大的跃迁矩阵元,见图6-1),而从光位移公式(2.5.26)可知,这时的光位移也最大.原子在不断激发-自发辐射的过程中倾向于落在该能级(光抽运),其电偶极矩的方向自动调至与外场相同.这是静止原子的情况.原子在运动,当它移到另一位置时,光电场取向发生变化.如果原子运动得足够慢,其电偶极矩的方向可以随着位置变化而调整,原子就能始终保持在最低能量状态.这就是浸渐过程.如果原子运动较快,其电偶极矩方向来不及跟着电场方向发生变化,两者之间就会形成一个夹角 θ,如图6-2(d)所示.这意味着原子与光场相互作用能量的增加,可以看成是一种原子向较高能级转移的非浸渐跃迁,如图6-2(b)所示.

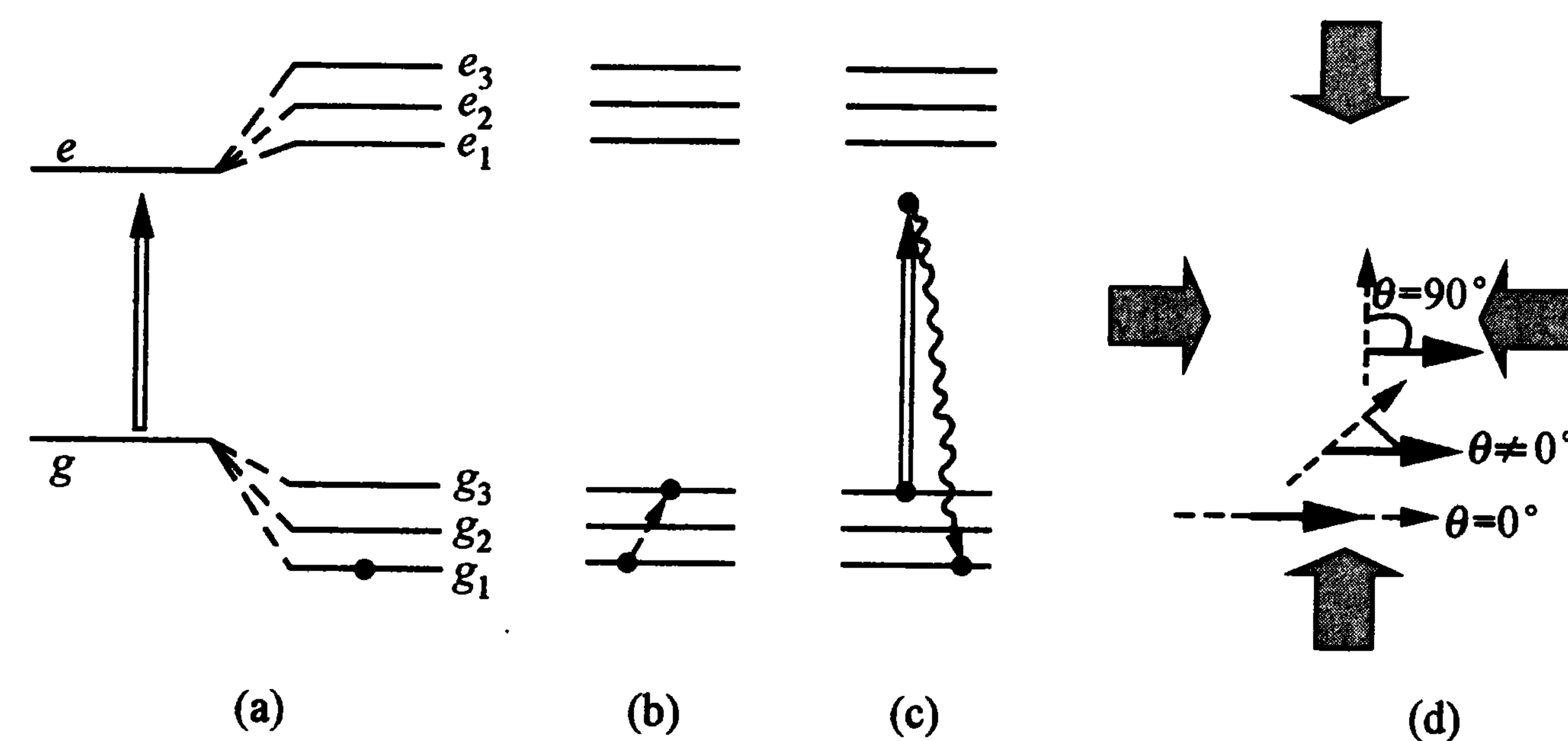


图6-2 浸渐与非浸渐跃迁

静止原子通过光激发抽运到能量最低的光位移态(a),原子在运动中发生非浸渐跃迁,到达能量较高的光位移态(b),然后在光激发作用下又回到最低态(c)[1].(d)反映原子运动过程中电偶极矩(实线)与光电场(虚线)方向之间夹角的变化,这说明相互作用能量的增大,即原子向较高能级跃迁.

这样,我们看到,光场偏振梯度使运动原子"非浸渐"地从能量最低能级跃迁到高能级,其势能增加只能靠动能损失来补偿,原子速度降低;而光激发使原来处在各种不同塞曼能级的原子则被抽运到能量最低能级.在此过程中,原子发射的光子能量高于吸收光子的能量,便呈现出冷却效应.这就是偏振梯度冷却的本质.该过程与§4.3中讨论过的在正失谐($\delta>0$)、强激光场中原子束准直的冷却作用十分相似(称为西西弗斯冷却).在这个过程中,原子在光电场方向不断变化的偏振梯度场中攀登势能峰,消耗动能;而在到达峰顶时,光激发和自发辐射又把它抽运到能量最低状态,把能量带走.这种过程循环往复,使原子体系不断损失动能,造成致冷效果.为了有效致冷,原子的热运动速度大体上应保证原子在一次光抽运循环时间 τ_p(约为两次光抽运间隔)内走过光振动方向有显著变化的距离约为 $\lambda/2$. τ_p 大体为上能级寿命 τ 的几倍到几十倍(甚至上百倍),与激光功率有关.激光功率越大,τ_p 越短($\tau_{p,\min}=2\tau$).对钠原子,$\tau=16\,\text{ns}$.设 $\tau_p=10\tau$,则这段时间内走过 $\lambda/2$ 距离所需的原子速度为 $v=\lambda/(2\times10\tau)$.以 $\lambda=589\,\text{nm}$ 代入,相应的原子速度 $v\approx1.8\,\text{m/s}$.这相当于热原子经过多普勒冷却后所达到的速度.因此,在多普勒冷却阶段以后,偏振梯度冷却能发挥显著作用.随着激光功率降低,光抽运时间延长,偏振梯度冷却的效果还会更加显著.这就解释了为何激光冷却可以达到极低的温度.

下面我们针对几种具体情况进行较为细致的理论分析.

6.1.2 偏振方向相互垂直的光场中的偏振梯度冷却[2]

为了进行理论分析,我们必须对进行冷却的偏振梯度进行具体描述.首先,我们考虑一种线偏振方向互相垂直的对射光束情况,称为"lin⊥lin"组态.而且,为了便于讨论,我们先局限于一维情况,其结果显然可以推广到三维情况.

设想原子处在由两束沿 z 轴相反方向对射的、以同一角频率 ω 振荡的平面波激光场中.令 E_0 和 E_0' 分别表示正向和反向波的振幅(其中正向波用 $E_0\cos(\omega t-kz)$描述).t 时刻在 z 坐标处的电场总强度为

$$\boldsymbol{E}(z,t)=\boldsymbol{E}^+(z)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}+\boldsymbol{E}^-(z)\mathrm{e}^{+\mathrm{i}\omega t}. \tag{6.1.1}$$

与式(3.3.1)相似,这里正频分量 $\boldsymbol{E}^+(z)$由下式给出:

$$\boldsymbol{E}^+(z)=\frac{1}{2}(E_0\boldsymbol{e}\mathrm{e}^{\mathrm{i}kz}+E_0'\boldsymbol{e}'\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kz}), \tag{6.1.2}$$

式中 $\boldsymbol{e}$ 和 $\boldsymbol{e}'$分别代表正向和反向波的偏振方向;相应地也可给出类似的负频分量 $\boldsymbol{E}^-(z)$的表达式.恰当选择 z 轴的原点,E_0 和 E_0' 总是实数.

在"lin⊥lin"光场中,两对射束的线偏振方向互相垂直,有

$$\boldsymbol{e}=\boldsymbol{e}_x,\quad \boldsymbol{e}'=\boldsymbol{e}_y, \tag{6.1.3}$$

式中 $\boldsymbol{e}_x$ 和 $\boldsymbol{e}_y$ 分别代表 x 和 y 轴的方向.若进一步认为两束激光的振幅相等,则由以上两式可得

$$\boldsymbol{E}^+(z)=\frac{E_0}{\sqrt{2}}\left(\frac{\boldsymbol{e}_x+\boldsymbol{e}_y}{\sqrt{2}}\cos kz-\mathrm{i}\frac{\boldsymbol{e}_y-\boldsymbol{e}_x}{\sqrt{2}}\sin kz\right). \tag{6.1.4}$$

这是两个相位正交的场的叠加,它们的振幅分别为 $E_0\cos(kz)/\sqrt{2}$ 和 $E_0\sin(kz)/\sqrt{2}$,其偏振方向则为沿 x 和 y 轴之间的两个角平分线方向$(\boldsymbol{e}_x\pm\boldsymbol{e}_y)/\sqrt{2}$.总的光振动作椭圆运动,偏振状况随 z 轴变化:在 $z=0$ 处,是沿着 $\boldsymbol{e}_1=(\boldsymbol{e}_x+\boldsymbol{e}_y)/\sqrt{2}$ 方向的线偏振;当 $z=\lambda/8$ 时,从式(6.1.4)及相应的负频部分 $\boldsymbol{E}^-(z)$的表达式,再根据右旋波的表达式(式(2.1.10)),可知它为 σ^- 圆偏振;当 $z=\lambda/4$ 时,则是沿着 $\boldsymbol{e}_2=(\boldsymbol{e}_x-\boldsymbol{e}_y)/\sqrt{2}$ 方向的线偏振;当 $z=3\lambda/8$ 时,成为 σ^+左

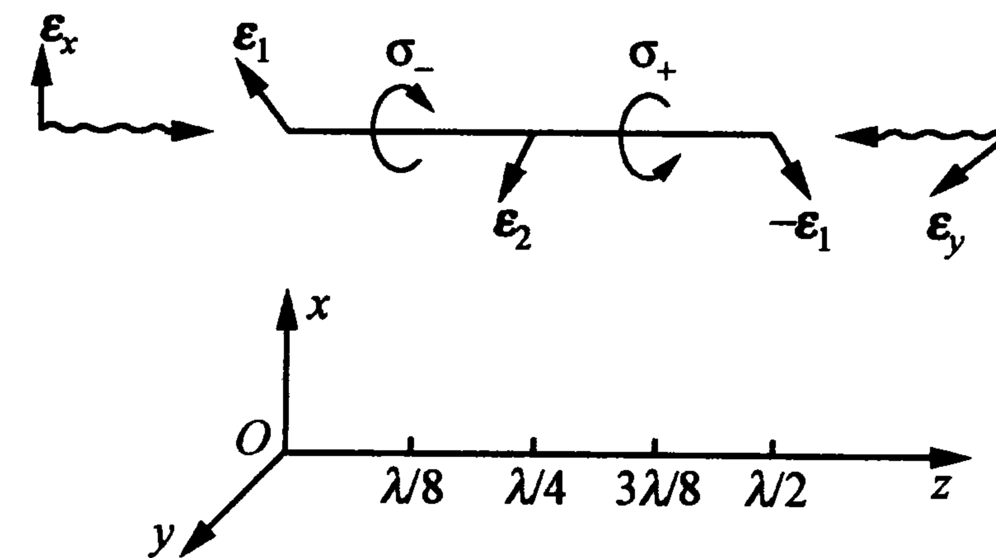


图 6-3 "lin⊥lin"光场沿 z 轴偏振方向的变化

旋圆偏振；当 $z=\lambda/2$ 时，则又是 $\boldsymbol{e}_1$ 方向的线偏振；等等. 图 6-3 显示出光场偏振情况随 z 轴坐标的变化. 光场偏振椭圆度随位置的变化造成了偏振梯度.

为了具体讨论这种光场中原子的冷却，设想原子的基态角动量量子数为 $J_g=1/2$，而激发态有 $J_e=3/2$，如图 6-4 所示. 基态和激发态之间的跃迁概率与辐射场的偏振情况有关. 图中联系两个能级之间连线上的数字称为 Clebsch-Gordan(CG)耦合系数，它表示不同能级间的跃迁矩阵元(参见式(2.3.8)和(2.3.10))的数值比，也称分支比，其平方值反映相应的跃迁概率之比. 由图可见，两个不同基态能级的原子在同一偏振光作用下的跃迁概率是很不一样的. 例如，$J_g=1/2$ 的原子在 σ^+ 圆偏振光作用下只能跃迁到 $J_e=3/2$ 的激发态；而 $J_g=-1/2$ 态的原子则只能跃迁到 $J_e=+1/2$ 态，但其跃迁概率只有前者的 1/3. 从 2.5.3 小节有关能级光位移的叙述中我们知道，光位移的值与跃迁矩阵元的平方成正比，即与跃迁概率的比值一致. 这样，在同一空间位置，在相同的偏振状况下，基态两个能级的光

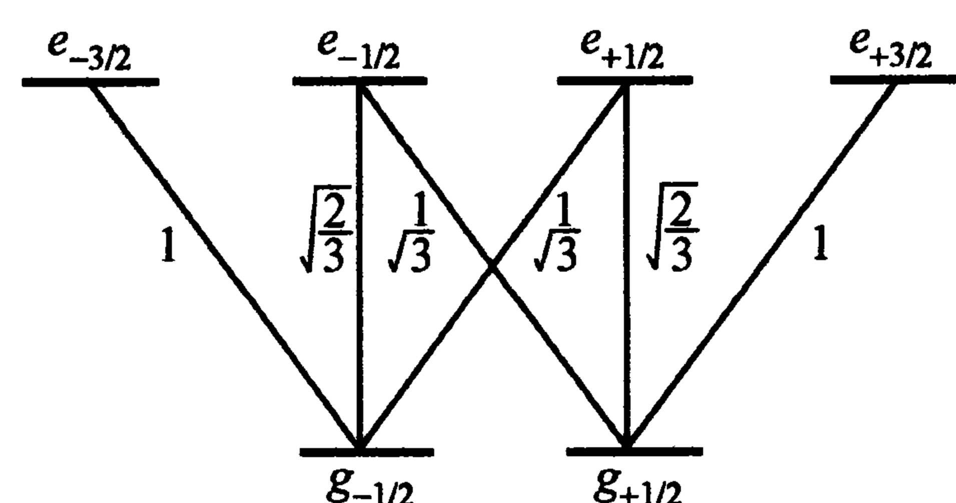


图 6-4　$J_g=1/2\leftrightarrow J_e=3/2$ 的能级跃迁及其系数

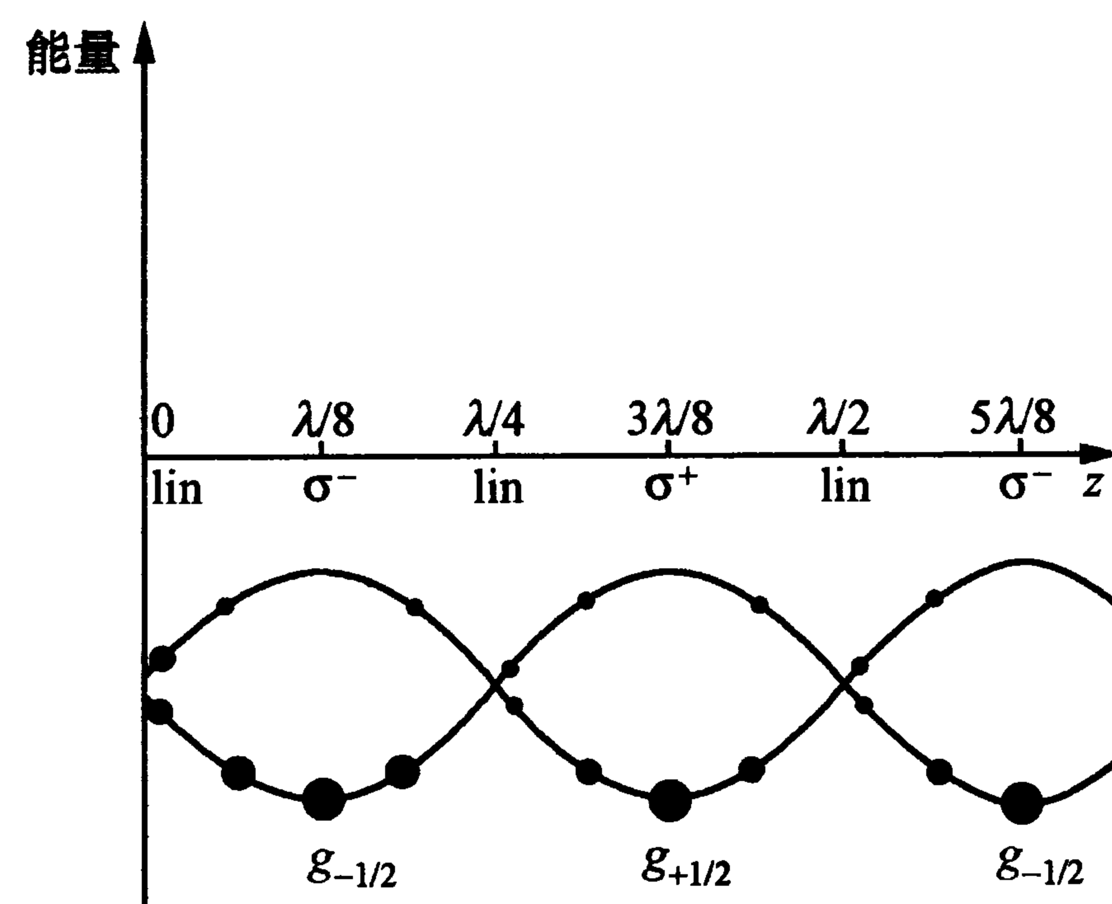


图 6-5　"lin⊥lin"情况下 $J_g=1/2$ 能级位移和稳态布居数随 z 坐标的变化

位移数值不同，造成能级简并的解除. 图 6-5 反映了负失谐的"lin⊥lin"光场中，原子基态两个能级的负位移随 z 轴位置变化的情况，其中圆球的大小则表示能级的相对布居数. 例如，在 $z=\lambda/8$ 处为 σ^- 圆偏振，$J_g=-1/2$ 能级的跃迁概率是 $J_g=+1/2$ 能级的 3 倍，因而其能级位移也要比 $J_g=+1/2$ 低 3 倍(图 6-3). 光抽运的结果总是使原子处在跃迁概率最大、能量最低的能级，于是在该处，$J_g=-1/2$ 能级有最大的布居数. 又如，在 $z=3\lambda/8$ 处是 σ^+ 圆偏振，则情况正好相反，$J_g=+1/2$ 能级处于最低能态，有最大的布居数(图 6-3).

上面所说没有考虑原子的运动. 设原子沿着 z 轴正方向运动，则在偏振光场中原子的势能上升，如图 6-6 所示. 原子在光场中最终会被抽运到另一能级，但这需要一段时间 τ_p. 如果在这段时间里原子能走过 $\lambda/4$ 的距离，就会先从原来所处的能级爬坡到顶点；然后被激发而下落到当地的最低能级 $J_g=+1/2$，完成光抽运过程；再从这里又开始周而复始的重复过程. 这样，原子不断在爬坡中损失能量，形成西西弗斯冷却. 这里的关键是，光抽运需要一定的时间 τ_p，使原子能保持原来能级而沿势能曲线爬坡，把动能转变为势能；这种势能的增加又通过自发辐射到最低能级放出较高能量的光子而释放. 这样，原子不断消耗能量而减速、冷却.

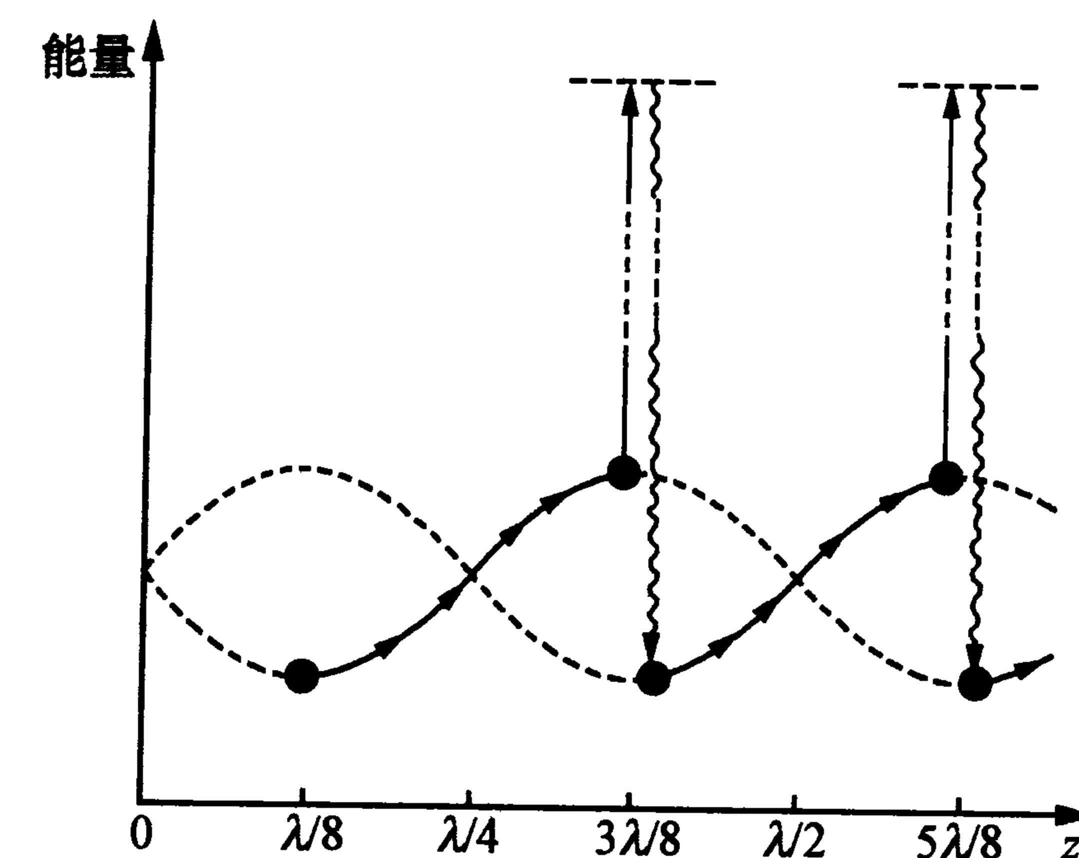


图 6-6　"lin⊥lin"情况下的西西弗斯冷却

为了定量计算在这种情况下原子所受的辐射冷却力，需要按照§3.2的叙述，从具体情况出发计算式(3.2.1)和(3.2.2)或直接计算式(3.2.16). 这里和§3.3不同，原子不是二能级系统，而光场也更为复杂. 我们可以从电偶极相互作用和旋转波近似出发，写出式(3.2.1)中的相互作用能

$$U(\boldsymbol{r},t)=-\left[\boldsymbol{p}^{+}\cdot\boldsymbol{E}^{+}(\boldsymbol{r})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}+\boldsymbol{p}^{-}\cdot\boldsymbol{E}^{-}(\boldsymbol{r})\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\right], \tag{6.1.5}$$

其中 $\boldsymbol{p}^{+}$, $\boldsymbol{p}^{-}$ 是电偶极矩 $\boldsymbol{p}$ 的相应分量. 将式(6.1.4)和相应的 $E^{-}(z)$ 的表达式代入，直接利用式(3.2.16)，可以得到[2,5]

$$\begin{aligned} F &= \left\langle -\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}z}\right\rangle \\ &= -\frac{\hbar k\Omega}{\sqrt{2}}\cos(kz)\left[\tilde{\rho}(g_{1/2},e_{3/2})+\frac{1}{\sqrt{3}}\tilde{\rho}(g_{-1/2},e_{1/2})+\mathrm{c.c.}\right] \\ &\quad +\frac{\hbar k\Omega}{\sqrt{2}}\sin(kz)\left[\tilde{\rho}(g_{-1/2},e_{-3/2})+\frac{1}{\sqrt{3}}\tilde{\rho}(g_{1/2},e_{-1/2})+\mathrm{c.c.}\right], \end{aligned} \tag{6.1.6}$$

其中

$$\tilde{\rho}(g_i,e_j)=\langle g_i|\rho|e_j\rangle\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t} \tag{6.1.7}$$

是联系基态和激发态的跃迁密度矩阵元. 这里，电偶极矩分量 p^{+} 和 p^{-} 用相关的密度矩阵元及拉比频率 Ω 来表示：$\Omega=pE_0/\hbar$；并且已经考虑到了不同能级之间的CG耦合系数.

为了求得力 F 的数值，需要求出联系基态和激发态的跃迁密度矩阵元 $\tilde{\rho}(g_i,e_j)$，它代表原子稳态的光学相干性. 这可以用求解光学相干性密度矩阵元随时间演化的方程(类似光学布洛赫方程)来得到. 由于这里不止二能级，至少有相当于联系两个基态和四个激发态的6个矩阵元的方程. 例如，对 $\tilde{\rho}(g_{1/2},e_{3/2})$ 可以得到

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\tilde{\rho}(g_{1/2},e_{3/2})}{\mathrm{d}t} &= -\left(\mathrm{i}\delta+\frac{\Gamma}{2}\right)\tilde{\rho}(g_{1/2},e_{3/2}) \\ &\quad -\mathrm{i}\frac{\Omega}{\sqrt{6}}\cos(kz)\langle e_{-1/2}|\rho|e_{3/2}\rangle \\ &\quad +\frac{\mathrm{i}\Omega}{\sqrt{2}}\sin(kz)\left[\langle g_{1/2}|\rho|g_{1/2}\rangle-\langle e_{3/2}|\rho|e_{3/2}\rangle\right], \end{aligned} \tag{6.1.8}$$

式中 δ 与 Γ 的意义与前相同. 式(6.1.6)～(6.1.8)三个方程对任意光强和原子速度都成立，一般情况求解很难；但在弱光($\Omega\ll\Gamma$)和低速($kv\ll\Gamma$)情况下可以简化. 例如，在弱光下，相对于基态布居数而言，激发态的布居数和相干性都可忽略，这样，上式等号右边的第二项和第四项都可消去. 又如，在低速下，$\tilde{\rho}(g_i,e_j)$ 的弛豫时间 $2/\Gamma$ 比 $\sin(kz)$ 的变化时间要短得多，这表示它能随时跟上基态布居数的变化，因而上式等号左边可为零，相当于稳态情况. 这样，就有

$$\tilde{\rho}(g_{1/2},e_{3/2})=\frac{\Omega/2}{\delta-\mathrm{i}\Gamma/2}\Pi_{1/2}\sin(kz), \tag{6.1.9}$$

其中

$$\Pi_{\pm1/2}=\langle g_{\pm1/2}|\rho|g_{\pm1/2}\rangle \tag{6.1.10}$$

分别表示基态二能级的布居数.

这里，我们不准备对式(6.1.6)中的各项进行详细推导，读者可参阅文献[2]和[5]. 最后得到的辐射冷却力 F 可用基态能级的布居数来表示：

$$F=-(2/3)\hbar k\delta s_0(\Pi_{1/2}-\Pi_{-1/2})\sin(2kz), \tag{6.1.11}$$

其中 s_0 为随失谐 δ 而变化的饱和参量：

$$s_0=\frac{\Omega^2/2}{\delta^2+\Gamma^2/4}. \tag{6.1.12}$$

式(6.1.11)有明显的物理意义：从能级光位移(式(2.5.32))看到，当 $\delta\gg\Gamma$ 时，$\hbar\delta s_0/2$ 是二能级情况下的能级光位移值；在目前的多能级情况下，图6-5中每个基态能级的位移是式(6.1.6)中的两个驻波光场 σ^{+} 和 σ^{-} 所引起的光位移的叠加. 考虑到基态与激发态之间的CG系数，我们得到两个能级的位移为

$$\begin{aligned} \Delta E_{1/2} &= \hbar\delta s_0\left[\sin^2(kz)+\cos^2(kz)/3\right] \\ &= \Delta E-(\hbar\delta s_0/3)\cos(2kz), \end{aligned} \tag{6.1.13}$$

$$\Delta E_{-1/2} = \hbar\delta s_0[\cos^2(kz) + \sin^2(kz)/3]$$
$$= \Delta E + (\hbar\delta s_0/3)\cos(2kz), \qquad (6.1.14)$$

注意这里 $\delta<0$，

$$\Delta E = (2/3)\hbar\delta s_0. \qquad (6.1.15)$$

这给出了图 6-5 中两个基态能级的光位移以 $\lambda/2$ 为周期在光场中振荡的图像. 对上述位移求空间梯度就得到力. 这个力显然与原子能级有关，于是有

$$F_{\pm1/2} = -\frac{\mathrm{d}\Delta E_{\pm1/2}}{\mathrm{d}z} = \mp\frac{2}{3}\hbar k\delta s_0\sin(2kz). \qquad (6.1.16)$$

把此式与式(6.1.11)相比较，就可看出，力 F 就是两个力 $F_{\pm1/2}$ 以能级布居数为权重的平均值：

$$F = F_{1/2}\Pi_{1/2} + F_{-1/2}\Pi_{-1/2}. \qquad (6.1.17)$$

这样，我们就明确了式(6.1.11)的物理意义. 为了求得力，我们需要计算基态两个能级的布居数 $\Pi_{\pm1/2}$. 从密度矩阵元的时间演化方程(光学布洛赫方程)可算得

$$\frac{\mathrm{d}\Pi_{\pm1/2}}{\mathrm{d}t} = \frac{\Pi_{\pm1/2} - \Pi^{\mathrm{st}}_{\pm1/2}(z)}{\tau_{\mathrm{p}}}. \qquad (6.1.18)$$

这个方程也可直接从物理上推断：由于光强很弱，原子处在激发态的时间很短，其基态能级布居数的变化就反映在光抽运作用下向另一个能级的转移而引起的衰减. 这里 τ_{p} 是光抽运弛豫时间，其倒数为光抽运速率 Γ'；而 $\Pi^{\mathrm{st}}_{\pm1/2}$ 则是稳态($v=0$)原子的布居数. 从解布洛赫方程中可得到[2]

$$\tau_{\mathrm{p}} = 1/\Gamma' = 9/2\Gamma s_0, \qquad (6.1.19)$$

$$\Pi^{\mathrm{st}}_{1/2}(z) = \sin^2(kz), \qquad (6.1.20)$$

$$\Pi^{\mathrm{st}}_{-1/2}(z) = \cos^2(kz). \qquad (6.1.21)$$

对于运动原子，考虑到原子速度很低，在光抽运的时间里运动距离远小于光波长，即有 $v\tau_{\mathrm{p}}\ll\lambda$ 或 $kv\ll\Gamma'$，$\Pi_{\pm1/2}$ 可用它们的稳态值对小位移值 $v\tau_{\mathrm{p}}$ 作展开中的头两项来代替，即

$$\Pi_{\pm1/2}(z,v) = \Pi^{\mathrm{st}}_{\pm1/2}(z) - v\tau_{\mathrm{p}}\frac{\mathrm{d}\Pi^{\mathrm{st}}_{\pm1/2}}{\mathrm{d}z}. \qquad (6.1.22)$$

将上式代入式(6.1.17)，就可求得冷却力的表达式

$$F(z,v) = F(z,v=0) + (4/3)\hbar k^2\delta s_0 v\tau_{\mathrm{p}}\sin^2(2kz), \qquad (6.1.23)$$

其中等号右边第一项为零. 于是，F 与速度 v 成正比，即 $F=-\alpha v$，其比例系数 α 即阻尼系数：

$$\alpha = -(2/3)\hbar k^2\delta s_0\tau_{\mathrm{p}} \quad (\delta<0). \qquad (6.1.24)$$

利用式(6.1.19)，我们有

$$\alpha = -3\hbar k^2\delta/\Gamma \quad (\delta<0). \qquad (6.1.25)$$

上式表明，α 与激光功率无关. 但它是在 $kv\ll\Gamma'$ 条件下导出的，而光抽运速率 Γ' 与激光功率成正比. 所以在弱光下，它会比式(3.4.16)描述的多普勒冷却的阻尼系数要大得多.

在 $kv\ll\Gamma$，但并不局限于 $kv\ll\Gamma'$ 的情况下，Cohen-Tannoudji 等人导出了严格的辐射力的公式[2,6]. 在对整个波长平均后，辐射力为

$$\overline{F} = -\frac{\alpha v}{1+(v/v_{\mathrm{c}})^2}, \qquad (6.1.26)$$

其中 α 仍为式(6.1.25)所表示，而 v_{c} 则是一个临界速率：

$$v_{\mathrm{c}} = \frac{1}{2k\tau_{\mathrm{p}}} = \frac{\Gamma'}{2k} = \frac{\Gamma s_0}{9k}. \qquad (6.1.27)$$

$\overline{F}$ 在 $v=\pm v_{\mathrm{c}}$ 处有极大值. 这意味着，在光抽运时间内原子行程正好是半个波长时冷却效率最高，与上述定性讨论的结果一致.

图 6-7 描述了辐射冷却力与原子速度的关系. 图中的曲线是在 $\Omega=0.3\Gamma$，$\delta=-\Gamma$ 的情况下计算得到的，力以 $\hbar k\Gamma/2$ 为单位，而速度以 Γ/k 为单位. 由图可见，偏振梯度冷却的原子速度范围很窄(只在 $v=0$ 附近)，但力的大小和阻尼系数远大于多普勒冷却，却是十分明显的.

下面计算最终冷却温度. 为此，我们利用 5.3.1 小节引入的爱

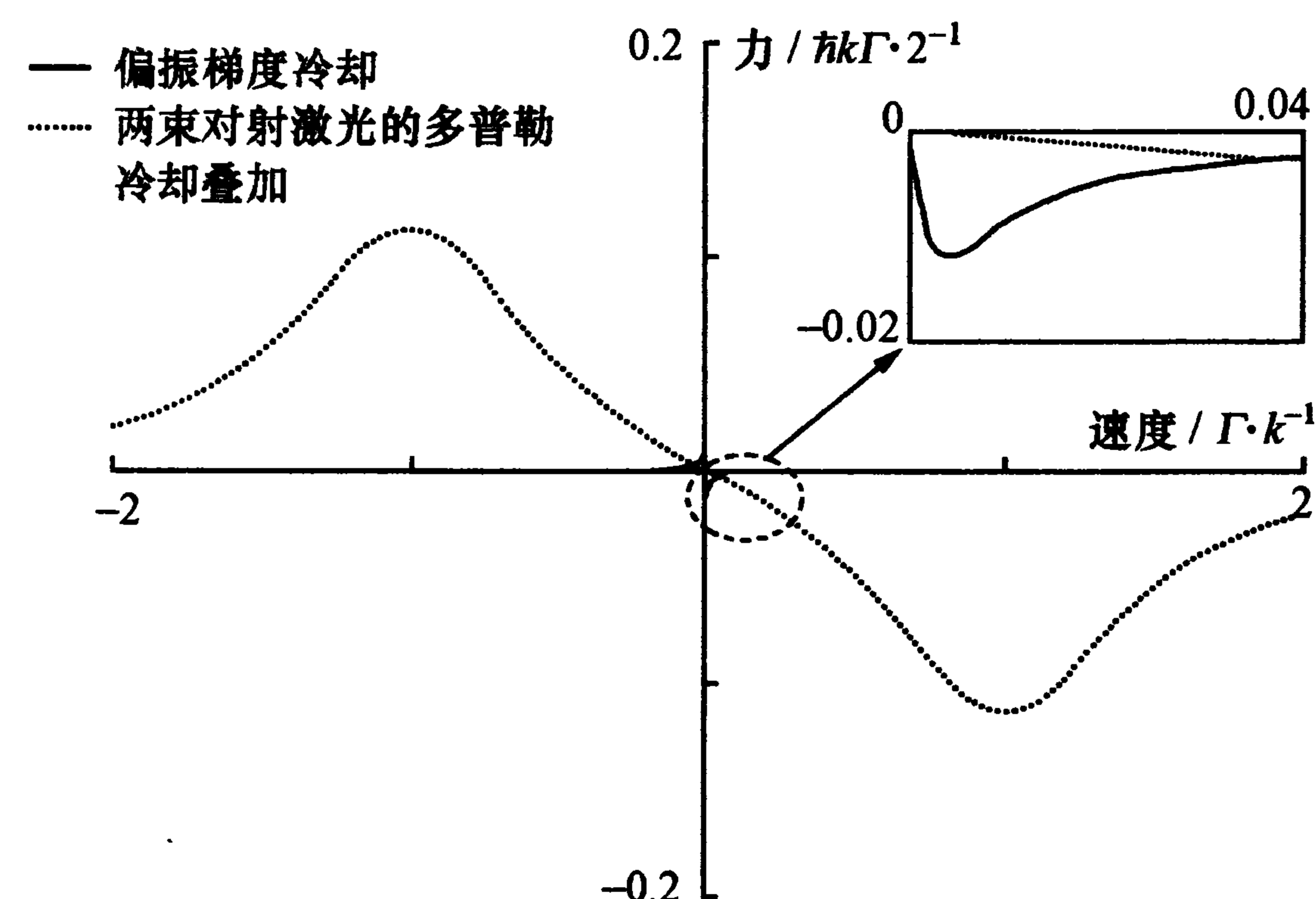


图 6-7　$J_g=1/2$ 原子在"lin⊥lin"光场中由偏振梯度引起的激光减速力与原子速度的关系

因斯坦关系式(5.3.8)：

$$k_B T = D_p/\alpha. \tag{6.1.28}$$

为了精确求得动量扩散系数 D_p，需要计算辐射力的相关函数. 对多能级原子，这是十分困难的. 我们只好从物理模型出发进行定性计算，为此需要知道原子动量扩散的机制. 这里有三种主要机制：(1) 自发辐射荧光导致动量涨落；(2) 由于从两束激光吸收光子数不同而引起原子动量涨落；(3) 由于光抽运使原子不断变换能态而造成力的变化引起动量涨落. 对 $J_g=0\to J_e=1$ 的原子跃迁，Dalibard 等人曾计算过其中前两种机制对 D_p 的贡献[7]，对波长进行平均后得到

$$\overline{D}'_p = (7/10)\hbar^2 k^2 \Gamma s_0. \tag{6.1.29}$$

可以假定，对 $J_g=1/2\leftrightarrow J_e=3/2$ 的情况，上式在数量级上仍旧适用. 而第三种机制贡献可从力的相关函数计算得到[2,6]，对波长进行平均后，我们有

$$\overline{D}''_p = \frac{3}{4}\hbar^2 k^2 \frac{\delta^2}{\Gamma} s_0. \tag{6.1.30}$$

在 $|\delta|\gg\Gamma$ 的情况下，$D'_p \ll D''_p$，我们有

$$k_B T = D_p/\alpha \simeq \hbar|\delta|s_0/4 \quad (|\delta|\gg\Gamma). \tag{6.1.31}$$

上式与式(6.1.13)～(6.1.15)比较可见，激光冷却的最终原子动能与基态能级在光场中的位移在数量级上是相同的.

把式(6.1.12)代入式(6.1.31)，在 $|\delta|\ll\Gamma$ 情况下，我们有

$$k_B T \simeq \frac{\hbar\Omega^2}{8|\delta|}. \tag{6.1.32}$$

在固定失谐下，这个温度与激光功率成正比；而在固定激光功率时，它与失谐成反比. 总之，可以得到远比多普勒冷却更低的温度. 但是，任意降低激光功率并不能得到更低的温度. 很显然，没有激光的作用就根本不可能实现冷却. 实际上，从式(6.1.32)得到的原子均方根速度可以比式(6.1.27)所表示的偏振梯度冷却的临界速度小很多，即有

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{\hbar\Omega^2}{8m|\delta|}} \ll v_c = \frac{\Gamma s_0}{9k} \simeq \frac{\Gamma\Omega^2}{18k|\delta|^2} \quad (|\delta|\gg\Gamma). \tag{6.1.33}$$

这就对激光功率就提出了要求：

$$\Omega \gg \sqrt{\frac{\hbar k^2}{m}\frac{|\delta|^3}{\Gamma^2}}. \tag{6.1.34}$$

把上式代入式(6.1.32)，就对最终冷却温度作了限制，相应地分别有温度和原子均方根速度

$$k_B T \gg \frac{\hbar^2 k^2}{8m\Gamma^2}|\delta|^2, \quad v_{rms} \gg \frac{\hbar k}{m}\frac{|\delta|}{\Gamma}. \tag{6.1.35}$$

所以，最终的冷却温度和速度还是分别比反冲极限温度和反冲速度大，偏振梯度冷却也不能逾越反冲极限.

6.1.3　圆偏振光场中原子的偏振梯度冷却[2]

现在我们考虑另一种偏振光场，即 σ^+-σ^- 圆偏振光场. 这是一种偏振方向和传播方向都相反的圆偏振光束组成的光场. 因此，在

式(6.1.2)的场方程中有

$$e = e_+ = -\frac{1}{\sqrt{2}}(e_x + \mathrm{i}e_y),\quad e' = \frac{1}{\sqrt{2}}e_- = (e_x - \mathrm{i}e_y). \tag{6.1.36}$$

这表示沿 z 轴正方向行进的是 σ^+ 圆偏振光，而沿 z 轴负方向的则是 σ^- 圆偏振光. 将以上两式代入式(6.1.2)，得到

$$E^+(z) = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{\sqrt{2}}(E_0' - E_0)e_X - \mathrm{i}\frac{1}{\sqrt{2}}(E_0' + E_0)e_Y\right], \tag{6.1.37}$$

其中

$$e_X = e_x\cos(kz) - e_y\sin(kz),\quad e_Y = e_x\sin(kz) + e_y\cos(kz). \tag{6.1.38}$$

这是两束相位差为 $\pi/2$、分别以振幅为 $(E_0'-E_0)/2\sqrt{2}$ 和 $(E_0'+E_0)/2\sqrt{2}$ 振动、沿互相正交的 e_X 和 e_Y 方向偏振的波的叠加. 两条新的正交轴 e_X 和 e_Y 沿着 z 轴旋转，其转角为 $\varphi=-kz$. 总的光电场作椭圆运动，其椭圆度为 $(E_0'-E_0)/(E_0'+E_0)$，它在整个 z 轴上是不变的. 我们沿着 z 轴观察，可见其椭圆轴是绕着 z 轴以 $\varphi=-kz$ 角转动，其转动周期为光波长 λ. 这表明，σ^+-σ^- 偏振场是一个偏振方向沿 z 轴旋转的场，并且在转动中椭圆度保持不变.

从式(6.1.37)可见，当 $E_0'=E_0$ 时，光场只沿着 e_Y 轴作线性振动. 在 $z=0$ 处，e_Y 与 e_y 重合. 偏振方向旋转，使描述振动的箭头尖绕着 z 轴画出一条螺旋线，其步长为 λ. 图 6-8 显示出振幅相等的 σ^+-σ^- 光场偏振方向旋转的情况.

我们考虑 σ^+-σ^- 光场中原子的冷却. 在这种情况下，沿 z 轴上的光都是线偏振的，且光强相等. 我们仍旧以 $J_g=1/2$ 的原子为例来进行讨论. 从图 6-4 的 CG 系数知道，在这种情况下，基态二能级具有相同的光位移，这里不可能发生西西弗斯冷却效应.

但是，若有 $J_g>1/2$，则可以发生另一种冷却机制. 它与上述的“lin⊥lin”情况有原则上的区别. 为了说明这种新的冷却机制，

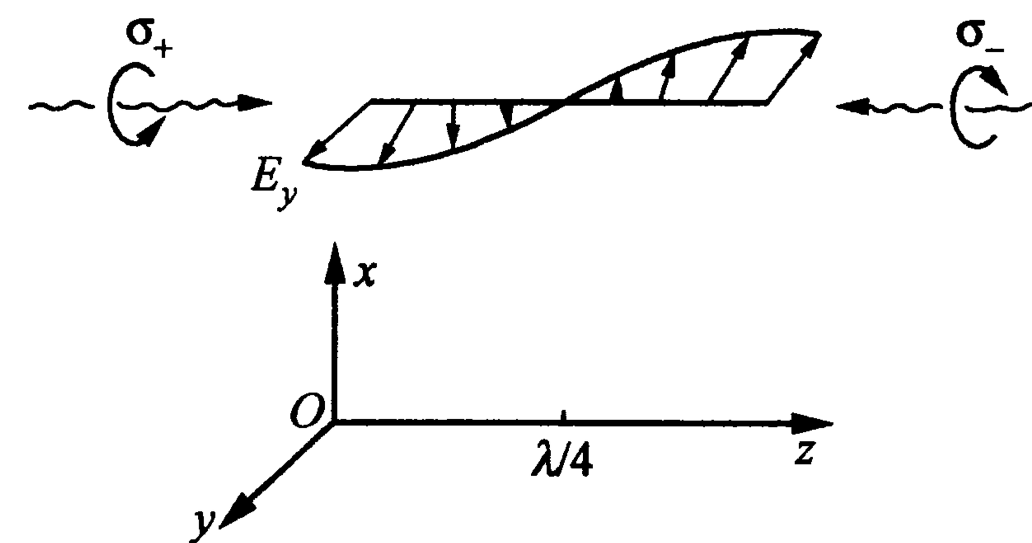


图 6-8　σ^+-σ^- 组态下光场偏振绕 z 轴的转动

我们以 $J=1$ 原子为例来进行具体讨论，这时可以发生 $J_g=1\to J_e=2$ 的跃迁. 这些能级都有塞曼子能级，各能级间的 CG 系数见图 6-9. 考虑 z 轴上某一点，例如 $z=0$，这里光的偏振方向与 e_y 相重(见图 6-8). 若原子不动，光抽运效应将使三个基态塞曼子能级上的原子聚集到 g_0 能级(见图 6-10)，这是因为根据各能级间的 CG 系数(图 6-9 上能级间连线旁的数字)不同，在 y 方向线偏振光作用下，从 $g_{\pm1}\to g_0$ 的光抽运率要比从 $g_0\to g_{\pm1}$ 大(前者为 $(1/\sqrt{2})^2(1/\sqrt{2})^2=1/4$；后者为 $(\sqrt{2/3})^2(1/\sqrt{6})^2=1/9$). 因此，$g_0$ 和 g_{+1}，g_{-1} 三个能级的布居数之比为 9/17 : 4/17 : 4/17.

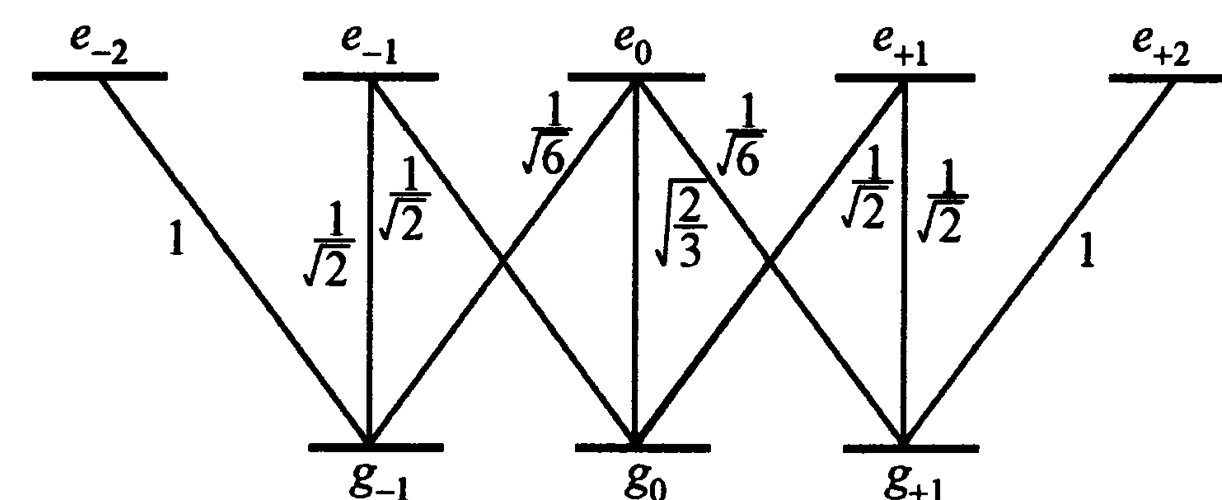


图 6-9　$J_g=1\to J_e=2$ 跃迁的 CG 系数

另外，从上述能级间的 CG 系数也可看出，在 π 线偏振光作用下，g_0 和 g_{+1}，g_{-1} 三个基态能级的光位移之比为 2/3 : 1/2 : 1/2 或 1 : 3/4 : 3/4. 这种状况示于图 6-10，图中激光是负失谐的，所以能级下移；能级上的圆的大小反映原子布居数的相对大小.

在激光作用下，即使激光强度很低($\Omega\ll\Gamma$)，失谐很大($|\delta|\gg\Gamma$)，原子还是可能从基态通过吸收光子激发到激发态，并发出荧光回到另一个基态，从而使原来基本相等的基态三个子能

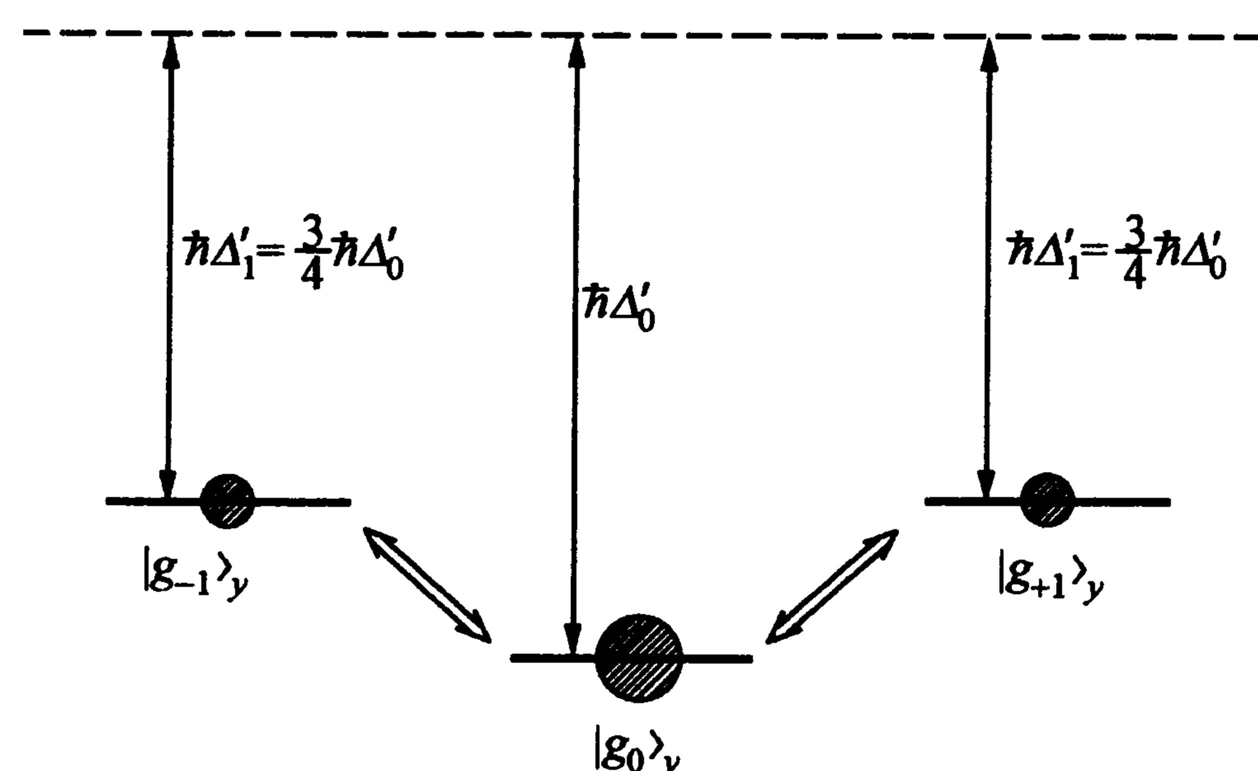


图 6-10 三个 $J_g=1$ 基态能级的光位移

级的布居数变成上述相对值，并达到稳态. 这时，从 g_0 能级过渡到 $g_{\pm1}$的发射荧光频率比吸收光频率低的过程(在光谱学上称为斯托克斯拉曼过程)与从 $g_{\pm1}$能级过渡到 g_0 的荧光频率高于吸收光频率的过程(称为反斯托克斯拉曼过程)相平衡. 但是，原子在运动，由于光的偏振方向随位置变化，在一个位置上，一种光偏振条件下建立的原子的电偶极矩方向如果来不及跟着光偏振方向转，原子与光场的相互作用能量就会改变，就会引起 6.1.1 小节讲到的非浸渐跃迁. 这类基态塞曼能级之间的跃迁在图 6-10 中用双箭头表示. 这当然会引起原子势能的变化，它靠动能的相应变化来补偿，从而成为引起冷却效应的主要物理机制.

下面我们来进行具体讨论. 在 σ^+-σ^-光场组态中，光场偏振方向沿 z 轴旋转. 若原子以速度 v 沿 z 轴运动，则可看成是原子的量子化轴沿该轴旋转. 这好比原子是在一个虚拟磁场中作拉莫尔进动，其角频率 $\omega_L=kv$. 这种耦合作用使原子发生基态能级跃迁，并使原来布居数概率相等的两个能级 g_{+1}和 g_{-1}有不等的布居，从而造成运动引起的原子取向(orientation). 在理论处理上，这等于在原子与光场相互作用上增加了一个附加的旋转作用 V_r，其大小与原子速度 v 成正比：

$$V_r = kvJ_z. \tag{6.1.39}$$

可以证明，在这个旋转作用下，g_{-1}能级的布居数会高于 g_{+1}能级的. 而从图 6-9 可知，g_{-1}能级吸收沿 z 轴负向行进的 σ^-光的概率是它吸收沿 z 轴正向传播的 σ^+光的概率的 6 倍；而对 g_{+1}态原子，则情况正好相反. 由于 g_{-1}能级的布居概率大于 g_{+1}能级，总体上沿 z 轴正向运动的原子吸收负向传播的 σ^-光的概率大. 因激光是负失谐的，原子是沿着 z 轴正向行进的，它更多散射 σ^-光子，两边的辐射压力不相等，便得到减速. 这个过程虽然与原子速度有关，但却不是多普勒效应所致，而是上述光场偏振方向随 z 轴旋转的结果. 当 $v=0$ 时，冷却作用消失，所以它又是一种非浸渐过程.

在具体进行辐射冷却力计算时，我们可以基本上重复上面"lin⊥lin"光组态下的做法，即先用式(6.1.37)的光场写出它与原子的相互作用势，这里当然要考虑原子以速度 v 进行的运动；然后，像式(6.1.6)那样求辐射力，需要用类似光学布洛赫方程的方法解出相关的密度矩阵元来；最后得到辐射冷却力的公式. 这里我们不打算详细计算，有兴趣的读者可查阅文献[2]和[6]. 当原子速度很低时，在计算中可略去 kv/Γ 项，仅保留 kv/Γ' 的项，我们有

$$F = \frac{\hbar k\Gamma}{2}s_0\left[\frac{5}{6}(\Pi_1 - \Pi_{-1}) - \frac{2}{3}\frac{\delta}{\Gamma}C_i\right], \tag{6.1.40}$$

其中 Π_{+1}的意义与式(6.1.10)相同，在上述近似下，有

$$\Pi_{\pm1} = \frac{1}{34}\left(13 \pm 240\frac{kv}{s_0\Gamma}\frac{\delta\Gamma}{5\Gamma^2 + 4\delta^2}\right), \tag{6.1.41}$$

s_0 即为式(6.1.12)表达的饱和因子，而

$$\begin{aligned} C_i &= \mathrm{Im}\left[\langle g_1|\rho|g_{-1}\rangle e^{-2ikvt}\right] \\ &= -\frac{60}{17}\frac{kv}{s_0\Gamma}\frac{\Gamma^2}{5\Gamma^2 + 4\delta^2}. \end{aligned} \tag{6.1.42}$$

式(6.1.40)显示，这个力确实是由于 g_{+1}和 g_{-1}两个基态塞曼能级有不同的布居数，亦即由于原子取向效应而引起的. 这里，近似地有 $\Pi_1-\Pi_{-1}=40kv/17\Delta_0'$($\Delta_0'$ 是 g_0 能级的光位移，$\Delta_0'<0$).

将式(6.1.41)和(6.1.42)代入式(6.1.40)，得到 $F=-\alpha v$，其中阻尼系数

$$\alpha = -\frac{120}{17}\frac{\delta\Gamma}{5\Gamma^2 + 4\delta^2}\hbar k^2. \qquad (6.1.43)$$

因为冷却需要 $\delta<0$，F 总是阻尼力. 在低速度下，力与速度成正比，阻尼系数与激光功率无关. 当 $\delta=-\Gamma\sqrt{5/4}$时，α 有极大值；而当 $|\delta|\ll\Gamma$ 时，$\alpha\propto\Gamma/\delta$，它比“lin⊥lin”情况要小得多. 因为由式(6.1.25)可见，在“lin⊥lin”情况下，$\alpha\propto\delta/\Gamma$.

由计算结果得到的整个辐射力与原子速度的关系见图 6-11，力以 $\hbar k\Gamma/2$ 为单位，而速度以 Γ/k 为单位. 图中显示在低速区(插图中)，上述原子取向引起的冷却效果更大，力与速度成线性关系；速度再大($kv\gg\Gamma'$)时，拉莫尔进动频率已高于光抽运速率，建立不起来稳定的能级布居数，上述的冷却效应不起作用. 当速度更大($kv\geqslant\Gamma$)时，计算结果与一般多普勒冷却无异. 这表明，当失谐 $\delta<0$ 时，运动原子分别吸收“对头碰”光子而减速的通常的多普勒冷却机制继续存在.

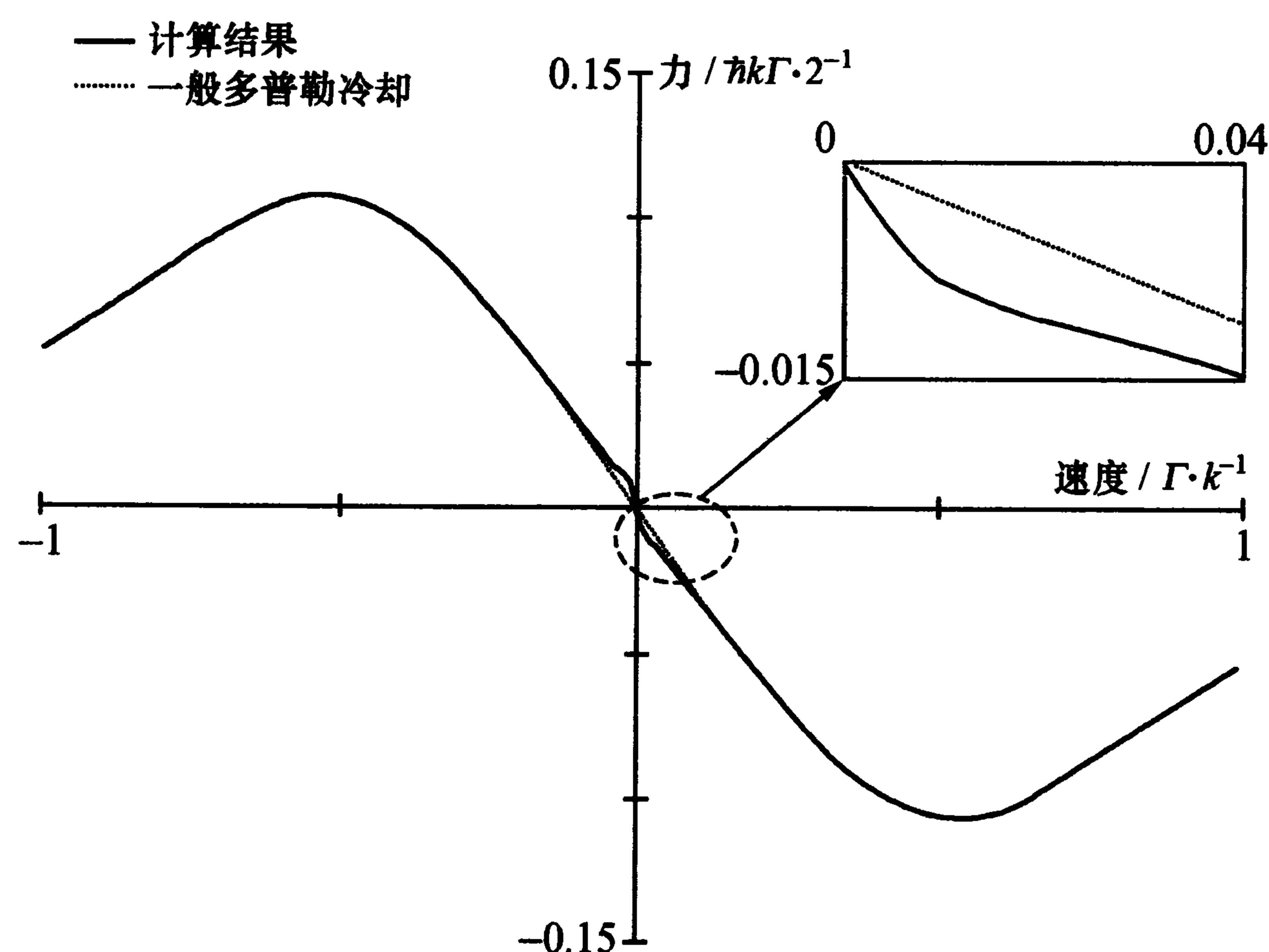


图 6-11 σ^+-σ^-光场中 $J_g=1\leftrightarrow J_e=2$ 能级跃迁引起的辐射冷却力与原子速度的关系

用类似“lin⊥lin”光场组态情况计算原子动量扩散系数 D_p，得到冷却极限温度为

$$k_B T = \frac{\hbar\Omega^2}{|\delta|}\left(\frac{29}{300} + \frac{254}{75}\frac{\Gamma^2/4}{\delta^2 + \Gamma^2/4}\right). \qquad (6.1.44)$$

这个结果与式(6.1.32)表示的“lin⊥lin”情况相似. 特别是，当 $\delta\gg\Gamma$ 时，两式结果大体相同. 冷却温度与激光功率成正比，而和失谐成反比. 但是，为了冷却，激光强度不能无限降低，而要大于一定的限度，这也与“lin⊥lin”情况相同. 这里，要求

$$\Omega \gg \sqrt{\frac{\hbar k^2}{m}\delta}, \quad \bar{v} \gg \frac{\hbar k}{m}, \qquad (6.1.45)$$

分别与式(6.1.34)和(6.1.35)类似.

6.1.4 偏振梯度冷却的讨论

上面我们得到了两种偏振梯度冷却的模型，都是在以下特殊情况下建立起来的：(1)“lin⊥lin”光场组态和原子基态 $J=1/2$；(2) σ^+-σ^-光场组态和原子基态为 $J=1$. 两者都依靠偏振梯度：前者有光场椭圆度的梯度；后者有偏振方向的梯度. 这反映了它们的共同物理特性，其冷却结果都与光强和激光失谐有关，即与激光功率成正比，与失谐成反比. 这样，我们可以通过降低激光强度、扩大激光失谐，达到使冷却温度降到大大低于多普勒极限温度的目的，形成亚多普勒冷却. 我们还注意到，这种冷却只在原子的一定速度范围内起作用.

但是，对于一般不属于上述典型情况的实验，能否也用上述理论来加以解释呢？答案是肯定的[8]. §5.4 提到的那些实验情况更为复杂($J_g>1$，偏振不单纯)，可能存在上述两种模型的混杂，两种物理机制同时起作用；但定性地，这些实验结果大体都可用上述理论解释. 此外，上述结果是在一维情况得到的，实际上也可推广到三维. 当然，要精确地定量分析就会遇到困难. 文献[9]对较为普遍的情况作了进一步的理论探讨.

比较式(6.1.32),(6.1.44)与(2.5.32)可见,在 $\delta \gg \Gamma$ 的情况下,偏振梯度冷却的极限温度还与基态能级的光位移成正比: $k_B T_{\min} \propto \delta E_g$,其比例系数与光组态有关(对"lin⊥lin"组态,为 0.125;对 σ^+-σ^- 组态,为 0.097). 上面已经提到,应用两个冷却极限公式(6.1.32)和(6.1.44)是有一定范围的,光强减小有一个限制,即式(6.1.34)和(6.1.45)提供了一个界限;激光冷却的实验结果完全证明了这样. 图 6-12 显示本书作者所在实验室对铯原子激光冷却的冷却温度与激光强度的关系,不同的曲线代表不同的激光失谐[10]. 由图可见,在较高激光功率下,冷却温度确实随激光强度而降低,但在激光强度低于一定值后,原子温度开始上升. 这表示在光强很弱的情况下,上述偏振梯度冷却机制当然也不起作用了.

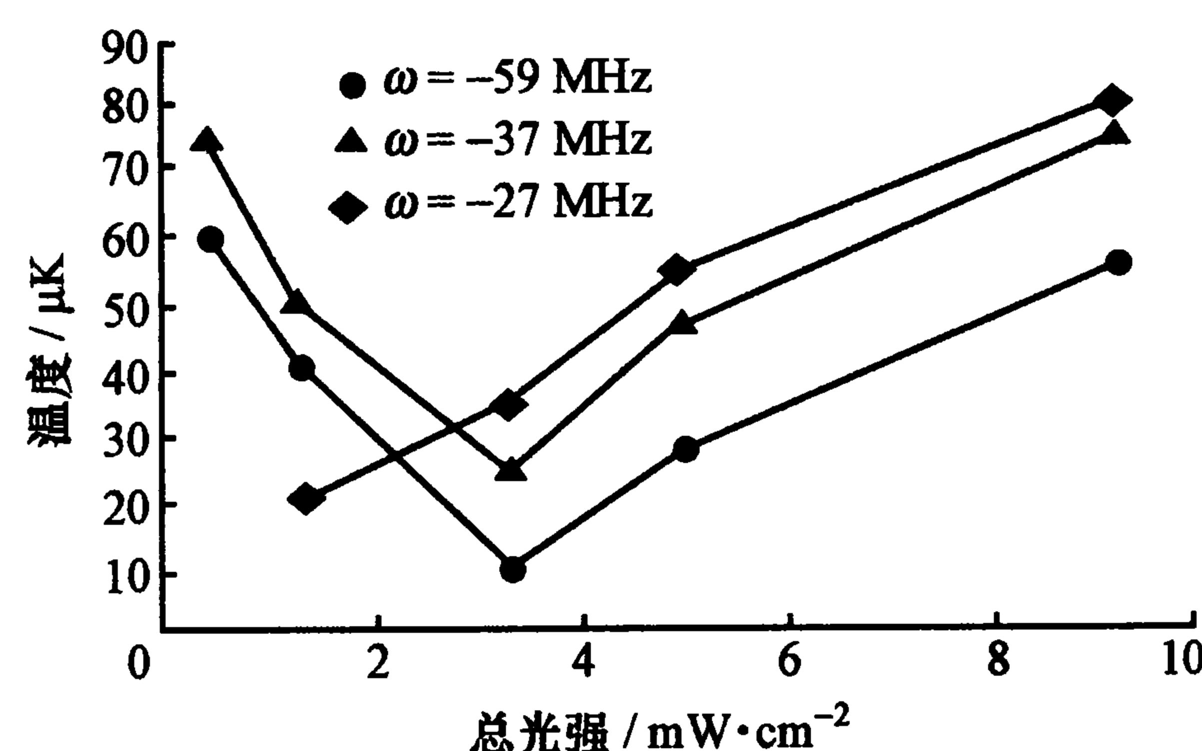


图 6-12 光学黏团冷却温度随激光强度的变化

实验上,这种冷却的最低温度可达 3 μK 以下(是多普勒冷却极限温度的 1/40). 这首先是 Salomon 等人在用各种不同的光偏振组态对铯原子进行三维光学黏团冷却中得到的[11]. 光束都是线偏振的,但是在一种光束组态中,两束对射光的偏振方向是平行的;而在另一种组态中则是互相垂直的. 他们用下落的飞行时间法测量温度. 为了提高测量的灵敏度,采用特殊剪裁的光束,在原子团下落前,除了横向一薄层上的原子以外其他所有地方的原子都被光打掉. 这样,飞行时间信号中原子上、下初始位置分布的影响减少,温度测量就可更加准确.

实验表明,且一定程度上也可以从图 6-7 和 6-11 比较看出,"lin⊥lin"组态具有比 σ^+-σ^- 组态更强的冷却能力. 我们知道,多数激光冷却实验要在预先把原子冷却到一定温度以后才能工作,例如先用激光频率扫描或塞曼减速法把原子束减速成为低速原子团,再进一步冷却. 但是在"lin⊥lin"组态下,也可以直接从气室中获得光学黏团,实现亚多普勒冷却[12].

§6.2 磁感应激光冷却

除了偏振梯度冷却能使原子系统的温度有效地降低到多普勒极限以外,后来发现[13],即使光场没有偏振梯度,在有磁场情况下也可以发生低于多普勒极限的冷却. 这里分为弱磁场和强磁场两种情况,两者的物理机制颇不相同,我们将分别叙述.

6.2.1 弱磁场中的磁感应激光冷却[8,13]

法国巴黎高师 Dalibard 等人指出[1,13],用偏振相同的驻波加上一个横向磁场也能产生一种激光冷却机制,使原子系统冷却到低于多普勒极限. 不久以后,朱棣文小组[13]和 Metcalf 小组[12]实现了这种冷却.

这个实验方案可以简单地定性描述如下[8]: 设原子基态为 $J_g=1/2$,光场是两束 σ^+ 偏振的对射激光形成的驻波光场,故基态原子只能与 $J_e=3/2$ 的激发态原子发生跃迁. 在光场波腹上有最大的场强,在负失谐($\delta<0$)时,处于 $m_g=+1/2$ 态的原子在该处光位移绝对值最大,但该位移是负的,故该处能量最低. 由图 6-4 可见,该处 $m_g=+1/2 \rightarrow m_e=3/2$ 也要比 $m_g=-1/2 \rightarrow m_e=+1/2$ 的概率大(前者是后者的 3 倍),因此,光抽运使波腹处的原子集中在 $m_g=+1/2$ 能级(见图 6-13 中 $z=0, \lambda/2$ 和 λ 处).

考虑一维情况. 当原子沿 z 轴运动时,它感受的光场逐渐由波

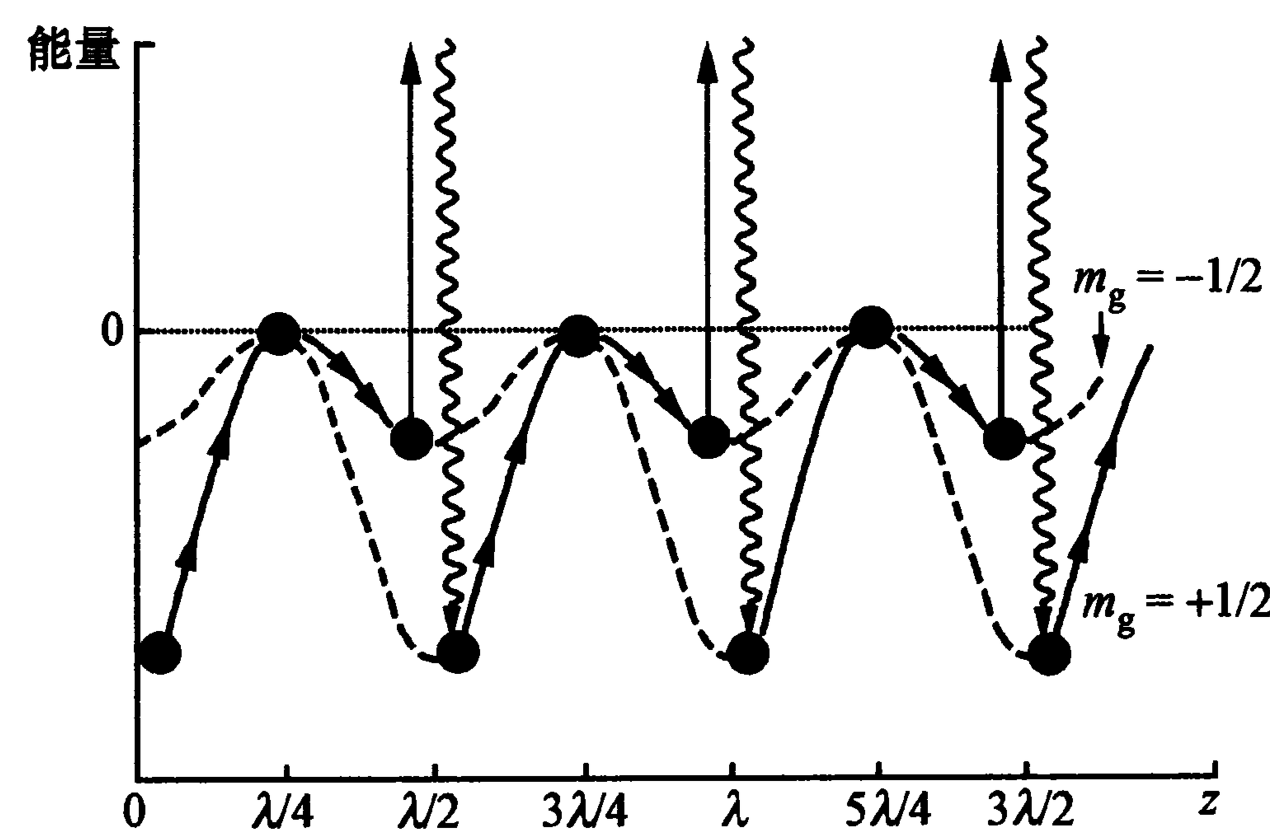


图 6-13 σ^+驻波光作用下 MILC 效应示意图[8]

腹转移到波节，随着光强减弱，能级光位移减小，能量升高. 这种势能升高只能靠原子动能的减少来补偿. 到波节处，光强为零. $m_g=\pm1/2$ 二能级的光位移相等，但是由于磁场的存在，原来主要由光的圆偏振建立的沿 z 轴(量子轴)方向的角动量将绕着横向磁场方向作拉莫尔进动. 这使 $m_g=\pm1/2$ 两个能级混杂，原来处于 $m_g=+1/2$ 能级的原子可能过渡到 $m_g=-1/2$ 能级. 于是，在继续运动时，它将沿着能量较高的 $m_g=-1/2$ 能级的光位移轨迹向波腹前进，并在光作用下激发，当再辐射时落到 $m_g=+1/2$ 能级. 由于 $m_g=+1/2$ 能级的能量更低，激发时原子吸收的光子能量低于发射时放出的光子能量. 原子有净能量损失，导致减速和冷却(见图 6-13). 这里又得到一个像"lin⊥lin"光组态下的西西弗斯冷却；但这是由磁场引起的，所以叫做磁感应激光冷却(magnetically induced laser cooling, MILC).

像所有上面讨论的西西弗斯冷却相似，MILC 冷却机制的有效性取决于原子运动的速度与光抽运速率 Γ' 和拉莫尔频率 $\omega_L=g_F\mu_B B$ 之间的关系. 在弱磁场下，在波腹处光抽运速率显然远大于拉莫尔频率($\Gamma'\gg\omega_L$)，便能够建立相对稳定的光抽运基态. 这时，原子的角动量方向主要是靠光偏振建立的，近似于 z 轴，它也是量子化轴的方向. 在原子运动时，它所感受的光强逐渐减弱，直到波节处，光强为零. 这时，磁场方向将是唯一的量子轴方向，原子绕着磁场作拉莫尔进动. 如原子运动速度比较快，其角动量方向来不及跟上量子化轴的变化，这就是一种非浸渐过程，原子将发生能级跃迁. 该过程要求原子运动所引起的相位变化大于拉莫尔进动引起的相位变化，即 $kv>\omega_L$；但原子速度也不能太快，以便原子在节点附近来得及完成多次拉莫尔进动. 此外，还要求原子在波腹附近停留的时间内能完成光抽运过程，而这又要求 $kv<\Gamma'$. 这样，我们有一个实现弱磁场下 MILC 的实验条件要求：

$$\delta<0,\quad \omega_L<kv<\Gamma'. \tag{6.2.1}$$

Metcalf 等人的实验是用铷原子束在一维情况下作的. 他们的实验方案和 §4.3 中讨论的一般一维原子束准直十分相似，即用两束对射激光(由入射光以及一束镜面反射光形成)的激光束形成驻波光场，垂直照射原子束，减速使原子束的发散度降低，产生准直效果. 实验中，驻波光是由半导体激光器阵列产生的，波长为 780 nm 的圆偏振光，频率调到 $F=3\to F'=4$ 循环跃迁附近，没有用反抽运激光. 原子束和激光束都是水平方向的，激光束置于离原子束准直孔(孔径为 0.33 cm)11 cm 处，而在垂直于光束方向加了一个亥姆霍兹(Helmholtz)线圈形成的弱磁场. 在距离冷却激光束约 1.3 m 处，用可移动的钨热离化丝检测原子. 图 6-14 是整个实验装置的示意图；所得结果也与图 4-20 非常相似(实际上，图 4-20 的结果是没有消除地磁场情况下得到的[14]，因此也不排除可能有 MILC 的作用)，如图 6-15 所示. 图中显示垂直于原子束方向上的束强空间分布，纵轴为热丝接受到的原子束流强度，且已从原始数据扣掉了 58% 的无激光作用下^{85}Rb 和^{87}Rb($F=2$)原子对信号本底的贡献. 激光功率为 16 mW/cm^2，折合饱和参量约为 $s_0=3$. 曲线 Ⅰ 为无激光作用时的束强分布；曲线 Ⅱ 为 $\delta<0$ 的情况；曲线 Ⅲ 为 $\delta>0$ 的情况. 图中显示在负失谐激光作用下，原子束的宽度大为压缩了. 经过拟合，与中心峰值相对应的原子均方根速度为 3.5 cm/s，相当于温度 12 μK(是多普勒冷却极限温度的 1/10)[15].

实验中所用的磁场强度在$-1.0\sim0\sim1.0$ G 之间;上述结果是在磁场约为 50～100 mG 下得到的. 随着磁场强度的增大,原子温度有所升高;但磁场强度接近零时,温度又略有增加. 实验结果与激光功率和失谐有一定关系,但与磁场的方向无关.

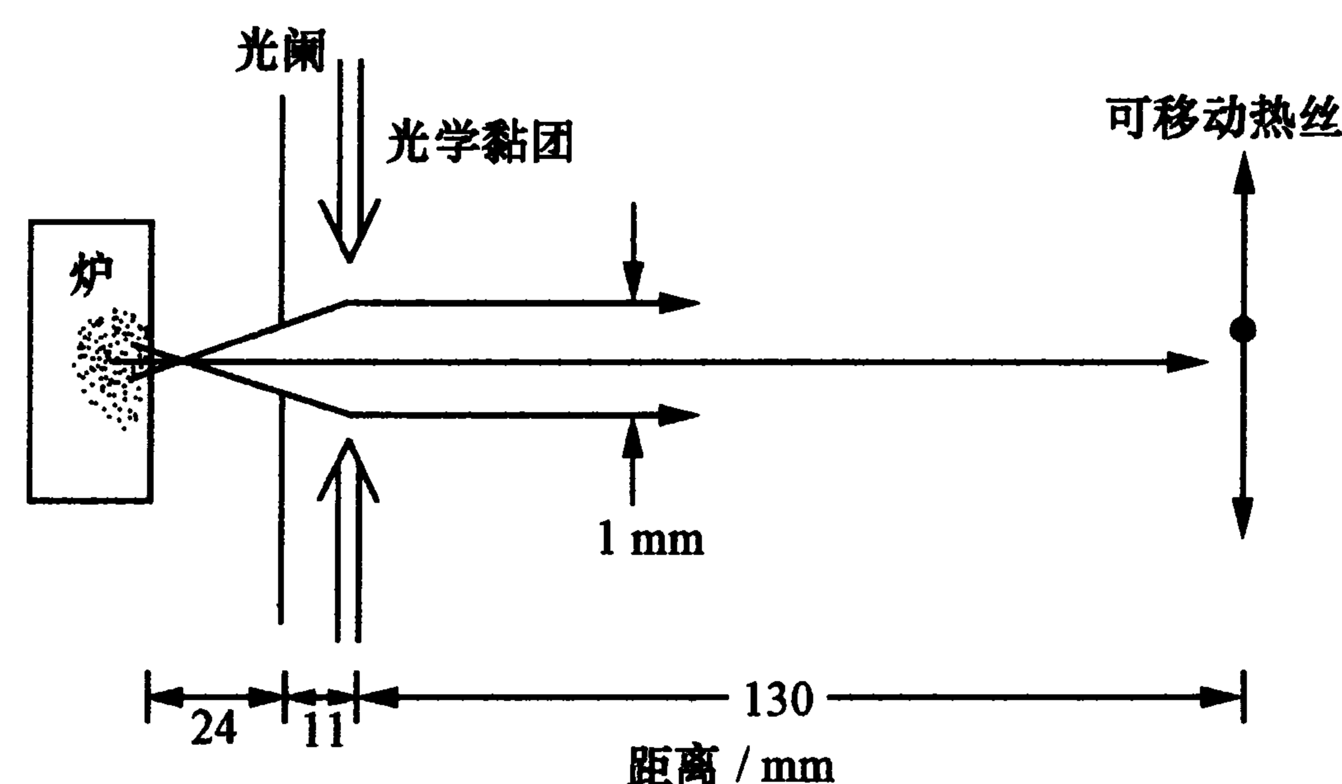


图 6-14 MILC 原子束横向冷却实验装置图

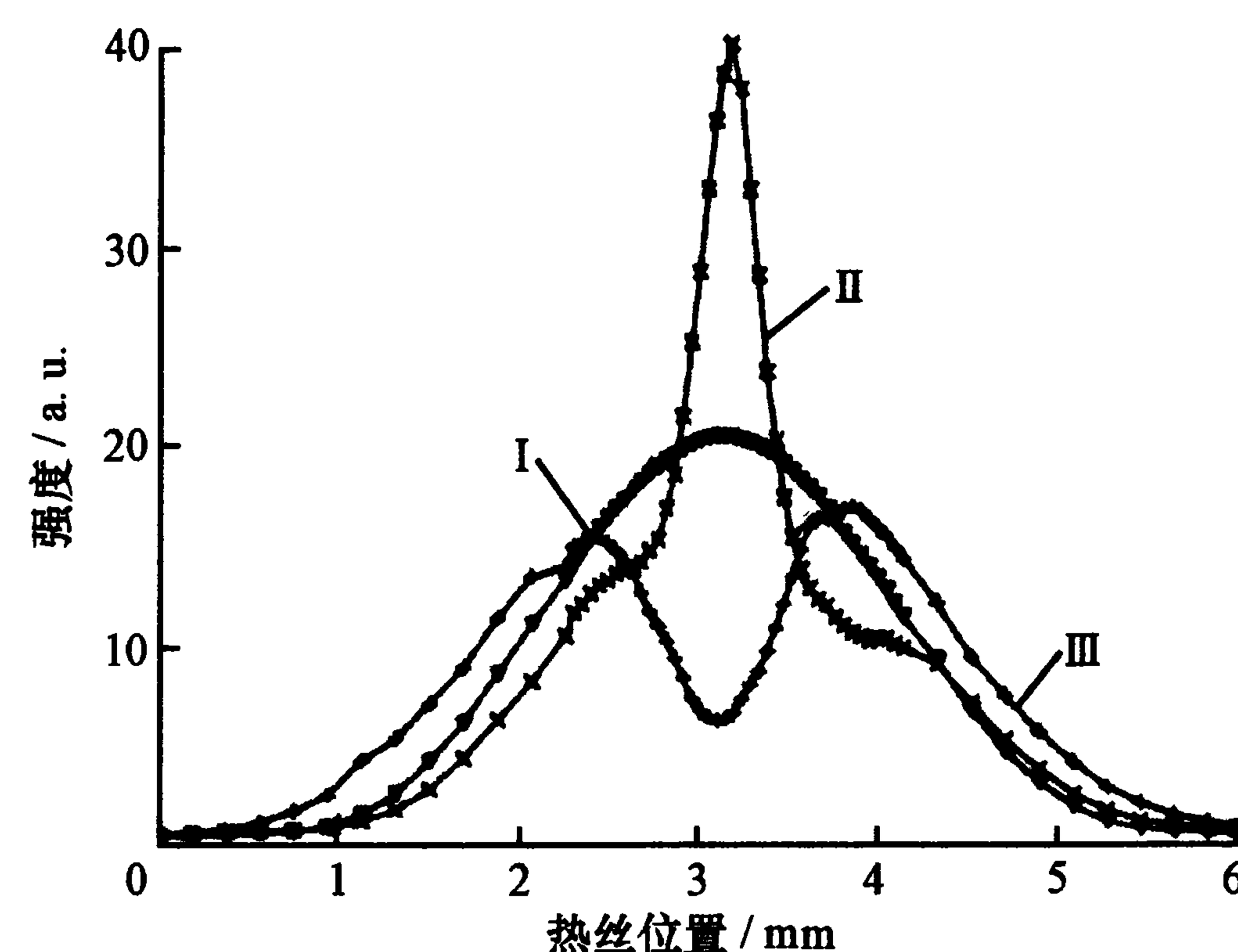


图 6-15 MILC 原子束横向冷却的实验结果

6.2.2 强磁场中的磁感应激光冷却

在上述讨论中,弱磁场引起的塞曼能级分裂值远小于波腹附近基态不同塞曼能级之间的光位移差值. 对于光位移,磁场引起的塞曼分裂只是一种微扰,其作用是使原子角动量作拉莫尔进动,在

波节附近造成基态磁子能级混杂,从而使原来基本上没有布居的能量较高的能级有较大的布居概率,在激发与再发射时通过荧光光子把原子能量散发出去,实现冷却效应.

在强磁场中,情况就不同了. 这时,磁场方向成为原子量子化轴. 在弱光时,原子基态能级的塞曼分裂远大于光位移差形成的分裂,后者和光抽运效应都成为微扰. 这时,还是可能发生亚多普勒冷却. 这个冷却机制可定性地描述如下:设原子基态为 $J_g=1/2$,在磁场中分裂为两个塞曼子能级,其能量间距为 $\hbar\omega_Z=g_F\mu_B B$,它们可通过吸收 σ 或 π 光激发到激发态 $J_e=3/2$,如图 6-16 所示. 在驻波场中,原子可以先从一个方向的激光束中吸收光子,然后向反方向光束发射光子,并从一个塞曼能级转移到另一个能级. 这就是受激拉曼过程. 原子在运动中,有多普勒效应. 要发生这种拉曼共振,必须满足条件

$$(\boldsymbol{k}_1-\boldsymbol{k}_2)\cdot\boldsymbol{v}_{\mathrm{VSR}}=\pm\,\omega_Z. \tag{6.2.2}$$

在一维对射光束驻波场中,就是要满足 $2kv_{\mathrm{VSR}}=\pm\omega_Z$. 这叫做速度选择共振(velocity selective resonance, VSR). 在失谐 $\delta<0$ 的情况下,原子从"对头碰"光束吸收光子,损失动量;而在向反方向光束发射光子过程中又获得一个反冲动量,其方向也是与原子速度相反的,因此有减速作用. 这就是拉曼共振中的多普勒冷却效应,

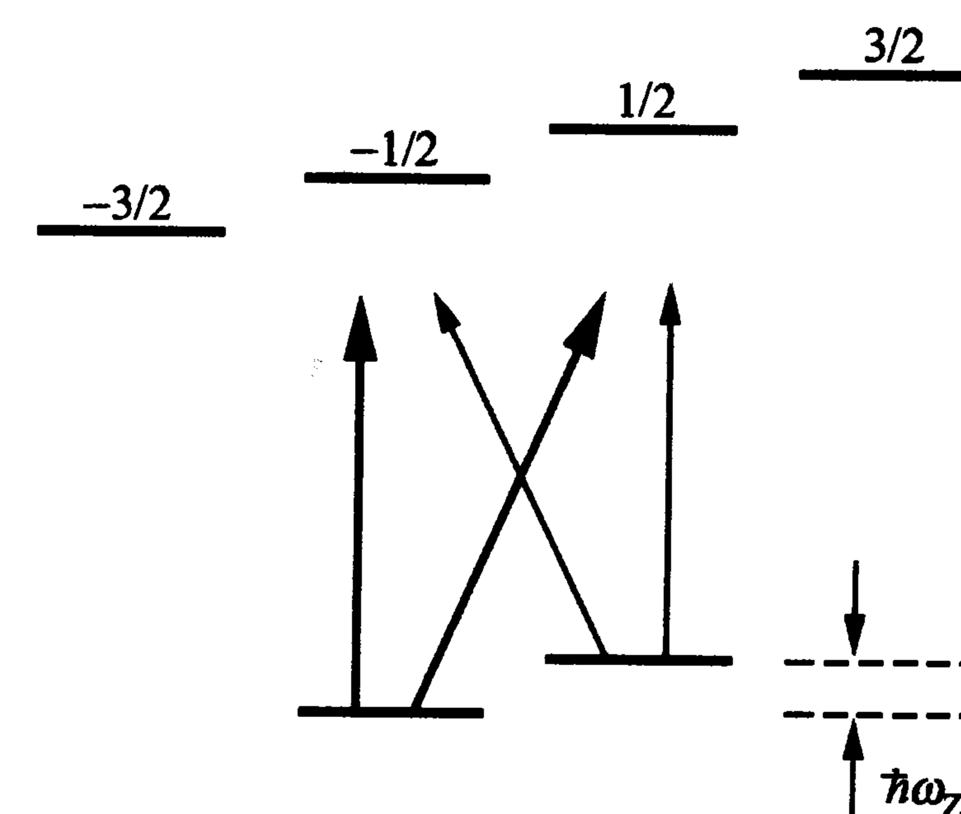


图 6-16 速度选择共振示意图

其减速的终点不是 $v=0$，而是 $v=\pm v_{\mathrm{VSR}}$处. 但是，现在又有能级的光位移，原子在运动过程中，塞曼能级的间距受到以波长 λ 为空间周期的光位移调制. 令光位移引起的基态二能级的能量差为 ω_{12}，在强磁场($\omega_{12}\ll\omega_Z$)中，可把这种调制看成是微扰. 原子在这种 ω_{12}随空间变化的调制场中运动时，就会产生一种类似于偏振梯度冷却情况所受到的减速力，从而得到亚多普勒冷却；冷却终点在 $v=\pm v_{\mathrm{VSR}}$处附近. 后面，我们还将从理论上对此作更详细的探讨.

美国纽约州立大学石溪分校商松泉等人利用图 6-14 的装置实现了强磁场中^{85}Rb 原子的速度选择亚多普勒冷却[16]，实验结果见图 6-17. 图中结果是在 $s=0.25$，$\delta=\pm0.67\Gamma$ 情况下取得的，其中上图均表示红失谐($\delta<0$)，下图均是蓝失谐($\delta>0$)的情况. 图 6-17(a)～(f)的磁场强度分别是 0.057，0.114，0.23，0.40，0.57，1.14 G. 可见，所谓"强"磁场实际上还是很小的，"强"是对能级光位移而言的. 但是，已经可以看到，这里弱场的结果就是图 6-15 所表示的. 当弱场逐步过渡到强场时，显示原子逐渐冷却到 $v=\pm v_{\mathrm{VSR}}$ 处附近(图中出现两个峰)，且从图 6-17(d)直接测得相当于峰宽的速度分布宽度为 2.5 cm/s，而相当于多普勒极限的速度

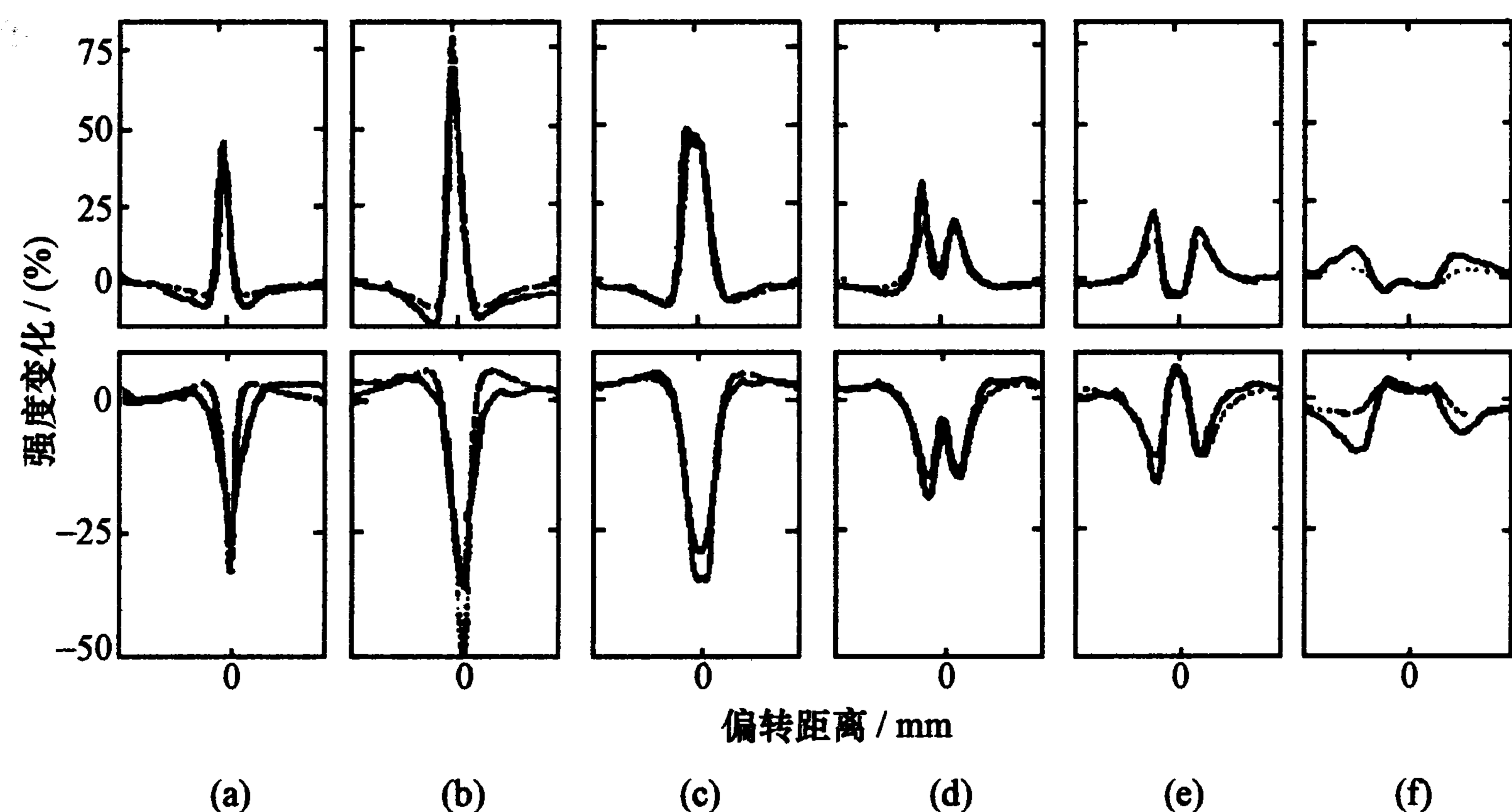


图 6-17 磁场中驻波光场对^{85}Rb 原子束横向束强分布的影响

约为 10 cm/s，证明实现了亚多普勒冷却. 磁场较强时，原子束强分布增宽，这是因为随着磁场增强，v_{VSR}相应增大，原子的纵向速度分布对原子束强空间分布的影响也增大. 冷却效应随激光功率的降低而提高，但正像对偏振梯度冷却一样，光强太低了，也不可能发生冷却. 对蓝失谐，则即使在激光功率很低时也会发生加速(加热，束强减小). 这与 § 4.3 中讨论的在强光、正失谐条件下得到减速的情况不同，这是因为这里还有磁场起作用，使基态能级分裂，而光又使分裂的能级耦合起来.

商松泉等人还对更普遍的情况，即用各种不同光的偏振和磁场组合进行过亚多普勒冷却实验[17]，使^{85}Rb 原子束得到了横向减速. 这里包括使用"lin⊥lin"，σ^+-σ^-光场组态和加磁场得到的冷却等. Hoogerland 等人还用 MILC 方法对亚稳态氖原子进行了冷却[18]. 他们采用波长为 640.225 nm 的$\{3s\}^3P_2\rightarrow\{3p\}^3D_3$跃迁光为冷却光，在原子束横向减速实验中，当磁场强度为 0.09，0.60 G 时分别得到类似图 6-17(a)和(e)的图像，表示弱磁场和强磁场下的 MILC 效应；在弱场下，得到原子速度分布的均方根宽度为 5.4 cm/s，远小于多普勒极限速度. 在场强度为 0.4 G 时，得到的原子速度分布的均方根宽度仅为 3.4 cm/s(仅为反冲速度 $\hbar k/m$ 的 1.1 倍)；相应的温度为 2.7 μK，接近反冲极限温度.

§ 6.3 亚多普勒冷却的一般理论

在 6.1.2 和 6.1.3 小节中我们对"lin⊥lin"和 σ^+-σ^-光场组态下的亚多普勒冷却作了一些理论探讨，对原子跃迁作了一些具体规定，而这和实际情况有较大的区别. 不过，我们认为这些模型可以推广开来，用以解释钠、铷和铯原子的亚多普勒冷却，这里所用的跃迁为 $F=2\rightarrow F=3$ 和 $F=4\rightarrow F=5$. 上面我们还介绍了一些磁场作用下冷却的实验结果，并作了一些定性解释. 因此需要有一种能适用于更普遍情况的亚多普勒冷却理论. Nienhuis 等人发展

了一种算符描述方法,对任意跃迁和任意光偏振状态下的亚多普勒冷却进行计算,得到了较好的结果[19]. 稍后,这个理论又被推广到"强"磁场(约 1 G)情况,较为满意地定量解释了强场 MILC 现象[20]. 这里,按照文献[8]的总结和改造进行一些简单介绍.

仍按式(6.11)写出光电场的表示式,然后把描述光与原子相互作用强度的拉比频率作为算符. 仿照式(2.3.10),它表示为

$$\hat{R} = \mathscr{R} = \boldsymbol{p}_{eg} \cdot \boldsymbol{E}^{+} / \hbar, \tag{6.3.1}$$

这里拉比算符 $\mathscr{R}$ 的数值为拉比频率的 1/2; $\boldsymbol{p}_{eg}$是联系基态 g 和激发态 e 的电偶极矩算符矩阵元,在旋转波近似下,它与密度矩阵元 σ_{eg}有关(见 § 3.3). 根据 § 3.2 和 § 3.3 所述,可把原子所受辐射力写成如下算符形式:

$$\mathscr{F} = \nabla[\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{E}(R,t)] = \hbar(\nabla \mathscr{R} + \nabla \mathscr{R}^{\dagger}). \tag{6.3.2}$$

为求得辐射力,需要通过求解类似光学布洛赫方程的演化方程把相关的密度矩阵元求出来. 在弱光强和低速(即拉比算符的值 $\Omega \ll \Gamma, kv \ll \Gamma$)的情况下,求解演化方程可以简化. 在稳态下,可得平均辐射力仅与基态的密度矩阵元 σ_{gg}有关:

$$\boldsymbol{F}(t) = \mathrm{tr}[\sigma_{gg}(t)\mathscr{F}_{\mathrm{eff}}(t)], \tag{6.3.3}$$

其中 $\mathscr{F}_{\mathrm{eff}}$ 是一种有效力算符:

$$\mathscr{F}_{\mathrm{eff}} = \frac{\mathrm{i}\hbar}{\Gamma/2 + \mathrm{i}\delta}\mathscr{R}^{+} \nabla \mathscr{R} + \frac{\mathrm{i}\hbar}{\Gamma/2 - \mathrm{i}\delta}(\nabla \mathscr{R}^{\dagger})\mathscr{R}. \tag{6.3.4}$$

可以把拉比算符 $\mathscr{R}$ 分解为 $\Theta(R)$和 $\Upsilon(R)$两部分,即 $\mathscr{R}(R) = \Theta(R)\Upsilon(R)$: 前者描述电场振幅随位置的变化;后者反映由光场偏振随位置变化而引起的原子电偶极矩与光场耦合情况的变化. 这样,可把有效力算符 $\mathscr{F}_{\mathrm{eff}}$ 写成由以下四部分组成:

$$\mathscr{F}_{\mathrm{eff}} = \mathscr{F}_1 + \mathscr{F}_2 + \mathscr{F}_3 + \mathscr{F}_4, \tag{6.3.5}$$

其中

$$\mathscr{F}_1 = \mathrm{i}F_0 \frac{\Theta^{\dagger} \Theta}{k\Gamma^2}[(\nabla \Upsilon^*)\Upsilon - \Upsilon^* \nabla \Upsilon)], \tag{6.3.6(a)}$$

$$\mathscr{F}_2 = -\frac{2F_0\delta}{\Gamma}\frac{\Theta^{+} \Theta}{k\Gamma^2}[(\nabla \Upsilon^*)\Upsilon + \Upsilon^* \nabla \Upsilon)], \tag{6.3.6(b)}$$

$$\mathscr{F}_3 = \mathrm{i}F_0 \frac{|\Upsilon|^2}{k\Gamma^2}[(\nabla \Theta^{+})\Theta - \Theta^{+} \nabla \Theta], \tag{6.3.6(c)}$$

$$\mathscr{F}_4 = F_0 \frac{|\Upsilon|^2}{k\Gamma^2}[(\nabla \Theta^{+})\Theta + \Theta^{+} \nabla \Theta], \tag{6.3.6(d)}$$

共同的因子 F_0 为

$$F_0 = \frac{\hbar k\Gamma/2}{1 + (2\delta/\Gamma)^2}. \tag{6.3.7}$$

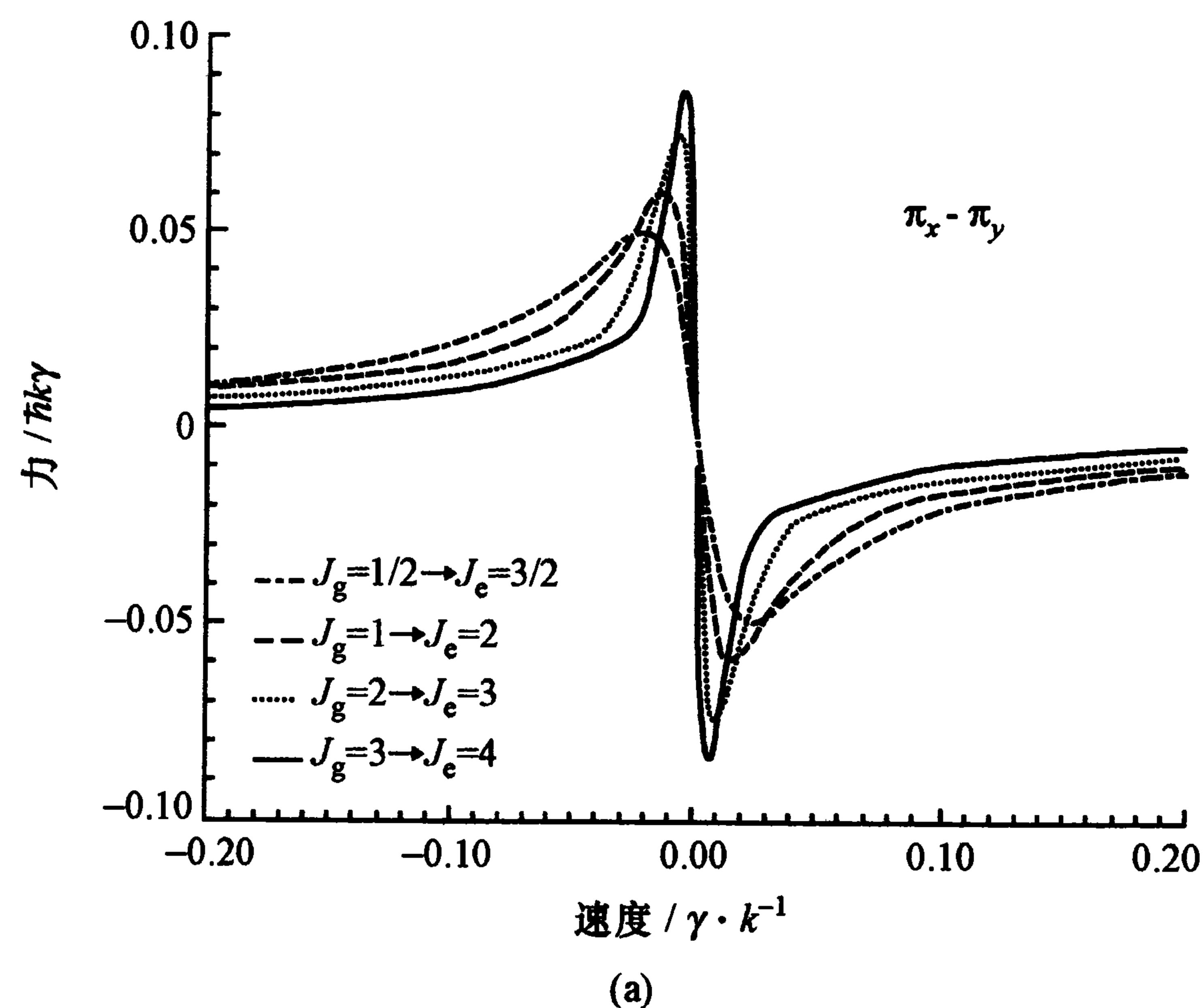
与式(3.3.37)相比,可见上式与 $\Omega^2 = \Gamma^2/4$,即 $s = 2\Omega^2/\Gamma^2 = 1$(见式(2.5.11))时的二能级辐射压力基本相同. 式(6.3.5)等号右边的第一项与辐射场的相位梯度成正比,是通常的辐射压力;第二项与局部场强梯度成正比,代表偶极力. 这两项就是对多普勒冷却起作用的力. 而后两项都与光场偏振方向的梯度有关,其中第三项是散射力的结果,第四项也有色散性质,代表重分布力. 这两项对亚多普勒冷却起作用.

可以证明,上述式(6.3.6)(a)~(d)都含有下面的共同因子:

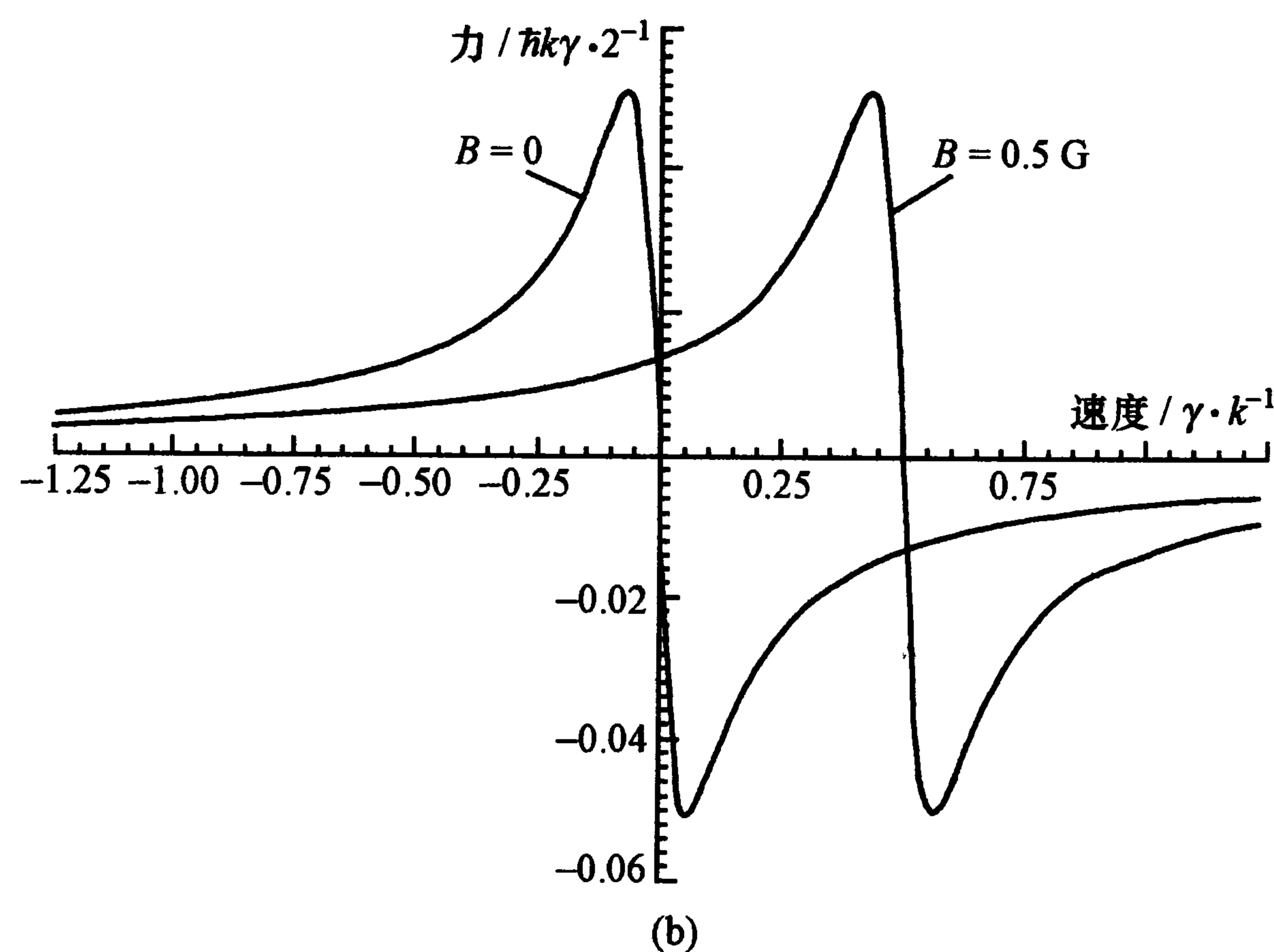
$$\mathscr{F}_i \propto \frac{\hbar \boldsymbol{k}|\Omega|^2\Gamma/2}{\delta^2 + \Gamma^2/4} = \frac{F_0|\Omega|^2\boldsymbol{e}_k}{\Gamma^2/4}, \tag{6.3.8}$$

式中 $\boldsymbol{e}_k$ 代表光束方向上的单位矢量,是式(6.3.6)中梯度符号引起的. 在弱光场下,这个因子显然要小于二能级多普勒冷却的力,而式(6.3.6)的其他因子的数量级为 1,所以亚多普勒力总要比二能级多普勒冷却力小. 但是,由于力与原子速度有关,亚多普勒情况下力对速度的阻尼系数却可能比多普勒冷却要大得多,从而得到更低温度的冷却.

Nienhuis 等人在 $\Omega \ll \Gamma, kv \ll \Gamma$ 的一维情况下,对若干具体光场组态进行数值计算,得到了各种不同光组态和原子跃迁时原子受到的亚多普勒冷却力与速度关系的一系列图形. 图 6-18(a)就是在"lin⊥lin"情况下四种不同原子跃迁($J_g \to J_e = J_g + 1$)的亚多普勒辐射力与原子速度的关系. 这与图 6-7(特别是其内插图)是



(a)



(b)

图 6-18 算得的冷却力与原子速度的关系

(a) "lin⊥lin"光场组态的情况[19]；(b) σ^+-σ^-光场组态和有磁场的情况[20].

一致的. 由图可见，随着基态能级角动量量子数的增加，阻尼系数也增加. Van der Straten 等人则进一步把此算符描述方法推广到有磁场的情况，通过解密度矩阵元的演化方程，得到存在磁场情况下，对各种不同光组态和原子跃迁计算的亚多普勒冷却力与速度

关系的一系列图形. 图 6-18(b)展示的就是一个例子，说明在 σ^+-σ^-光场组态中 $J_g=1\rightarrow J_e=2$ 跃迁引起的冷却力与原子速度的关系. 图中一条曲线是磁场为零时的结果，它与图 6-11(内插图)相似；另一条曲线则是 $B=0.5$ G 情况下得到的. 从这里看到，原子速度停留在速度选择共振点 $v_{VSR}=\omega_Z/2k$ 附近.

§ 6.4 速度选择相干布居陷俘

上面讨论的亚多普勒冷却方法可以使原子冷却到多普勒极限温度以下，但却不能打破由式(5.3.22)表述的反冲极限 T_R. 要打破这个极限，只能让原子与光不发生作用，这种原子状态就是 2.6.2 小节提到的暗态. 不仅如此，还要求只有速度接近零的原子才能进入这种暗态，这就有所谓速度选择作用. 本节，我们将介绍这类亚反冲冷却的方法.

6.4.1 相干布居陷俘

上述速度选择共振说明，当原子基态具有几个能级时，原子可以通过光吸收和发射的拉曼过程，使两个基态能级耦合起来，产生共振. 这个过程与原子的速度有关，具有速度选择作用. 在一定的情况下，这种耦合可使基态原子处在一种特殊的"叠加态"，即 2.6.2 小节中简单提及的相干布居陷俘(CPT)态. 这时，原子不再能吸收光，成为暗态. 这里，对此作进一步的说明.

设有如图 6-19(a)，(b)所示的两种三能级体系，$|1\rangle$，$|2\rangle$是原子基态，$|3\rangle$是激发态. 若光的频率与偏振符合$|1\rangle\leftrightarrow|3\rangle$能级的跃迁(见图 6-19(a))，原子就能激发到$|3\rangle$态；而从$|3\rangle$态通过自发辐射下来时，原子可能落到$|1\rangle$或$|2\rangle$态. 降到$|1\rangle$态的原子还可被再激发；而降到$|2\rangle$态的原子则因激光频率不合适而不能被激发，原子就停留在该能级，该态就是暗态. 图 6-19(b)的情况正相反，$|1\rangle$态成为暗态. 所以，在光抽运中，抽运到的能态就是暗态. 图 6-19

(c)则不同,这里有两束激光,它们的频率和偏振分别满足$|1\rangle\leftrightarrow|3\rangle$和$|2\rangle\leftrightarrow|3\rangle$能级跃迁,$|1\rangle$态原子既可通过$|1\rangle\leftrightarrow|3\rangle$跃迁而受激发射到$|2\rangle$态,产生所谓“反斯托克斯受激拉曼过程”;$|2\rangle$态原子也可通过$|2\rangle\leftrightarrow|3\rangle$跃迁而落到$|1\rangle$态,产生斯托克斯受激拉曼过程. 如果两束激光是相干的,且光强合适,原子由$|1\rangle$态过渡到$|2\rangle$态的概率与从$|2\rangle$态过渡到$|1\rangle$态的概率相等,$|1\rangle$,$|2\rangle$能级不再能吸收光,它们的布居数不变. 这就是相干布居陷俘. 这种情况下,两束相干激光把$|1\rangle$,$|2\rangle$两个基态能级耦合起来,成为相干叠加态,实验上则表现为原子系统对两束光都没有作用(没有吸收和发射),两个基态能级成为相干叠加的暗态. 这里,我们用“Λ”形的三能级组合为例来作说明;实际上,还存在着其他多种原子能级组合产生的暗态.

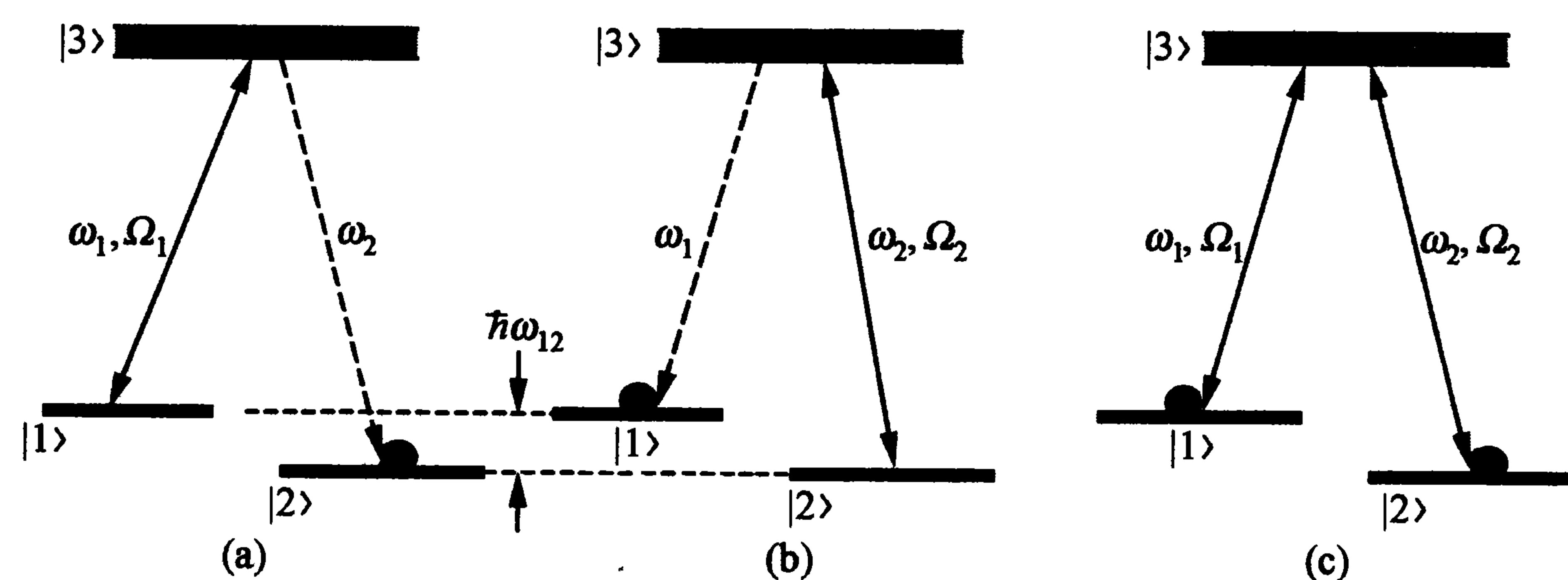


图 6-19 原子暗态的产生

(a),(b) 简单的光抽运;(c) 相干布居陷俘.

上述过程在理论上可以这样理解[21,22]: 在光的作用下,$|1\rangle$,$|2\rangle$二基态可与激发态$|3\rangle$发生耦合. 设光场作用的哈密顿量$V=-\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{E}_0$,在频率$\omega_1$和$\omega_2$的光作用下,有

$$\langle 1|V|3\rangle=(\hbar\Omega_1/2)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_1 t},\quad \langle 2|V|3\rangle=(\hbar\Omega_2/2)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_2 t},\tag{6.4.1}$$

这里$\Omega_1=E_{10}p_{31}/\hbar$,$\Omega_2=E_{20}p_{32}/\hbar$,$E_{10}$等是光电场的振幅. 上式使$|1\rangle$,$|2\rangle$二基态通过它们与$|3\rangle$态的共同相互作用耦合起来. 我们可以构筑出两个新的基态的相干叠加,它们并非能量本征态,而是

随时间演化的:

$$|\pm\rangle=(\Omega_1|1\rangle\mathrm{e}^{\mathrm{i}E_1t/\hbar}\pm\Omega_2|2\rangle\mathrm{e}^{\mathrm{i}E_2t/\hbar})/\Omega_{\mathrm{eff}},\tag{6.4.2}$$

这里

$$\Omega_{\mathrm{eff}}=\sqrt{\Omega_1^2+\Omega_2^2},\tag{6.4.3}$$

E_1,E_2分别是$|1\rangle$,$|2\rangle$能级的能量. 考虑到这个新态与激发态的跃迁,有

$$\langle 3|V|\pm\rangle=(\Omega_1\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_1t+\mathrm{i}E_1t/\hbar}\pm\Omega_2\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_2t+\mathrm{i}E_2t/\hbar})/\Omega_{\mathrm{eff}}.\tag{6.4.4}$$

从上式可见,当满足

$$\Omega_1=\Omega_2,\quad \omega_2-\omega_1=(E_1-E_2)/\hbar=\omega_{12}\tag{6.4.5}$$

时,$\langle 3|V|-\rangle$为零,表示叠加的基态$|-\rangle$与激发态之间不可能发生耦合,因此也不可能发生光吸收. 因此,$|-\rangle$是暗态(或称为无耦合态(non-coupled state,记做$|\mathrm{NC}\rangle$)),它与激发态没有联系,不可能发生光吸收跃迁. 这就是CPT现象. CPT现象有许多应用,如电磁感应透明(electromagnetically induced transparency,EIT)、无反转激光、原子频标等. 利用这种CPT现象,我们还可以实现亚反冲冷却,其冷却温度不但可以低于多普勒冷却极限,还可低于式(5.3.22)表示的反冲温度T_{R}.

6.4.2 速度选择相干布居陷俘

原子在运动,由于多普勒效应,能够形成CPT的原子只是速度满足式(6.2.2)的那一群. 如果能使速度$v=0$的一群原子处于暗态,而速度$v\neq0$的原子仍能吸收光而产生跃迁和自发辐射并进行减速,我们就可以把速度降为零的原子集合起来,实现冷却的目的. 由于这种原子不吸收光,可避免与光子作用时产生的反冲效应,从而可以消除反冲动量对原子速度的限制,这样就可以得到亚反冲冷却. 这里,需要用到上面说到的速度选择共振的机制,而且还要求这种速度选择效应对原子速度非常灵敏,才能得到极窄的亚反冲冷却速度分布. 因此,这种方法叫做速度选择相干布居陷俘

(VSCPT). 现在,VSCPT 已经成为一种获得极低原子温度的有效方法.

Cohen-Tannoudji 小组第一个实现了 VSCPT[22]. 他们采用基态为 $2^3S_1, J_g=1$ 的亚稳态氦原子 He^*,其基态三个塞曼子能级是简并的,即有 $m_J=\pm1$(分别对应于图 6-20 中的 $g_\pm$)和 $m_J=0$ 三个塞曼子能态,其能量相同;激发态为 2^3P_1 态,有 $J_e=0$(对应于图 6-20 中的 e_0). 如图 6-20 所示,原子处在来自正反两方向的、频率相同,而圆偏振方向分别为 σ^+ 和 σ^- 的两束激光的作用下. g_+ 和 g_- 两基态可以通过吸收光子与激发态 e_0 耦合. 但因式(6.2.2)中 $\omega_Z=0$,只有 $v=0$ 的原子才能满足该式,同时从左、右方向前进的两束光中吸收光子而发生共振. 由于光是相干的,它使基态 g_+ 和 g_- 耦合起来,成为相干叠加暗态. 若 $v\neq0$,但数值不大($kv\ll\Gamma$),则原来分别处在 g_+,g_- 态的原子会优先从 σ^- 或 σ^+ 的光束中吸收光子而激发,得到一个光子动量 $\hbar k$;而在拉曼散射过程中则又因向另一束激光发射光子而获得一个光子反冲动量 $\hbar k$,并落到相反的基态能级上去. 这样,每次在这种双光子拉曼跃迁过程中,原子在 g_+ 和 g_- 基态能级间互相转移,其动量变化为 $2\hbar k$. 至于 $m_J=0$ 的能级,激光对它不起作用. 由于原子的初始速度是从原子束喷发出来的横向速度,其数值不太大,原子总有机会与"对头碰"的光束发生作用,实现多普勒减速,并使动量无规扩散. 在此扩散过程中,

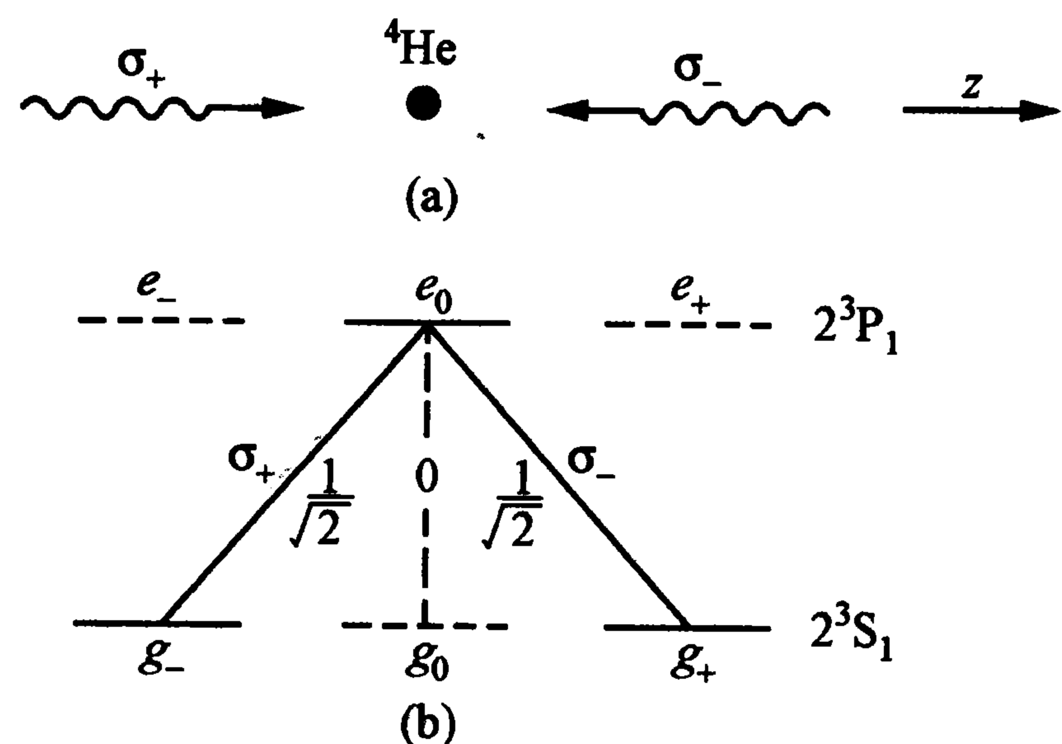


图 6-20 VSCPT 的工作原理

一旦 $v\to0$,相干布居陷俘就发生作用,原子被束缚在此暗态,在 $v=0$ 附近积聚起来. 在这过程中,速度选择相干布居陷俘只是把 $v\to0$ 的原子选择出来,加以捕获和积累而已. 真正的冷却还是靠吸收-散射的多普勒冷却作用.

他们的实验装置与图 4-19 所描述的基本一致. 激光由 LNA 激光器产生,频率锁定在氦原子亚稳态 $^3S_1\leftrightarrow{}^3P_1$ 跃迁上,波长为 1.083 μm,激光线宽小于 1 MHz. 正、反方向的激光用镜面反射形成,功率大体相同($\Omega=0.6\Gamma$, $\Gamma/2\pi=1.6$ MHz),其圆偏振方向由 1/4 波片控制. 实验中用亥姆霍兹线圈和磁屏蔽对磁场进行精密控制,使基态能级严格简并,两束对射激光的相对相位也严格保持恒定. 用电子倍增器记录原子束横向分布来展示一维横向减速,图 6-21 显示出,原子都积聚在 $v=0$ 附近、间隔为 $2\hbar k$ 的两个峰值上.

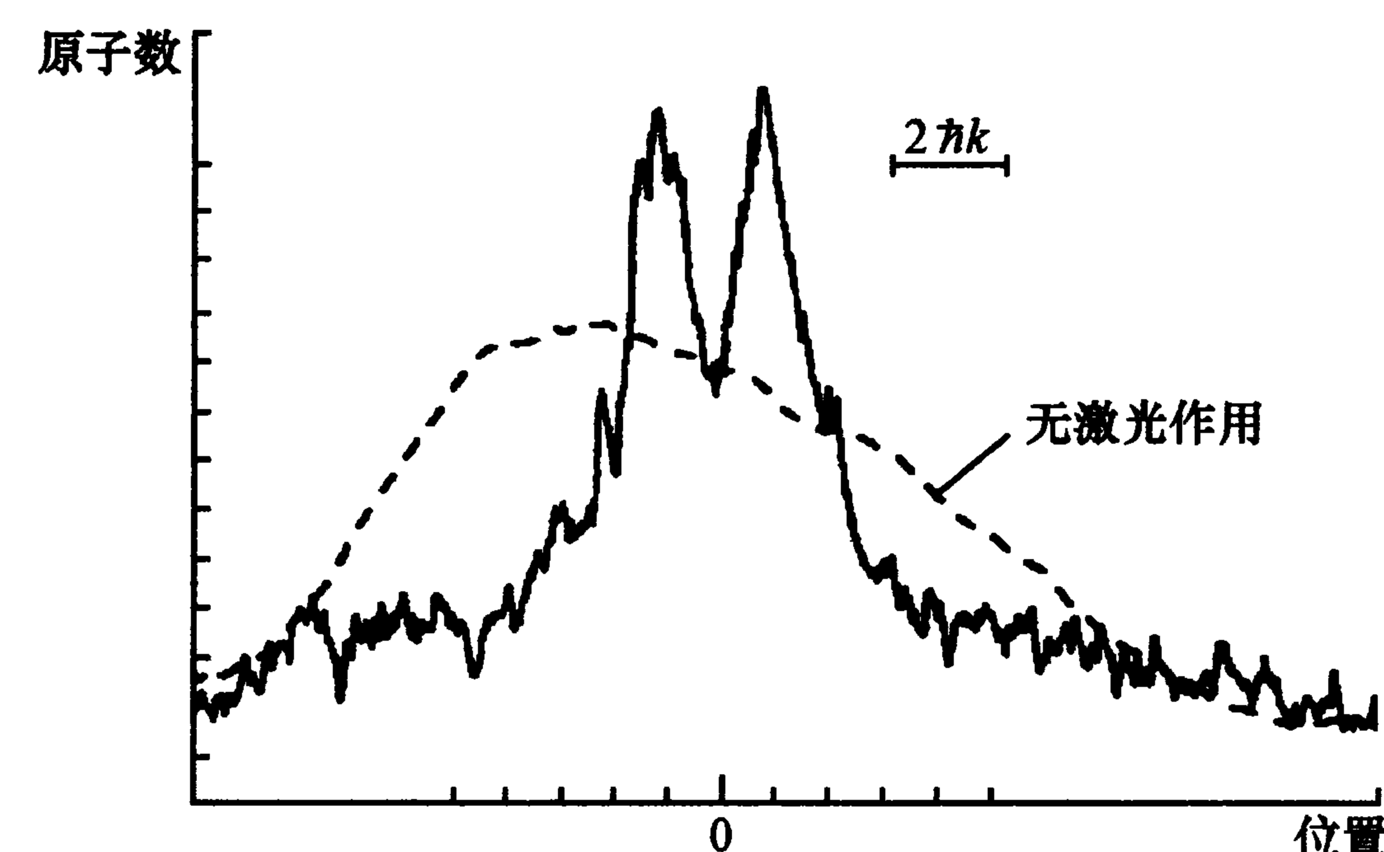


图 6-21 氦原子 VSCPT 实验结果

上述实验结果可以用严格的全量子理论来加以处理(文献[24]). 这里,我们根据文献[23]作些简化的描述. 为了完整分析,我们需要考虑原子的内部和外部自由度参量的量子数. 例如,$|e_0,p\rangle$ 表示原子处于 e_0 能级而具有沿 z 轴的正向动量 p. 根据动量守恒原理,若忽略自发辐射,则 $|e_0,p\rangle$ 只能通过受激发射一个 σ^+(或 σ^-)光子,而与 $|g_-,p-\hbar k\rangle$(或 $|g_+,p+\hbar k\rangle$)能级耦合. 这

里,我们考虑到激光中的 σ^+(或 σ^-)光子的方向是和 z 轴同向(或反向)的.这样,总有一组能态与动量 p 相联系:

$$|e_0,p\rangle,\quad |g_-,p-\hbar k\rangle,\quad |g_+,p+\hbar k\rangle;$$

它们构成一组闭合的能级,通过光的作用互相耦合起来.需要说明,这组闭合能态只是针对图 6-20 的原子能级和光偏振状态构筑的;对于线偏振光作用,就不是这一组了.

仍以 V 作为相互作用哈密顿量,我们有

$$\langle g_\pm,p\pm\hbar k|V|e_0,p\rangle=\mp(\hbar\Omega/2)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t},\tag{6.4.6}$$

这里的 Ω 即拉比频率,而"$\mp$"符号来自跃迁能级的 CG 系数(见图 6-20).

我们可以由上述两个基态能级的线性正交组合构筑出两个新的叠加态

$$|\Psi_{\mathrm{NC}}(p)\rangle=[|g_-,p-\hbar k\rangle+|g_+,p+\hbar k\rangle]/\sqrt{2},\tag{6.4.7}$$

$$|\Psi_{\mathrm{C}}(p)\rangle=[|g_-,p-\hbar k\rangle-|g_+,p+\hbar k\rangle]/\sqrt{2}.\tag{6.4.8}$$

由于式(6.4.6)等号右边正、负抵消,$\langle\Psi_{\mathrm{NC}}(p)|V|e_0,p\rangle=0$,故以上两式中 $|\Psi_{\mathrm{NC}}(p)\rangle$ 态与激发态 $|e_0,p\rangle$ 不能耦合,不能吸收光;而 $|\Psi_{\mathrm{C}}(p)\rangle$ 态则能与 $|e_0,p\rangle$ 态相联系,能吸收光.但是,若动量 $p\neq0$,$|\Psi_{\mathrm{NC}}(p)\rangle$ 还不是暗态,因为它能通过与 $|\Psi_{\mathrm{C}}(p)\rangle$ 态交换动能而变成 $|\Psi_{\mathrm{C}}(p)\rangle$.实际上,对于 $p\neq0$ 的原子,$|g_+,p+\hbar k\rangle$ 能级与 $|g_-,p-\hbar k\rangle$ 能级的动能相差 $2\hbar kp/m$.因为 kp/m 表示原子运动引起的多普勒频移,所以这个能量差就是双光子拉曼跃迁过程中的多普勒能量差,它是由原子外部运动状况不同而引起的. $|\Psi_{\mathrm{NC}}(p)\rangle$ 与 $|\Psi_{\mathrm{C}}(p)\rangle$ 态的差别只是原子外部运动的不同,它们之间能以 $2kp/m$ 为频率来回振荡[23,24].原子动量 p 越小,这两种状态之间的转移概率也越小.

当 $p=0$ 时,情况就不同了.这时,$\langle\Psi_{\mathrm{NC}}(0)|V|e_0,0\rangle=0$ 完全成立,$|\Psi_{\mathrm{NC}}(0)\rangle$ 不能与激发态发生关联;而 $|g_+,p+\hbar k\rangle$ 与 $|g_-,p-\hbar k\rangle$ 态的能量完全相同,$|\Psi_{\mathrm{NC}}(0)\rangle$ 与 $|\Psi_{\mathrm{C}}(0)\rangle$ 态之间也不能互相转移.因此,$|\Psi_{\mathrm{NC}}(0)\rangle$ 就只能永远停留在这个状态:

$$|\Psi_{\mathrm{NC}}(0)\rangle=[|g_-,-\hbar k\rangle+|g_+,+\hbar k\rangle]/\sqrt{2},\tag{6.4.9}$$

而这只能存在于 $p=0$ 的情况,对原子是有速度选择的.所以,这个态就是 VSCPT 态.但这时原子的动量并非绝对为零,而是在光子动量 $\pm\hbar k$ 之间均匀分布,从而产生如图 6-21 描述的两个峰,即原子最终被俘获在 $p=\pm\hbar k$ 处.

对不同 p 的原子,可以通过与光的作用和自发辐射而有机会减速到 $\pm\hbar k$ 附近,这是一个动量无规行走的扩散过程,当 $p\to0$ 时,就掉入了陷俘态. p 越小,陷俘的时间越长,其动量分布宽度 δp 的大小决定于处于陷俘态原子与光相互作用的时间 θ. θ 越长,δp 越窄.实验得到 $\delta p<\hbar k$,相应的温度为 2 μK,远小于多普勒极限 23 μK,也小于反冲极限 $T_{\mathrm{R}}=4$ μK.

从理论上定量计算最终冷却温度非常困难. Cohen-Tannoudji 小组对原子动量扩散过程用 Lévy 统计方法进行了蒙特卡罗模拟,证明最终冷却温度决定于原子与光的作用时间,时间越长,温度越低[25].由于极低的温度难以测量,后来他们发展了一种更为精确的测量温度的方法,得到仅 $T_{\mathrm{R}}/800$ 的低温(约 5 nK)[26].测量方法的基本思想如下:一般比较精密的测量原子的冷却温度采用飞行时间法.但是,对于非常低的温度,检测器宽度和原子团中原子的位置分布还会给测量带来较大的误差.他们直接测量原子物质波波包的空间关联函数

$$\begin{aligned}G(a)&=\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}z\phi^*(z+a)\phi(z)\\&=\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}p|\phi(p)|^2\mathrm{e}^{\mathrm{i}ap/\hbar},\end{aligned}\tag{6.4.10}$$

这里 $G(a)$ 是两点的空间相干性的数学表示,$\phi(z)$ 是原子波包的波函数,$\phi^*(z+a)$ 为相距 a 处的波函数,$\phi(p)$ 则是 $\phi(z)$ 的傅里叶变

换. 随着距离 a 的增加,两个波函数的 $\phi(z)$ 和 $\phi^*(z+a)$ 相关越来越小. 这和窄线宽光谱线线形 $I(\omega)$ 可用其光电场的时间关联函数 $G(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}tE^*(t+\tau)E(t)$ 表示相似,后者是 $I(\omega)$ 的傅里叶变换. 实验上,让速度相差为 $2v_R=2\hbar k/m$ 的两个 VSCPT 原子波包在关掉两束冷却光以后自由飞行,经过一段暗时间 t_D 后,它们的间距应为 $a=2v_Rt_D$. 然后再打开很短一段时间(约 10 μs)的 VSCPT 光作为检测光,来检测两个波包叠合信号 S 的大小. 由于 $p\neq0$ 的原子波包中包含着一些 $|\Psi_C\rangle$ 的成分,因此是可以吸收光的. 吸收光的原子经过自发辐射以后,动量随机变化,就不可能被检测器接收到(见图 4.19),所以 S 反映处于非耦合态的原子成分[26,27]:

$$S=\frac{1}{2}(1+\mathrm{e}^{-t_D/\tau_C})=\frac{1}{2}[1+G(a)], \qquad (6.4.11)$$

其中 τ_C 是相关时间: $\tau_C=m/2k\delta p$,相关长度为 $\xi=2\tau_C(\hbar k/m)$. 因此,S 随暗时间 t_D 的增加而减小,最后达到 1/2. 图 6-22 显示波函数重叠信号 S 与暗时间 t_D 的关系. 由图可得 $\tau_C=19\,\mu$s,相应地,$\xi\approx3.5\,\mu$m,$\delta p\simeq\hbar k/25$,$T=T_R/625$. 而从最终温度与 VSCPT 相互作用时间 θ 的关系来看,则当 $\theta\approx2000\,\mu$s 时,达到上面所说的 $T_R/800$,如图 6-23 所示.

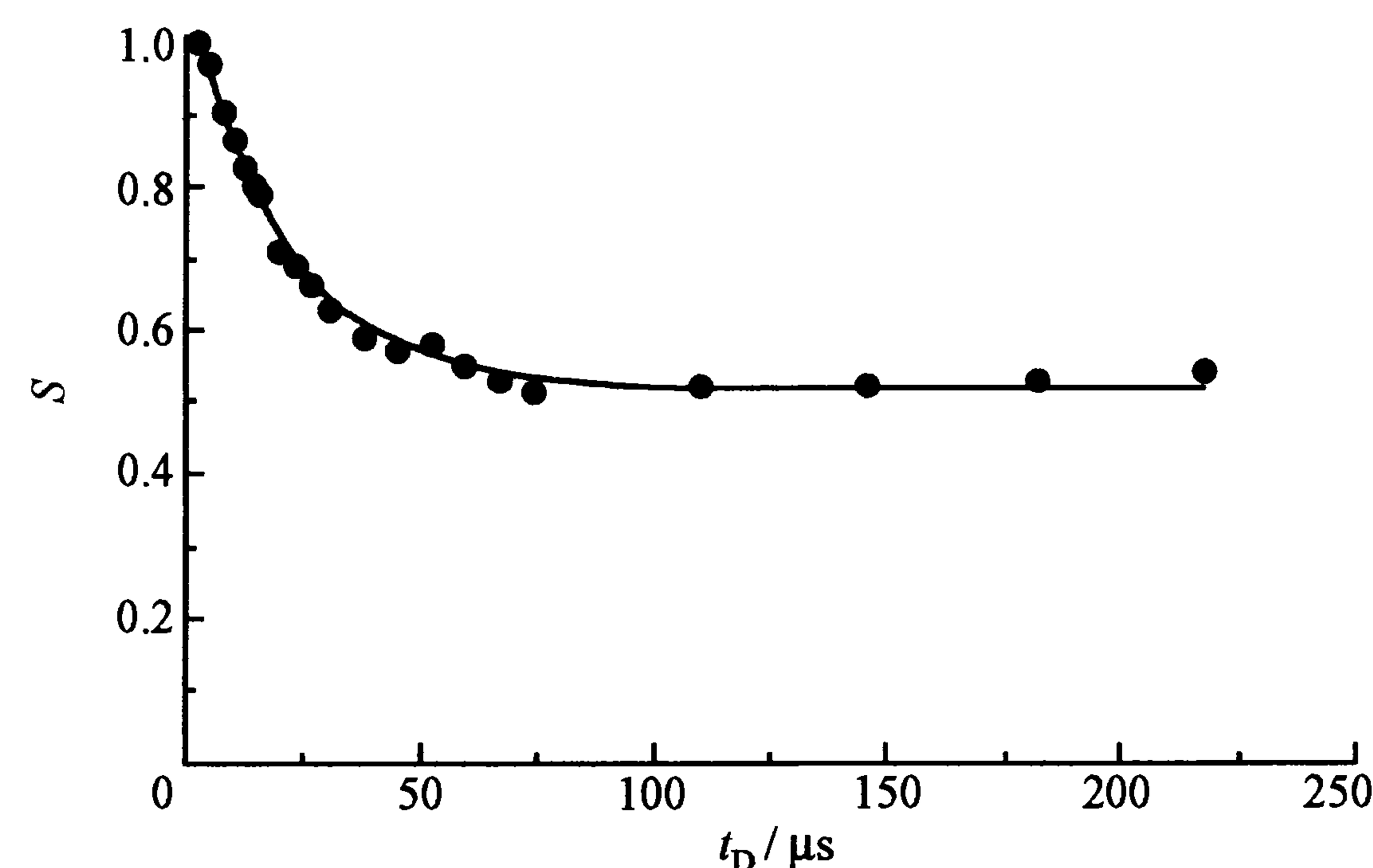


图 6-22 相关函数测量: 非耦合态原子成分与暗时间的关系

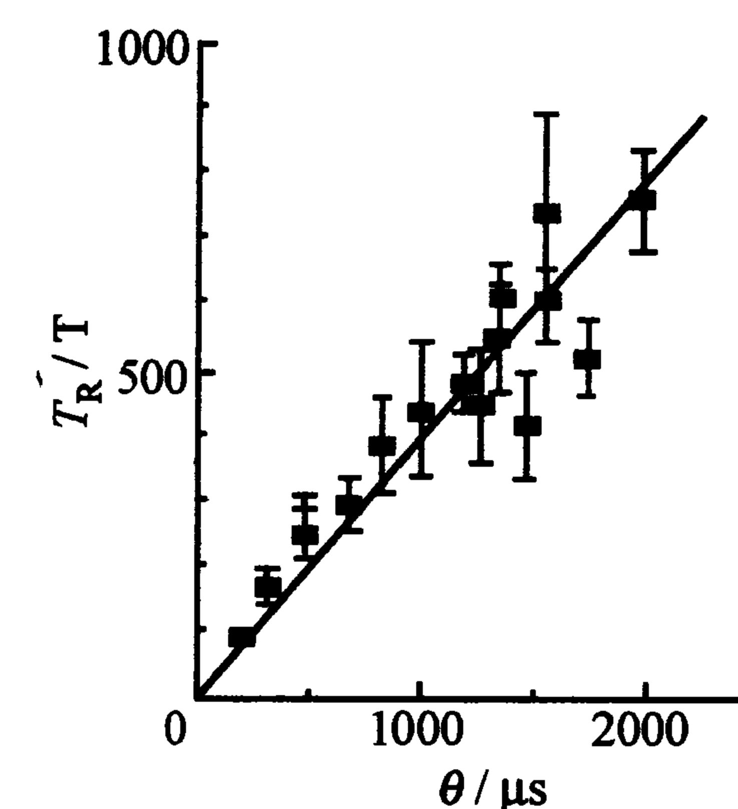


图 6-23 VSCPT 温度 T_R 与相互作用时间 θ 的关系

VSCPT 方法可以被推广到其他原子能级结构和多维情况[28]. Cohen-Tannoudji 小组[27]首先在实验上得到了二维[29]和三维[30]的结果,用 VSCPT 方法得到原子波包的宽度小于 $\hbar k$. 他们还发现,可以用某种方法来操控 VSCPT 得到的原子波包. 实验上,他们采用浸渐转移(adiabatic transfer)方法,使原子从一种动量状态变换到另一种动量状态,并在二维和三维 VSCPT 实验上得以实现[31]. 图 6-24 显示了二维实验的结果: 在水平面四束 VSCPT 激光作用下,原子俘获在四种不同的动量态上,形成二维水平面上四个原子速度分布峰(图 6-24(a));当四束 VSCPT 激光中的三束缓慢关闭后,全部原子都转移到了单一的波包上,展现出

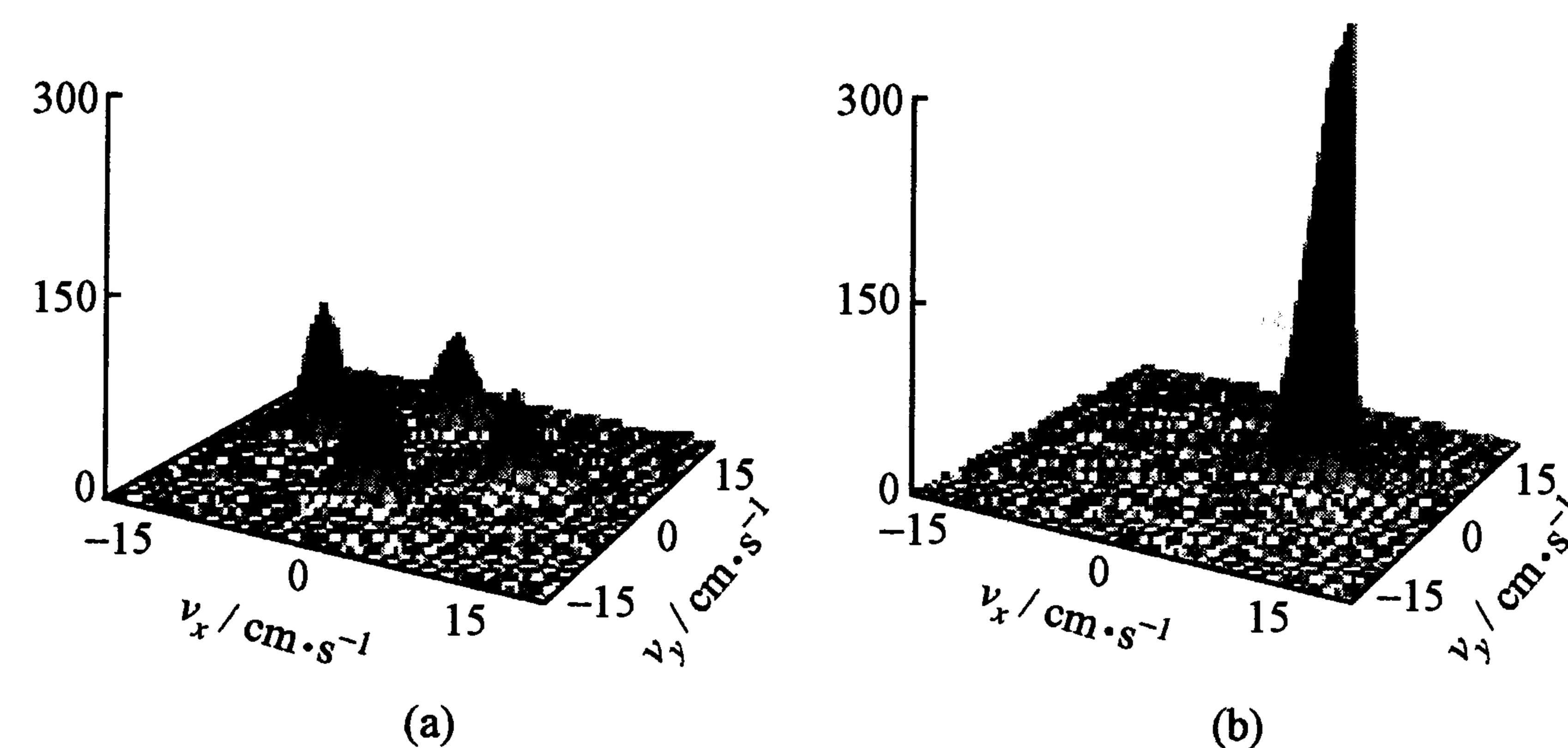


图 6-24 二维 VSCPT 实验结果(a)以及用浸渐转移把原子全部转变到单一波包中的图像(b)

如图 6-24(b)的图像.

上述 VSCPT 也可这样来理解：$|g_{\pm},\pm\hbar k\rangle$是有确定动量的态，在空间上会逐渐分离，这相当于两束以相同频率沿相反方向运动的物质波，它们会组成一个物质驻波(注意，由于原子动量也是 $\hbar k$，其物质波波长 h/p 与光波波长相当)；而 σ^+和 σ^-光在空间也组成一个偏振面旋转的驻波，两个驻波的相对位置固定，其周期为光波的半波长. 如果原子电偶极矩方向与电场方向垂直，两者相互作用为零，便会处处永远保持为零. 这就是暗态. 但若原子 $p\neq0$，则原子的德布罗意波和光驻波之间就会产生相对移动，从而可能使光与原子发生相互作用而产生跃迁，破坏陷俘态[23,24,32,33].

由此可见，VSCPT 与一般激光冷却有本质的不同. 它不是依靠光的阻尼力使原子减速，而是靠原子与光作用产生动量扩散使原子“掉入”零动量附近而被陷俘的，陷俘原子逐渐积累，最终就可获得超冷原子团. 一旦原子进入陷俘态，就不再与光发生作用，不会受光的干扰，因此可以得到极低的(甚至零度)的温度，这对应用当然是很重要的. 不过，这种违反热力学原理的过程实际上是不可能发生的[34]，因为暗态对任何干扰都是非常敏感的，动量空间中的微小变动都会严重影响暗态的寿命. 因此，重力场、机械震动、激光频率抖动等都会破坏暗态，使其冷却温度不可能达到零度. 根据文献[34]的分析，重力场下能得到的最低温度 $T_{g,\min}$由

$$k_B T_{g,\min} = mg\lambda/2\pi \tag{6.4.12}$$

来表达. 对于大多数原子，这个温度值要远低于反冲温度 T_R(一般有 $T_{g,\min}\approx(10^{-2}\sim1)T_R$. 例如对铷原子，该极限温度为 $T_{g,\min}=0.07T_R$. 这可能也是对一切激光冷却原子的最终温度限制.

§6.5 拉曼跃迁致冷

6.5.1 拉曼跃迁速度选择

在 6.2.2 小节我们讨论了拉曼共振跃迁中的速度选择效应，

那里的两束对射激光频率相同，所以只有速度满足式(6.2.2)的原子才能发生受激拉曼跃迁，在两个基态能级之间转移. 现在，若两束激光频率 ω_{1L}，ω_{2L}不同，且满足两个基态能级的能量差 $\hbar\omega_Z$[35]：

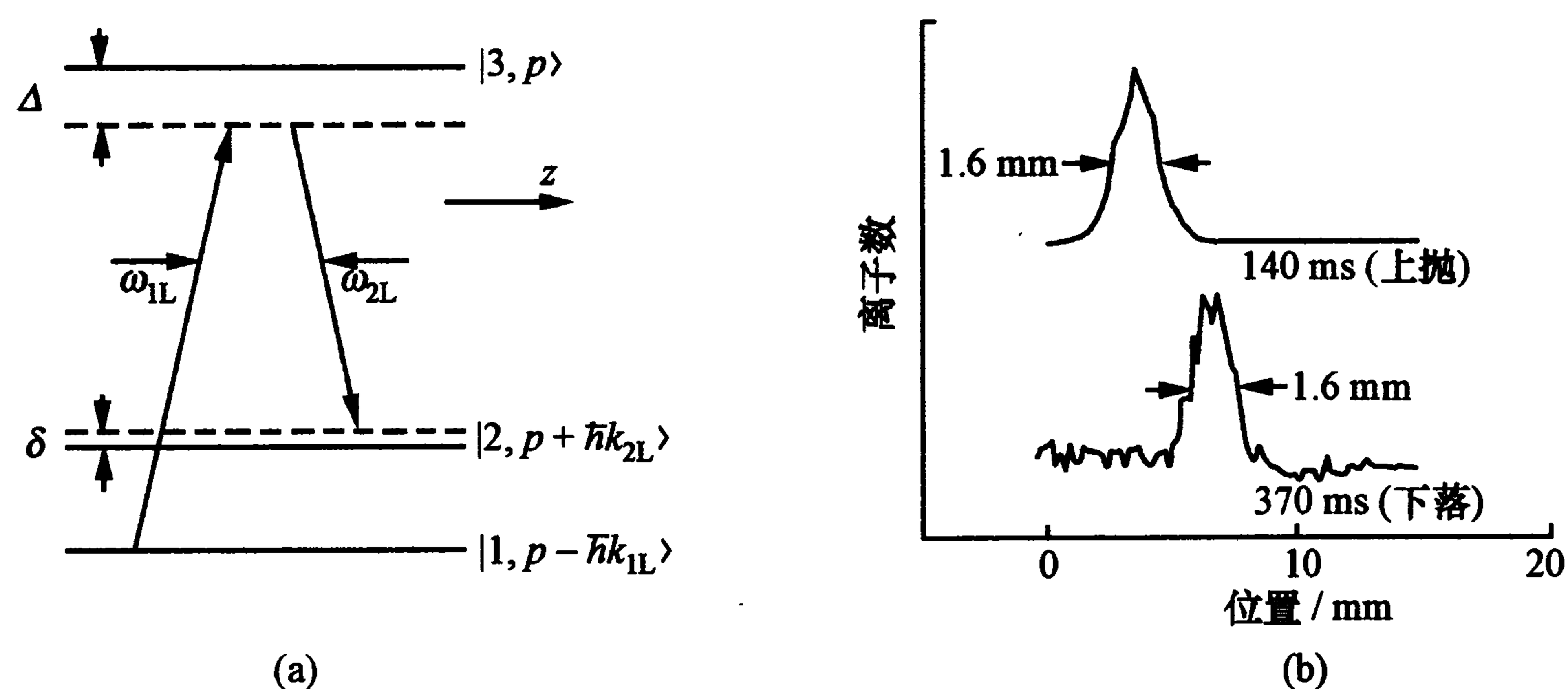
$$\omega_{1L}-\omega_{2L}=\omega_Z=(E_2-E_1)/\hbar, \tag{6.5.1}$$

式中 E_1,E_2 为基态能级的能量，且如图 6-25(a)所示，则只有 $v=0$ 的原子能够进入共振. 若原子原先被抽运到$|1\rangle$态，通过这种速度选择共振就可使之进入$|2\rangle$态，并可以得到速度分布极窄的原子群. 原则上，$|2\rangle$态原子的速度分布宽度可达到

$$\Delta v = c\Delta\omega/(\omega_{1L}+\omega_{2L}), \tag{6.5.2}$$

这里 $\Delta\omega$ 是受激拉曼跃迁的谱线宽度，它是很窄的，因为激光频率很高，所以原子速度分布的宽度可以做得非常小. 朱棣文小组的第一个实验就达到 $\Delta v=270\,\mu m/s$，相应的温度为 24 pK，最小物质波波包的宽度为 51 μm[35].

他们的实验过程由图 6-25(c)的装置来解释，这实际上就是一台原子喷泉装置(详见第八章)，冷原子团首先由磁光阱(见§7.3)形成，再用光学黏团进一步作亚多普勒冷却，然后用运动光学黏团法(见§8.1)把冷原子团沿 z 方向向上抛，形成“喷泉”. 在运动光学黏团光作用的最后一刻关闭黏团的反抽运光，使原子抽运到$|1\rangle$态，在上抛过程中又用一束抽运光进一步把原子抽运到$|1\rangle$态，这样几乎所有原子都进入到该态. 在这一过程中，不应有显著的加热作用，这对消除速度选择拉曼跃迁信号的本底有重要意义. 当原子团以 250 cm/s 的速度上行到 3 cm 处时，再用一对 x 方向的拉曼跃迁共振光束，使原子转变成$|2\rangle$态. 由于拉曼光束只对在 x 方向上 $v=0$ 的原子起作用，所有转变为$|2\rangle$态的原子都应属于这个速度群. 这群原子的速度分布就由式(6.5.2)决定. 这里，$\Delta\omega$ 与激光频率噪声有关，但因两束激光的频率差 ω_L 通过电光和声光调制器产生，从而可有效压低激光噪声对原子速度分布的影响. 另外，拉曼光束的频率要远离光学跃迁的共振频率(大失谐)，以避免自发辐射引起的增宽，保证整个跃迁是受激拉曼过程.



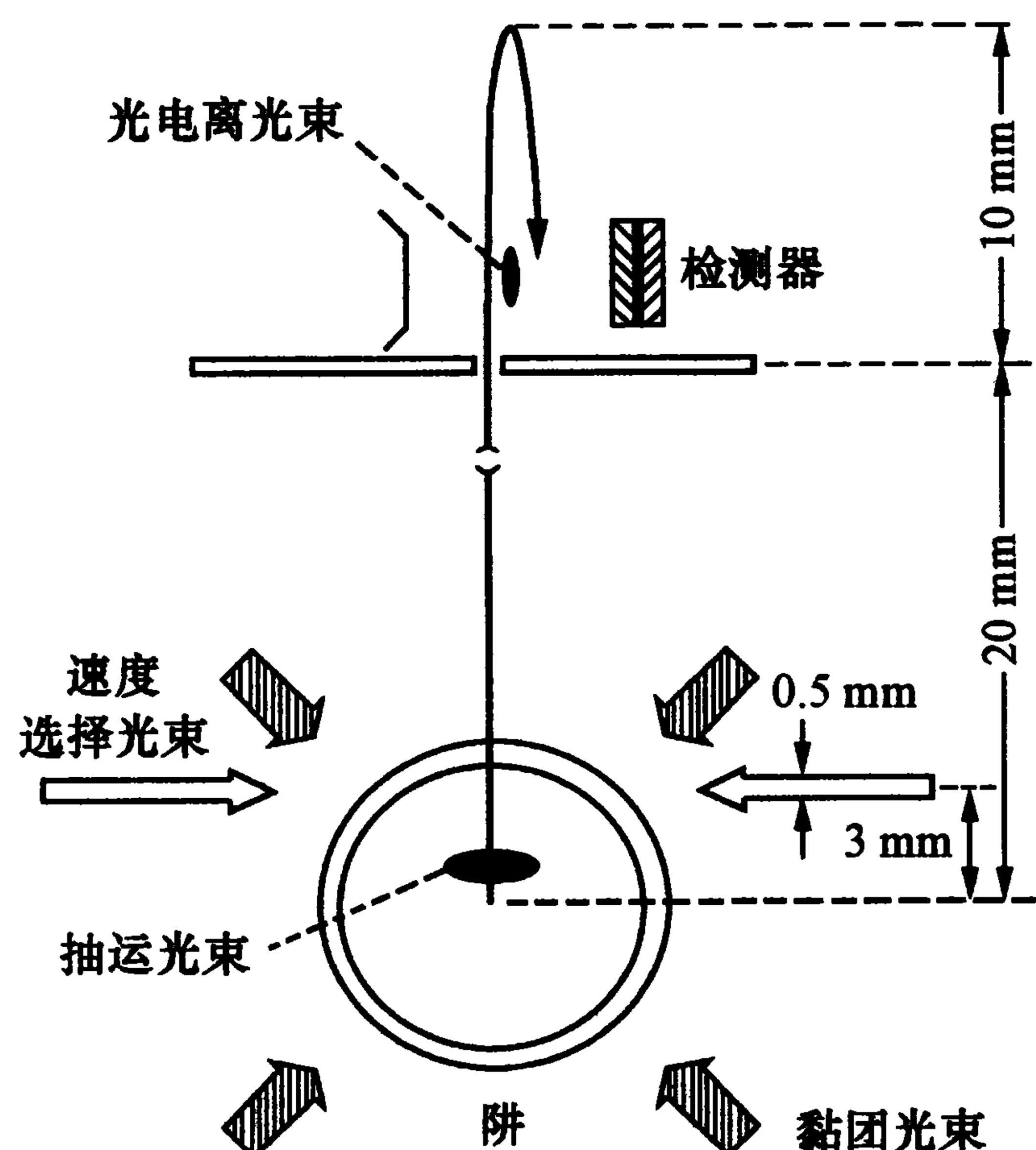


图 6-25 拉曼跃迁速度选择实验

(a) 受激拉曼跃迁能级图；(b) 实验结果；(c) 实验装置.

实验中，|2⟩态原子的横向速度分布是通过测量原子喷泉中原子上抛和下落时的原子横向空间分布得到的. 具体过程是：在离磁光阱中心高约 25 cm 处设置一束沿 y 方向的电离光束，该光束中一束光使钠原子从基态 $F=2$ 能级激发到 $3P_{3/2}$激发态的 $F'=3$ 能级，而另一束强光束又把该激发态原子电离，钠离子在 x 方向的空间分布由微通道板测量. 把上抛过程中的原子横向空间分布与到达喷泉顶点后下落时原子的空间分布进行比较，就可以得到原子速度分布. 图 6-25(b)显示出原子在开始上抛后 140 ms(上

抛)和 370 ms(到达顶点后下落)时的横向空间分布. 比较两者可见，除了信号幅度下降(纵向有较大的速度分布)以外，横向宽度基本没有增加. 由此可得到结论：经过 0.23 s 时间以后，原子横向速度分布的上限为 0.1 cm/s. 考虑到拉曼跃迁有渡越时间增宽 900 Hz，最终的速度分布宽度 $\Delta v = 270\ \mu\text{m/s}$，相应的温度为 24 pK，如上所述.

后来，他们又对这种方法进行了改进，最后得到的速度分布的半值全宽度(full width at half maximum，FWHM)只有 7 μm，相应的温度约只有 4 pK[36].

6.5.2 拉曼冷却

上述方法只是把 $v=0$ 的一群原子选择出来，不能增加冷原子的数量. 不过，我们也可以利用这种方法来收集冷原子，从而起到冷却作用. 朱棣文小组曾提出过一种建议来实现这种冷却，但并没有关于实验结果的报道. 他们的建议是[37]：先用偏振梯度法把光学黏团原子冷却到很低的温度，使原子速度分布达到约 3，4 个光子动量；然后用光抽运把原子抽运到一个基态超精细结构能级；再用上述拉曼速度选择方法把 $v=0$ 的原子选择出来，并设法加以收集，剩下原子的速度分布就在 $v=0$ 附近出现空缺，这很快会被光学黏团冷却作用的动量扩散所填补. 于是，循环往复，如法炮制，使 $v=0$ 的原子被选择出来并加以收集，就可迫使整个原子团几乎都进入拉曼跃迁速度选择极窄的速度分布范围，得到极冷的原子团.

下面所说的采用拉曼跃迁脉冲的方法不仅能使原子有效冷却到低于反冲极限，并能增加冷原子的密度，被一些学者采用并称为拉曼冷却法.

为了说明该方法的原理，我们来看图 6-25(a)[38]. 图中的原子基态有两个能级，在互相对射、频率分别为 ω_{1L}和 ω_{2L}的激光脉冲作用下，若激光频率大体满足式(6.5.1)，且远离光学跃迁共振频率，则|1⟩和|2⟩二能级将由双光子受激拉曼过程耦合起来，而自发辐

射过程可忽略. 理论表明[36],这个过程与有效拉比频率 $\Omega_{\rm eff}=|\Omega_1||\Omega_2|/\Delta$ 有关(这里 Ω_1,Ω_2 分别为两束激光的拉比频率,而 Δ 为失谐). 当两束光频率差 $\omega_{1L}-\omega_{2L}$调到负失谐($\delta<0$)时,有 $\omega_{1L}-\omega_{2L}<\omega_Z$ 或 $\delta=\omega_{1L}-\omega_{2L}-\omega_Z<0$. 因多普勒效应,沿 z 轴负方向(与 ω_{1L}激光方向相对)运动的原子将与激光共振得到反向动量 $2\hbar k$ 而降低速度,同时完成$|1\rangle\to|2\rangle$态的跃迁. 相反,若把两束激光方向反向,则沿 z 轴正向运动的原子可发生拉曼共振跃迁而降低速度. 这个过程也可以这样来理解: $|1\rangle$态原子首先因从正向光束中吸收光子而激发,得到光子动量$\hbar k$;然后因受激发射而跃迁到$|2\rangle$能级,得到反冲动量$\hbar k$. 在此过程中,原子总计得到 $2\hbar k$ 的动量(这里,双光子过程中两个光子的动量的数值差可以忽略),使速度降低. 由于多普勒效应,在负失谐下只有与频率为 ω_{1L}的激光反向运动的原子才有发生这种跃迁的优势. 所以,这种冷却还是依靠多普勒效应;但由于利用双光子过程,其减速效率要比单光子过程大一倍. 对于 $v=0$ 的原子,因为两束激光频率对双光子拉曼跃迁频率的负失谐,自然不会发生这种跃迁.

这样,通过不断改变拉曼激光脉冲的频率、脉冲宽度(激光频谱)和传输方向,我们就可以让除了 $v=0$ 以外的所有原子都从$|1\rangle$态转移到$|2\rangle$态. 不过,在每个拉曼跃迁脉冲以后,我们需要再施加一个将$|2\rangle$态原子过渡到激发态$|3\rangle$的抽运光脉冲,使原子回到$|1\rangle$态,而速度则重新无规分布. 当然,这个光抽运脉冲不应导致原子系统加热. 这样,除 $v=0$ 的原子以外,下一个受激拉曼脉冲又会使部分原子激发. 如此循环往复,就会使几乎所有原子都被冷却到 $v\to0$. 图 6-26 显示出 16 个不同方向、频率和宽度的拉曼光脉冲,它们使不同速度的原子从$|1\rangle$态跃迁到$|2\rangle$态,但对 $v=0$ 的原子则不起作用. 图中虚线表示经过偏振梯度冷却以后光学黏团原子的速度分布曲线. 这种冷却方法使 $v=0$ 的原子处于与激光不相互作用的暗态,所以与速度选择相干布居陷俘的基本道理是一致的.

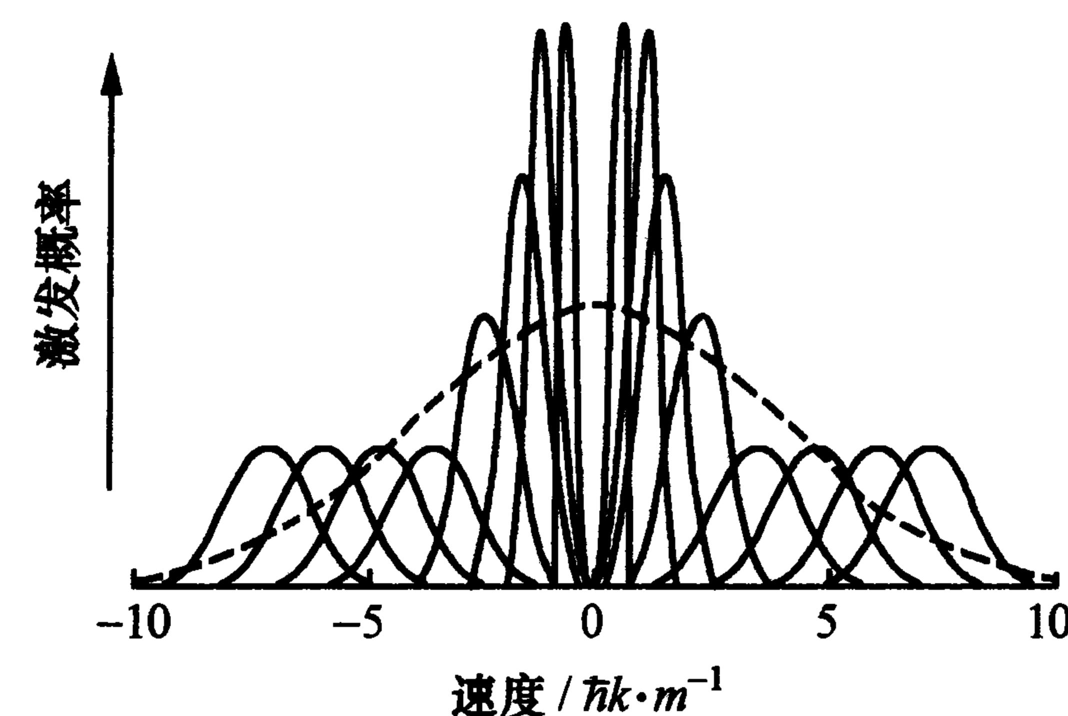


图 6-26 16 个拉曼脉冲对不同速度原子的作用

这种受激拉曼冷却方法与拉曼激光脉冲的形状与宽度有密切关系. 脉冲形状剪裁可使冷却达到最佳化. 图 6-27 显示出方波脉冲和一种称为 Blackman 脉冲包络形状的光脉冲的作用: 前者两翼带有旁瓣,对冷却会产生有害的作用;后者则比较干净,能使一定速度的原子从$|1\rangle$态有效地转移到$|2\rangle$态. 朱棣文小组利用这样 16 个 Blackman 脉冲组成的光脉冲序列,把温度约为 35 μK 的钠原子光学黏团一维冷却到约 100 nK,仅约为反冲极限温度 T_R 的 1/20[38].

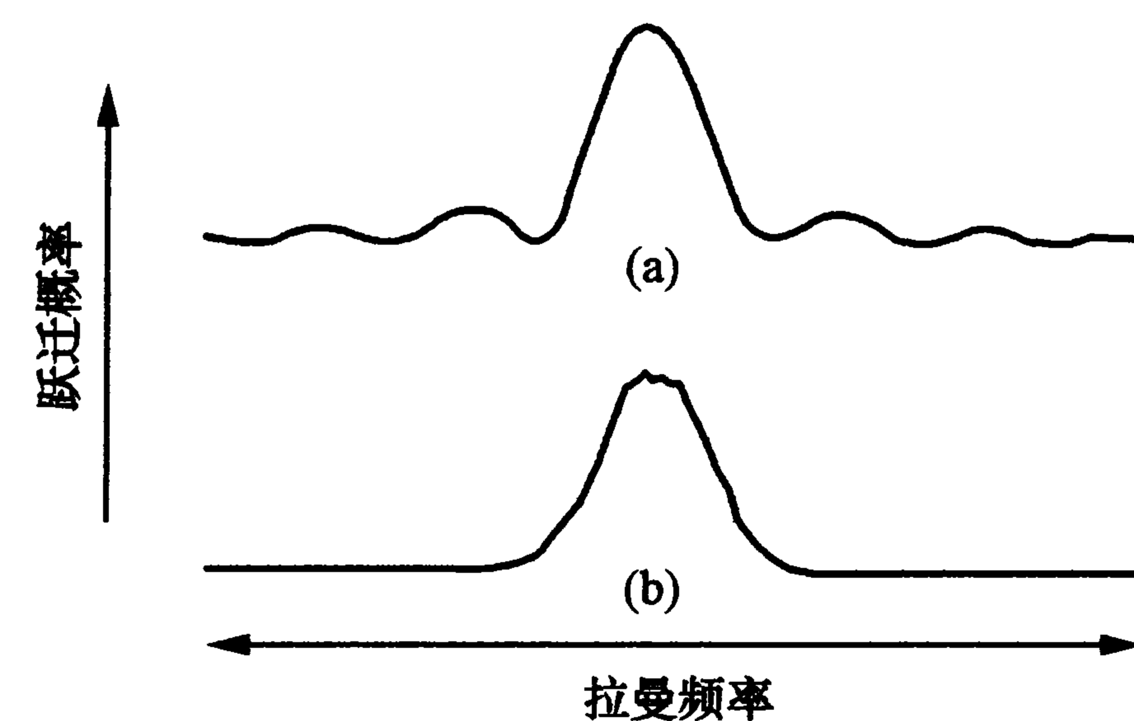


图 6-27 方波(a)和 Blackman 脉冲(b)对跃迁概率的影响

朱棣文小组的实验是这样进行的: 先用偏振梯度冷却把钠原子光学黏团冷却到约 35 μK;再把一束功率约 1 W、频率调谐到与 $F=2\to F'=3$ 跃迁相差约 30 GHz 的激光束等功率地分解为两束拉曼光束,其中一束的频率通过电光调制器调偏约 1.7 GHz,其传

播方向与另一束相对，而两者线偏振的方向互相垂直. 抽运激光则调谐到接近 $F=2\rightarrow F'=2$ 跃迁，方向也不断正、反变换；不过，基本上是与 ω_{1L}光束相接近的(相差 5°). 实验中，一组脉冲序列中头 8 个拉曼脉冲和光抽运脉冲先沿 z 轴正方向传播，使 $v_z<0$ 的原子减速；然后调转光束方向，使另 8 个光脉冲对 $v_z>0$ 的原子减速. 8 个拉曼脉冲的光频率逐个接近共振，而后 4 个脉冲的宽度则逐个加宽，频谱则越来越窄，如图 6-26 所示. 经过几组这样的脉冲序列以后，所有原子都趋向于 $v_z=0$. 冷却原子的速度分布测量则采用下面方法：用另一束速度选择拉曼跃迁激光把基态 $F=1$ 能级的原子跃迁到 $F=2$ 能级，到达 $F=2$ 能级的原子数都与其速度有关；$F=2$ 能级上的原子数则用一束短脉冲光产生 $F=2\rightarrow F'=3$ 跃迁的共振荧光来检测. 对速度选择拉曼激光频率扫描，就可得到冷却原子的速度分布，并由此求得温度.

后来，他们又把拉曼冷却方法推广到了二维和三维[39]，使钠原子的均方根速度以及相应的有效温度分别冷却到：$v_{rms}=1.2\hbar k/m=1.2v_R$ 和 $T_{eff}=1.7\,\mu K$(二维)，$v_{rms}=2.3v_R$ 和 $T_{eff}=4.3\,\mu K$(三维). 实验中，为了避免三维冷却中要不断改变 6 束光的方向这个难题，他们采用同时施加 4 束(二维)或 6 束(三维)光脉冲的方案. 在这一方案中，为了消除两束同频对射光之间的干扰，使用圆偏振方向相反的对射光，即 σ^+-σ^-光组合. 他们的实验的 6 束激光中有一个方向是垂直的，因此难免受到重力场的影响. 此后，他们还在蓝失谐的偶极力光阱(见第七章)实现了拉曼冷却[40]，得到三维冷却温度为 $1.0\,\mu K$，冷原子密度为 $4\times10^{11}/cm^3$. 在冷却过程中没有原子损失.

Cohen-Tannoudji 小组也用 Blackman 脉冲对铯原子进行了拉曼冷却[41]，得到冷却原子的一维均方根速度 $v_{rms}=1.2\,mm/s$(相当于反冲速度的 1/3)；相应的温度为(23 ± 5) nK(仅为反冲极限温度的 1/9). 像在速度选择相干布居陷俘中一样，拉曼冷却也和原子与光的相互作用时间有关，自然也与拉曼脉冲序列和形状有关. 该小组还用 Lévy 统计法对拉曼脉冲序列作了最佳化处理. 他们发现，尽管用方波拉曼脉冲的频谱会产生一系列显著的旁瓣，但还有不少零点(见图 6-27(a))，结果反而更优越. 用类似上述朱棣文小组的拉曼脉冲和光抽运脉冲联合的办法，他们使铯原子一维冷却到低于 3 nK(为反冲极限温度的 1/70)[42].

若将朱棣文小组的二维和三维拉曼冷却结果[39]折算成一维的速度分布，则对二维和三维情况分别应为 $0.85v_{rms}$和 $1.34v_{rms}$，而温度分别为 $0.72T_R$ 和 $1.80T_R$[43](这种折算只是将相关的速度分别除以$\sqrt{2}$和$\sqrt{3}$即可). Boyer 等人用二维拉曼冷却将铯原子团的速度分布降低到 $0.39v_R$，而温度则达 $0.15T_R$[43]. 实验中，他们根据 Lévy 统计法选择了方波作为拉曼冷却光脉冲波形，且脉冲是一对一对地施加的，因此完全避免了朱棣文小组实验中对射光束的干扰问题. 此外，他们的二维实验在水平方向进行，因而不会有重力场的影响.

拉曼冷却还可用于在光格点中进行如同离子阱中那样的边带冷却(sideband cooling)，也得到了好的结果.

在 § 5.4，§ 5.5 中我们着重讨论了亚反冲冷却方法，基本上都是利用使速度 $v=0$ 的原子进入暗态，使之不与光发生吸收作用，而通过与光作用使其他 $v\neq0$ 的原子在动量空间中漂移或扩散到 $v=0$ 而加以收集. 这里真正起冷却作用的仍然是多普勒效应，这是我们需要注意的.

历史上还提出过几种别的亚多普勒冷却方案，但并未都实现. 例如，朱棣文等人提出了交替使用深激光阱和浅的偶极力阱使原子速度接近零的方法[44]；Pritchard 等人则建议用速度选择循环跃迁把阱中原子平动自由度冻结到反冲极限之下[45]；Wallis 等人提出用原子共振频率处光强为零的宽带激光冷却[46]；Molmer 建议的脉冲激光场对长寿命激发态的轻原子实现低于反冲极限的冷却[47]；等等.

§6.6 碱土金属原子的超低温冷却

6.6.1 组间跃迁二级冷却

在4.2.5小节中，我们对碱土金属原子的激光冷却作了一些一般性的讨论；5.3.2小节则具体列出了碱土金属的多普勒冷却极限，它们一般比碱金属要高，在mK数量级. 这是因为这些原子共振跃迁的上能级寿命一般要比碱金属原子短一个数量级左右. 而且，由于多数碱土金属同位素原子的基态是非简并的，也没有超精细结构，偏振梯度冷却、磁感应冷却、速度选择相干布居陷俘和拉曼冷却等亚多普勒冷却方法都不适用. 不过，从2.2.2小节知道，碱土金属原子具有单重态和三重态两组能级，组间跃迁是禁阻的，但仍有很小的跃迁概率；为了实现低于第一级多普勒冷却极限的低温，达到μK数量级，可以采用微弱的单重态与三重态之间的组间禁阻跃迁作第二级冷却[46,48]. 第二级冷却是在第一级$^1S_0$—$^1P_1$共振跃迁激光冷却得到的光学黏团基础上进行的. 这实际上就是在第一级强跃迁多普勒冷却基础上再加一个弱跃迁第二级冷却，是两级多普勒冷却，有关多普勒冷却的概念都适用. 因此，本节命名不是“亚多普勒冷却”，而是“超低温冷却”，以示其冷却机制与非多普勒冷却的亚多普勒冷却的区别. 但是，和碱金属原子冷却相比，也有一些特殊性. 这里着重对此作些说明.

表4-2的下部分已经给出镁、钙、锶三种碱土金属和镱的第二级冷却所用的组间跃迁谱线的波长以及相关的多普勒冷却的参数（包括每次吸收发射元动作所引起的速度变化量、极限速率等），相应的能级图见图2-8. 从图可见，不同碱土金属原子的能级结构有些差别：对铍和镁原子，$^1S_0$和$^1P_1$能级之间没有任何其他能级，此二能级构成循环跃迁，第一级冷却十分单纯；而对钙、锶和钡原子，$^1S_0$和$^1P_1$能级之间还夹杂着其他能级（对钙、锶为^1D和^3D能级；对钡则还有^3P能级）. 这种情况使一级多普勒冷却作用复杂化，因为原子被第一级共振光激发后可能回到这些中间能级，从而终止冷却过程. 这个问题的严重程度决定于从^1P态过渡到$^1S_0$，^1D及^3D态的跃迁概率分支比. 对钙，这个问题还不算太严重，因为原子到达$^1S_0$和^1D态的比例为$1.14\times10^5:1$，原子在到达D态前可以散射多达10^5个光子，所以，只用一级冷却还能收到显著的冷却效果[48]. 这就是4.2.5小节中叙述的钙原子冷却结果，但还有约1/3的原子损失了. 第二级冷却是利用$^1S_0$—$^3P_1$跃迁进行的. 从表4-2中还可看到，对镁和钙原子，$^3P_1$能级的自发辐射率很低，寿命很长（Γ_2分别为4.3×10^2/s和2.6×10^3/s；相应地，上能级寿命分别为2.32 ms和0.39 ms）. 这当然有助于得到较低的冷却温度. 由表可见，二级冷却的极限速率要远小于一级多普勒冷却的极限速率，甚至可能小于反冲速率；但同时，因散射力和自发辐射率成正比，原子的冷却效率极低. 这种情况下，冷却力与重力差不多，甚至更小，重力场的影响很大，对原子的陷俘很不利. 而且，由于能级寿命长，在第二级冷却跃迁吸收-发射光子每一个元动作的时间内，镁与钙原子的运动距离分别可达到接近10 cm和1 cm. 因此，只有原子团的体积足够大，才能有效冷却[48]. 这些当然都是冷却中要考虑的问题，所以要有效实现二级冷却，还必须采取一些特殊办法，下面我们将加以介绍.

先说锶. 因它的$^3P_1$能级的自发辐射率不算太小，可直接进行二级多普勒冷却，并且已有了一些实验结果，这里作点说明.

图6-28描述了锶原子冷却的相关能级以及跃迁波长与跃迁速率. $5s^2\ ^1S_0$—$5s5p\ ^1P_1$跃迁作为第一级冷却跃迁，其波长为461 nm，自发辐射率$\Gamma_1=2.0\times10^8$/s，相当于共振线宽约为32 MHz，多普勒冷却极限为107.58 μK，基本上与碱金属原子相同. 因此，一级多普勒冷却是很有效的. 为了达到进一步冷却的效果，可以采用第二级冷却. 所用跃迁为$^1S_0$—$5s5p\ ^3P_1$，其波长为689 nm，该跃迁自发辐射率仅为4.7×10^4/s，相应的线宽约为

7.5 kHz. 这个数值虽然比较小，但还足以使原子有效冷却. 由于冷却线宽比光子反冲动量引起的频移 $\nu_{rec}=10$ kHz 还小，因此可以得到低于锶原子反冲温度 $T_R=1.025\ \mu$K 的冷却结果. 而且，此冷却力刚可抵消重力场的作用，这对实验操作是很有利的. 正是这个特殊原因，到目前为止，直接利用二级冷却技术的碱土金属原子还只有锶原子这一种[49~51].

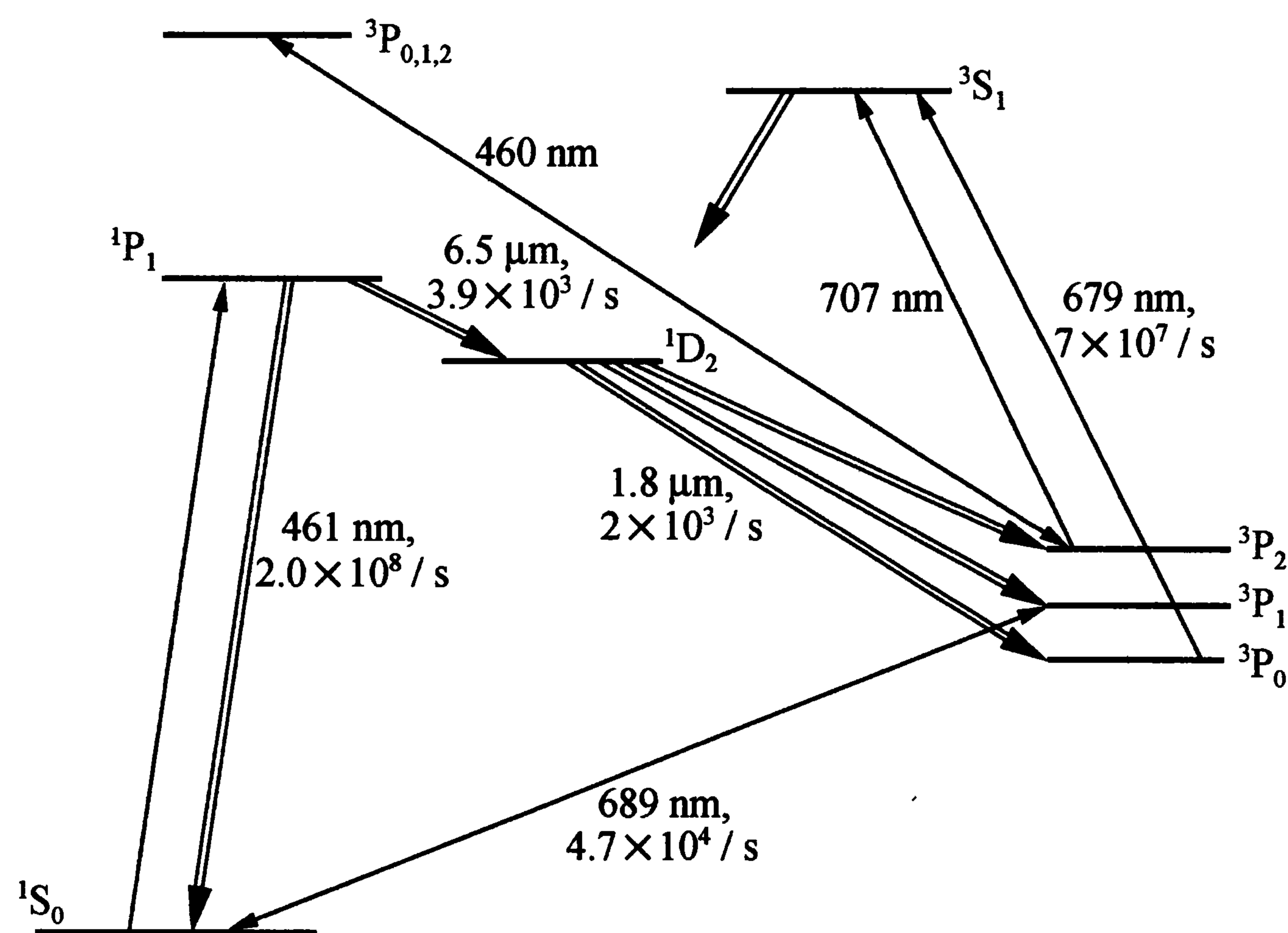


图 6-28 锶原子冷却的相关能级与跃迁波长及自发辐射率 Γ_2

由于第二级冷却跃迁的线宽小于原子反冲频移，原子与光子作用一次就会跑出单色激光作用共振范围之外. 这样，那些把原子与光的相互作用看成是原子在光子海洋中作布朗运动的光学黏团理论就不适用，激光冷却极限需要用全量子理论来从新定义[46,52]. 在宽谱线激光冷却情况下，冷却极限速度和温度可用 $\hbar\Gamma_2$ 来表征(它们远低于反冲极限)，其物理本质类似于原子束的激光减速，不断改变的激光频率使不断减小多普勒频移的原子一直与激光共振，从而把原子速度降低到反冲速度之内.

这里介绍一些实验结果. 美国 Hall 小组的实验是这样进行的[49]：首先，他们利用 6 束 σ^+-σ^- 偏振、波长为 461 nm、负失谐为 56 MHz 的共振光在 80 G/cm 的磁场梯度中形成磁光阱(见 §7.3)，从气室中俘获并冷却原子. 这就同时实现了第一级 $5s^2\,{}^1S_0$—$5s5p\,{}^1P_1$ 跃迁冷却，温度达到 5 mK. 为防止部分原子以 $5s4d\,{}^1D_2$ 能级为跳板，漏到 $5s5p\,{}^3P_2$ 和 ${}^3P_0$ 能级上去，另加两束波长分别为 679 nm 和 707 nm 的反抽运光，使原子从这两个能级激发到 $5s5p\,{}^3S_1$ 能级，并从该能级回到基态. 这种方法可使 10^8 个原子被磁光阱俘获，原子密度达到 $10^{10}/\text{cm}^3$. 在第一级磁光阱工作 8 ms 后，关闭波长为 461 nm 的冷却光磁光阱磁场，经约 100 μs 的时延使磁场完全消退，再加上不到 3 ms 的第二级冷却光脉冲(其波长为 689 nm)，调谐到低于 ${}^1S_0$—${}^3P_1$ 跃迁共振频率(约 60 kHz). 该光只是一维的对射束，所以他们实现了一维的二级冷却. 冷原子用同频率的扫频激光进行 50 μs 荧光检测，得到的荧光全线宽为 54 kHz，相应温度为 2.7 μK，一维均方根速度为 1.6 cm/s，仅为锶原子反冲速度($v_R=0.64$ cm/s)的 2.5 倍. 根据全量子理论[52]，在最佳失谐情况下，对单色激光冷却，在最低温度时，线宽应为锶原子反冲频移的 2.2 倍(即 22 kHz). 当单色激光频率调到最佳失谐($\delta=-22$ kHz)时，得到冷却速度约 0.9 cm/s，为反冲速度的 1.4 倍. 实验中，461 nm 的蓝激光由钛蓝宝石激光倍频产生，而第二级冷却的 689 nm 激光则由外腔半导体激光器产生，其频率锁定在由 Zerodur①制成的高 Q 参考腔上. 这个装置非常讲究，激光器和腔都位于严格隔振的消声"静室"中，Zerodur 腔间隔器悬挂在高真空室内，其温度稳定控制在(−1～1) mK 之内，以得到稳定度极高的激光频率. 实验还发现激光饱和功率对结果有影响.

日本 Katori 小组[50]则先用波长为 461 nm、负失谐为 70 MHz 的激光对从锶炉(炉温为 400～500 ℃)喷出的原子束进行减速；再注入磁光阱，作一级预冷. 磁光阱寿命约为 20 ms，它决定于 ${}^1S_0$—${}^1P_1$ 冷却跃迁上能级原子通过 ${}^1D_2$ 能级而被抽运到 ${}^3P_2$ 亚稳能级的

① 一种热膨胀系数极小的特殊的微晶玻璃材料.

损失概率；然后把激光频率转换到波长为 689 nm 的组间跃迁 $^1S_0$—$^3P_1$ 的共振频率(磁场却不关断)，形成第二级冷却的红光磁光阱. 第一级冷却为蓝光磁光阱，它由芪-3 染料激光产生. 而 689 nm 的第二级冷却激光则由外腔半导体激光器产生，频率锁定在高细度参考腔上. 该激光器的输出光用来对另一个较大功率(10 mW)的激光二极管的频率进行注入锁定. 他们的实验过程比较复杂，在进行第一级冷却 90 ms 后，再用宽带激光进行第二级冷却. 该激光负失谐于 $^1S_0$—$^3P_1$ 跃迁共振频率约 1.6 MHz，并用 50 kHz 正弦波调制，最大频移 1.5 MHz，即调制指数为 30. 这种方法可得到很多调制边带，实现宽带激光，使原子可在很大的多普勒频移范围内实现二级冷却. 经过这样的冷却后，他们用飞行时间法对重力场中下落的原子团进行速度分布测量，探测激光频率调在 $^1S_0$—$^1P_1$ 跃迁上，从原子数分布与探测光频率的关系曲线得到原子团的温度. 在低激光功率下，他们得到锶原子三维冷却的最低温度为 400 nK，原子密度达到 $10^{12}/cm^3$. 他们实验装置的详细报道见文献[51]. 用这种方法，他们后来还实现了一维光格点[53]，测得 ^{88}Sr 原子 $5s5p\,^3P_2$ 能级的寿命为 $\left[520\pm\begin{pmatrix}130\\140\end{pmatrix}\right]$ s[54]；同样地，他们还曾冷却了锶原子的另一种同位素 ^{87}Sr[55~57].

除了锶原子以外，镱原子也实现了组间跃迁冷却(镱原子能级见图 4-17). 实验利用 399 nm 的 $^1S_0$—$^1P_1$ 共振跃迁光作激光冷却，使镱原子束在塞曼减速器中减速后注入到由该光形成的磁光阱中. 由于中间能级泄漏，磁光阱原子数只有 10^6 数量级[58]. 然而，若把上述激光减速后的原子注入到由 555.6 nm 的 $^1S_0$—$^3P_1$ 组间跃迁光组成的磁光阱冷却，则由于该跃迁没有中间分支能级，尽管跃迁概率较小，却因没有原子损失而仍保持较高的冷却效率；而且由于该跃迁的线宽很窄，冷却的多普勒极限很低，能够得到很低的冷却温度. 实验[59]对镱原子 7 种同位素中的 6 种实现了超低温冷却，冷却温度约为 20 μK(被冷却的原子分别是 ^{170}Yb，^{171}Yb，^{172}Yb，

^{173}Yb，^{174}Yb 和 ^{176}Yb，^{178}Yb 因同位素丰度很低而未能被囚禁)，陷俘原子数达 10^8，密度达 $10^{11}/cm^3$. 与二级冷却不同，这里组间跃迁冷却实际上是一种独立的直接冷却.

这里还介绍另一种二级冷却的机制，它并不利用与基态有关的组间跃迁. 实验是在钙原子中实现的[60]. 从图 6-29 可见，从钙原子共振上能级 $^1P_1$ 到基态中间还有 $^1D_2$ 和 $^3P_{0,1,2}$ 等四个能级. 在以 $^1S_0$—$^1P_1$ 跃迁构成的磁光阱中，大约有 78% 的原子直接经 $^1D_2$ 态或间接通过 $^3P_1$ 回到基态，其他约 22% 的原子则从磁光阱中消失，停留在寿命长达 118 min 的亚稳能级 $^3P_2$ 上. Grünert 等人又利用 1.98 μm 的激光把原子从该亚稳能级激发到 $^3D_3$ 能级，在同一梯度磁场中形成磁光阱，并实现第二级冷却. 实验先用 423 nm 光对原子束进行塞曼减速和磁光阱囚禁，得到约 2 mK 的低温(在这一稍高于该级冷却极限 $T_{min}=0.8$ mK 的过程中，1978 nm 的 $^3P_2$—$^3D_3$ 跃迁光始终存在)；经过 250 ms 后，约有 3×10^8 个更低温的钙原子被囚禁在 $^3P_2$ 能级；然后用 430 nm 光通过 $^3P_2$ 能级把这些原子抽运到 $^3P_1$ 能级，并回到基态. 这样，他们得到了约 3×10^8 个基态原子，温度低于 20 μK.

本小节最后，我们附带介绍一种叫"麦克斯韦妖"(Maxwell's demon)的冷却方法，它体现了一种巧妙的想法. 这种方法的实质与相干布居陷俘类似，就是把 $v=0$ 的原子从原子群中分离出来，加以积累，而 $v\neq0$ 的原子重新参与热平衡分布，再次产生 $v\to0$ 的原子并分离积累. 这样循环往复，一次次把 $v=0$ 的原子分离提取积累，最后就可把几乎所有原子都冷却到接近零的温度. 这里利用的是，原子系统会在每次丢失零速原子后自动调整，重新建立麦克斯韦速度分布，产生新的零速原子，所以这种方法叫做"麦克斯韦妖". 实验是用钙原子进行的. 他们先用 423 nm 激光把原子囚禁到磁光阱中(其典型温度约为 3 mK，相应于均方根速度约为 1 m/s)；然后关闭 MOT，用波长为 657 nm、调谐速度最慢的原子到 $^1S_0$—$^3P_1(m=0)$ 组间跃迁的脉冲激光激发. 由于该跃迁的自然

线宽小于 400 Hz,相应的多普勒频移的速度范围仅为 0.2 mm/s. 实际有效速度范围则决定于光脉冲宽度,因为它给定了激光的有效频谱. 脉冲越宽,频谱越窄,起作用的原子数也越少. 调节脉冲宽度可以控制参与作用的原子群的速度范围,这样就可以选择无限接近零的速度. 为了使零速原子有效积累,而不致被后来的光脉冲作用又返回基态,实验中用 430 nm 线偏振光通过 $4s4p\,^3P_1$—$4p^2\,^3P_0$ 跃迁(图 6-29),把$^3P_1$,$m=0$(图中未标出 $m=0,\pm1$ 能级)能级上的原子抽运到$^3P_1$,$m=\pm1$ 态. 在磁场中,由于远离共振,该两态原子是稳定的,不会被 657 nm 脉冲光带回到基态. 这样,$v=0$ 的原子就被积累起来. 平均说来,原子经过 1.5 次以上这样的吸收过程,就会被抽运到$^3P_1$,$m=\pm1$ 能级. 然后重新打开磁光阱光,基态原子再次达到热平衡,产生新的 $v\to0$ 的原子. 如此重复进行,就可在$^3P_1$,$m=\pm1$ 能级上有大量的慢速原子积累,实现有效冷却. 实验从 10 μs 的 657 nm 速度选择脉冲开始,继以 1～5 μs 的 430 nm 抽运脉冲,然后施加 5～10 μs 的 423 nm 光学黏团脉冲,使原子重

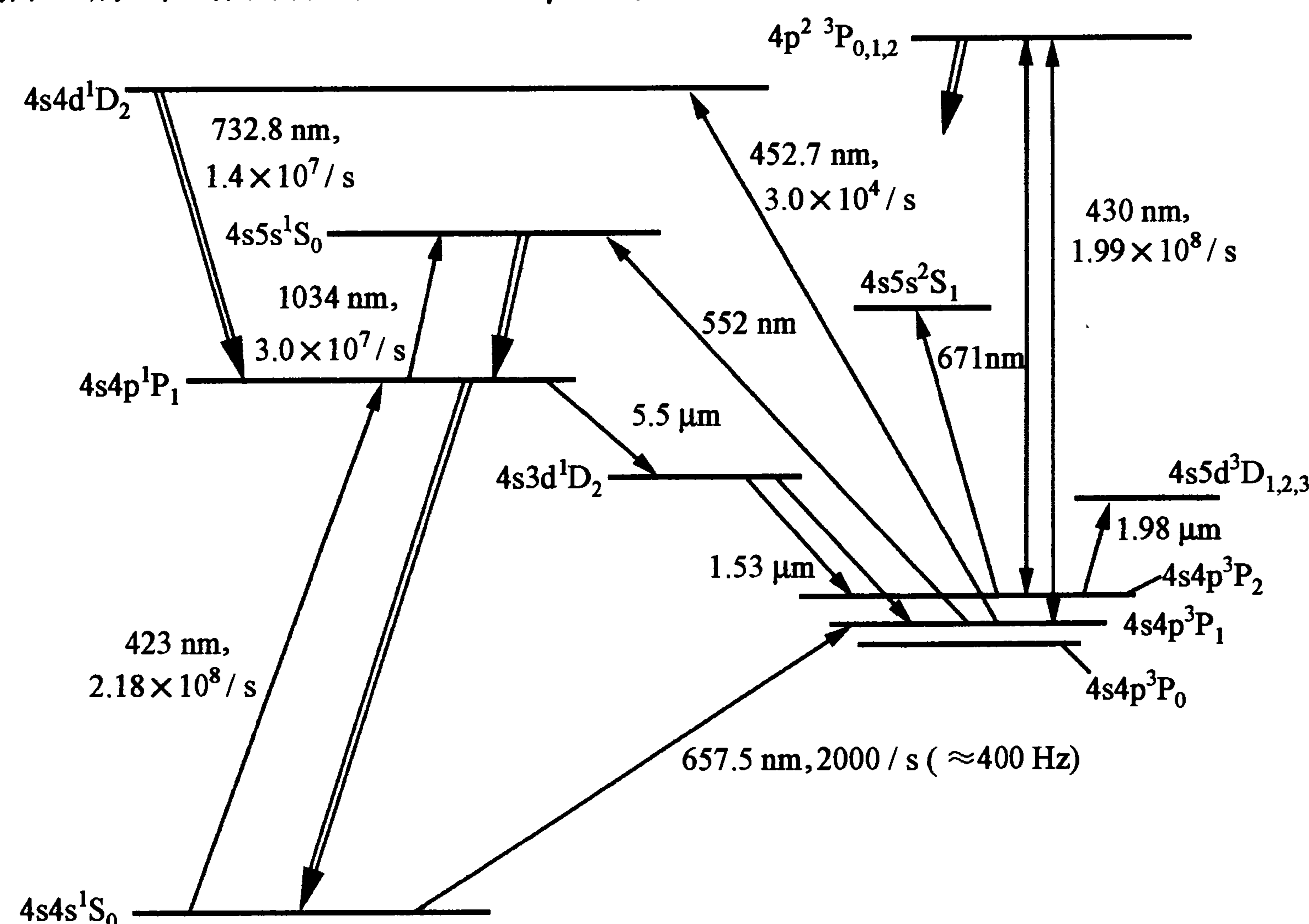


图 6-29 钙原子冷却的相关能级示意图

新达到热平衡,从而结束一次"麦克斯韦妖"的冷却循环. 实验中的重复次数为 10～20,用 657 nm 组间跃迁荧光探测原子的速度分布,得到一维全线宽为 150 kHz(此宽度由 10 μs 的激发脉冲、430 nm 和 657 nm 的荧光反冲引起),相应的速度宽度为 10 cm/s. 实验中,大约有 5%的原子有效转移到零速度附近,温度低于 10 μK.

6.6.2 用猝灭法实现组间跃迁的二级冷却

为了实现对镁、钙等具有长寿命上能级原子的二级冷却,这里介绍一种比较有效的猝灭(quenching)冷却方法. 该方法首先是用于离子阱中离子的边带冷却的[62,63].

猝灭法实质上是通过猝灭激光把长寿命的第二级冷却跃迁上能级的原子抽运到短寿命的中间能级上,再通过它迅速过渡到基态. 这样,就使该上能级与基态形成一对等效的具有较短吸收-发射周期的二能级系统;并且其能级寿命(谱线宽度)可以调节,以取得最佳的冷却效果. 从另一观点看,这是通过激光使上能级与其他短寿命能级混杂,从而人为地加大了它的宽度,使禁阻跃迁的跃迁概率增大. 为了叙述清楚起见,我们以已有较多实验结果的钙原子为例,来对猝灭冷却方法加以说明.

图 2-7 和 2-8 已大体描绘了钙原子的能级;图 6-29 再对相关能级作更详细的介绍,以具体说明猝灭冷却方法,图中标出了相应跃迁的波长和跃迁速率(自发辐射率). 由图可见,用于第二级冷却的组间跃迁 4^1S_0—4^3P_1 的激发光波长为 657.5 nm,而上能级寿命为 0.5 ms(文献中的数据不统一),相应的线宽仅为 $\Gamma_2/2\pi=318$ Hz. 为了缩短它的寿命,可以采用 452.7 nm 波长的光把它激发到 4^1D_2 能级,该能级到第一级冷却的共振能级 $^1P_1$ 的跃迁速率为 1.4×10^7/s;或者采用 552 nm 波长的光把它激发到 $4s5s\,^1S_0$ 能级,该能级到第一级共振能级的跃迁速率为 3.0×10^7/s. 这样,如果猝灭激光的光强足够,实际可使$^3P_1$ 能级的有效寿命缩短 2～3 个数量级,从而提高第二级冷却的效率. 德国的两个小组合作采用

了前一种方案[64]；而美国 NIST 小组则采用了后一种冷却方案[65].

德国小组采用了 452.7 nm 的猝灭光方案，使亚稳态$^3P_1$上的原子激发到$^1D_2$能级. 这个能级先以 1.4×10^7/s 的跃迁速率发出 733 nm 的荧光落到$^1P_1$能级，然后以 2.18×10^8/s 的速率很快回到基态$^1S_0$. 实验中，他们先用 423 nm 宽谱共振光形成的磁光阱把钙原子捕获，并冷却到均方根速度 $v_{rms}\approx0.7$ m/s；随即关闭 423 nm 激光，在 100 μs 时间内把磁光阱磁场梯度从 60 G/cm 降到 0.3 G/cm；然后同时打开第二级冷却的 657 nm 激光与 453 nm 的猝灭光. 657 nm 光与 423 nm 的第一级磁光阱冷却光共束；横向猝灭光与其他冷却光有一定角度(22.5°)，纵向则与其他冷却光并行. 经过一段时间冷却后，关闭 657 nm 冷却光，而保留猝灭光；0.5～1 ms 后，绝大多数原子都被转移到基态，再进行速度分布的测量，这样可以减小本底. 原子速度分布则用 657 nm 激光激发的荧光通过多普勒频移方法测量. 由于上能级寿命长，线宽窄，原子速度又很低，这种直接测量的方法也能取得很高的测量精密度. 图 6-30 显示了猝灭冷却后原子的速度分布. 图中曲线 I 是仅由第一级宽谱光冷却后的速度分布，可见其均方根速度多普勒宽度为 71 cm/s，相应的温度为 2.4 mK. 经过 25 ms 猝灭冷却后，速度分布宽度降到 4.3 cm/s，温度为 9 μK(曲线 Ⅱ). 比较两条曲线下的面积可以得出，约有 12%的原子得到有效冷却. 图 6-31 显示出冷却与作用时间有关，随着时间增长，原子的均方根速度下降. 在 100 ms 冷却作用后，得到的温度为(5.6±0.4) μK；相应地，$v_{rms}=3.4$ cm/s. 图中左边的纵轴表示均方根速度与反冲速率之比. 在二级猝灭冷却中，原子受到几个光子的几次反冲作用，即吸收一个 453 nm 猝灭光子和发射两个波长分别为 733 nm 和 423 nm 的荧光光子，故有效反冲速率应是先求三个反冲速率的平方和再开方，即

$$[(2.2\,\text{m/s})^2+(1.35\,\text{m/s})^2+(2.4\,\text{m/s})^2]^{1/2}=3.5\,\text{cm/s}.$$

冷却原子数也随着冷却时间而减少.

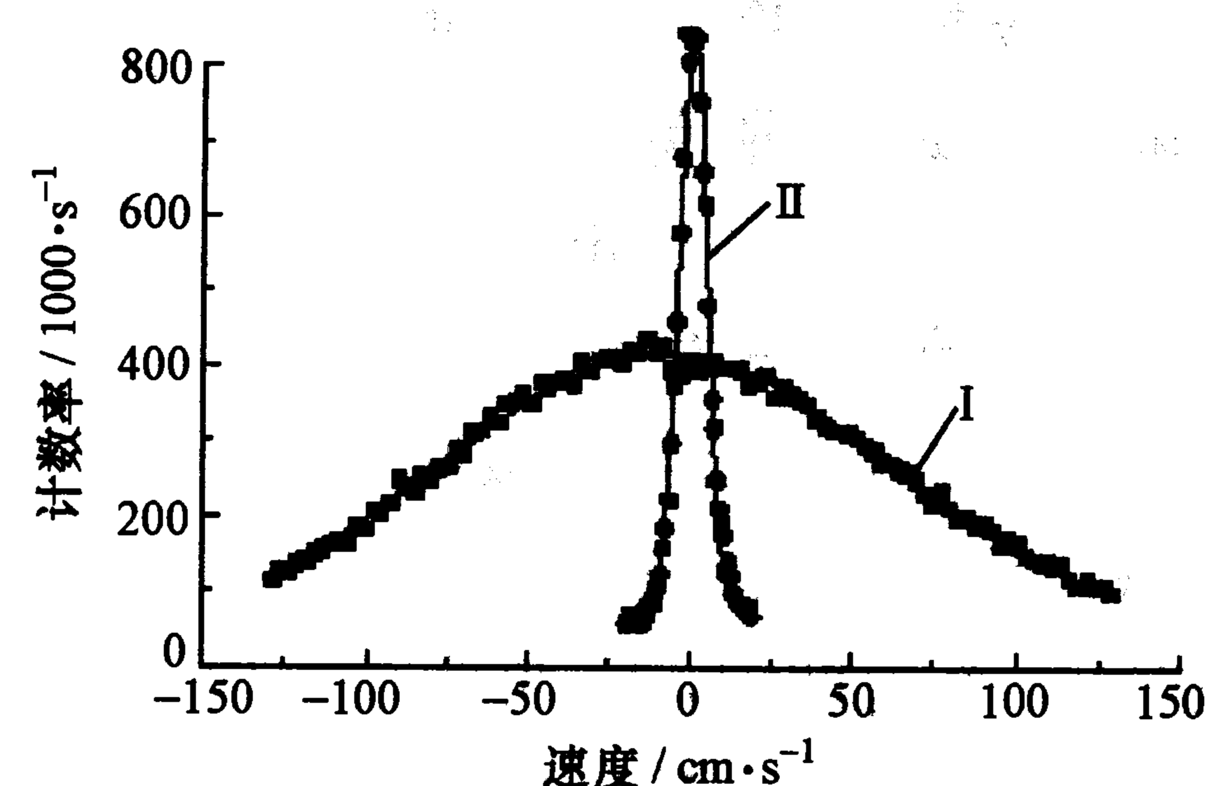


图 6-30 猝灭冷却后钙原子的速度分布

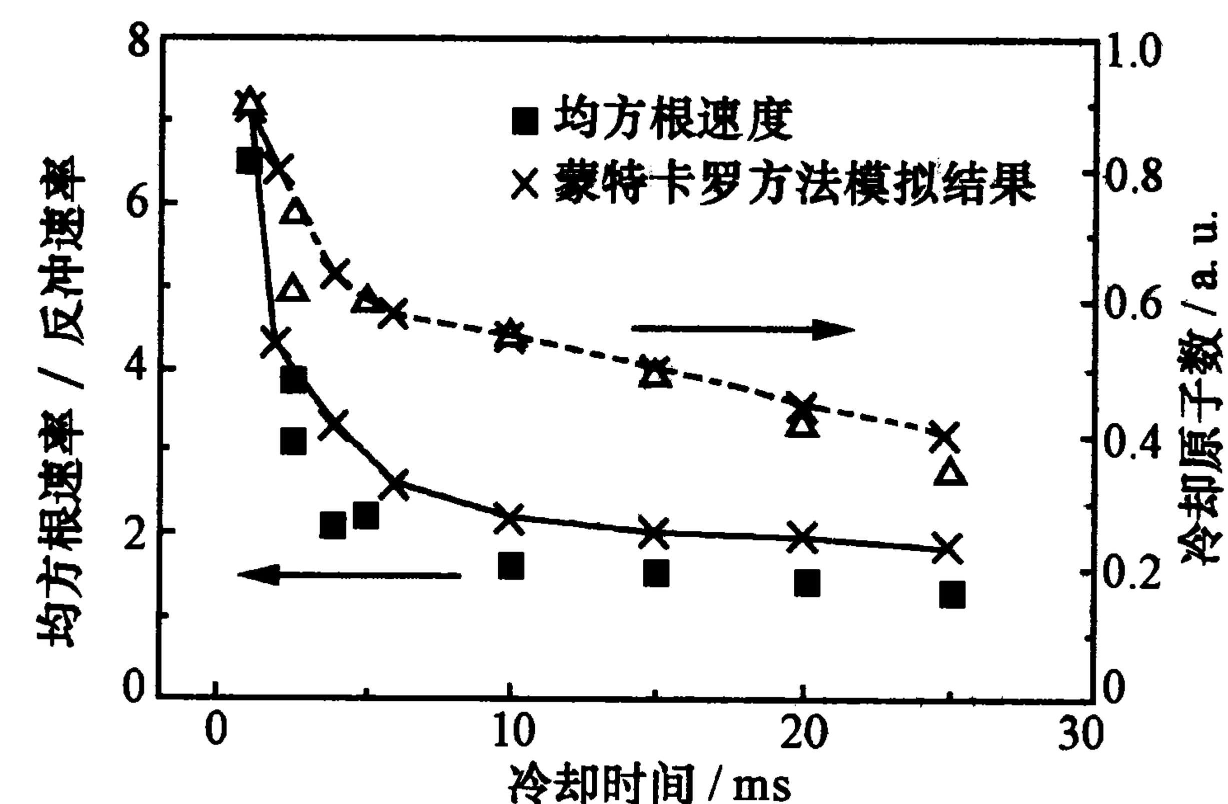


图 6-31 原子数和均方根速度与冷却时间的关系

美国 NIST 小组则充分利用窄线宽冷却跃迁的速度选择特性，采用类似于拉曼冷却中的脉冲方法，具体实施见图 6-32. 首先用 423 nm 的负失谐一级冷却光在 7 ms 内把约 10^7 个原子从钙原子束装载到磁光阱中. 此时，原子温度约为 2 mK(相应的均方根速率为 $v_{rms}\approx0.6$ m/s)，仅比一级多普勒冷却极限 0.8 mK 稍高. 然后用稍有红失谐的 657 nm 的组间跃迁脉冲激光对一组给定速度的原子进行第二级冷却. 因为这个跃迁线宽很窄(小于 400 Hz)，可以调节光脉冲频率和宽度来控制激发原子的速度及其宽度. 如图 6-32 所示，二级冷却光是沿着正反方向成对施加的，使反方向

速度的原子也得以冷却. 实验中,红脉冲光持续时间为 2.5 μs,正、反方向脉冲间隔为 2 μs. 为避免基态能级光位移,此时将 423 nm 蓝冷却光关闭. 此后,再用与 657 nm 红光平行的 553 nm 绿脉冲光使 $^3P_1$ 上的原子布居猝灭,激发到 5s $^1S_0$ 能级上,并通过两级跃迁迅速回到基态. 因为这猝灭光与二级减速光平行,所以它除了使 $^3P_1$ 能级的原子衰减以外,还起到一点附加的多普勒减速作用. 如此重复进行,在每一个周期中,正、负两个方向上使原子受到两个光子(657 nm 红光和 553 nm 绿光)的作用而减速. 改变冷却光频率,多次重复上述步骤(后一对红光脉冲的方向与前一对脉冲相反,见图 6-32),就可以使原子速度都接近零,而被抽运走的概率极低. 像在拉曼冷却中一样,最终决定原子温度的是光作用时间和脉冲的组态. 实验中,由于 553 nm 绿光的强度不够,而采用驻波光,以增强光强,缩短猝灭时间. 这样,当然就会失去通过吸收猝灭光子而产生的附加的多普勒减速作用;但比起因光强不足而导致猝灭效应的降低来,这还是合算的. 实验重复 8～20 次,在最后一次红光冷却脉冲以后,先用 100～150 μs 的 553 nm 绿光脉冲使 $^3P_1$ 能级腾空,然后测量原子的速度分布.

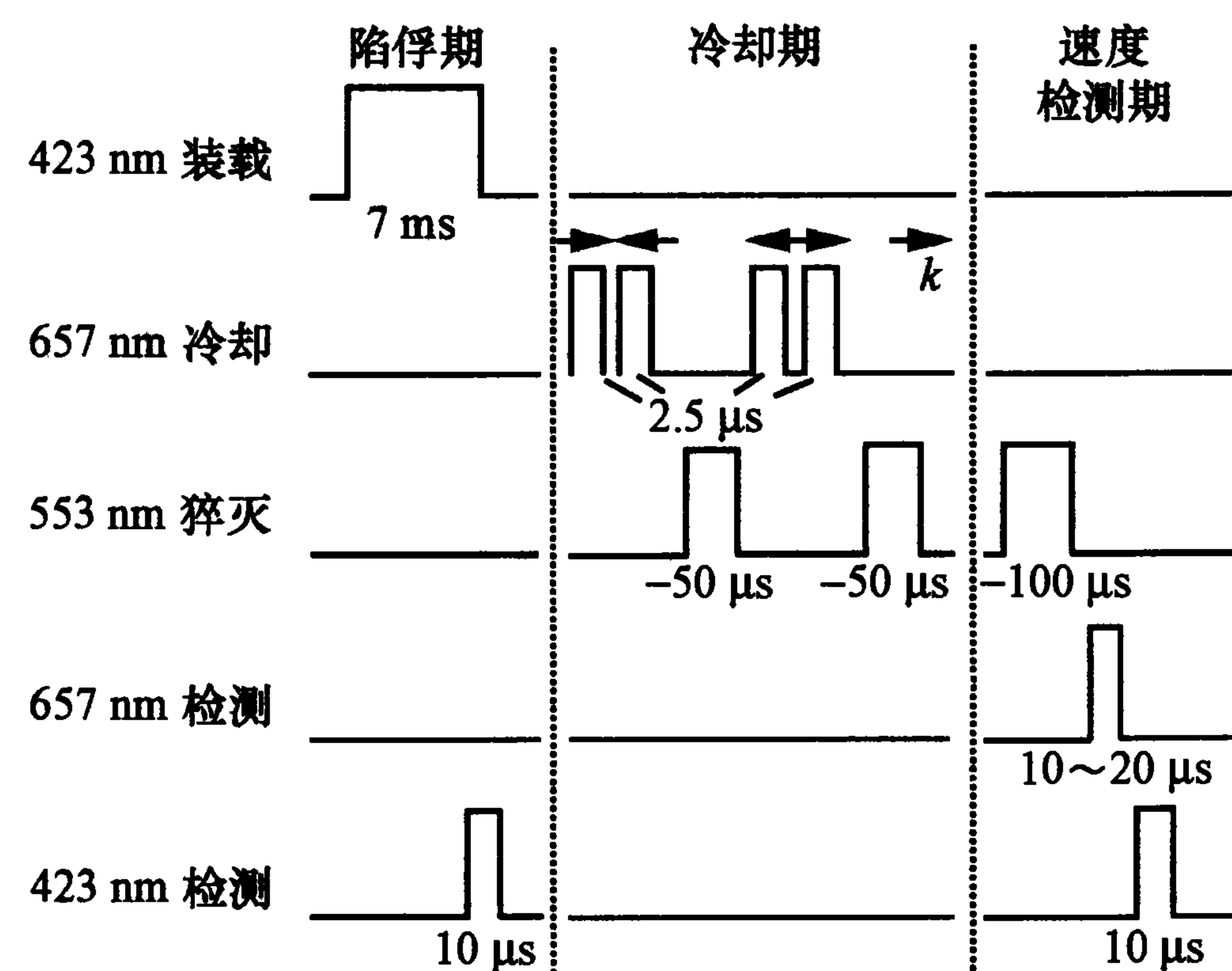


图 6-32 NIST 小组猝灭冷却法实验方案的激光时序

原子速度分布是通过多普勒测速法用一束单独的 657 nm 红光脉冲来检测的,脉冲宽度为 10 μs 或 20 μs,视所要的谱线分辨率而变. 当连续重复冷却步骤时,对取样探测脉冲光频率缓慢扫描,通过整个原子速度范围;大体经过 60 次扫描,在 0.5 s 时间内取平均即得到实验结果. 用红光跃迁的荧光来探测速度分布的好处是线宽窄,测量分辨率高;缺点是信号弱. 为了提高信噪比,他们采用了一种特殊的搁置检测法(shelving detection scheme)来代替荧光检测[66]. 这种方法的实质是用强跃迁来检测由弱跃迁引起的能级布居数的变化. 弱跃迁会使某些原子"搁置"到该跃迁上能级,从而造成基态原子数的减少;用强跃迁分别探测经过一段时间弱跃迁前后基态原子数的变化,就可得到弱跃迁的概率,也就是在一定频率的红探测光作用下得以激发的相对原子数. 通过多普勒频移,这个数值随红探测光频率的变化就代表原子的速度分布. 美国 NIST 小组的实验具体是这样进行的:在用 657 nm 红光脉冲激发弱跃迁前后,分别用两个 423 nm 的检测光脉冲来检测红光作用前后荧光强度的变化. 这就是用强蓝荧光检测来代替弱的红荧光检测,从而可提高信号强度. 不仅如此,这种方法检测的是两个蓝光脉冲引起的荧光强度之比,归一化以后还可减少每次脉冲序列原子数涨落产生的影响,实验结果更好. 实验用 15 次红光脉冲的冷却循环进行冷却,使速度分布在 30 cm/s 范围内的原子都被压缩到 $v_{rms}=6$ cm/s 的中央峰中. 这个速度相当于 657 nm 光子反冲速度的 4 倍,一维温度约为 17 μK;约有 15%原子被转移到 $^3P_1$ 能级. 延长冷却脉冲宽度,增加探测分辨率后,还可得到 $v_{rms}=2.8$ cm/s,仅为 657 nm 光子反冲速度的 2 倍,相应的温度低于 4 μK.

后来,他们将此方法应用于三维冷却[67]. 他们用做猝灭的激光是 553 nm 绿光(而不用 453 nm 蓝光),其好处是可以得到更强的染料激光,而且染料使用寿命更长. 用这种脉冲冷却方法,他们得到钙原子三维冷却温度约为 10 μK. 这种冷原子可被用做光钟的工作物质.

在此基础上，他们又用三级冷却使钙原子一维冷却达到 300 nK[67]，其方法是在一级蓝光和二级红、绿光冷却的基础上，再加上一系列红光冷却脉冲和绿光猝灭脉冲，使原子速度趋近于零. 由于这里猝灭冷却方形脉冲的宽度远小于激发态寿命，原则上只有该脉冲的傅里叶频率成分才有冷却作用. 把红失谐光脉冲频谱 $(\sin x/x)^2$ 的中央第一个零点设在零速度上，则光脉冲就对零速原子不起作用，这些原子就成为暗态，并在该速度上积累起来. 这样，不断变化方形冷却光脉冲的方向、频率和脉冲宽度(相当于调节频谱宽度)，就可使原子的速度逐渐接近零. 他们使钙原子一维冷却到约 300 nK.

猝灭冷却法曾被试图用于镁原子，但至今还只有理论计算. 计算表明，猝灭冷却的效果与所选冷却跃迁的参量和激光功率有密切关系. 在第一级预冷效率达到 40%、温度为 2 mK 的情况下，适当选择实验参数，可使三维猝灭冷却的最终温度达到 9 μK.

激光冷却原子的一个基本问题是冷却效率与冷却温度的矛盾，即冷却跃迁线宽越大，冷却效率越高，但最终冷却温度也越高. 在上述上能级寿命很长、谱线宽度极窄的激光冷却中，选择零速原子，并加以分离、提取和积累的方法具有重要作用. 这是这些冷却方法的共同特点.

6.6.3 双光子跃迁冷却方法

上述猝灭冷却方法虽能使某些碱土金属原子冷却到只有反冲温度的几倍，但有效冷却的原子数却较少(例如只占 15%). 巴西学者建议利用双光子跃迁作第二级冷却，可以比猝灭冷却更为有效，而且实验更为简便[69,70]；不过迄今尚未见实验报道. 这里，对此思想进行一些定性的讨论.

双光子跃迁是指原子(分子)同时吸收两个光子而发生的能级跃迁过程. 在这一过程中，跃迁能级的能量间距等于两个光子的能量和. 两个光子频率可以是相同的，也可以是不同的. 跃迁的选择

定则允许宇称相同的能级之间发生双光子跃迁. 两个能级之间可以有中间能级，也可以没有中间能级，中间能级只起“虚”能级的作用. 双光子跃迁在高分辨力光谱中是一种消除谱线多普勒增宽的重要方法[71]，其原理是在用驻波光激发双光子共振吸收时，原子感受到的对正反方向行进光束的多普勒频移 $\pm kv$ 互相抵消，即它感受到的光频率是 $(\omega+kv)+(\omega-kv)=2\omega=\omega_0$(这里 ω_0 就是双光子跃迁的共振频率). 因此，只要满足 $2\omega=\omega_0$，任何速度的原子都能吸收同一频率的光，从而使吸收谱线消除多普勒增宽.

在碱土金属双光子冷却中，一般所用的两个光子的频率不同，并且有中间态作用，如图 6-33 所示. 两个光子对 $|g\rangle$—$|r\rangle$ 和 $|r\rangle$—$|e\rangle$ 跃迁处于近共振状态(这里 $|g\rangle$ 为基态，$|e\rangle$ 为激发态，$|r\rangle$ 为中间态). 双光子跃迁冷却与双光子跃迁概率密切相关，而该概率决定于激光功率(饱和度)和失谐[73]. 我们仅讨论一维情况. 假设冷却光是与原子运动方向相反的、波长为 λ_1 和 λ_2、偏振为 σ_1^- 和 σ_2^+ 的光，它们分别满足激发原子从基态 $^1S_0$ 到中间态 $^1P_1$ 和从中间态到激发态 $^1S_0$ 跃迁的需要，而且总的双光子跃迁也符合角动量守恒的原则 $\Delta J=0$. 当然，反方向的 σ_1^+ 和 σ_2^- 光也能对反方向运动的原子发生作用. 如果第一个光子的光波长 λ_1 与碱土金属原子第一级冷却光的相同，其冷却跃迁参数已见于表 4-2；则表 6-1 给出第二个光子的光跃迁参数. 类似于 § 5.3 从单光子跃迁概率求多普勒冷却极限，文献[70]求得了在远小于饱和光强的弱光条件下若干碱土金属和镱原子的最低冷却温度. 在最佳失谐情况下，即图 6-33 中的 $\delta\omega_1=\omega_1-\omega_{gr}=-\Gamma_1/2$，$\delta\omega_2=\omega_1+\omega_2-\omega_0=-\Gamma_2/2$ 时，对镁、钙、锶、镱原子，最低冷却温度分别为 131，123，57，124 μK. 把这组数据与表 5-2 中的多普勒冷却极限(对上述四种原子分别为 1.94 mK，831 μK，108 μK，672 μK)①相比较，可见它们有明显的降低(见表中最后一行). 这主要是由于双光子跃迁的跃迁概率较

① 表 5-2 中无关于镱原子的数据.

小的缘故.

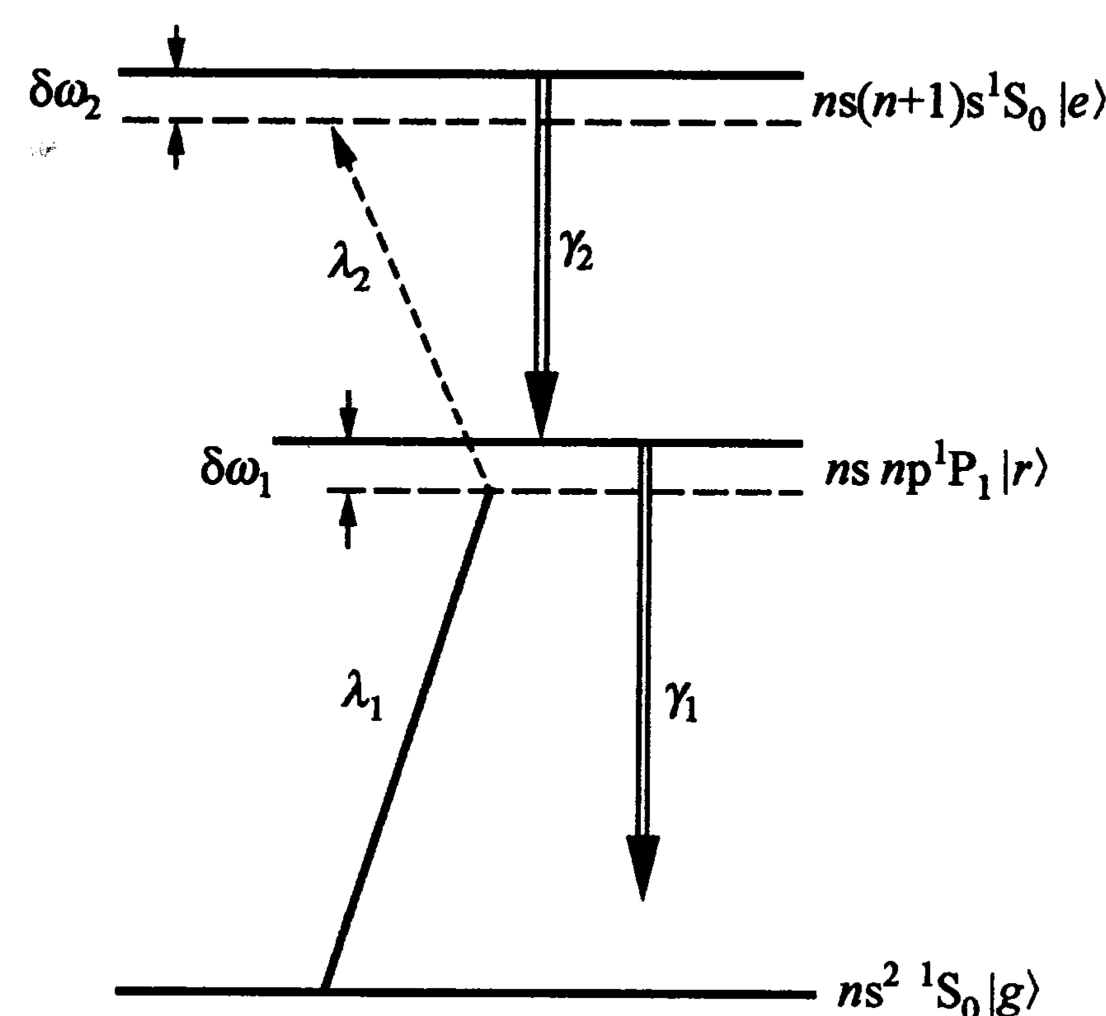


图 6-33 双光子跃迁冷却能级图

表 6-1 若干碱土金属原子双光子冷却跃迁第二个光子的跃迁参数

参 数	^{24}Mg	^{40}Ca	^{88}Sr	^{174}Yb
λ_2/nm	1182.8	1034.4	1130	1077.3
$(2\pi)^{-1}\Gamma_2$/MHz	4.14	4.77	2.96	4.81
I_{2s}/mW·cm^{-2}	0.3	0.6	0.3	0.5
v_r/cm·s^{-1}	7.14	3.31	1.39	0.79
T_R/μK	14.92	5.30	2.04	1.31
T_{min}/μK	131	123	57	124
T_{min1}/T_{min}	14.8	6.8	1.9	5.4

实际的冷却过程是波长为 λ_1 的第一级$^1S_0$—$^1P_1$ 单光子跃迁冷却与第二级$^1S_0$—$^1S_0$ 双光子冷却的结合.冷却过程的效率则取决于在$|r\rangle$,$|e\rangle$能级与基态之间是否有其他可以发生自发辐射跃迁的能级.从图 6-29 看到,对于钙原子,从双光子跃迁上能级 5s $^1S_0$ 除经过$^1P_1$ 能级到基态外,中间还可以通过^1D 和^3P 能级回到基态,这些原子就会从冷却过程漏掉.但是由于双光子冷却与第一级单光子冷却的双重作用以及经过第一级冷却以后原子速度已经变小,这种双重冷却的速率和效果总体上说要比单光子冷却好.适当选择双光子跃迁激光的频率(失谐)和功率,预期最终可以达到100%的冷却效率.这种方法的实施,也要比猝灭冷却方法简单.

最后,有人还建议将双光子跃迁冷却方法应用于氢原子[72].氢原子的共振跃迁 1S—2P 在真空紫外波段(121 nm),实验十分困难.为了回避这个困难,可以采用双光子跃迁办法,把原子首先激发到 2S 态(1S—2S 跃迁符合双光子跃迁要求).由于 2S 态是个亚稳态,其能级寿命达到 1 s,因此需要用猝灭方法使 2S 能级上的原子转移到 2P 态上来.该态与基态有强关联,很容易发生自发辐射跃迁.猝灭 2S 能级的方法是利用兰姆(Lamb)位移.根据经典物理,氢原子的 2S 和 2P 态具有相同能量.可是量子电动力学证明,这两能态间存在着兰姆位移[73],其值为 1.04 GHz.因此,可以引入这一数值的微波辐射,就可使 2S 与 2P 态有效混杂[74],实现 2S 态的猝灭.实验可控制猝灭过程使原子系统可达到较低的冷却温度.

参 考 文 献

[1] Dalibard J, Salomon C, Aspect A, et al. //Haroche S. ed. Proc. atomic physics 11, Singapore: World Scientific, 1989: 199.

[2] Dalibard J, Cohen-Tannoudji C. J. Opt. Soc. Am. B, 1989, 6: 2023.

[3] Chu S, Weiss D S, Shevy Y, et al. // Haroche S. ed. Proc. Atomic physics 11, Singapore: World Scientific, 1989: 636.

[4] Ungar P J, Weiss D S, Riis E, et al. J. Opt. Soc. Am. B, 1989, 6: 2058.

[5] 彭金生,李高翔. 近代量子光学导论. 北京:科学出版社,1996: 520.

[6] Cohen-Tannoudji C. //Daribard J, Raimond J M, Zinn-Justin J. ed. Fundamental systems in quantum optics. Amsterdam: Elsevier, 1991: 125.

[7] Dalibard J, Reynaud S, Cohen-Tannoudji C. J. Phys. B, 1984,

17：4577.

[8] Metcalf H J，van der Straten P. Laser cooling and trapping. New York：Springer，1999.

[9] Nienhuis G，van der Straten P，Shang S Q. Phys. Rev. A，1991，44：462.

[10] Hou J D，Li Y M，Yang D H，et al. Acta Phys. Sinica (Oversea ed.)，1998，7：881.

[11] Salomon C，Dalibard J，Phillips W D，et al. Europhys. Lett.，1990，12：683.

[12] 侯继东，王晓辉，陈徐宗，等. 北京大学学报：自然科学版，2001，37：716.

[13] Sheehy B，Shang S Q，van der Straten P，et al. Phys. Rev. Lett.，1990，64：858.

[14] Weiss D S，Riis E，Shevy Y，et al. J. Opt. Soc. Am. B，1989，6：2072.

[15] Sheehy B，Shang S Q，Watts R，et al. J. Opt. Soc. Am. B，1989，6：2165.

[16] Shang S Q，Sheehy B，van der Straten P，et al. Phys. Rev. Lett.，1990，65：317.

[17] Shang S Q，Sheehy B，Metcalf H，et al. Phys. Rev. Lett.，1991，67：1094.

[18] Hoogerland M D，Beigerinck H C W，van Leeuwen K A H，et al. Europhys. Lett.，1992，19：669.

[19] Nienhuis G，van der Straten P，Shang S Q. Phys. Rev. A，1991，44：462.

[20] van der Straten P，Shang S Q，Sheehy B，et al. Phys. Rev. A，1993，47：4160.

[21] Arimondo E. //Wolf E. ed. Progress in optics. Elsevier Science B：V. 1996，35：257.

[22] Scully M O，Zubairy M S. Quantum optics. Cambridge：Cambridge University Press，1997.

[23] Aspect A，Arimondo E，Kaiser R，et al. Phys. Rev. Lett.，

1988，61：826.

[24] Aspect A，Arimondo E，Kaiser R，et al. J. Opt. Soc. Am. B，1989，6：2112.

[25] Bardou F，Bouchaud J P，Emile O，et al. Phys. Rev. Lett.，1994，72：203.

[26] Saubamea B，Hijmans T W，Kulin S，et al. Phys. Rev. Lett.，1997，79：3146.

[27] Cohen-Tannoudji C. Rev. Mod. Phys.，1998，70：707.

[28] Mauri F，Papoff F，Arimondo E. //Moi L，et al. ed. Light induced kinetic effects on atoms，ions and molecules. Pisa：ETS Editrice，1991：89.

[29] Lawall J，Bardou F，Saubamea B，et al. Phys. Rev. Lett.，1994，73：1915.

[30] Lawall J，Kulin S，Saubamea B，et al. Phys. Rev. Lett.，1995，75：4194.

[31] Kulin S，Saubamea B，Peik E，et al. Phys. Rev. Lett.，1997，78：4185.

[32] Hack J，Liu L，Ol'shanii M，et al. Phys. Rev.，2000，62：013405.

[33] Metcalf H J，van der Straten P. J. Opt. Soc. Am. B，2003，20：887.

[34] Dum R，Ol'shanii M. Phys. Rev. A，1997，55：1217.

[35] Kasevich M，Weiss D S，Riis E，et al. Phys. Rev. Lett.，1991，66：2297.

[36] Moler K，Weiss D S，Kasevich M，et al. Phys. Rev. A，1992，45：342.

[37] Kasevich M，Moler K，Riis E，et al. //Zorn J C，Lewis R R. ed. Atomic physics 12. New York：AIP，1991：47.

[38] Kasevich M，Chu S. Phys. Rev. Lett.，1992，69：1741.

[39] Davidson N，Lee H J，Kasevich M，et al. Phys. Rev. Lett.，1994，72：3158.

[40] Lee H J，Adams C S，Kasevich M，et al. Phys. Rev. Lett.，

1996, 76: 2658.

[41] Reichel J, Morice O, Tino G M, et al. Europhys. Lett., 1994, 28: 477.

[42] Reichel J, Bardou F, Ben Dahan M, et al. Phys. Rev. Lett., 1995, 75: 4575.

[43] Boyer V, Lising L J, Rolston S L, et al. Deeply subrecoil two-dimensional Raman cooling [EB/OL]. http://arxiv.org/PS_cache/physics/pdf/0404/0404012v2.pdf.

[44] Chu S, Bjiorkholm J E, Ashkin A, et al. Opt. Lett., 1986, 11, 73.

[45] Pritchard D E, Helmerson K, Bagnato V S, et al. //Persson W, Svanberg S. ed. Laser spectroscopy VIII. Heidelberg: Springer, 1987: 68.

[46] Wallis H, Ertmer W. J. Opt. Soc. Am., B, 1989, 6: 2211.

[47] Mølmer K. Phys. Rev. Lett., 1991, 66: 2301.

[48] Hal J L, Zhu M, Buch P, J. Opt. Soc. Am., B, 1989, 6: 2194.

[49] Vogel K R, Dinneen T P, Gallagher A, et al. IEEE Trans. Instr. Meas., 1999, 48: 618.

[50] Katori H, Ido T, Isoya Y, et al. Phys. Rev. Lett., 1999, 82: 1116.

[51] Li Y, Ido T, Eichler T, et al. Appl. Phys. B, 2004, 78: 315.

[52] Castin Y, Wallis H, Dalibard J, J. Opt. Soc. Am., B, 1989, 6: 2046.

[53] Ido T, Katori H. Phys. Rev. Lett., 2003, 91: 053001.

[54] Yasuda M, Katori H. Phys. Rev. Lett., 2004, 92: 153004.

[55] Mukaiyama T, Katori H, Ido T, et al. Phys. Rev Lett., 2003, 90: 113002.

[56] Katori H, Takamoto M, Pal'chikov V G, et al. Phys. Rev. Lett., 2003, 91: 173005.

[57] Takamoto M, Katori H. Phys. Rev. Lett., 2003, 91: 223001.

[58] Honda K, Takahashi Y, Kuwamoto T, et al. Phys. Rev. A, 1999, 59: R934.

[59] Kuwamoto T, Honda K, Takahashi Y, et al. Phys. Rev. A,

1999, 60: R745.

[60] Grünert J, Hemmerich A. Phys. Rev. A, 2002, 65: R041401.

[61] Binnewies T, Sterr U, Helmcke J, et al. Phys. Rev. A, 2000, 62: 011601(R).

[62] Diedrich F, Bergquist J C, Itano W M, et al. Phys. Rev. Lett., 1989, 62: 403.

[63] Roos Ch, Rohde H, Nägerl H C, et al. Phys. Rev. Lett., 1999, 83: 4713.

[64] Binnewies T, Wilpers G, Sterr U, et al. Phys. Rev. Lett., 2001, 87: 123002.

[65] Curtis E A, Oates C W, Hollberg L. Phys. Rev. A, 2001, 64: R031403.

[66] Oates C W, Bondu F, Fox R W, et al. Eur. Phys. J. D, 1999, 7: 449.

[67] Curtis E A, Oates C W, Hollberg L. J. Opt. Soc. Am. B, 2003, 20: 977.

[68] Mehlstäubler T E, Keupp J, Douillet A, et al. J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. 2003, 5: S183.

[69] Cavasso F R L, Magno W C, Manoel D A, et al. J. Opt. Soc. Am. B, 2003, 20: 994.

[70] Magno W C, Cavasso F R L, Cruz F C. Phys. Rev. A, 2003, 67: 043407.

[71] Letokhov V S, Chebotayev V P. Nonlinear laser spectroscopy. Berlin, New York: Springer, 1977; 莱托霍夫 V S, 契勃塔耶夫 V P. 非线性激光光谱学, 沈乃澂译. 北京: 科学出版社, 1984.

[72] Zehnlé V, Garreau J C. Phys. Rev. A, 2001, 63: R021402.

[73] Cagnac B, Grynberg G, Biraben F. J. Phys. (France), 1973, 34: 845.

[74] Lamb W E, Retherford R C. Phys. Rev., 1951, 81: 222.

[75] Biraben F, Garreau J C, Julien L, et al. Rev. Sci. Instrum., 1990, 61: 1468.

第七章　中性原子的光学阱

§7.1　激光原子阱的发展概述

物理上所谓的“阱”，是一种能把自由运动的物体俘获并囚禁起来的装置，同时也起到装载这些物体的作用. 原子被激光冷却以后，要对它进行物理观察和实验，就要把它们装载到一个“阱”中，以免逃逸和扩散出去，并避免它们与周围环境发生接触而提高温度. 在第五章中讨论的光学黏团虽能在一段短时间内把慢速原子局限于 6 束激光的交汇处，却还不是原子阱，因为光学黏团是不稳定的，原子还可从边界或“缝”上逃逸出去. 所以，阱是指空间中一个被势能封闭曲面所包围的区域，那里原子处处都受内向力的作用，即该区域曲面上各点的势能均大于曲面内的势能. 这样，动能低于该势能的原子就被陷俘在阱内而不得逃逸. 这种区域可以依靠激光场来形成，也可以依靠激光和重力场或静磁场等结合形成，还可以单独利用静磁场产生. 本章将讨论前两种机制；静磁阱则留待第九章叙述.

激光发明以后，早在提出激光冷却原子的概念以前，俄罗斯科学家 Letokhov 就指出可以利用光对原子的机械力来陷俘中性原子[1]，第一次提出了“光阱”的概念. 从 3.3.2 小节知道，原子在激光场中所受的辐射力与光场分布有关，偶极力与光场梯度成正比，其方向决定于失谐 δ 的符号. Letokhov 的想法是：用一束远失谐的激光驻波场照射原子，在偶极力的作用下，根据 δ 的正负，原子会被推向波节($\delta>0$)或波腹($\delta<0$). 由于该处光强最弱或最强，势能最低，原子就被陷俘于该处，形成原子阱. 不过他只分析了一维情况，且由于阱太浅，只能俘获速度极低的原子，而光驻波波节、波

腹附近的阱体积又很小，能囚禁的原子太少，所以这个想法缺乏实际可行性. 10 年后，Letokhov 和 Minogin 又提出 6 束正交驻波激光束交汇处可以冷却原子，并估算出了冷却极限温度(约为 $\hbar\Gamma/k_B$)；同时，他们还指出该处可形成原子阱. 但由于激光与原子相互作用的饱和，其阱深只等于$\hbar\Gamma$[2]. 这当然也是很浅的，原子很容易漏掉[3]. 建议的光阱都利用光场梯度产生的偶极力.

与此同时，Ashkin 提出了另一种原子阱的建议[4]. 这是一种利用偶极力和散射力相结合的三维光阱方案，其想法由图 7-1 描述. 两束频率负失谐、远离原子共振、传播方向相反的高斯激光互相交汇，其腰部(焦点)互相错开，两束光的交汇面上的束宽远大于焦点处(腰宽 w_0). 这样，在两束激光交汇区光束横截面上的原子受偶极力作用而趋向于束轴(高斯光束沿轴线上的光强大于周围)；而沿轴向，则由于偏离中心面上的原子所受的正反方向光束的强度不同，原子受到一个向心的散射力作用. 例如，处于中心右边的原子感受来自右边的光比来自左边的光强，原子就被推向中心，而处在中心左边的原子则相反. 这样，原子就会囚禁在两束激光交汇处的中心点附近. 由于远离共振，没有饱和问题，阱深可做大.

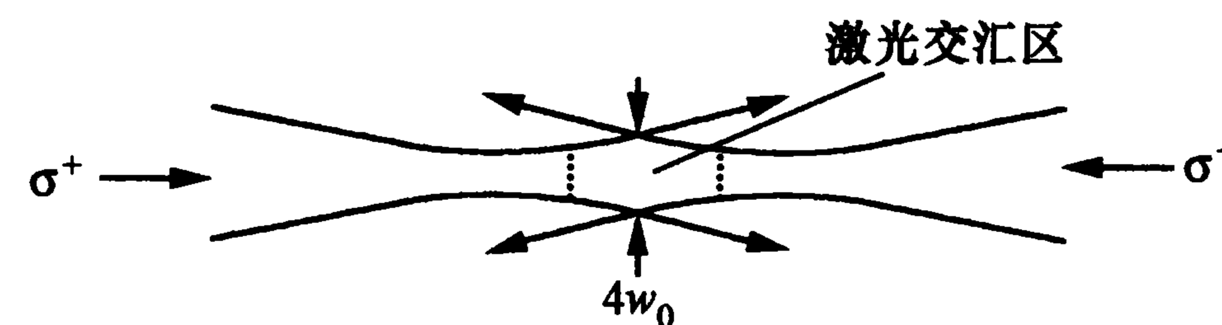


图 7-1　两束焦点错开的对射光形成的激光阱

但是，上述的激光阱在实验上还是不可行. 这里有两个原因[5]：(1) 即使用很强的激光，势阱的深度还是很浅，不足以陷俘一般室温下低速度的原子，而当时还没有大体积的冷原子源；(2) 上述由对射激光束形成的体积较大的阱存在严重的加热问题，这会使原子逃出阱中. 加热效应一方面是由形成散射力的自发辐射过程的无规性引起的；另一方面来自受激辐射，它与偶极力有关.

在两束激光情况下,原子可以从一束光中吸收光子而激发,受激发射则可将光子发射到反向光束而本身回到基态.在此过程中,原子将得到两个光子的动量.原子当然也可以从反方向光束中这样做,从而得到反方向的两个光子动量.这种过程完全是随机的,这就造成原子动量的涨落,并引起加热效应,非常不利于光阱的实现.

为了克服这个困难,Daribard 和 Cohen-Tannoudji 等人[6]提出了一种让陷俘光和冷却光分时起作用的方案.他们建议利用两束互相对射的、圆偏振方向相反(σ^+和σ^-)的高斯光束作为陷俘光,其焦点重合.由于这种高斯光束在焦点上光强最大,在负失谐情况下原子所受的势能最低,力指向焦点,故其本身就是一个光阱.两束光的性质不同,原子吸收和受激发射光子不可能在两种不同光束中转移,因而不会造成偶极力引起的涨落效应.另外,利用失谐不同的两束σ^+和σ^-光进行减速,陷俘光与冷却光交替作用,就可以得到使原子稳定囚禁的激光阱.但是,这个方案在实验上并未实现.

在激光陷俘原子发展早期,试图利用纯散射力做光阱的想法盛行(如文献[3,7]),多少推动了类似朱棣文的光学黏团实验.例如,Minogin 和 Javanainen 建议[8],利用几束发散光束交汇形成的中心对称的光场可以由与位置有关的辐射压力产生原子势阱.他们设计的光阱形式如图 7-2 所示.这是一个用四束负失谐激光形成的四面体光场,四束高斯光束的焦点分别在四面体相应的顶角上.在光束散射力的共同作用下,原子将被推向中心.

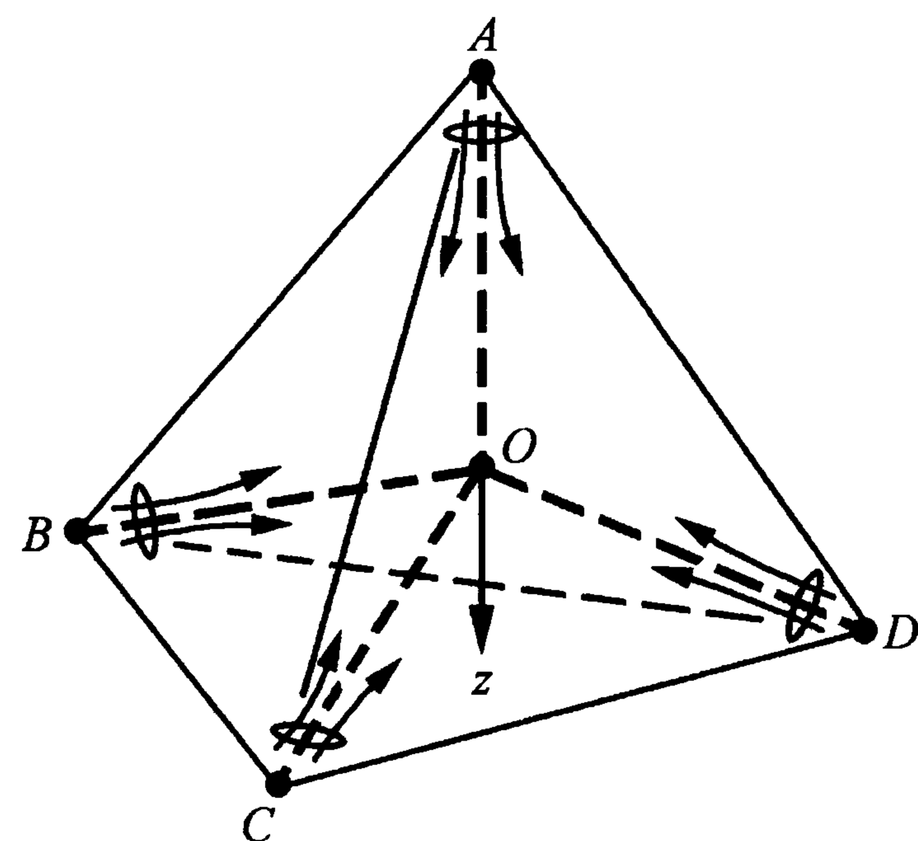


图 7-2 Minogin 和 Javanainen 建议的纯散射力光阱形式

但是不久,Ashkin 和 Gordon 指出[9],这种纯散射力光阱的方案是不切实际的.他们推导出光学 Earnshaw 定理.这个定理说:仅依靠散射力,不可能把一个中性粒子陷俘在自由空间的一个稳定平衡点上.这与静电学中的 Earnshaw 定理十分相似,该定理的表述为:在无外力的无源区中,一个试验电荷不可能有稳定平衡点(如文献[10]).对具体到图 7-2 的光场结构进行分析表明,这样的光阱是不稳定的.从四束光的交叉点 O 上看,设原子沿 z 轴正方向偏离了 O 点,沿 z 轴负方向的光会给它一个推力使它回到原点 O,但其他三束光则使它推离原点.总体结果是,原子不但没有得到恢复力,反而受到一个指向 z 轴正方向的力.故这个光场结构对原子来说是不稳定的,即不能处处都有内向力.

为了克服这个困难,Ashkin 提出了一种特殊的利用纯散射力形成稳定激光阱的方法[11].这种方法仿效射频离子阱中使用的交变电场而非静电场,交替变换两束激光束的方向就能用纯散射力形成稳定的原子势阱,避免了光学 Earnshaw 定理的束缚.光束的形式如图 7-3 所示,其结构大体与图 7-1 相同,不过那里使用的是偶极力.在散射力情况下,光束轴上的原子(P 点)偏离中心点 O 时,在正向光作用下(图 7-3(a)),它将感受推向中心的辐射压力;而在偏离中心径向位置(Q 点)上的原子,将被散射力推向外面.在光束反向时(图 7-3(b)),则情况正好相反,Q 点上的原子被推向中心,而 P 点上的原子被推离中心.两束激光不断变换方向,就能使原子稳定囚禁.这个方案得到了实验验证[12],但实验并不是用原子,而是用直径为 9 μm 的中性油滴粒子作的.这不算原子阱,但阱深较大,可与离子阱相比,油粒子在激光形成的光阱中被悬浮

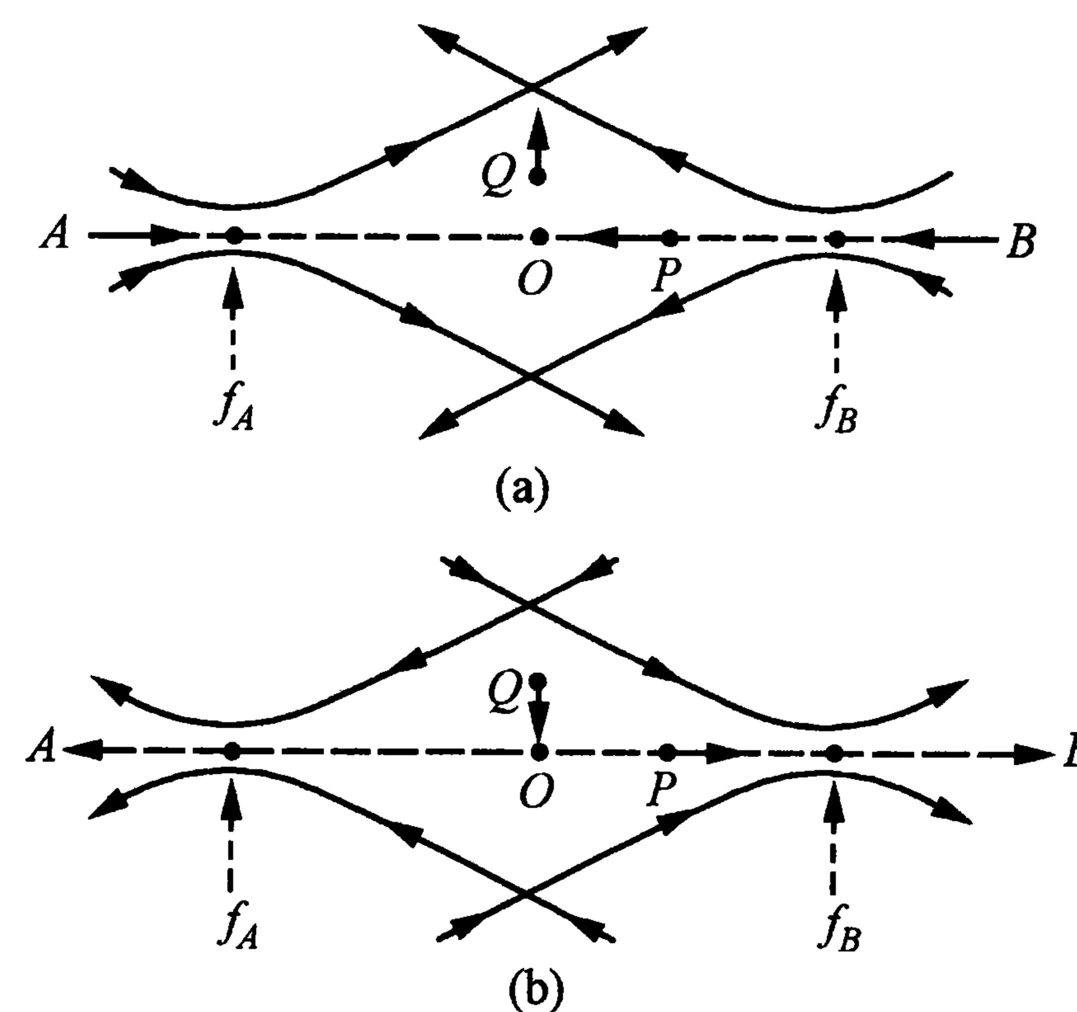


图 7-3 Ashkin 等人变换光束光阱示意图

起来.

光学 Earnshaw 定理的限制还可以利用外场来加以克服,这是定理本身指明的. Pritchard 等人指出[13],在原子跃迁概率不仅决定于光强,而且与原子内部状态相关的条件下(多能级原子),还有可能利用连续激光的散射力来形成激光原子阱. 他们提出了实现稳定原子阱的三种具体方案: (1) 用静外场(如磁场)使原子的跃迁频率随空间变化;(2) 用外场使原子取向随空间变化;(3) 用光抽运来改变原子状态. 他们认为,用这种方法得到的原子势阱的阱深会远大于偶极力阱,甚至可达到 K 数量级. 后来的磁光阱就是在这样的思想指导下产生的.

这样,不仅是光的偶极力,而且在特殊条件下,利用散射力,也可能做成稳定的激光原子阱.

§7.2 偶极力阱

7.2.1 偶极力的回顾与偶极力阱的一般讨论

从上面叙述我们知道,原子的光阱主要靠偶极力形成. 我们已在第三章中探讨过光场施加于原子的偶极力,这里对与光阱相关的内容作一些回顾和更深入的讨论[7].

为了便于实际衡量,我们把描述偶极力的表达式(3.3.39)适当改写为

$$F_2(r) = -\frac{\hbar\delta}{2}\frac{\nabla[I(r)/I_s]}{1 + I(r)/I_s + 4\delta^2/\Gamma^2}, \tag{7.2.1}$$

这里 I_s 是饱和光强,由式(2.5.13)描述. 在上式中,光场是不均匀的,我们只要知道光场分布参数和由于多普勒频移而包含在光频失谐 $\delta=\omega-\omega_a-kv$ 中的原子速度 v 这两个外部参量,就可以求得力. 该力也是坐标的函数. 我们注意到,偶极力有以下特性: (1) 它只存在于不均匀光场中,其大小与光强梯度成正比,所以又叫梯度力;(2) 力的符号(即力的方向是指向光强处还是指向光弱

处)取决于光频率失谐 δ 的正负;(3) 在红失谐($\delta<0$)情况,力指向光强处;而蓝失谐($\delta>0$)时,指向光弱处;(4) 当 $|kv|\ll\omega-\omega_a$ 时,力只与原子的位置有关;(5) 原则上,偶极力没有饱和问题,可以随光强梯度的增强而无限增强;但在具体问题上它还是受限的.

在一定的光强分布下对偶极力公式(7.2.1)求积分,就可得到阱势的形式[4,14]:

$$\begin{aligned} U_{\text{dip}}(r) &= \int_0^\infty F_2(r, v=0)\mathrm{d}r \\ &= \frac{\hbar\delta}{2}\ln\left[1 + \frac{I(r)/I_s}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2}\right]. \end{aligned} \tag{7.2.2}$$

它与激光的频率失谐和功率有极大关系. 我们称这个势的极大值为阱深 U_0,有

$$-U_0 = |U_{\max}|. \tag{7.2.3}$$

在 $|\delta|\gg\Gamma,\Omega$ 的情况下,根据式(2.5.11),式(7.2.2)可近似为

$$U(r) = \hbar\Omega^2(r)/4\delta. \tag{7.2.4}$$

此式可用做估算数量级;不过在具体计算中还需要考虑到,有时候散射力势也会起作用,这可能改变阱势的形式.

实际的势阱还要附加重力场的影响,重力势 U_g 随高度 h 作线性变化: $U_g=mgh$.

动能低于阱深的原子能够被长时间囚禁在阱中;不过,这也是有条件的: (1) 原子与光相互作用吸收光子,产生自发辐射,发射光子的动量方向是无规的,因而原子受到的反冲动量也是无规的,这会引起加热;(2) 原子与气室中背景(残余)气体原子的碰撞,会得到能量. 这两种能量的积聚超过阱深,原子就会逃逸出光阱,从而限制了原子在阱中的寿命.

我们来估算一下因吸收-自发辐射引起的原子在阱中的寿命. 每次这种散射过程原子得到的平均加热能量为反冲能量

$$R = \frac{(\hbar k)^2}{2m} = \frac{k_B T_R}{2}$$

的一倍，T_R 即为式(5.3.22)所描述的反冲温度. 而单位时间内原子在光场中的散射次数(即散射率)为 γ_s，就是式(2.5.9)所表示的跃迁概率. 若这些能量累积超过阱深，原子就会逸出阱外，由此可得散射加热寿命为[18]

$$\tau_h = \frac{U_0}{2R\gamma_s} = \frac{U_0}{k_B T_R \gamma_s}, \tag{7.2.5}$$

式中 U_0 和 γ_s 都与失谐有关. 在远失谐情况下，$|\delta| \gg \Gamma, \Omega(0)$，从式(2.5.9)有 $\gamma_s = \Gamma\Omega^2/4\delta^2$，因此，

$$\tau_h \simeq \frac{\hbar|\delta|}{k_B T_R}\tau, \tag{7.2.6}$$

这里 $\tau = 1/\Gamma$ 是能级的辐射寿命. 因 $\hbar|\delta| \gg k_B T_R$，故总有 $\tau_h \gg \tau$.

阱中原子因背景气体碰撞逃逸而引起的寿命则决定于残余气体的密度 n、碰撞截面 σ_c 以及背景气体的热运动速度 u，有[7]

$$\tau_{coll} = \frac{1}{\sigma_c n u}. \tag{7.2.7}$$

下面针对若干情况进行具体分析.

7.2.2 行波激光束

高斯激光束是最常用的一种光强与位置有关的不均匀光束. 沿径向，光强在光轴上(中心)最大，随半径呈指数规律衰减；轴向上，则存在一个焦点(称为光腰，这里光强最强)，随距离而减弱. 对于沿着 z 轴正方向传播、以焦点为坐标原点的高斯光束，其光强分布是

$$I(r) = I_0\left(\frac{w_0}{w}\right)^2 e^{-r^2/w^2}, \tag{7.2.8}$$

这里 I_0 是在坐标原点上的光强，w 是束宽半径，它与 z 轴上的位置有关：

$$w = w_0\sqrt{1+\left(\frac{\lambda z}{2\pi w_0}\right)^2}, \tag{7.2.9}$$

w_0 是光腰上的光束半径，λ 是激光波长.

在高斯光束的光腰处，原子受到的横向向心力为

$$F_{2\perp}(r) = \frac{\hbar\Gamma^2}{4\delta}\frac{I_0}{I_s}\frac{r}{w_0}e^{-r^2/w_0^2}. \tag{7.2.10}$$

上式也可从能级光位移公式得到[15]. 在纵向原子所受的也是向心力，具体形式可从式(7.2.8)和(7.2.9)求得.

对于红失谐情况($\delta<0$)，把上述光强分布形式(式(7.2.8))代入式(7.2.4)，就得到如图 7-4 所示的在径向和轴向上的阱势分布. 由图可见，激光光强在原点最大，而阱的势能最低；并且，在所有方向上，势阱的深度 U_0 都是相同的. 对于蓝失谐($\delta>0$)的激光，则只有空心光束才能形成原子势阱. 由于 $|\delta| \gg \Omega(0)$，根据式(7.2.4)，这种阱的阱深远低于拉比频率能量，即 $U_0 \ll \hbar\Omega(0)$(一般 $U_0/k_B \leqslant 10\,\text{mK}$).

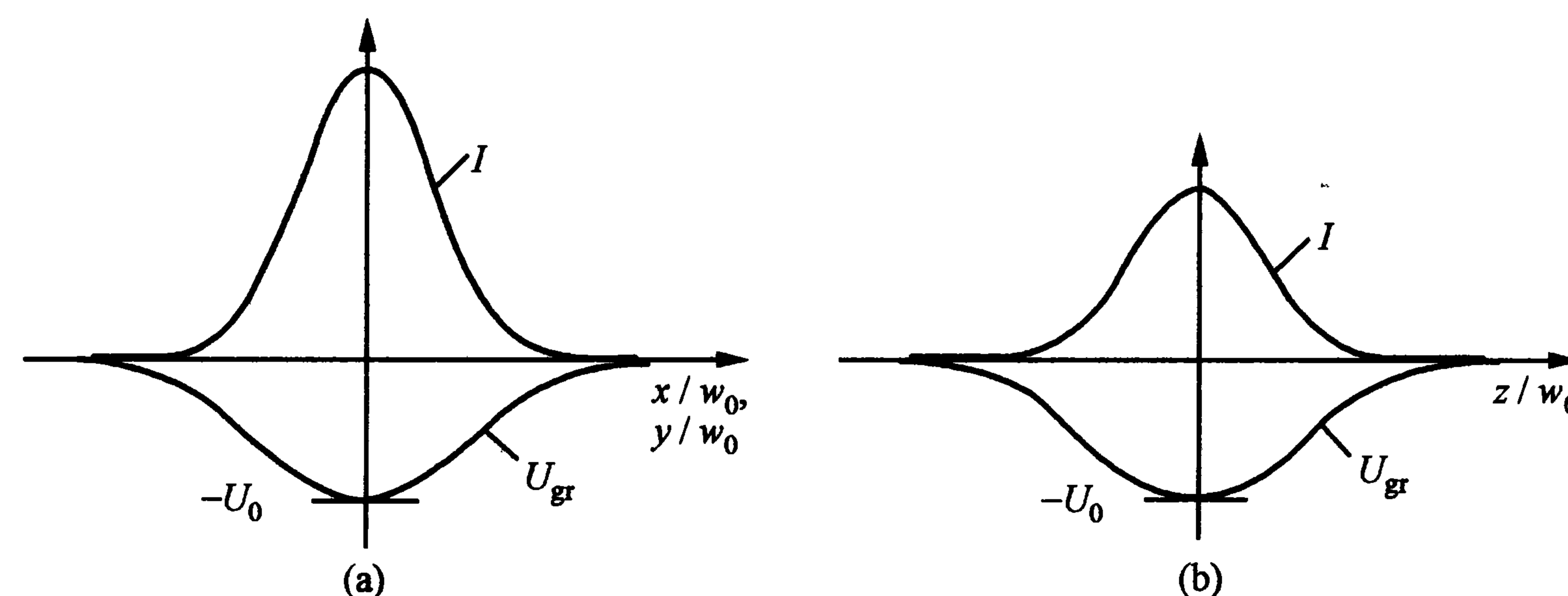


图 7-4 高斯光束形成的偶极力阱的径向(a)和轴向(b)阱势分布[7]

第一个激光阱就是朱棣文等人用单束高斯激光在钠原子蒸汽中实现的[15]. 他们利用一束线偏振的远离共振负失谐的强聚焦高斯激光束形成光阱. 实验中，他们所用的激光频率失谐为 $\delta/2\pi = -650\,\text{GHz}$，激光功率为 220 mW. 由于是远失谐，偶极力远大于散射力. 但在光腰半径为 10 μm 情况下，从高斯光束原子所受的偶极力的公式(7.2.10)求得的阱深仅为 5 mK. 这是很低的值，远不足以在一般气体中俘获原子. 所以，他们先把原子冷却为光学黏团；

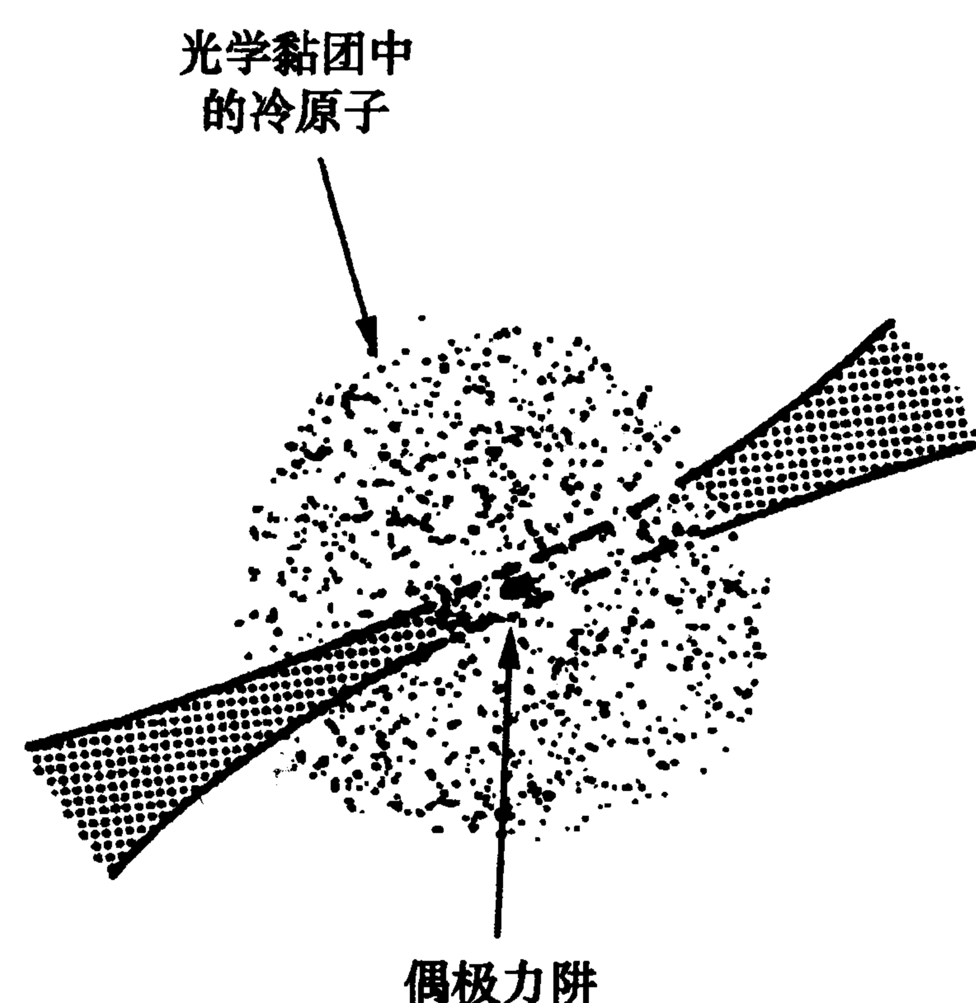


图 7-5 朱棣文等人的第一个钠原子光阱实验
远负失谐的强高斯光束埋在光学黏团中.

然后用一束高斯光束照射黏团，把偶极力阱埋在温度约 240 μK、直径约 1 cm 的黏团中，如图 7-5 所示[16]. 为了防止光学黏团的减速光和光阱的陷俘光发生干扰，两种激光交替施加. 他们在较大的激光功率和频率失谐的范围内观察了原子的陷俘. 在上述光功率和失谐的情况下，他们探测到约有 500 个原子被囚禁在长 210 μm、直径为 2.5 μm 的体积(1×10^{-9} cm^3)内，原子密度为 5×10^{11}/cm^3，阱中原子密度比光学黏团中的平均密度要大 1.5 倍. 陷俘时间受背景气体原子碰撞的限制(约为 1 s).

按一般激光与原子相互作用的研究来说，上述偶极力阱的激光频率已经远离共振，但由于共振曲线具有洛伦兹曲线性质，两翼伸展很远，仍有相当的光吸收，会造成加热效应. 因此，后来的这种激光阱的光频率与原子共振频率相差得还要远；这种阱称为远离共振阱(far-off-resonance trap，FORT). 例如，有人曾用比共振频率相差 1%(对钠原子，波长相差为 6 nm)的激光形成较浅的光阱[17]. Miller 等人则用偏离^{85}Rb 原子 D_1 线共振波长 795 nm 约 4～65 nm(最大偏离接近共振波长的 10%)的负失谐激光做成了铷原子阱[18]. 他们首先用磁光阱把铷原子俘获和冷却，然后将一支线偏振的强聚焦高斯激光束(功率约 0.8 W，腰宽 $w_0=9.6$ μm)埋入磁光阱形成的冷原子团中(实验中，为防止远失谐陷俘光引起的光频移对磁光阱光的影响，两种光应分时施加). 在光波长为 814 nm 附近，激光功率为 0.8 W 的阱的典型数据是：阱深 U_0/k_B =6.0 mK；该处的光子散射率(即跃迁概率)$\gamma_s=400$/s. 根据上述反冲加热寿命(式(7.2.5))估算，从 U_0/k_B 与 γ_s 的数据和铷原子的反冲温度 0.37 μK(表 5-1)可得到反冲加热寿命 $\tau_h=43$ s. 实际上，由于背景气体影响等，在不同实验条件下阱中原子寿命为几百毫秒至 0.5 s. 在光波长调到 814 nm、从磁光阱撤去磁场形成的光学黏团中装载光阱时，阱中原子数为 1300，温度为 0.4 mK，密度最大值为 8×10^{11}/cm^3.

还有一些更极端的例子，例如用波长为 1064 nm、功率为 10 W 的单模 Nd:YAG 激光器的两束光垂直交叉照射钠原子，其最近的共振波长为 590 nm[19]. 这样形成的光阱的阱深约为 900 μK. 在温度约为 140 μK 时，阱中囚禁的钠原子数达 4×10^{12}/cm^3. 又如，用波长为 1.06 μm、腰宽为 45 μm 的单束 YAG 激光形成的光阱，陷俘了最近的共振波长为 894 nm 的铯原子，其阱深约为 50 μK[20]. 阱中得到了腰宽为 6 μm 的棒状高密度铯原子云，其温度为 2 μK，密度为 10^{12}/cm 的数量级. 这些阱也都装载在用磁光阱俘获和冷却的原子团中.

远离共振阱中原子行为与陷俘光的偏振有关，Corwin 等人对此作了研究[21]. 他们发现，在纯线偏振或纯圆偏振情况下，陷俘原子的寿命最长(可达 10 s)；在圆偏振光阱中则得到自旋极化的陷俘原子.

此外，甚至还可用失谐接近共振频率本身($\delta\approx\omega_a$)的光来形成原子阱. 因为可以把光的频率看成是零，这种阱称为准静电阱(quasi-electrostatic trap，QUEST)[22]. 准静电阱与远离共振阱有很大不同，已不能用旋转波近似来导出光位移公式(2.5.32)，也不能从这个公式出发来求得光阱的阱势以及描述原子在阱中的行为. 这时，原子受到的激光势可从静态斯塔克效应的能级位移公式(2.2.24)求得，即有

$$U(r)=\Delta E=-\alpha E_0^2(r)/2, \qquad (7.2.11)$$

其中 α 为基态原子二级极化率，可从二级微扰理论求得[7]：

$$\alpha = \frac{1}{\hbar}\sum_{e} |(p_z)_{ge}|^2 \frac{\omega_{ge}}{\omega_{ge}^2 - \omega^2}, \tag{7.2.12}$$

这里 p 是感生原子偶极矩，求和号遍及所有上能级 e. 对于准静电阱，可认为 $\omega \approx 0$，故

$$\alpha \approx \sum_{e} |(p_z)_{ge}|^2 \Big/ \hbar\omega_{ge} \tag{7.2.13}$$

是静态原子极化率. 阱势完全决定于光场的强度分布.

这种阱中原子的散射加热效应很弱，但瑞利散射和拉曼散射也会引起加热：前者不会改变原子状态；后者可使原子改变基态超精细结构能级；一般后者发生的概率比前者小得多.

准静电阱的实验例子有：用 $\lambda = 10.6\,\mu m$ 的 CO_2 激光去囚禁共振波长为 852 nm（比激光频率高 12 倍）的铯原子[23]，20 W 的二氧化碳激光聚焦成腰半径为 100 μm 的光阱，阱深为 115 μK，阱中原子寿命可达 10s，其限制因素不在于散射加热，而是与背景气体碰撞等. O'Hara 等人曾用非常稳定的 CO_2 激光把锂原子囚禁在 0.4 mK 的光阱中，陷俘寿命长达 300 s，是当时最长的光阱囚禁寿命，它决定于与 10^{-11} Torr 的背景气体碰撞[24]. Vuletic 等则在一维准静电阱中用拉曼冷却使原子密度达到 $1.4 \times 10^{13}/cm^3$，其温度为 2.8 μK[25].

用红失谐激光做成的光阱有一个最大的缺陷，即原子被引到光强最大处. 这不仅会引起自发辐射加热（即使失谐很大，在远离共振阱和准静电阱情况），而且因能级的光位移，对有些实验（如光谱精密测量）会造成极大的干扰. 因此，利用蓝失谐（$\delta > 0$）的激光做光阱很有吸引力，它把原子引向光弱处，就可以避免陷俘光的干扰. 朱棣文小组第一个进行了这类蓝失谐的光阱实验[26]. 他们用两束波长分别为 514 nm 和 488 nm 的平行氩离子激光束照射由磁光阱产生的冷钠原子团，形成"V"形的势能凹槽（由于高斯光束，实际上形成了长约 1 mm 的"杯"，见图 7-6）. 选用两种频率，不仅是为了更加有效地利用多谱线氩离子激光器的功率，而且可避免光的空间干涉. 原子在这种阱中可持续几秒. 朱棣文等还对囚禁在阱中的钠原子进行了基态超精细能级跃迁射频谱的实验：先把阱中原子抽运到 $F=1$ 能级，然后用频率为 1.77 GHz 的两个 $\pi/2$ 射频脉冲去激发处于约 5 mG 磁场中的原子基态 $F=1, m_F=0$ 和 $F=2, m_F=0$ 二能级间的跃迁，脉冲间隔时间可长达 4 s，得到的 Ramsey 花样的中心线宽度仅为 0.125 Hz（图 7-7）（相当于 20 m 高的原子喷泉的效果，详见第八章）.

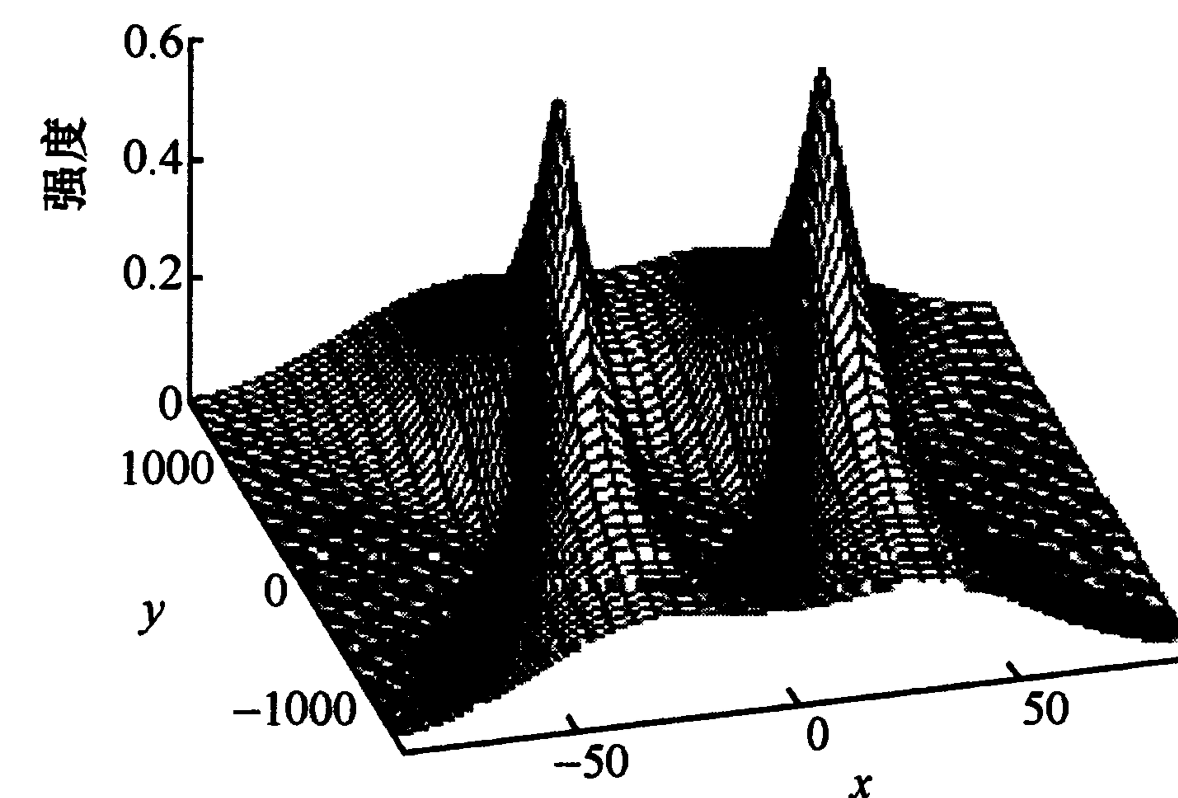


图 7-6 不同频率的两平行高斯光束形成的"V"形光阱

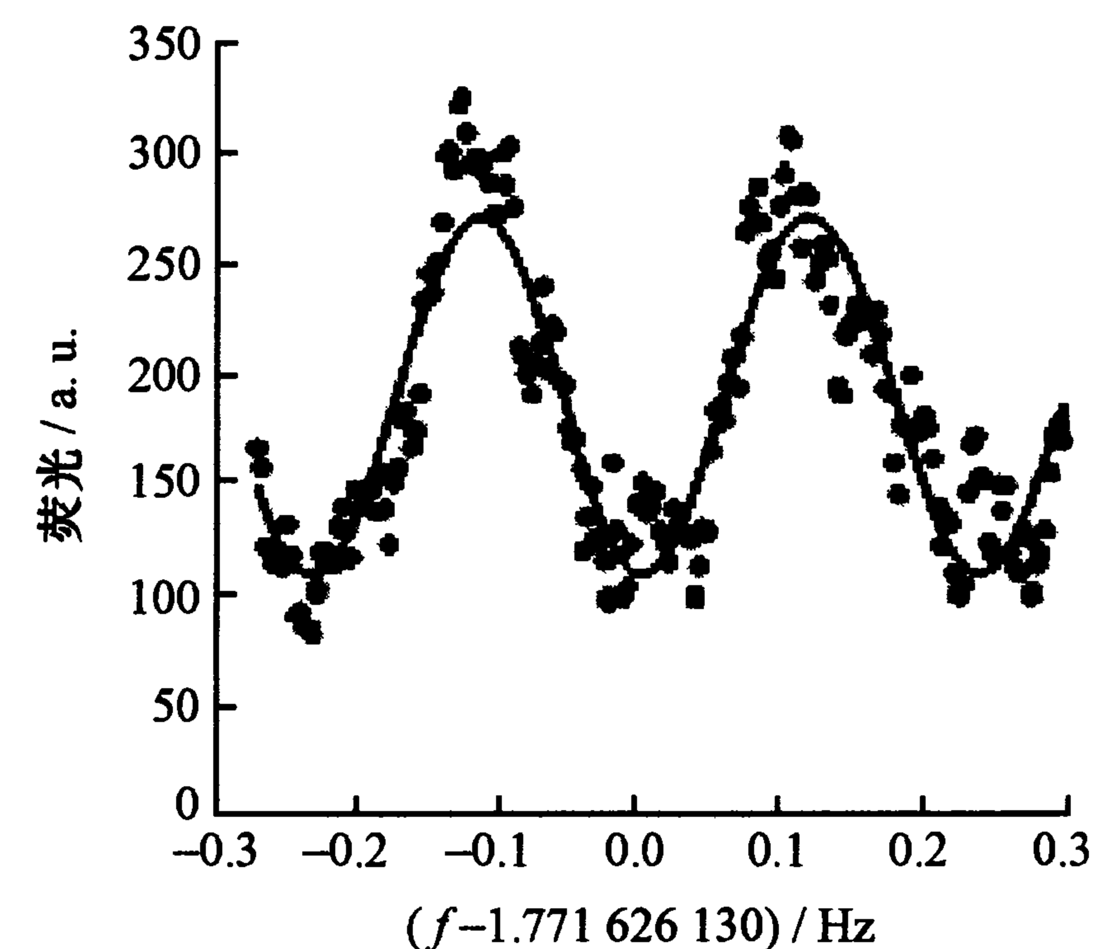


图 7-7 钠原子基态超精细跃迁的 Ramsey 花样的中部

后来，他们改进了实验装置[27]，用垂直相交两对上述"V"形光束做成远离共振的光阱，形如倒金字塔，如图 7-8 所示. 和"V"形

阱一样，这种阱垂直方向上端的约束势是靠重力场来维持的. 所以严格说来，这两种阱都不是纯粹的光阱，而是光和重力的混合阱. 波长为 514 nm 和 488 nm 的光束的功率分别为 10 W 和 6 W，得到的阱深为 $9T_R \approx 22\,\mu K$；在平均边长为 330 μm 的阱中囚禁有 4.5×10^5 个钠原子，顶端温度为 7.7 μK，原子密度约为 $2\times10^{10}/cm^3$.

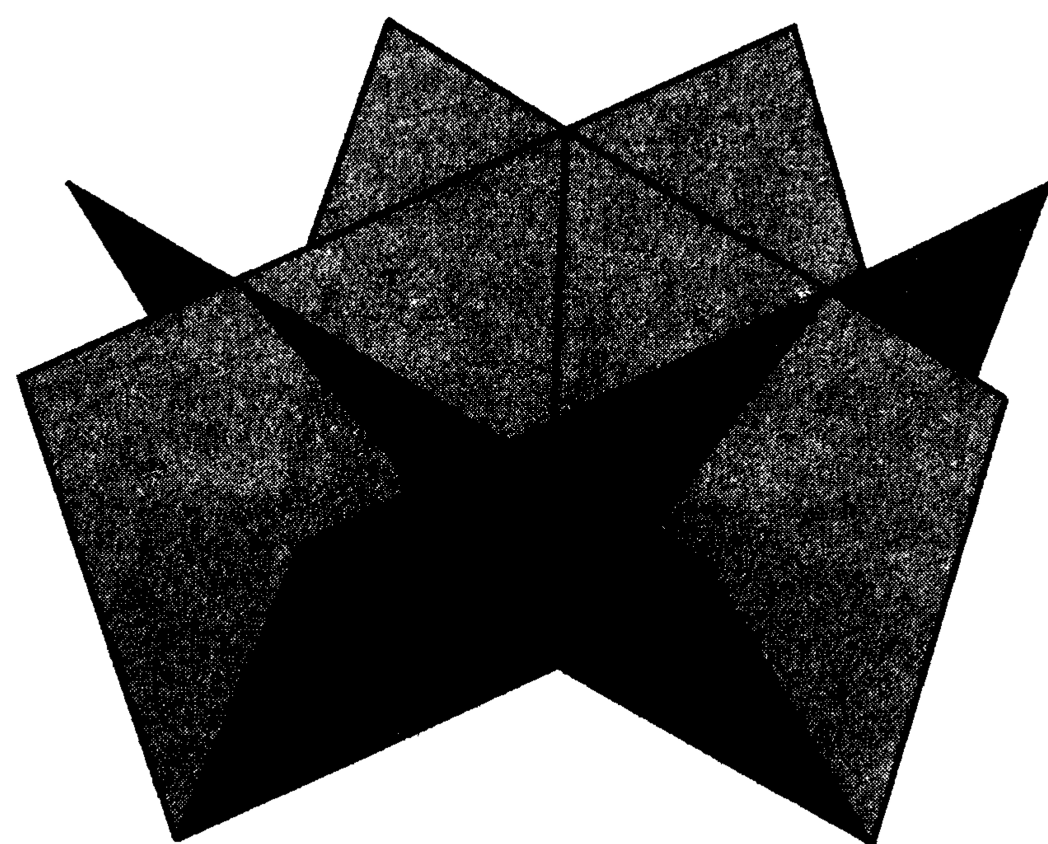


图 7-8　蓝失谐下远离共振阱的几何配置

蓝失谐激光阱把原子陷俘在光强最弱处，中空光束自然最具有吸引力. 早在 1986 年，就有人建议利用光强分布呈面包圈形的光束来陷俘钾原子[28]. Kuga[29] 等用这种被称为拉盖尔-高斯(Laguerre-Gaussian，LG)光束形成的光阱俘获了光学黏团中的铷原子. 面包圈形的中空光束由钛宝石激光器腔中插入一条 20 μm 粗的细钨丝形成. 为了造成立体光阱，在垂直于光轴并与之相距 2 mm 处加了两束"塞子"光(如图 7-9 所示)，以形成高的光势垒. 光阱深约 40 μK，可装载 10^8 个原子，寿命为 150 ms.

后来，有人在用全息相位板产生的单束光中形成了光阱[30]，在激光蓝失谐 0.1～30 nm 情况下，囚禁了 10^5 个铷原子，密度达 $7\times10^{11}/cm^3$，寿命为 300 ms，温度为 24 μK. Webster 等人用会聚的面包圈形光束作了铷原子偶极力光阱的实验. 光束处在垂直方向上，"面包圈"则在水平面上，光阱呈圆锥形，从顶端逐渐扩大；此外，垂直方向上用一个磁场进行约束，所以实际上是光和磁场的混

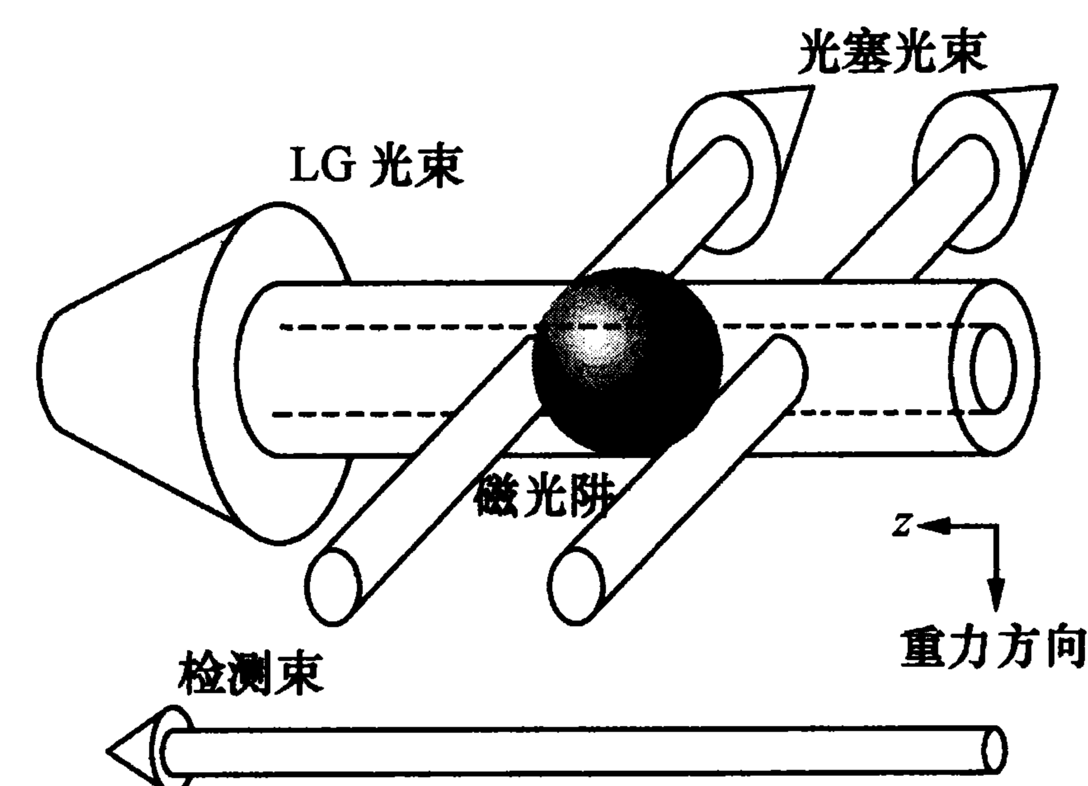


图 7-9　面包圈光阱的形成

合阱. 由于阱深太小(阱深仅为 2 μK)，阱是埋在磁阱中用蒸发冷却得到的约 1 μK 的冷原子团中的；阱中囚禁了约 1000 个铯原子.

7.2.3　驻波激光束，光格点

在第三章中，我们讨论了由两束对射激光形成的驻波场中原子所受的辐射力. 由于驻波场中光强分布不均匀，根据激光频率失谐不同，偶极力把原子推向波节或波腹：$\delta>0$，推向波节；$\delta<0$，推向波腹. 这种力是周期性的，以光的半波长为周期. 在弱光场下，力可由式(3.4.15)表达，由此得到相应的周期性光阱势. 这种势能分布实际上是由不同位置上原子基态能级的光位移不同引起的. 这就是 Letokhov 建议的光阱[1]. 这种光阱的线度小于光的半波长，囚禁范围很小，是一种微光阱，一般阱深很浅. 为了得到较强的陷俘势，要求驻波光的光强很大. 设原子速度很小，从强光下修正的偶极力公式(3.4.15)可得到阱势的公式为[7]

$$U = U_0\cos(2kx),$$

式中

$$U_0 = \frac{\hbar|\delta|\Omega^2/2}{\delta^2+\Gamma^2/4+\Omega^2/2}. \tag{7.2.14}$$

当 $\Omega\gg\Gamma,\delta$ 时，阱深的渐近值为

$$U_0 = \hbar|\delta|; \tag{7.2.15}$$

当$|\delta| \gg \Omega, \Gamma$时，有

$$U_0 \approx \hbar\Omega^2/2|\delta|. \tag{7.2.16}$$

这样的周期性阱势中实际上还存在着散射力，它仍起着光学黏团中对射光束的冷却作用；不过就形成阱势而言，它的作用是比较小的. 所以，这里基本上是基态能级光位移引发的偶极力起作用. 在这样的驻波光场中，有许多这类微光阱整齐地排成阵列，冷原子则被陷俘在阱势最低处（实际上就是在西西弗斯冷却中动能不足以爬上"山顶"的原子），形成冷原子栅格，称为光格点. 两束对射激光形成的是一维光格点. 实际上，§4.4 讨论的原子在激光驻波场中的沟道化就是利用了驻波的光阱效应，即一维光格点效应. 两对互相垂直的驻波光束将形成二维光格点，其形状酷似超市里的鸡蛋格板（图 7-10）；而三对互相垂直的驻波光场则会形成三维光格点.

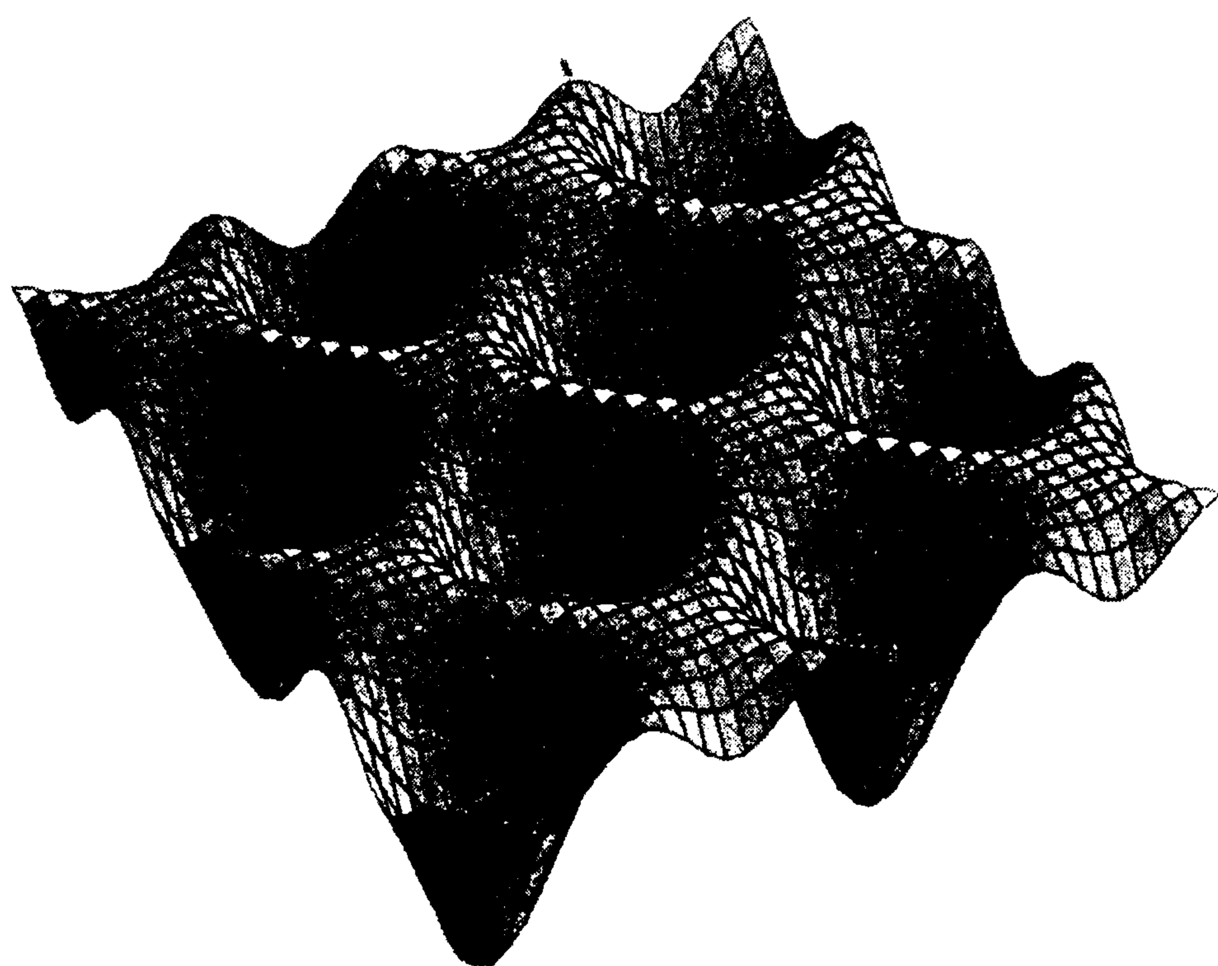


图 7-10 鸡蛋格板式的二维光格点[41]

在三维光格点中，原子集中在阱势最低处，产生局域化效应. Westbrook 等人在埋到光学黏团的三维驻波光阱中首先观察到了钠原子的局域化效应[32]. 在他们的实验中，原子动能低于光阱势，结果证明原子确实被陷俘在半个波长之内.

在这种阱中，原子的动量仅为几个 $\hbar k$，它们的德布罗意波长也约等于激光波长的几分之一. 这意味着，若阱势足够高，冷原子的运动范围仅限于激光的半波长大小的势阱之内，与德布罗意波长可比. Castin 等人证明[33]，在这种情况下，局域化原子运动不能按照经典粒子在谐振势中振动的模式来处理，而需要用量子力学

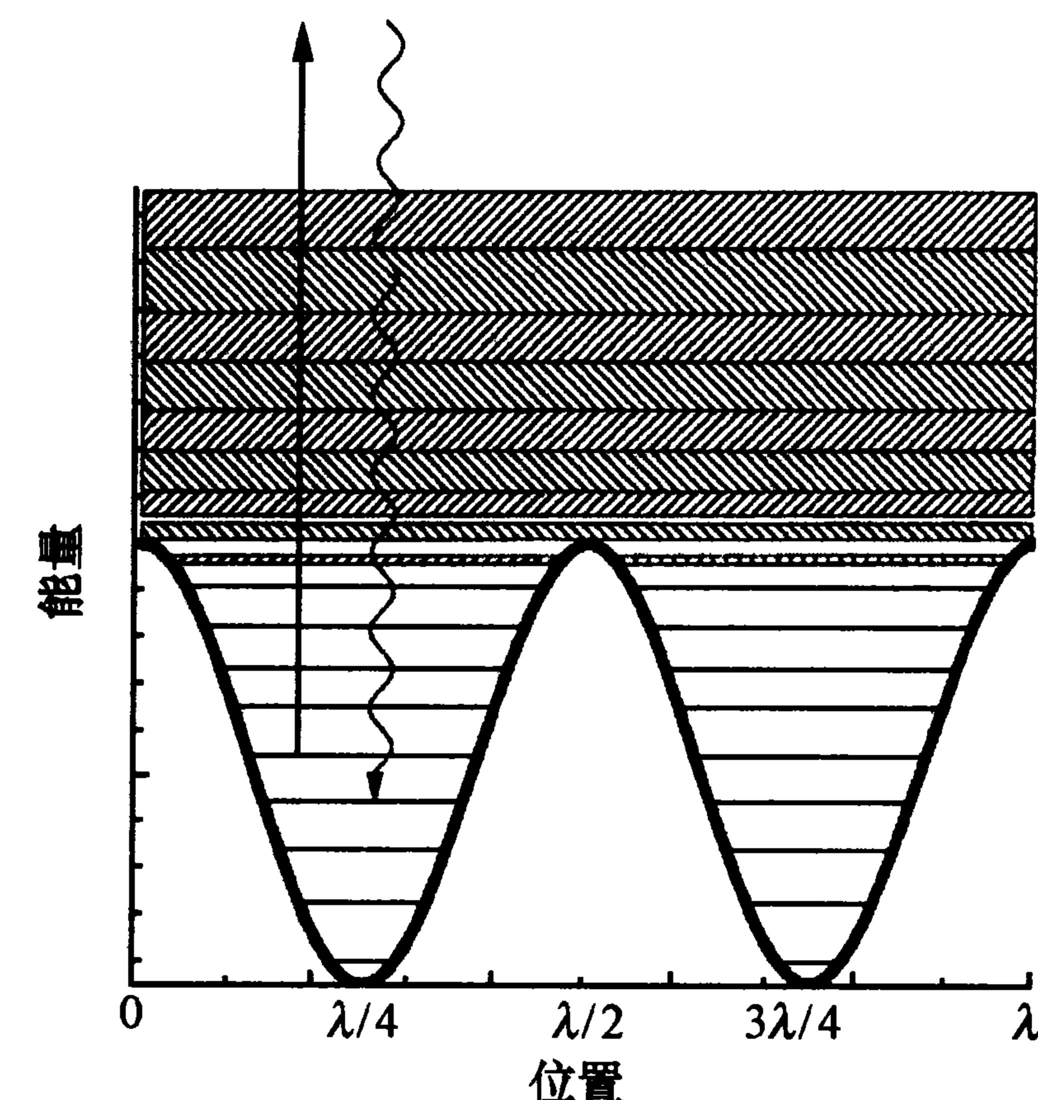


图 7-11 一维光格点周期势阱中原子能级[33]

描述；其结果是，如同在势能呈空间周期分布的晶格中一样，原子的振动能级也呈现分立的能级结构，如图 7-11 下部所示. 原子可在不同振动能级之间发生跃迁，其频率即为振动频率. 势能谷点附近能量变化呈倒抛物线形，可用下式表示[7]：

$$U \approx m\omega_\nu^2 x^2/2, \tag{7.2.17}$$

其中 x 是偏离势能谷点的距离，ω_ν 是振动频率，ν 表示不同振动能级的振动量子数：

$$\omega_\nu = 2\sqrt{2(U_0/\hbar)\omega_R}, \tag{7.2.18}$$

$\omega_R = \hbar k^2/2m$ 是原子的反冲频率. 从第二章我们知道，这种谐振势上不同振动能级的能量为

$$\varepsilon_\nu = \hbar\omega_\nu(\nu + 1/2). \tag{7.2.19}$$

Verkeek 等人在铯原子光学黏团中进行的"lin⊥lin"一维光场实验证明了上述局域化原子分立振动能级的存在，并且用拉曼光谱测得了与激光强度有关的振动能级间距[34,35]. 后来，Hänsch 小组在二维光场中也观察到原子束缚于二维光阱的现象[36].

Grynberg 等人则进一步在三维光势阱中检测到原子局域化现象，并观察到原子的振动能级跃迁[37].

Jessen 等人进一步在铷蒸汽的一维光学黏团中仔细地观察了原子的局域化现象[38]. 在由"lin⊥lin"激光束和原子基态能级光位移随不同坐标构成的光势场中，铷原子被局限在 $\lambda/15$ 范围之内. 在这种周期性势能场中，原子运动状态可用不同的振动能级表示，因此可以观察到共振荧光光谱的拉曼效应，如图 7-12 所示[7]. 图 7-12(a)中荧光谱线上的左右两个侧峰分别表示拉曼跃迁谱线的斯托克斯和反斯托克斯成分(跃迁前后振动量子数变化为 $\Delta\nu=\pm1$)，相应于图 7-12(b)中两侧的跃迁. 没有振动能级变化的中央瑞利散射线要强于拉曼散射线；而两侧拉曼散射线中则斯托克斯线要强于反斯托克斯线. 这说明相邻振动能级上原子布居数的差异，由此可根据能级布居数的玻尔兹曼分布因子 $\exp(\hbar\omega_v/k_BT)$ 估算出原子温度. 上述的原子运动范围为 $\lambda/15$，也是这样估计得到的. 图 7-13(a)描写了 Jessen 等人用外差法①测量荧光频率的实验结果[38]，它与理论预期完全相同；在放大的曲线上甚至还可看到两侧很小的属于振动能级跃迁 $\Delta v=\pm2$ 的线. 图 7-13 反映用 σ^+-σ^- 对射激光下的实验结果，我们并没有看到共振荧光的谱线分裂现象，这是因为在这种光组态下光位移不随空间变化(见 6.1.3 小节)，因而也不可能产生原子势阱. 后来，Gatzke 等人又在三维光格点中观察到拉曼跃迁谱线结构，并测得温度为 $k_BT\approx0.1U_0$[39].

由图 7-13(a)可见，中央共振峰和两个侧峰的谱线很窄(几乎看不到多普勒增宽)，这是因为原子局限于比激光波长还小的空间

① 即先把荧光信号与作为本机振荡器的激励激光信号共同注入光电二极管，再利用光电二极管的非线性效应检测荧光频率与激光频率的差频(差频信号用射频频谱分析仪处理). 该方法可消除激光频率抖动的影响.

中，原子感受到的光波的相位差很小，多普勒效应被抵消掉了. 这叫做 Lamb-Dicke 效应(见 2.5.2 小节)或 Dicke 谱线变窄[40]. 因

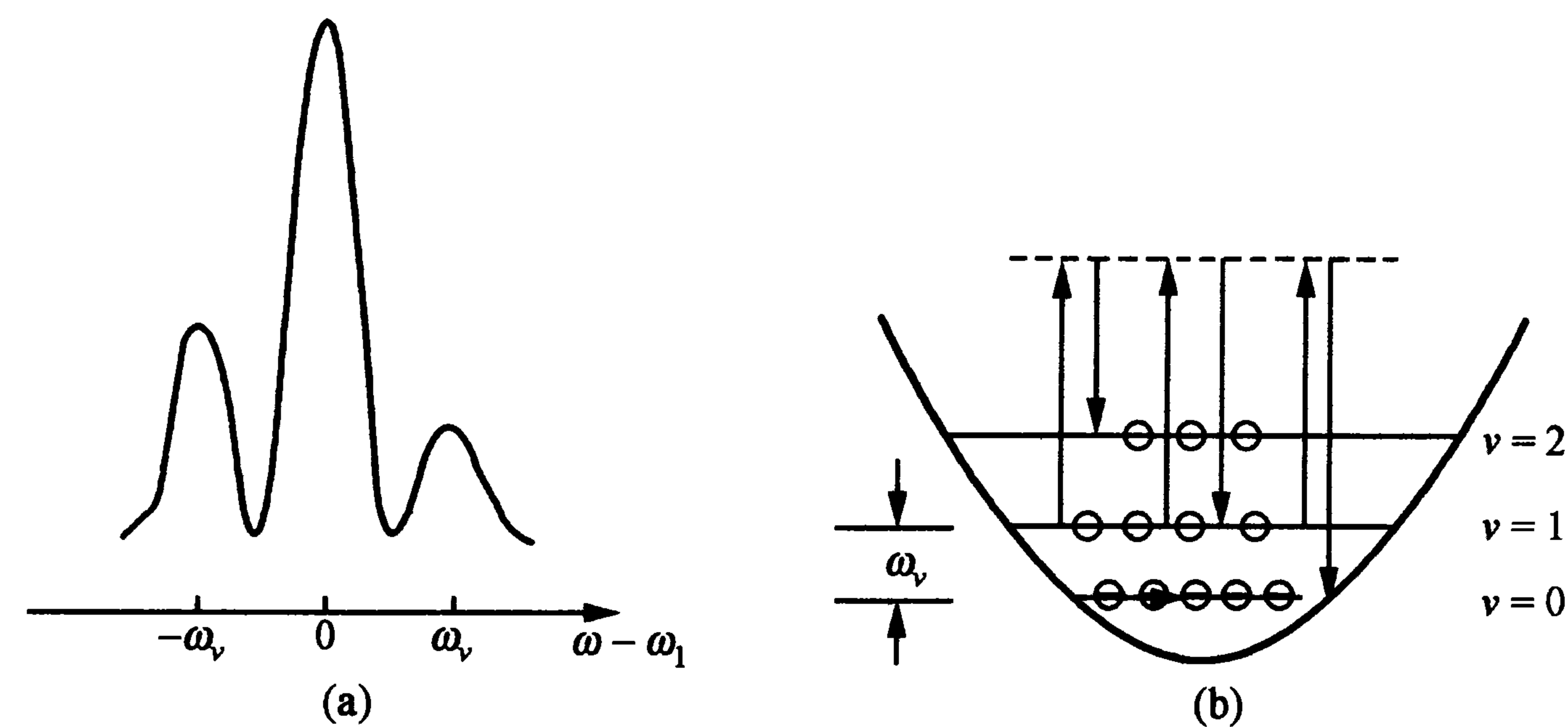


图 7-12　周期性光场中原子的共振荧光拉曼谱(a)和相应的振动能级间的跃迁(b)[7]

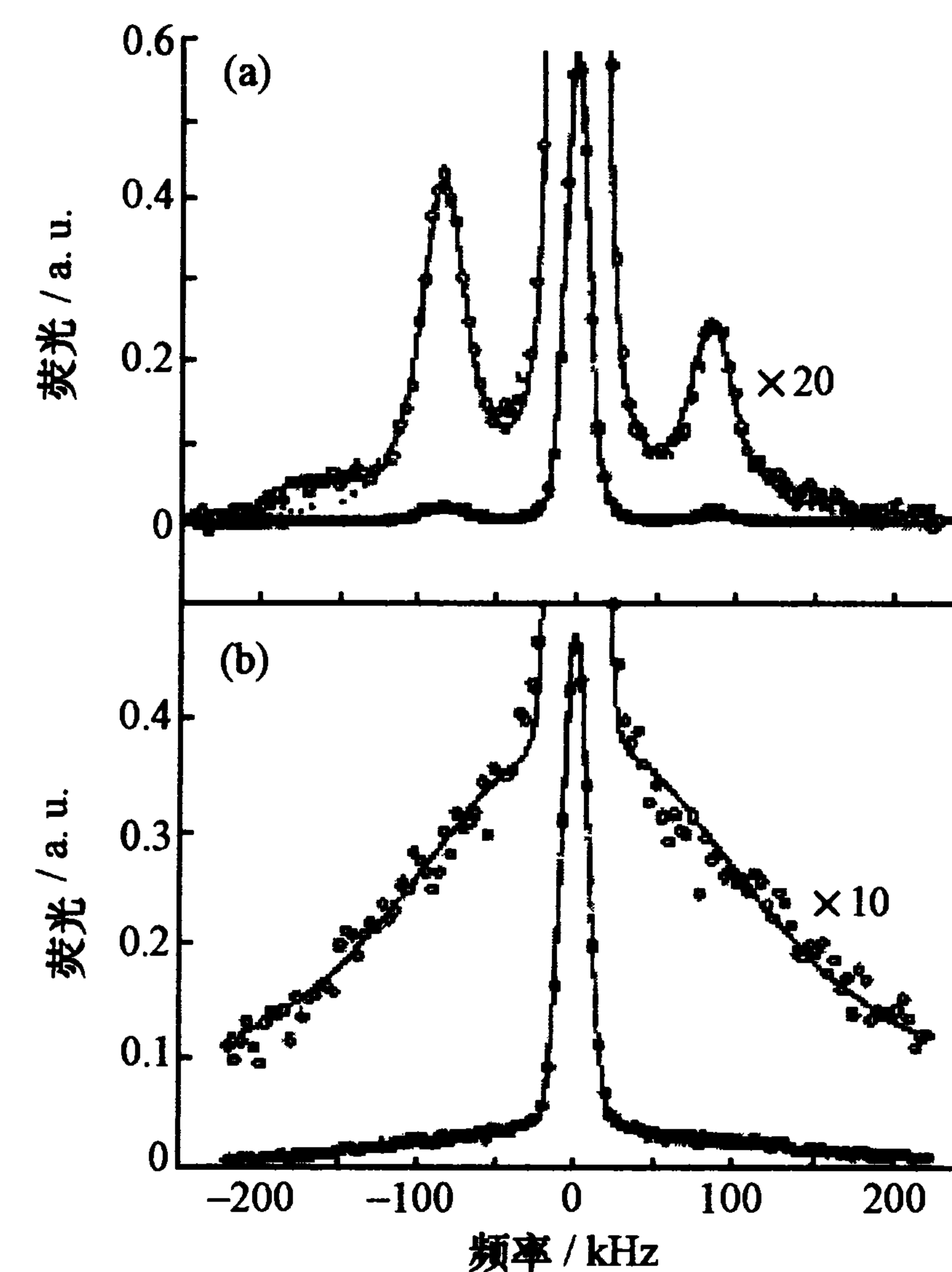


图 7-13　一维光格点中原子的共振荧光谱(a)和圆偏振光场中的情况(b)

此，在荧光的拉曼谱线上看不到多普勒增宽，也间接说明原子被局限在小于波长的空间中①.

需要说明，与以前用半经典方法处理原子激光冷却问题不同，那里，原子是作为质点的，其运动是作为外部经典参量看待的. 在西西弗斯冷却中，原子先靠在光场中"爬坡"来损失动能，提高势能；然后再靠光抽运和自发辐射把多余的势能带走. 在上述分立振动能级描述中，原子的外部整体运动(振动)已经量子化了. 在这种图像中，激光冷却过程是光先使原子从运动能量较高的状态激发，然后通过自发辐射回落到能量较低的状态. 这样，光散射带走了原子运动能量. 这里，量子力学过程保证原子从高振动能级上通过激发而自发辐射回落到低振动能级的概率要大于相反过程. 这样，通过光抽运，就使原子在不同振动能级之间转移. 这是这种光冷却的本质特性[41].

实验上实现光格点并非易事，不是简单地用几块镜面把两三束来回反射、互相正交的激光组合起来就能成功的. 这是因为光格点要求几束光之间的相位关系非常恒定，而各光束的相位和偏振难免因镜面受轻微机械震动的影响而发生抖动. 为了解决这个问题，许多实验室进行了多方面的探索. 例如，Hänsch 小组利用精密光干涉仪精确控制光相位，在 Oxy 平面上由两束正交的线偏振光组成了相位相当稳定的二维光格点[42]，其交汇面上各处光电场

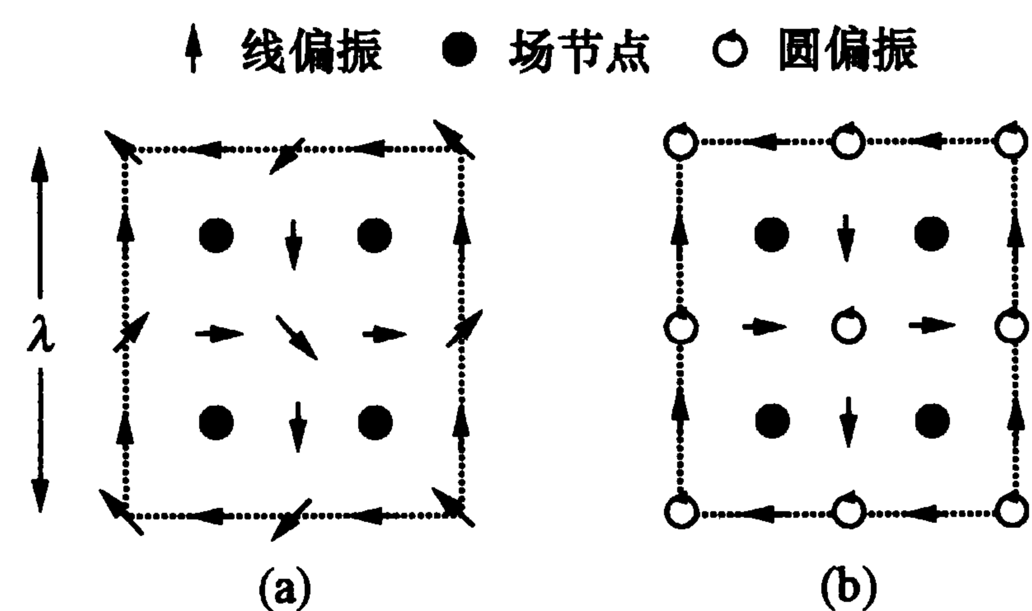


图 7-14 Oxy 平面上两束正交驻波的电场偏振组态

(a) $\phi=0°$；(b) $\phi=90°$.

① 在图 7-13(b)的放大曲线上可明显看到，荧光谱线由窄的高峰和宽的多普勒增宽峰组成，这体现了散射荧光的方向与激发光束同向或反向的不同贡献. 因拉曼散射过程多普勒频移为 $\boldsymbol{v}\cdot\Delta\boldsymbol{k}$($\Delta\boldsymbol{k}$ 是散射前后光束波矢量的变化)，故前者多普勒频移为零，后者则加倍，形成多普勒增宽峰.

偏振情况(见图 7-14)随两束驻波光之间的相位差而异. 图中显示出两束光相位差为 $\phi=0°$和 $90°$的两种不同情况，两者都保持着二维光学黏团对铷原子的冷却作用，并有光格点势阱分布. 但是吸收光谱的振动能级结构在 $\phi=90°$时明显；而在 $\phi=0°$时不明显. 这反映了两种不同偏振状态对原子基态的阱势的不同. 他们还进一步用精确控制相位的办法实现了三维光格点[43]. Rauschenbeutel 等人[44]则利用由三面反射镜组成的折叠单模腔组成相位稳定的驻波光场(见图 7-15①)，形成二维光格点. 图中在虚线位置上插入偏振片，还可以调节光的偏振状态. 不过，这种装置有一个缺点：若镜面处在真空室的外面，则反射回来的光要多通过 6 面光窗，这样就难以保证驻波光中来回两束光的光强平衡. 作者提出了一些改进办法，并认为可以推广到三维情况.

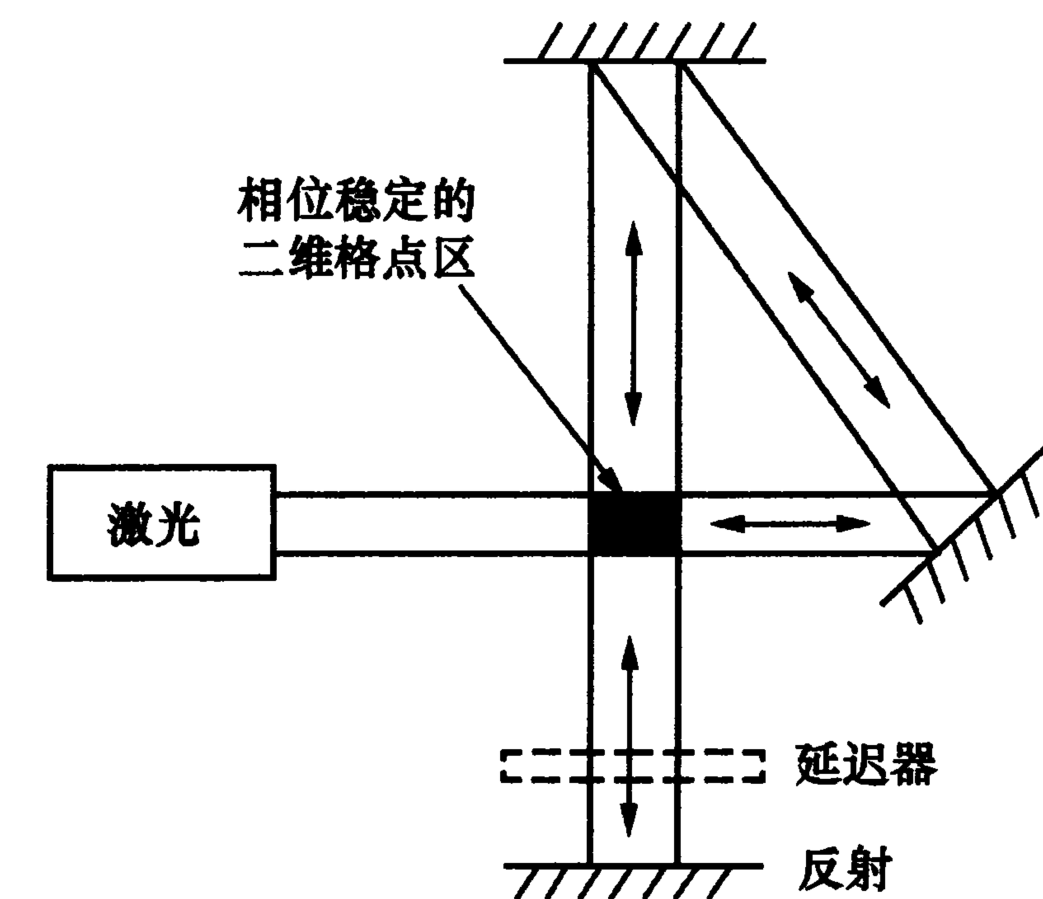


图 7-15 单模折叠腔组成的二维光格点光束布置

Grynberg 等人提出了一种更为巧妙的二维和三维驻波光形成光格点的方案[37]，其优点是光势阱的形状对陷俘光的相位移动不敏感. 相位移动只引起光格点的整体移动，而不至于改变其拓扑结构. 他们的方案是这样的：在用 p 束光形成 $n(n<p)$ 维空间光格点时，光势阱状况与入射光的相对相位有关，其中独立的相对相

① 该图并非是文献[44]中的原图，而是引自文献[41].

位数为 $p-1$，而独立的空间移动维数也是 n. 如果能使两者相等，则可以在光束发生空间移动时保持相位随动，从而使阱势的整体拓扑结构不变. 这样，n 维光格点的光就不需要 $2n$ 束，而只要 $p=n+1$，即二维的只要三束光，三维的只要四束光，等等. 图 7-16 表示他们对二维和三维光格点的具体光束布置及其效果. 对二维情况（图 7-16(a)，(b)），三束光 1，2，3 处在同一平面上，互成 120° 而指向同一点. 它们都是在光束平面上线偏振的，但三束光合成使偏振方向随空间变化，六角形格点上则是纯圆偏振的，该点是势能最低点. 而在三维结构（图 7-16(c)～(e)）中，四束光 1，2，3，4 不在一个平面上，但会聚到一点. 其中三束相当于正方体一个顶角上的三边，是线偏振的，而相当于该角三等分线的那一束光（图中 z 方向的光）是圆偏振的（它可以看成是两束线偏振光的合成）. 这种构形的势能最低点在体心立方（body center cubic，BCC）格点上，那里合成光也是圆偏振的. 图中势能最低的格点位置都用黑色表示. 在三维情况下，z 方向上的格点周期为 $3\lambda/4$. 文献[45]详细探讨了二维和三维光格点的各种光束组态及其效果，这里不多叙述.

上述光格点中，势能最低点都处在光强最大处，难免有光吸收和散射的问题，这也限制了格点上原子密度的提高. 为了解决这个问题，Grynberg 等人提出"格点上光强最弱的暗光格点"设想[46]，并在弱磁场中的铷原子上实现[47]. 同样，为了解决这个问题，Friebel 等人提出并实现了"远离共振光格点"(far-off-resonance optical lattice，FORL)的方案[48].

在周期性光场中，原子的量子化运动类似于原子在晶格场中的行为. 例如，在阱中深处，原子有分立的能级结构；但到阱的顶部，能级变宽，逐渐成为能带结构，并产生禁带，如同固体中的原子行为（见图 7-11）. 在这种用光场人为形成的晶体中，每个格点上可以有单个或多个原子，它们的物理性质和用途也各不相同. 因此，光格点提供了一种崭新的物质状态，开辟了一个新的研究和应用方向，文献更是不胜枚举.

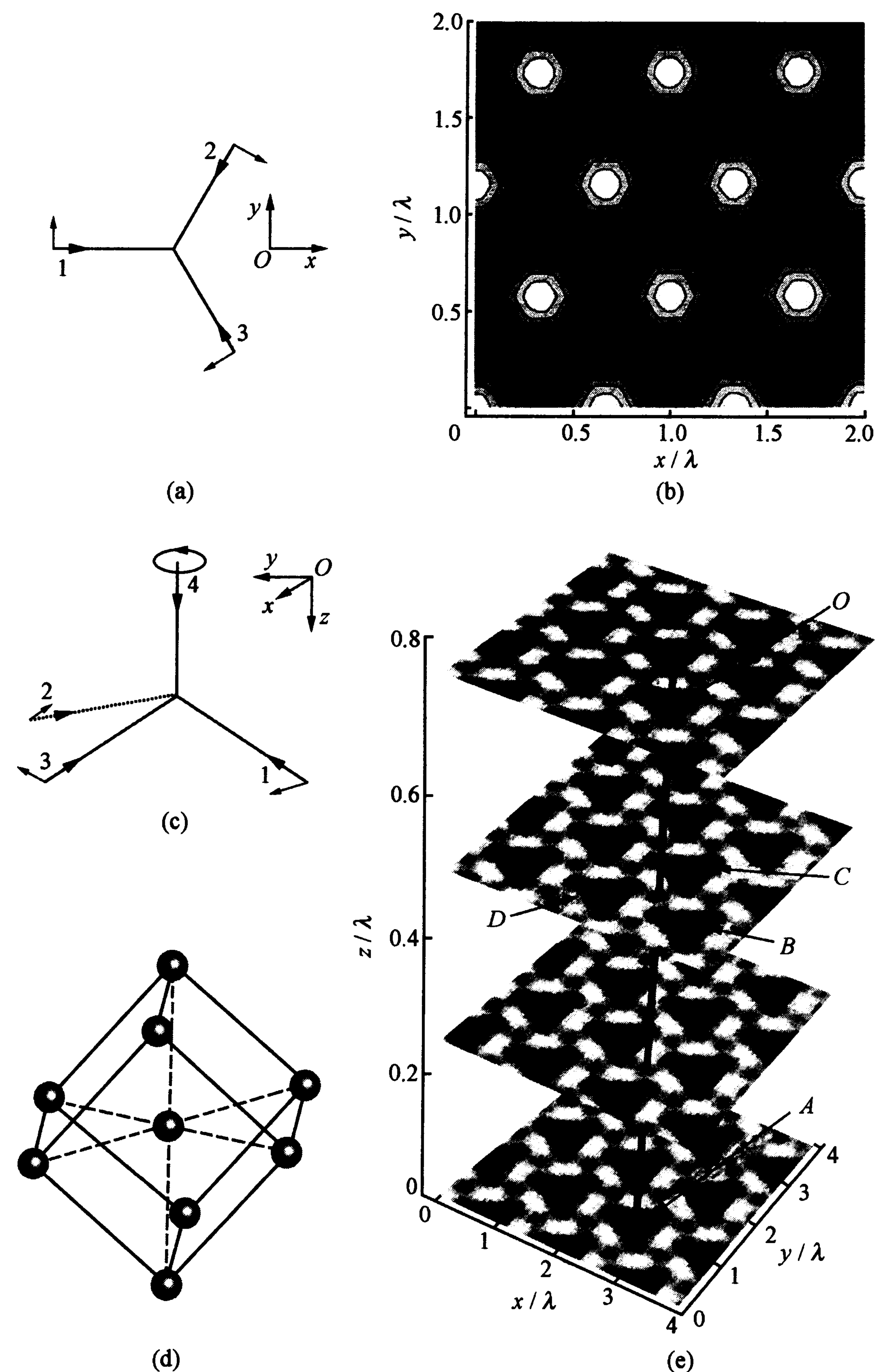


图 7-16　二维(a)，(b)和三维(c)～(e)光格点的光束布置及效果

7.2.4 隐失波光阱[7]

隐失波是光在全反射界面附近的一种特殊现象，那里光强随离界面的距离按指数衰减，形成激烈变化的光强不均匀性．因此，在垂直于光界面的方向上可以得到较大的偶极梯度力．当然，原子在光束行进方向也会感受到散射力，如同在单束行波光阱中一样（见图 7-17）．图中，激光从介质反射，而在反射面附近的真空中则有迅速衰减的光场分布，造成 z 方向的梯度力 F_{gr}，而在沿光束方向，则存在散射力 F_{rp}.

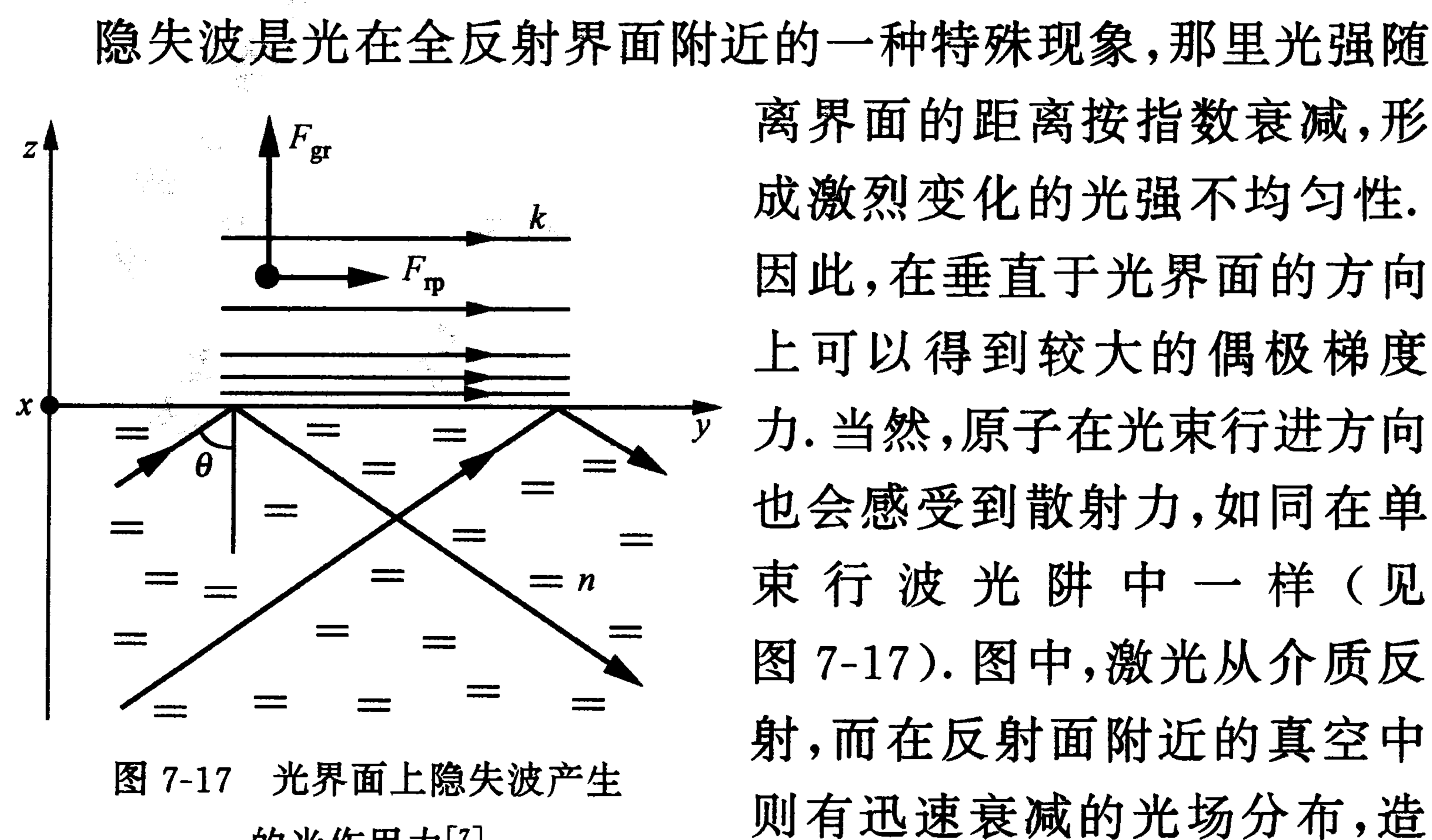


图 7-17　光界面上隐失波产生的光作用力[7]

这里，我们只讨论偶极力．由于沿 z 方向光强呈指数衰减，即

$$I(z)=I_0\mathrm{e}^{-2\alpha z},\qquad(7.2.20)$$

其中 $\alpha=k\sqrt{n_r^2\sin^2\theta-1}$（$\theta$ 是激光入射角，n_r 是介质折射率）是隐失波渗透到真空区特征深度（约为 $\lambda/2\pi$）的倒数．根据式(7.2.1)，原子在 z 方向所受的梯度力为

$$F_2(z)=\hbar\alpha\delta\frac{s_0\mathrm{e}^{-2\alpha z}}{1+s_0\mathrm{e}^{-2\alpha z}+4\delta^2/\Gamma^2},\qquad(7.2.21)$$

这里 $s_0=I_0/I_s$ 是在光界面上的饱和因子（式(2.5.11)），I_0 是界面上的光强．

当激光频率为正失谐（$\delta>0$）时，偶极力指向光弱处（如图 7-17），向下运行的原子可产生镜面反射的效果．这对原子光学有重要应用，第八章中将有较详细的讨论．

当原子运动速度很小时，在 $\delta>0$ 的情况下，从式(7.2.2)可求得偶极力势

$$U(z)=\frac{1}{2}\hbar\delta\ln\left(1+\frac{s_0\mathrm{e}^{-2\alpha z}}{1+4\delta^2/\Gamma^2}\right).\qquad(7.2.22)$$

在用偶极力使原子作镜面反射时，由于横向上原子还受到散射力的作用，原子的横向速度稍有变化，入射角与反射角不会很对称；不过可以利用改变激光的失谐来调整势阱深度，从而调节镜面反射状况．在大失谐（$|\delta|\gg\Gamma,\Omega_0$）情况下，阱势与失谐的关系为

$$U(z)=\frac{\hbar\Gamma^2}{8\delta}s_0\mathrm{e}^{-2\alpha z}=\frac{\hbar\Omega_0^2}{4\delta}\mathrm{e}^{-2\alpha z},\qquad(7.2.23)$$

其中 Ω_0 是相应于界面上光强的拉比频率，动能比偶极力势小的原子就会被“反射”．

当然，光靠这样一种单方向的偶极力还不能对原子形成势阱；实际上，在 z 方向还可利用重力作为向下的束缚力，作为上面的“镜面”．这样，两个“镜面”就可形成一维光阱，也称为重力光阱．

原子反射“镜面”的思想是 Cook 等人 1982 年首先提出来[49]，Balykin 等人 1987 年在钠原子的实验上实现的[50,51]；Kasevich 等人甚至还使钠原子像在蹦床上那样跳跃[52]．Aminoff 等人在铯原子上实现的原子反射面则是一个曲率半径为 2 cm 的凹面，如图 7-18 所示[53]；图中还显示了原子蹦跳的状况．后来，Dowling 等人详细讨论了不同光组态及其他各种原子用隐失波和重力场实现光阱的方案[54]，他们还写了一篇很好的评述文章[55]．图 7-19 描述了几种用隐失波和重力的不同方案，多数情况都是用玻璃做介质．

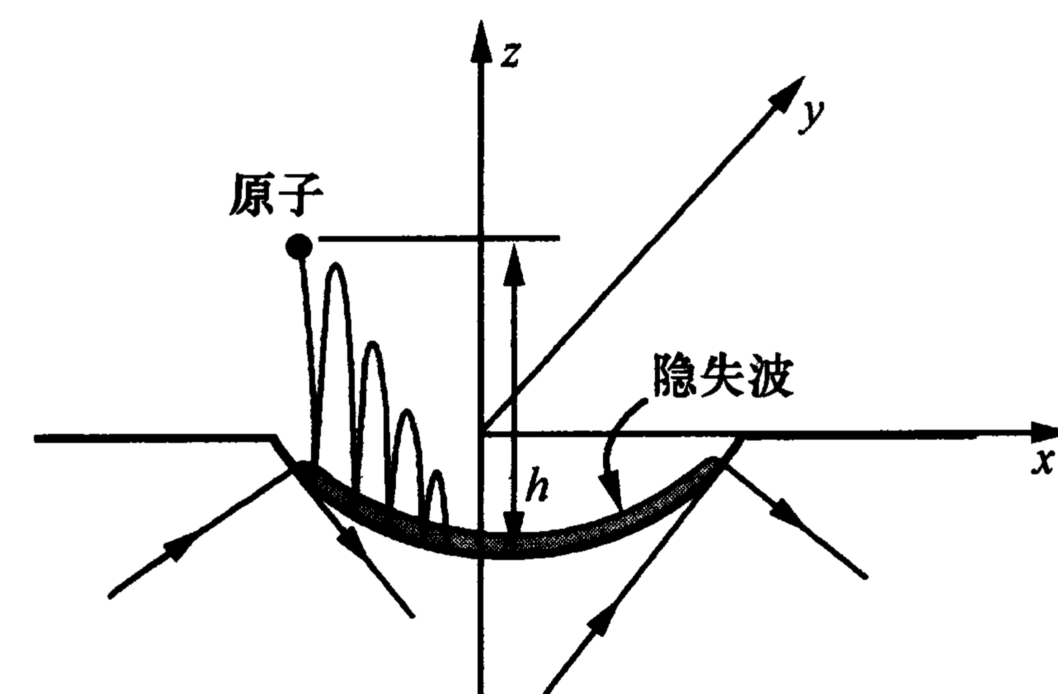


图 7-18　凹面隐失波原子镜面和重力形成的光阱[7]

上述靠光界面上的隐失波和重力作用的光阱都位于光界面的表面处约一个波长的深度内（对可见光，约 1 μm），也称重力光表面阱（gravito-optical surface trap，

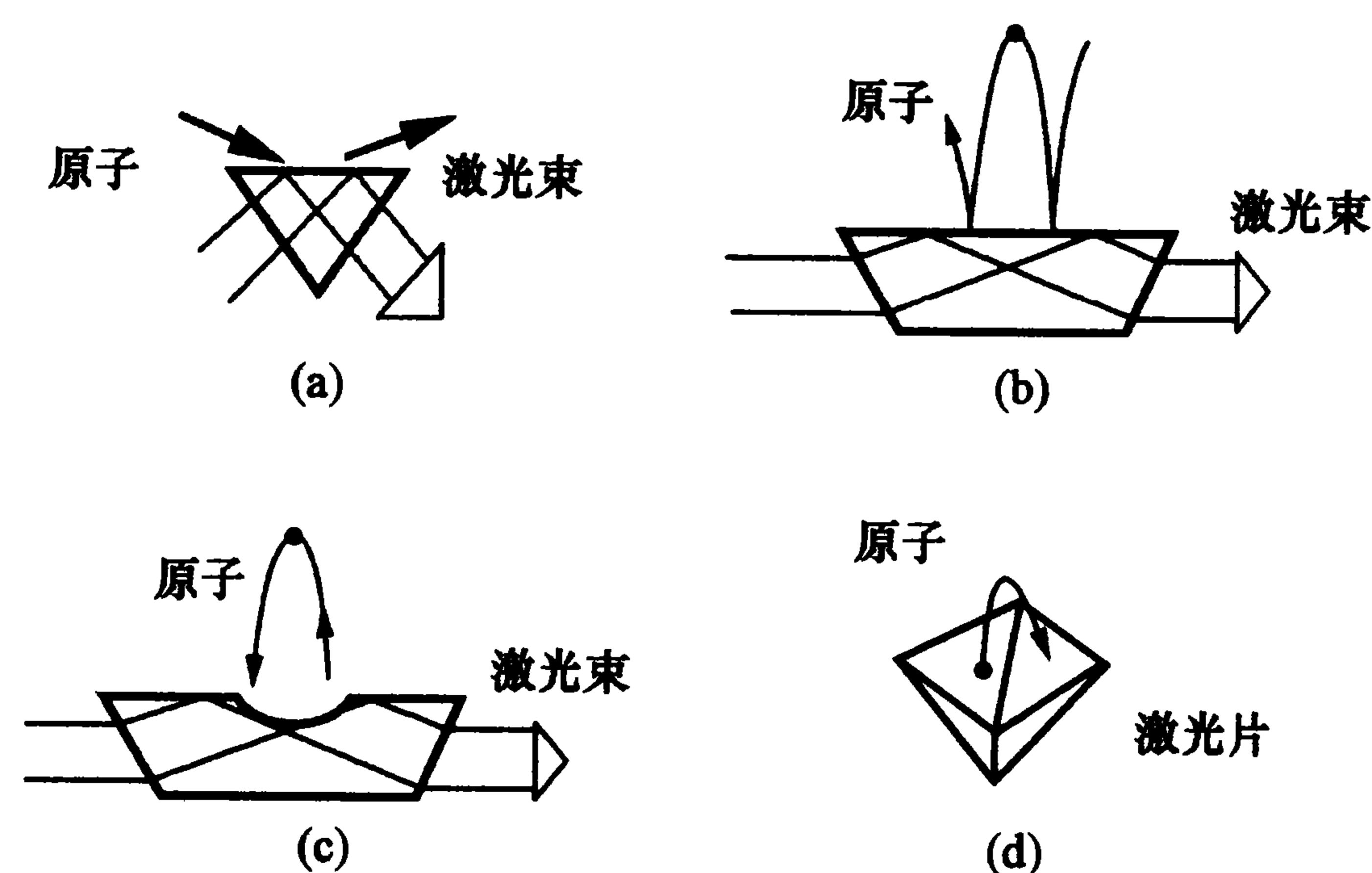


图 7-19　几种用隐失波和重力形成的光阱构形

GOST)[56]. 在这种阱中，原子所受的是保守力的作用，所以反射是弹性的. 但当原子基态存在多个能级时，还可发生非弹性反射，使原子进一步冷却；其原理是(参见图 7-20(a))：根据式(7.2.23)，原子感受的隐失波光场势能与失谐 δ 成反比. 在 $\delta>0$ 的情况下，原子基态的光位移为正值，下能级(对铯原子为 $F=3$ 能级)δ 小，势能高；上能级(对铯原子为 $F=4$ 能级)δ 大，势能低. 原子越接近光反射界面，势能越高. 设原子先处在基态超精细结构下能级上，在向界面运动的过程中势能增高，速度降低，然后发生反射；与此同时，原子还会发生光激发，并可回落到基态上能级($F=4$). 由于上能级的势能低，原子反射速度低，故这种反射是非弹性反射，原子的速度恢复不到原来的值. 最后，原子还会从该态受光激发而回到 $F=3$ 态. 但在这个循环过程中，原子速度降低，动能损失，产生西西弗斯冷却作用[57,58]. Ovchinnikov 等人利用图 7-20(b)的实验装置实现了原子冷却[56]. 垂直方向上的原子陷俘靠光界面上的重力光阱；水平方向上则凭借一束蓝失谐的空心光束的偶极力，使原子指向中心. 非弹性反射使原先用磁光阱冷却到纵向约 90 μK、横向为 12 μK 的铯原子进一步都冷却到约 3 μK. 此方法与特殊的角锥隐失波原子波导(即一端为喇叭口状空心光波导，用以提高光与原子的耦合效率)相结合，还可用来提高冷原子相空间密度[59]，有

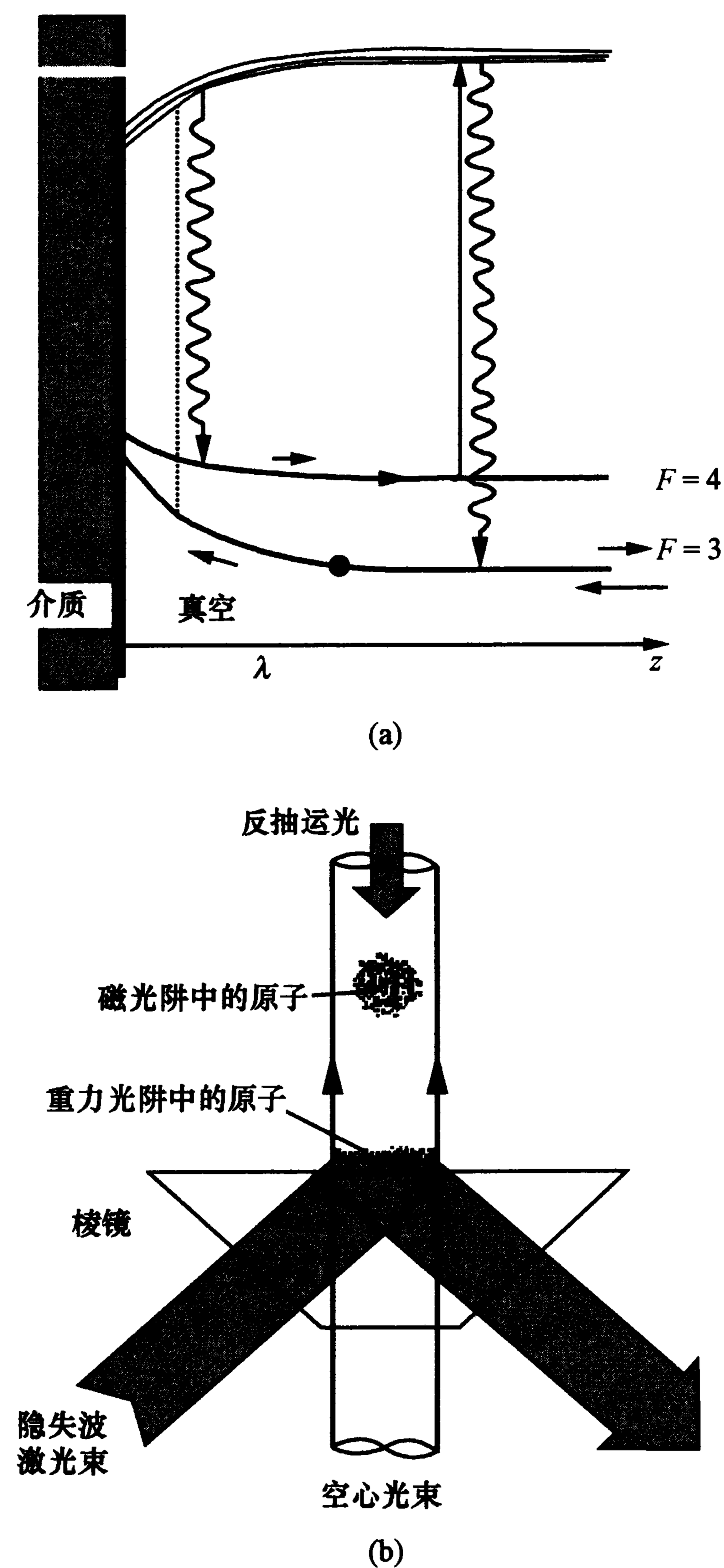


图 7-20　利用重力光阱和隐失波光场进行原子冷却的跃迁过程(a)和实验方案(b)

利于实现玻色-爱因斯坦凝聚.

由一对隐失波光束可形成两面对称的光阱，把原子囚禁在里面. 原子的速度很低，其德布罗意波长可与空间线度相比拟，这样该空间就成为囚禁原子物质波的原子腔. 实际上，在 Kasevich 和

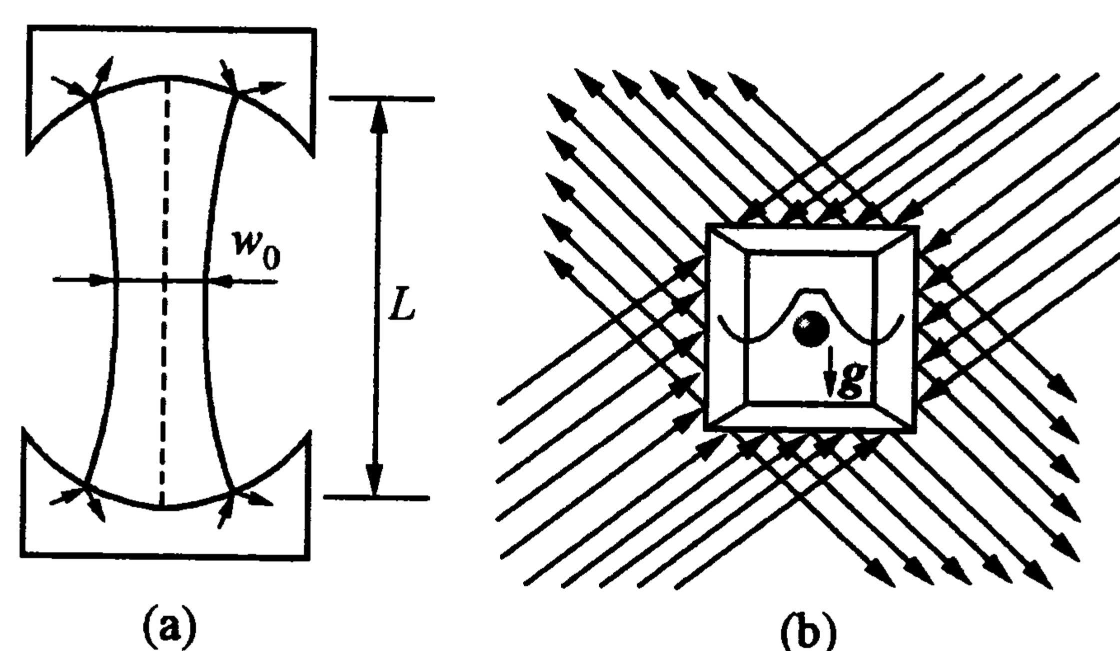


图 7-21　由隐失波形成的两原子镜面组成的原子腔

Aminoff 等人的实验中，原子蹦跳就可看成是原子物质波在由隐失波和重力场组成的原子腔中来回振荡. 图 7-21(a)表示一个完全由隐失波组成的原子腔[7]；图 7-21(b)则显示一个三维立方原子腔，它由三对互相垂直相交，每对由两束互相对射激光形成的隐失波所组成[54]. 这种原子腔是物质波的共振腔，也许对实现原子激射器有一定意义(见第十一章).

隐失波光阱还可用来导引原子. 用光导引原子的想法首先由俄罗斯人提出来[60]，图 7-22 是一幅示意图. 图中有一个空心光波导，其中传播的主要光模式是 EH_{11}，其光强分布是高斯型的，中心强，边缘弱. 这种光强的不均匀分布对原子造成梯度力，趋向中心还是趋向边缘，取决于光频率是红失谐($\delta<0$)还是蓝失谐($\delta>0$). 图 7-22(b)中的势能(负的)相当于红失谐. 这样，已经冷却的速度

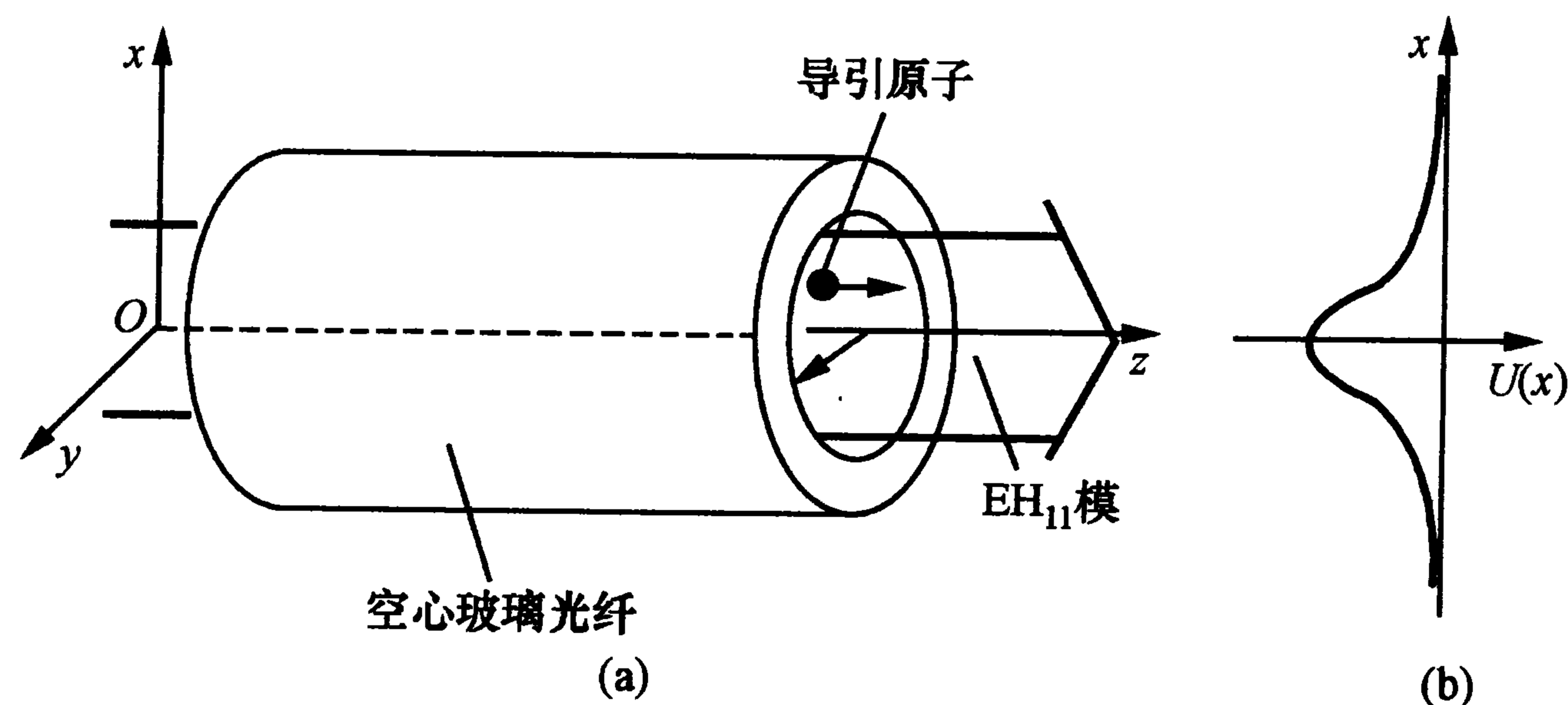


图 7-22　介质空心光波导中 EH_{11}光模的光势及原子导引

很小的原子就可以在光纤中心在光压的推动下沿着光束方向前进，即原子被光导引. Renn 等人实现了这种导引[61]；不过，他们并没有利用隐失波. 它还有一个缺点，即原子处于光强最大值处，难免引起辐射加热效应. 后来，Renn 等人又实现了完全靠隐失波产生梯度力的导引方法[62]. 光在内、外径分别为 10 μm，77 μm 的空心光纤的玻璃介质中行进(图 7-23(a))，光强分布如图 7-23(b)所示. 在蓝失谐情况下，原子受到介质表面隐失波梯度力的作用，指向中心，那里没有光，这就避免了加热问题. 他们认为，和上述单纯依靠掠入射进入光纤的光的强度分布提供梯度力的光导引相比，用隐失波导引原子还有更好的一点，即光在介质中行进的衰减比掠入射模式更小，更便于原子导引. 他们的工作是在铷原子上完成的. 此后，Ito 等人则在内径更小(7 μm 或 2 μm)的空心光纤(hollow optical fiber，HOF)中进行了铷原子导引和光谱实验[63]. Marksteiner 等人从理论上详细分析过这类隐失波原子导引的工作[64]；Gauck 等人则提出并实现了平面准二维的原子导引[65]. 关于原子导引的其他大量工作可参阅文献[66](第八章还将提及这个问题).

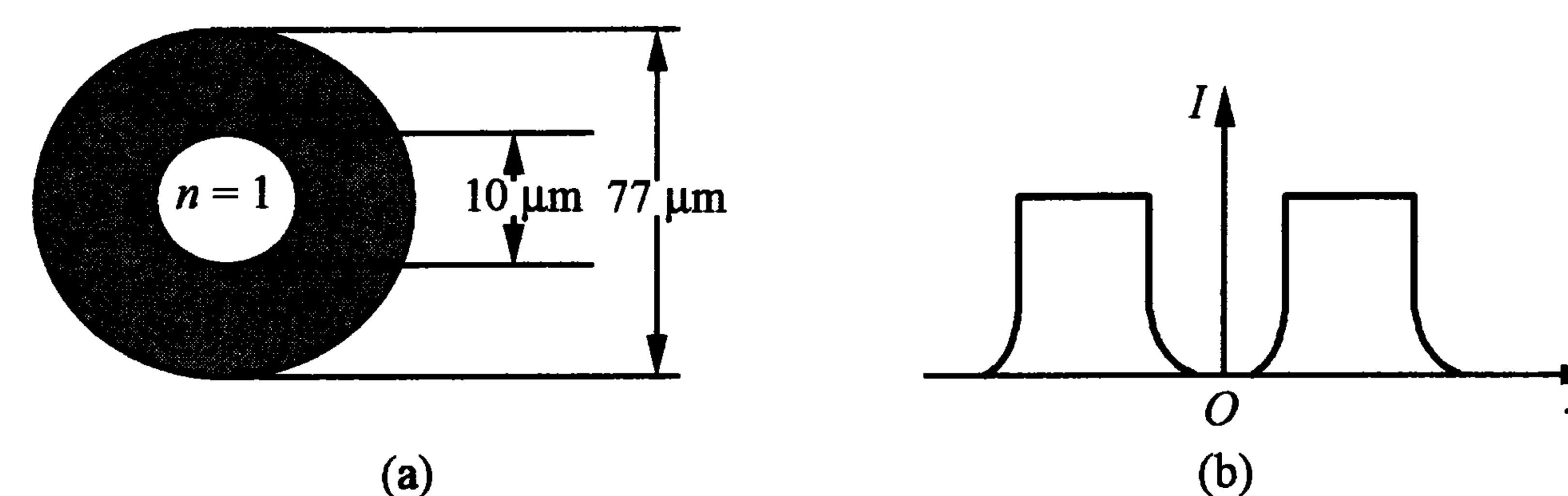


图 7-23　隐失波空心光原子导引

§ 7.3　磁　光　阱

7.3.1　磁光阱的工作原理

§ 7.1 曾指出，单用散射力不可能做成原子阱. 然而，

Pritchard 等人的研究表明[13]，若外场能使原子跃迁频率随空间位置变化，只用激光的散射力也可做成原子阱. 不过，这里外场力也起着重要作用，所以这种阱实际上也是混合力阱. 在这种思想启发下，Dalibard(曾是 Cohen-Tannoudji 在巴黎高师的学生)提出用不均匀静磁场和光压力相结合构建原子阱. 这个想法很快被当时还在美国贝尔实验室的朱棣文小组和 MIT 的 Pritchard 小组共同采纳并合作实现[67]. Dalibard 谦虚地没有同意在文章上署名[68]，但文章作者在最后的"致谢"部分特别指出思想是属于 Dalibard 的. 这种阱曾被称为散射力阱、塞曼光阱等；后来通称为磁光阱.

磁光阱的发明极大地简化了激光冷却和陷俘原子的实验技术，对这一物理学新领域的发展与推广应用起着重要作用，并成为现今获得冷原子的主要实验手段.

磁光阱的工作原理可从图 7-24 理解：为了说明简单起见，在图 7-24(a)中，假定原子基态有总角动量 $J=0$，只有一个能级，在磁场中没有塞曼位移和分裂. 而激发态则有 $J=1$，含有 $m_J=0$，±1三个磁子能级，在磁场中产生塞曼分裂；三个子能级的塞曼位移状况不同，跃迁频率随磁场强度变化. 设磁场是比较弱的不均匀磁场，在坐标原点处磁场为零，沿坐标轴两边磁场强度呈线性增大，但方向相反. 就 z 轴而言，有 $B(z)=Az$($A=\mathrm{d}B/\mathrm{d}z$ 为线性磁场梯度，一般为 $1\sim10^2$ G/cm 数量级). 图 7-24(a)表示沿 z 轴的能级塞曼位移变化：基态不变；激发态 $m_J=1$ 子能级沿 z 轴正向线性增高，沿负向线性降低；$m_J=-1$ 子能级则相反；$m_J=0$ 子能级无变化. 这表明，能级位移遵从弱磁场下附加塞曼能量的公式(2.2.18)变化，而跃迁频率的变化 $\Delta\omega$ 则由下式决定：

$$\hbar\Delta\omega=\Delta E=g_J\mu_B m_J B=g_J\mu_B m_J Az, \qquad (7.3.1)$$

这里 g_J 是朗德(Landé)g 因子，对不同能态是有区别的；它决定能级塞曼位移和分裂的具体状况.

沿 z 轴有一对强度相同的对射激光束，调谐其频率对 $z=0$ 处的原子是负失谐状态，而偏振方向分别是 σ^+ 和 σ^-，如图 7-24(b)

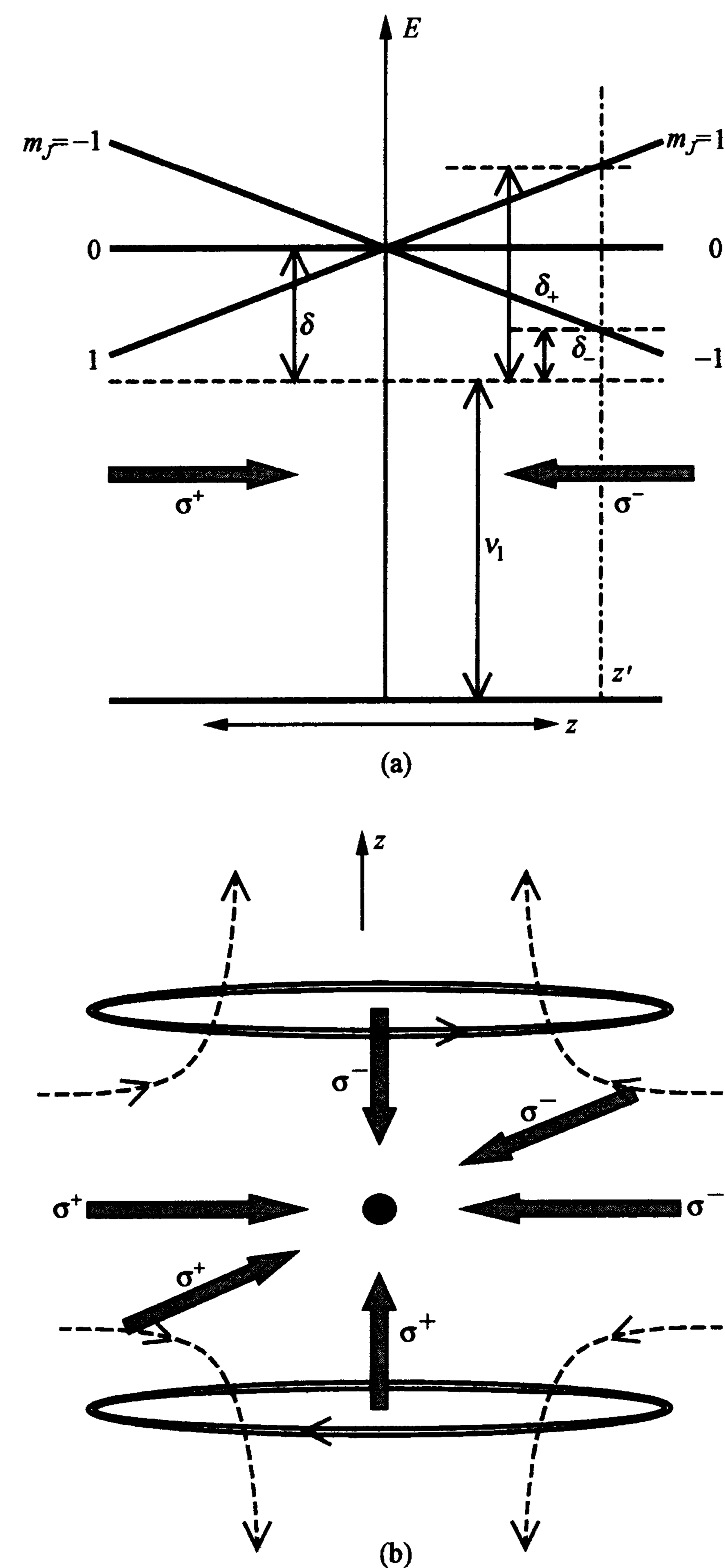


图 7-24 磁光阱工作原理图

(a) z 的能级塞曼位移与光失谐变化；(b) 三维阱结构.

所示. 由于原子对两束光的有效失谐不等，处在 $z>0$ 位置上的原子将更多地吸收 σ^- 光子，激发到上能级的 $m_J=-1$ 的态，因为激光频率更接近 $\Delta m_J=-1$ 的跃迁(失谐更小)，从而受到趋向于中心的负向力；而处在 $z<0$ 位置上的原子将更多地吸收 σ^+ 光子，激发到 $m_J=1$ 子能级，同时受到趋向中心的正向力. 于是，所有原子都将受到指向坐标原点的辐射压力的作用；并且由于失谐越接近原点越大，越接近中心，力也越小，这与抛物面势阱中的原子受力相似. 对于 x,y 方向，也可得到完全相似的作用，这样就实现了原子三维的激光陷俘.

为实现三维陷俘，只要用一对反向的亥姆霍兹线圈就可构建所需磁场. 这对线圈的间距一般与直径相等，而每个线圈中流过的电流方向相反；在两个线圈的中间位置上，各点的磁场方向和大小都不相同：磁场强度在中心点为零，向边缘呈线性增长；在 x,y,z 三个方向各用一对频率相同而圆偏振方向相反的激光束照射坐标原点，就能使速度低于一定值的原子稳定地陷俘在那里. 陷俘力主要依靠激光散射力的作用；而不均匀磁场提供了一个辐射压力随位置变化的环境，使反亥姆霍兹线圈内的原子受到一个处处指向中心的光散射力，从而满足光阱的基本条件.

由于所受的是一个耗散力，原子在受到陷俘作用时还在不断减速，得到冷却. 这使得磁光阱成为制备冷原子的重要工具. 而且，因为激光组态与光学黏团完全一致，中心处的磁场又很弱，所以磁光阱还可实现偏振梯度冷却，得到很低的温度[69].

实际上，进行激光冷却和陷俘的原子具有和上述假想原子不同的磁矩状态，能级不像图 7-24(a)描绘得那么简单. 例如，对碱金属原子，基态具有超精细结构能级，总角动量量子数 $J\neq 0$，而激发态也具有多个超精细结构能级. 这时，仍然可以找到随上述位置变化的共振跃迁的塞曼频移

$$\hbar\Delta\omega = \Delta E = \mu' B(z) = \mu' Az, \qquad (7.3.2)$$

其中 μ' 即是式(4.1.11)所给的联系上、下两能级跃迁的有效磁矩(可正可负)：

$$\mu' = (g_e m_e - g_g m_g)\mu_B, \qquad (7.3.3)$$

g 是相应能级的朗德 g 因子，下标“e”和“g”分别表示激发态和基态.

在磁光阱中，原子所受的散射力仍可从式(3.3.36)或(3.4.5)求得；不过，这里要对频率失谐这个量作一些改动. 我们可把散射力写成

$$\boldsymbol{F}_{\pm}(z) = \hbar \boldsymbol{k}\frac{\Gamma}{2}\frac{\Omega^2/2}{\delta_{\pm}^2+\Omega^2/2+\Gamma^2/4}, \qquad (7.3.4)$$

这里正、负号分别对应于正向和负向的激光束而言. 对两支方向相反的光束，多普勒频移和塞曼频移的符号都相反. 考虑到共振频率的塞曼频移(式(7.3.2))，每束激光的频率失谐是随空间变化的，我们有

$$\delta_{\pm}(v,z) = \delta \mp \boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{v} \pm \mu' Az/\hbar, \qquad (7.3.5)$$

其中 $\delta=|\omega-\omega_0|$ 是激光的频率失谐，ω 与 ω_0 分别是激光频率和坐标原点处的原子共振频率. 对一维情况，原子所受的总散射力 $\boldsymbol{F}=\boldsymbol{F}_{+}+\boldsymbol{F}_{-}$.

当多普勒频移和塞曼频移均远小于激光失谐(小速度和小位移)时，可对原子所受的两束光的总散射力按 $\boldsymbol{v}$ 和 $\boldsymbol{r}$ 展开，归并后略去小的高次项，得到

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{v},\boldsymbol{r}) = -\alpha\boldsymbol{v} - \kappa\boldsymbol{r}, \qquad (7.3.6)$$

其中 α 是阻尼系数：

$$\alpha = \frac{\hbar k^2\Gamma\Omega^2}{(\delta^2+\Omega^2/2+\Gamma^2/4)^2}(-\delta). \qquad (7.3.7)$$

在 $\Omega\ll\Gamma$ 的情况下，此式与驻波光场中原子所受减速阻尼力的阻尼系数一致. 而式(7.3.6)等号右边第二项代表原子在势能场中所受的弹性恢复力，弹性系数

$$\kappa = \frac{k\Gamma\Omega^2\delta}{(\delta^2 + \Omega^2/2 + \Gamma^2/4)^2}\mu' A = \frac{\mu' A}{\hbar k}\alpha. \qquad (7.3.8)$$

它与阻尼系数和磁场梯度分别成正比. α 和 κ 决定于原子、光和磁场的特性.

在原子位移很小时,式(7.3.6)代表一个倒抛物线型势能曲线所描述的力. 原子在这样的势能场中作阻尼简谐振动,其运动方程为

$$\ddot{\boldsymbol{r}} + 2\beta_{\mathrm{d}}\dot{\boldsymbol{r}} + \omega_{\mathrm{MOT}}^2\boldsymbol{r} = \boldsymbol{0}. \qquad (7.3.9)$$

这个方程的解描绘一种近似的阻尼振荡,其阻尼率 $\beta_{\mathrm{d}}=\alpha/2m$,谐振角频率

$$\omega_{\mathrm{MOT}} = \sqrt{\kappa/m}. \qquad (7.3.10)$$

设 $A\approx10\,\mathrm{G/cm}$,对碱金属原子,有典型的振荡频率 $\omega_{\mathrm{MOT}}\approx10^3\sim10^4/\mathrm{s}$,而阻尼率 $\beta_{\mathrm{d}}\approx10^4\sim10^5/\mathrm{s}$(前者比后者低得多). 这意味着阱中原子是过阻尼的,有较强的冷却作用;也就是说,原子还来不及作一次完整的振荡,速度就衰减到很低,以致停留到势阱的谷点附近. 实际上,只要原子的速度足够低,就能在恢复力的作用下被陷俘于阱中,然后进一步降低速度,实现冷却作用. 由于原子所受的是光散射力的作用,磁光阱中的恢复力一般要比静磁阱(参见第九章)大一个数量级,所以磁光阱对俘获慢速原子更有效. 与偶极力光阱相比,磁光阱的阱深更大,可俘获的原子数也更多,密度也更大. 所以,磁光阱是实现冷原子的强有力的手段.

磁光阱可以达到的温度大体上与光学黏团相同. 根据能量均分定理和阱中原子的平均动能与势能相等的原理,可以建立阱中原子温度和冷原子团大小之间的关系:

$$k_{\mathrm{B}}T = mv_{\mathrm{rms}}^2 = \kappa z_{\mathrm{rms}}^2. \qquad (7.3.11)$$

阱中原子团的大小可从实验测量,上式可用来估算阱中原子的大体温度. 若温度接近多普勒极限,则磁光阱的大小约为 0.1～0.9 mm 数量级.

上面基本上只是定性的描述,大体上说明了磁光阱的工作原理. 实际原子的结构比较复杂,例如基态和激发态都有多重能级及塞曼子能级;光的偏振方向和磁场方向的空间结构都十分杂乱;光与不同能态原子的相互作用的空间关系非常繁杂. 此外,这里也存在着冷原子和热原子之间以及冷原子之间的相互作用,还有一些多光子过程,所以实验现象呈现出丰富的细节,定量研究相当困难. 下面我们将择要介绍一些实验结果.

7.3.2 磁光阱的实现

磁光阱的思想提出不久,就在实验上实现了,当时是 Raab 等人把光学黏团装置改造后进行的[67]. 因此实验中,先是用脉冲激光使钠丸蒸发产生脉冲原子束,然后用激光频率扫描法把钠原子束减速(达到约 20 m/s 速度),漂移进入到 6 束激光的交汇区,再用磁光阱加以俘获,其中两束对射激光是靠反射镜取得的. 为了得到所需正反向激光束的 σ^+-σ^- 偏振,在真空室 6 面涂有增透膜的光窗附近加了 1/4 波片. 实验装置类似于图 5-2;不过真空室中增加了一对反向亥姆霍兹线圈,其电流大小可调,z 方向磁场的梯度约为 10 G/cm. 实验使用了钠原子 $F=2\to F'=3$ 和 $F=1\to F'=2$ 跃迁(后者起反抽运作用,相关能级见图 7-25),或者 $F=2\to F'=2$ 和 $F=1\to F'=0$ 跃迁,失谐 δ 是可调的(大体在 $-20\sim-6$ MHz). 激光频率用 $3\mathrm{S}_{1/2}$—$3\mathrm{P}_{3/2}$跃迁饱和吸收线锁定;激光强度可变(一般约为 $10\,\mathrm{mW/cm^2}$).

实验发现,在相当宽的磁光阱参数(激光强度、频率失谐、磁场梯度等)范围内都可以得到囚禁原子. 用 $F=2\to F'=3$ 和 $F=1\to F'=2$ 跃迁比用 $F=2\to F'=2$ 和 $F=1\to F'=0$ 跃迁可得到更紧密的原子团. 原子团的大小用相机和波形分析仪拍摄成像测量. 他们对磁光阱的各种性质参数作了详细的研究和测量,主要有弹性恢复力和阻尼力、囚禁原子寿命、囚禁原子数和密度、阱深和冷原子温度等. 他们用调节激光不平衡的办法测量了恢复力,得到

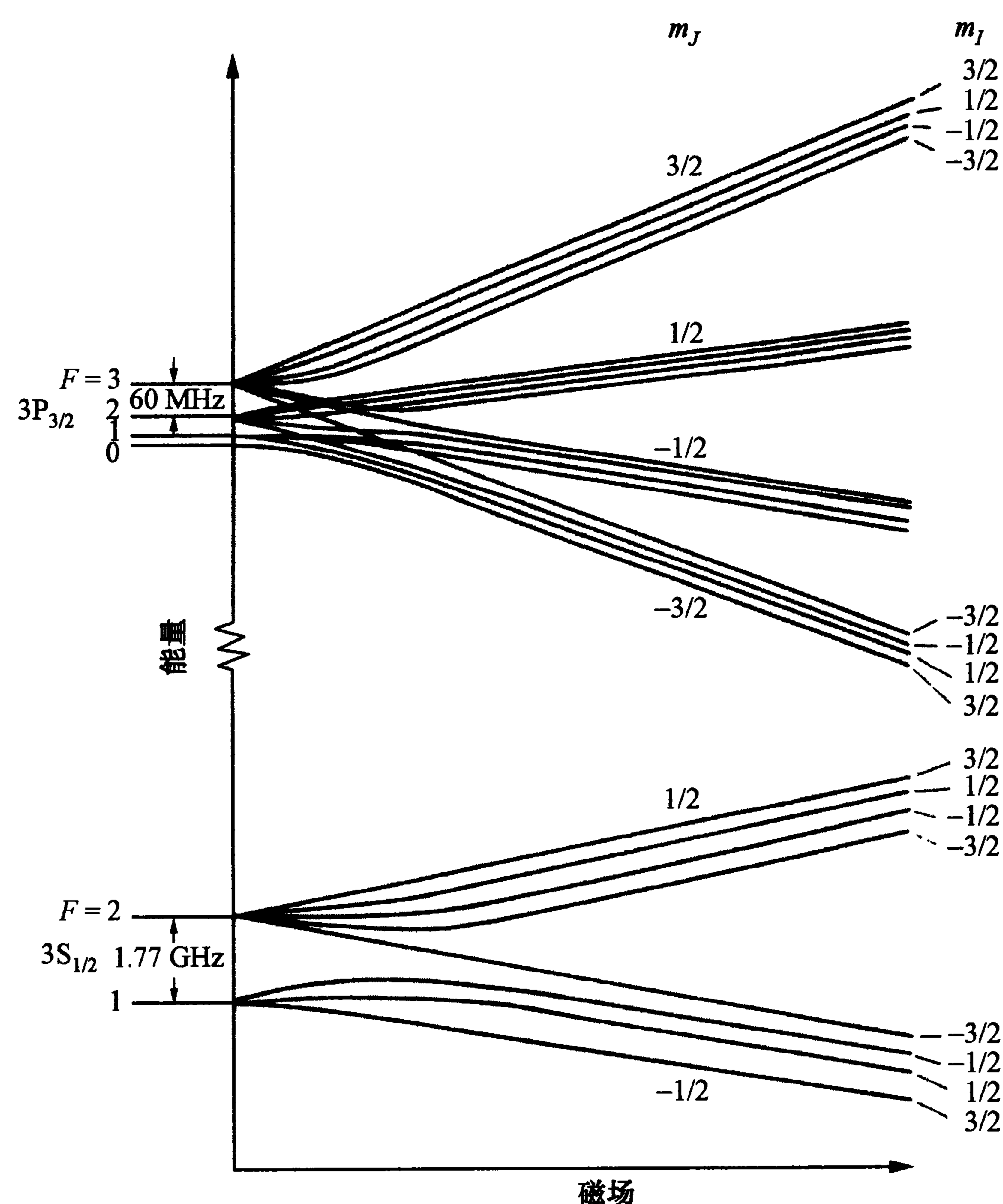


图 7-25 钠原子共振跃迁的塞曼频移随磁场的变化

$\omega_{\mathrm{MOT}}=1.5\times10^4$/s，比理论预测值大一倍. 因实验测量和理论模型都比较粗糙，可认为结果大体合理. 在去掉钠原子源和减速激光后观察阱中原子荧光的衰减，得到最长的阱中原子寿命约为 2 min，此时真空度为 5×10^{-11} Torr. 随着真空度的降低和背景气体压力的增大，寿命也降低；这说明与残余气体碰撞是使原子从阱中逃逸的主要机制. 他们用荧光检测了磁光阱中的原子数，测得在直径为 320 μm（半值全宽度）的体积内的原子数为 3×10^6，原子密度为 1.8×10^{11}/cm³（所用光学系统和检测荧光的光电倍增管都经过校正）. 当他们把激光调谐到负失谐于 $F=2\rightarrow F'=2$ 跃迁时，原子数

可达到 1.2×10^7；不过这时原子体积较大（直径为 1 mm），所以密度降为约 2×10^{10}/cm³. 他们还用光吸收法测量了磁光阱的原子密度，得到相近的结果. 实验发现，当密度太高（高于 10^{12}/cm³）时，原子损失就会很快. 阱深是这样估算的：当瞬间关闭陷俘光后，立即用一束一定强度的脉冲光去驱散阱中原子. 结果发现，需要用强度为 30 mW/cm²、脉冲持续时间为 18 μs 的激光束才可把 80%的原子从阱中赶出来. 因此，阱中心原子要有 16 m/s 的速度（称为逃逸速度 v_e）才能跑出，由此可得相当于阱深的温度约为 0.4 K. 用类似于飞行时间法的方式，他们测得原子的平均速度约为 45～85 cm/s，相应的温度为 300～1000 μK. 用 $F=2\rightarrow F'=2$ 跃迁产生的冷原子要比 $F=2\rightarrow F'=3$ 跃迁产生的热两个数量级.

实验发现，磁光阱还是一种非常结实的装置. 当对射光束的调整不完善，强度稍有不平衡，两束光稍错位，偏振稍不纯，频率调谐范围较大时，都还能使磁光阱工作，产生陷俘作用. 实验得到的冷原子团发出的荧光很亮，肉眼也能看得到. 一般情况下，为了保证实现二能级系统的循环跃迁，需要用反抽运光才能工作.

不过，照上面叙述的实验装置，结构还是十分复杂的. 首先，原子束装置比较庞大，要求的真空系统价值昂贵，不是一般实验室所能拥有的. 其次，还要先对原子束减速，使原子得到预冷却. 无论采用激光频率扫描法，还是塞曼减速法，在技术上都不是很简单的.

三年以后，JILA 小组发明了从稀薄的金属蒸汽中直接获得磁光阱的方法[70]. 这种方法极大地简化了实验装置和手续，不用复杂贵重的原子束设备，不需原子预冷却，就能直接从室温的气室中获得数量和密度都比较大的冷原子. 这使磁光阱和冷原子技术得以推广，成为原子分子实验室的常规设备和手段，甚至已经成为大学教学实验，为许多本科生所掌握. 他们的实验装置见图 7-26. 实验是在铯原子蒸汽中完成的，装置非常简单：一根垂直放置的长 12 cm 的圆柱形熔凝石英管，其上下和四周装有 6 面光窗. 另有两根较细的管子和它连接：一根用于装铯的“冷指”，可调节温度，直

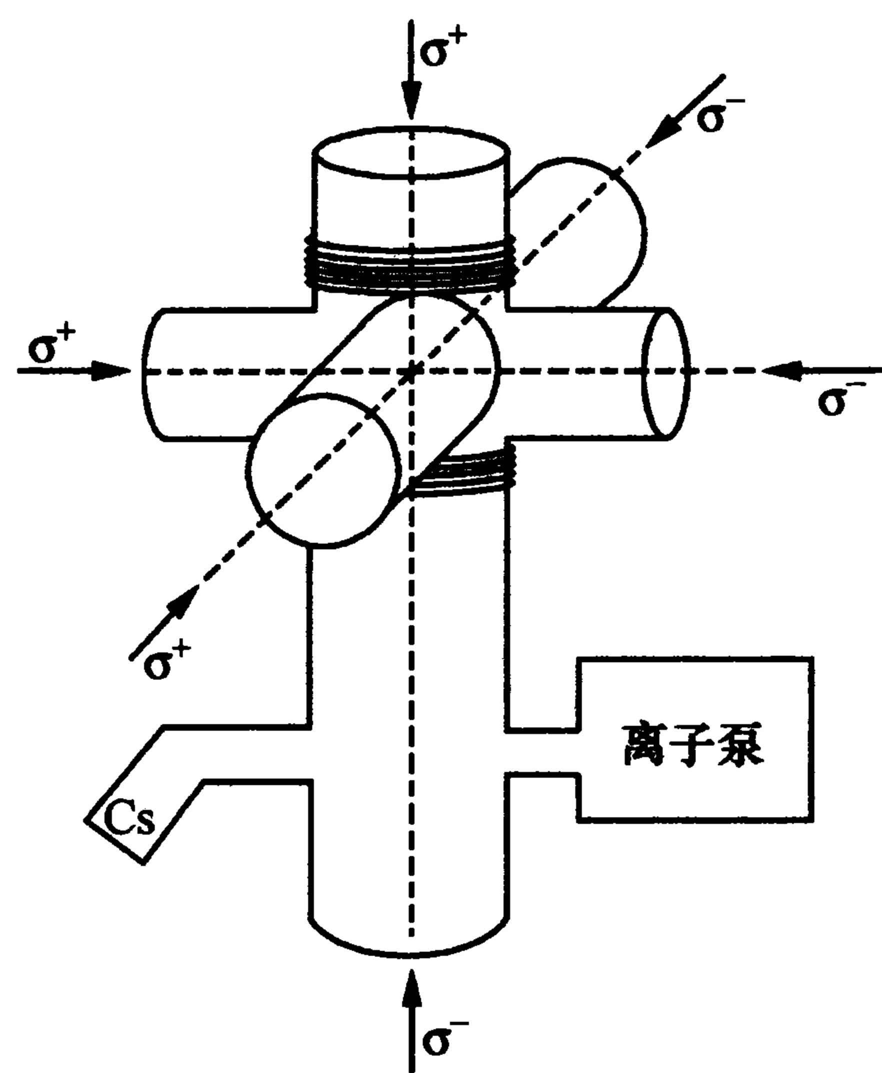


图 7-26 直接从气室获得冷原子的磁光阱装置

到 -23 ℃，以改变铯蒸汽压；另一根用于连接真空泵，该泵只有 L/s①数量级的抽速，用以抽去残余气体（主要是氦气）. 一对反亥姆霍兹线圈直接绕在管子上，磁场梯度约为 10 G/cm. 三对互相正交的圆偏振激光束由半导体激光器产生，每束光强度约为 2 mW，光斑直径为 5 mm；激光通过气室后又经过一块 1/4 波片，沿原路反射回来，这样形成圆偏振方向相反的对射光束. 激光频率大致调谐到负失谐于铯原子 $6S_{1/2}, F=4\to 6P_{3/2}, F'=5$ 的循环跃迁上，失谐量约为 1～10 MHz. 另一半导体激光器产生一束调谐于 $6S_{1/2}, F=3\to 6P_{3/2}, F'=4$ 跃迁的光束，用以进行反抽运，使原子不致积累于基态 $F=3$ 能级. 冷原子团用 CCD 相机和经过校正的光电二极管检测；在有冷原子陷俘时，可观察到明亮的原子团图像.

实验中，得到 1.8×10^7 个冷原子，原子密度为 $5\times10^{10}/\text{cm}^3$，主要是受辐射陷俘（radiation trapping；或称荧光自陷）作用限制. 该作用源于原子之间彼此吸收对方产生的荧光而造成的排斥力（7.4.3 小节还要讨论）. 随着激光束截面的扩大（维持光强接近饱

① "L"是"升"的符号.

和），原子数可大大增加. 所得原子温度约 30 μK，远低于铯原子的多普勒冷却极限. 在真空室气压为 6×10^{-9} Torr 时，阱中原子寿命约为 1 s. 寿命随铯的蒸汽压变化很大：当气压为 10^{-7} Torr 时，寿命为 0.06 s；而当气压为 1.5×10^{-9} Torr 时，寿命为 4 s，而原子数的变化却不大（低于 30%）. 当用干冰冷却时，寿命甚至可达 10 s；但这个寿命比在不锈钢高真空气室中得到的寿命还是短得多（约为后者的 1/5），原因是玻璃真空室中的背景气体（主要是氦气）含量要比金属容器中大得多.

和上面说的 Raab 等人的实验一样，气室磁光阱也表现得非常结实，它几乎对所有光学参数的变化都不敏感. 虽然原子团的形状会受到光束的同轴对齐、光强平衡、光束波面质量等一定的影响，但原子数目大体不变. 即使陷俘光束不从光窗中射入真空室，而是直接从弯曲的玻璃壁进入，磁光阱照样工作，没有什么区别. 这样简单而又结实的装置和技术自然十分便于推广.

直接从气室中实现磁光阱，实际上是利用变化磁场中随位置而异的光散射力，把按麦克斯韦速度分布的金属蒸汽中的慢速原子陷俘于阱中；而磁光阱的阻尼力则进一步把它们冷却. 此时，阱外速度较高的原子则重新进行速度分布，再次形成麦克斯韦速度分布，产生新的慢速原子，它们又被磁光阱俘获. 这样，磁光阱中的冷原子不断积累，密度不断增高. 这里，标志磁光阱工作的一个重要参数是俘获速度，它当然与阱深直接相关. 而阱深依赖于两束对射光对原子的有效失谐（由多普勒频移和塞曼频移组成，在磁场不大时以前者为主）：若失谐太大，原子受力就减小；而若原子速度太大，多普勒频移过大，散射力很小，原子就不能被陷俘. 就实验中典型的失谐而言，$\delta\approx(1\sim2)\Gamma$（$\Gamma$ 为自然线宽，对铯原子，$\Gamma=2\pi\times5.3$ MHz）. 所以可以认为，当原子速度引起的多普勒频移大体等于一个自然线宽时，原子就能受到较强的散射力而被陷俘住. 这个速度就是俘获速度 v_c. 从 $kv_c\approx2\Gamma$（一个 Γ 的多普勒频移补偿激光频率失谐，使光频率正好处于运动原子共振吸收线的中心；另一个

Γ 使激光频率处于运动原子吸收谱线的约半高值处)，大体上可认为

$$v_c \approx \Gamma\lambda/\pi. \tag{7.3.12}$$

可见，俘获速度基本决定于原子本身的性质. 对铯原子，应有 $v_c \approx 9\,\mathrm{m/s}$. 从测量阱中原子数(7.3.3 小节)的实验得到 $v_c \approx 15\,\mathrm{m/s}$. 由于有效失谐和激光失谐与磁场梯度有关，俘获速度与激光束截面的大小、失谐和磁场梯度有一定关系. 磁光阱的阱深可达 1 K 数量级. 在室温(300 K)的铯蒸汽中，大约有 $1/10^4$ 的原子可以被陷俘住.

这个俘获速度对阱中俘获的原子数和原子密度有很大影响；后者决定于单位时间进入阱中的原子数和从阱中逃逸的原子数的平衡. 装载率(单位时间进入阱区的原子数目)R 可从统计物理气体分子运动论(麦克斯韦速度分布)中求得[70]：

$$R = \frac{n_b V^{2/3} v_c^4}{2\alpha^3} = \frac{1}{2} n_b S v_c^4 \left(\frac{m}{2k_B T}\right)^{3/2}, \tag{7.3.13}$$

这里 n_b 是气室中实验原子背景气体密度，V 是阱区体积(在 JILA 小组的实验中，$V \approx 0.1\,\mathrm{cm}^3$)，$\alpha = (2k_B T/m)^{1/2}$ 是阱中原子最概然速率，S 是阱区有效表面积.

阱中原子的损失率(单位时间内因逃逸而损失的原子数)是磁光阱中原子寿命 τ 的倒数. 它主要由气体原子之间的碰撞引起，气室中背景气体的高速原子与阱中慢速原子碰撞，使后者获得足够速度而逃逸出阱. 设在温度 T 下实验原子(如铯)背景气体的密度为 $n_b = P/k_B T$(P 为蒸汽压)，它们与其他残余气体原子的碰撞可忽略，则 τ 决定于单位时间内使俘获原子逃逸的碰撞次数，故损失率为

$$\frac{1}{\tau} = n_b \sigma \sqrt{3k_B T/m} = n_b \sigma v_{\mathrm{rms}}, \tag{7.3.14}$$

这里 $v_{\mathrm{rms}} = \sqrt{3k_B T/m}$ 是背景气体原子的均方根速度，σ 是蒸汽中原子把陷俘原子撞出阱区的碰撞截面.

设阱中有原子数 N，则上述两种作用引起的阱中原子数的变化率为

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = R - \frac{N}{\tau}. \tag{7.3.15}$$

若初始条件为 $N=0$，可得上述方程的解为

$$N(t) = N_s(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}), \tag{7.3.16}$$

这里 N_s 是阱中俘获的稳态原子数：

$$N_s = R\tau = \frac{1}{\sqrt{6}} \frac{V^{2/3}}{\sigma}\left(\frac{v_c}{\alpha}\right)^4 = \frac{1}{\sqrt{6}} \frac{S}{\sigma} v_c^4 \left(\frac{m}{2k_B T}\right)^2. \tag{7.3.17}$$

由上式可见，阱中稳态原子数与蒸汽压没有关系，这是因为阱区原子的装载率 R 和阱中原子的主要损失率 $1/\tau$ 都与铯蒸汽原子的碰撞有关，都与气体密度 n 成正比. 但原子寿命(该值也是原子装载到阱中的时间常数)却与气压关系很大，这已为 JILA 小组的实验所证实；后来斯坦福大学的朱棣文小组重复了该小组的铯原子实验，得到了同样的规律[71]. 同时，N_s 与俘获速度 v_c 有极显著的依赖关系. 将铯原子的 $v_c \approx 15\,\mathrm{m/s}$ 和从原子寿命 τ 算得的 $\sigma = 2\times 10^{-13}\,\mathrm{cm}^2$ 代入上式，可得到与实验相符的阱中稳态原子数 $N_s = 1.8\times 10^7$. 此外，N_s 与阱区表面积成正比，因此扩大光束截面有利于增加 N_s.

7.3.3　磁光阱参数的估算与测量

为了研究磁光阱的性质和阱中原子的行为，必须对阱的各种物理参数进行测量. 磁光阱的主要实验参数有：阱中冷原子团的大小、形状，原子团中冷原子的数目、密度及其分布、寿命和温度(原子平均速度)等. 至于磁光阱的另一些物理参数，如阱的阻尼系数 α、弹性恢复系数 κ、谐振频率 ω_{MOT}、俘获速度 v_c、逃逸速度 v_e 等，则可从实验参数中导出. 对这些参数，有的可以精确测量，有的

则只能作一些估算.许多实验参数的测量方法与光学黏团相似,另有一些则有些差别.为了得到精确的数据,在一些地方我们还需要对磁光阱参数的相关理论稍作展开的讨论.关于实验和测量方法的细节,一般文献都没有周详的记载;读者要作实际工作,可参阅国内外的一些博士论文,其中国内的如北京大学有李义民(1996)、甘建华(1996)、侯继东(1998)、王晓辉(1999)、傅军贤(2000)等.

阱中冷原子团的尺寸、形状和整体运动状况可从 CCD 相机及其相应的光学系统测得.整套光学系统需要用实物(如尺子等)加以校正、定标,以便从图像尺寸换算到实物尺寸.

阱中冷原子的数目可以通过几种方法进行测量[71],首先是用收集到的荧光强度来计算.根据 2.4.3 小节的叙述,原子团发射的荧光总功率 $P_f=\Delta N\hbar\omega W$($\Delta N$ 是基态和激发态的原子数差,$\hbar\omega$ 是荧光光子能量,W 是跃迁概率).在激发态寿命可忽略的二能级近似下,$\Delta N\approx N$,W 即可代表一个基态原子单位时间内发射的光子数,它由式(2.5.3)(a)表示.所以,原子团发出的荧光总功率为

$$P_f\approx N\hbar\omega\frac{\Gamma}{2}\frac{\Omega^2/2}{\delta^2+\Omega^2/2+\Gamma^2/4}. \qquad (7.3.18)$$

但在多能级情况下,由于上能级可以自发辐射到许多基态塞曼子能级,而各塞曼子能级又具有不同的激发跃迁概率,一个陷俘原子究竟能平均引起几个激发态原子、发射几个光子,还需要对各能级的相对跃迁概率(跃迁分支比,常以 CG 系数表示)取平均.经过这种修改,计算出来的阱中 N 个原子形成的原子团发出的总荧光功率为[72,73]

$$P_f=N\hbar\omega\frac{\Gamma}{2}\frac{c_1^2\Omega^2/2}{\delta^2+\Gamma^2/4+c_2^2\Omega^2/2}, \qquad (7.3.19)$$

这里 c_1 和 c_2 是与相关塞曼子能级布居有关的参量.在弱光近似下,原子在各相关塞曼子能级的布居呈均匀分布,有 $c_1^2=c_2^2$,其值对铯和铷原子分别为 0.4和 0.46.

虽然原子团发射到全立体角 4π 的荧光总功率为 P_f,但实际

收集到的荧光功率则只有发射到收集角 $\phi=\pi(D/2)^2/l^2$ 中的荧光(D 是光学系统中限制收集角的光孔(如光窗或透镜)的直径,l 是阱中心到该光孔的距离);此外,还要考虑到光窗等通光器件的损失等.所以,实际接受到的荧光信号是

$$P_d=\frac{\eta_1\eta_2D^2}{16l^2}P_f$$
$$=\frac{\eta_1\eta_2D^2N\hbar\omega}{64l^2}\frac{c_1^2\Gamma\Omega^2}{\delta^2+\Gamma^2/4+c_2^2\Omega^2/2}, \qquad (7.3.20)$$

这里 η_1 和 η_2 是光窗的透过率.要计算光电接收器上的电信号,还需光电探测器的光电转换效率.这样,就可以从荧光功率计算出阱中原子的数目.但是在阱中原子密度比较高的情况下,由于有辐射陷俘效应等原因,荧光法的测量准确度受到影响.

其次,是利用一束很细的微弱的探测光束对通过磁光阱的光的共振吸收来测量.由于磁光阱中原子温度很低,吸收谱线的多普勒增宽很小,这种谱线能够区分激发态的超精细结构,如图 7-27 所示[74].因此测量比较准确.光吸收满足式(2.4.40);该式也称朗伯定理,可改写为

$$I=I_0e^{-\gamma z}=I_0e^{-\sigma_{ab}(n_g-n_e)z}, \qquad (7.3.21)$$

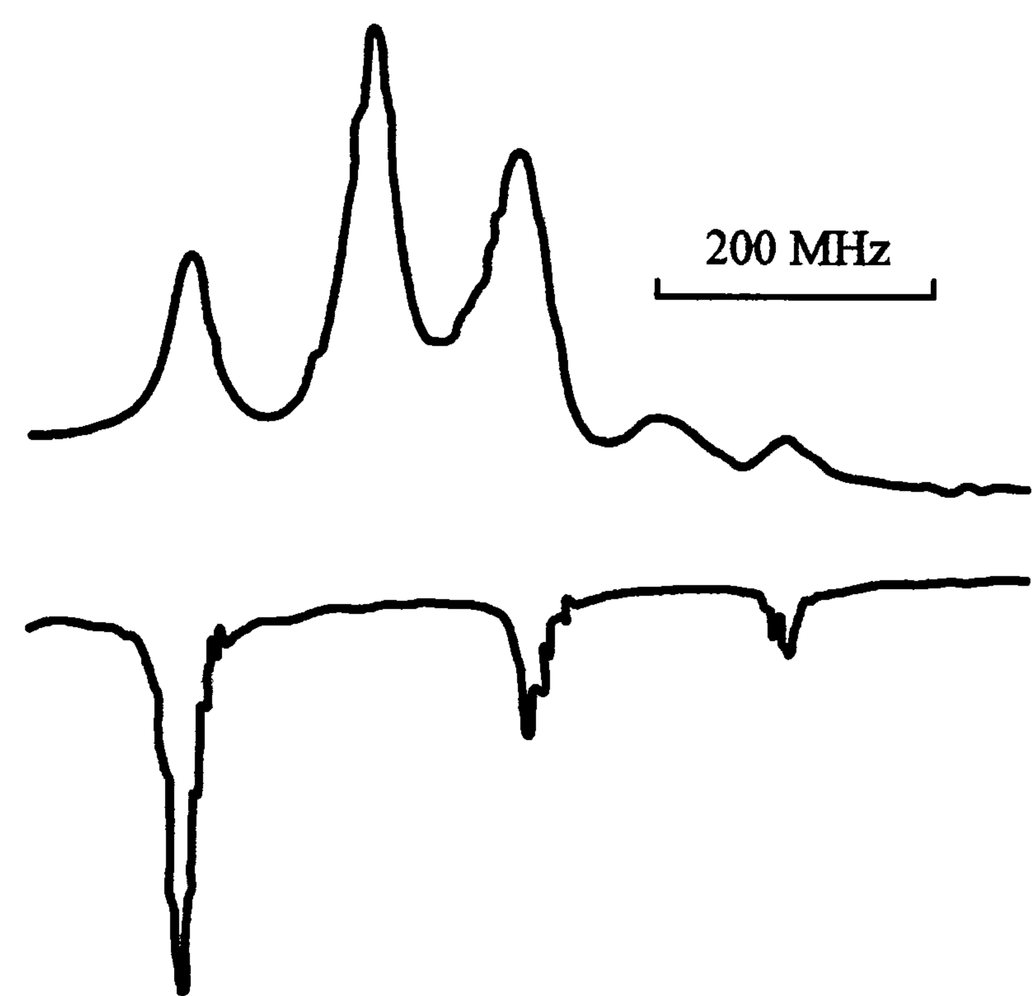


图 7-27　磁光阱中铯吸收谱线
为了比较,图中上面显示铯气泡中的饱和吸收谱.

其中 σ_{ab}是共振吸收截面,它与光的偏振有关,n_g 和 n_e 分别为基态和激发态的原子密度.$\sigma_{ab}=\hbar\omega W/I$ 实际就是单位光强下原子的吸收功率;可以把上能级的原子数 n_e 看做是零.这样,比较透过磁光阱与未经磁光阱的光强,就可测得光强衰减;再从原子数据查得吸收截面 σ_{ab},测量

原子团的厚度，就可求得原子密度，从而得到原子数. σ_{ab}与激光调谐的共振跃迁及光的偏振有关，例如在非偏振光作用下，对铯原子 $F=4\to F'=5$ 跃迁，有 $\sigma_{ab}=1.5\times10^{-9}\ \mathrm{cm}^2$.

朱棣文小组还用了第三种方法，即比较复杂但更为精密的荧光检测法. 他们把阱中铯原子先抽运到 $F=4$ 能级；然后用一束调谐到接近 $F=4\to F'=4$ 跃迁的脉冲光，使原来处于基态 $F=4$ 能级上的原子都抽运到 $F=3$ 能级. 由于 $F'=4$ 能级自发辐射到 $F=4$ 和 $F=3$ 能级跃迁的分支比为 7/5，故每个原子平均会发射 $(7+5)/5=2.4$ 个光子. 这脉冲抽运期间光电管检测到荧光信号积分起来，应与原子数成正比，从而可得到阱中原子数. 这个信号与激光强度、偏振和失谐在一个很大范围内的变化关系不大，不会受到每个原子产生多少光子的影响，所以比较精确. 他们还用 $F=4\to F'=3$ 抽运跃迁以进行检验，该抽运跃迁使每个原子平均发射 1.33 个光子. 两种方法所得结果相同.

至于原子密度 n 的测量，只要得到原子数 N，并从几个方向的原子团图像取得原子团体积 V，就可得到 $n=N/V$. 另外，用探测光吸收法测得的实际上就是原子密度. 但是，磁光阱中的原子分布并不都是均匀的，这就需要通过各个方向上原子团的图像，从检测荧光强度的分布来估算密度分布. 用细光束的吸收法测得的结果比用荧光功率的方法更为精密、准确. 从麦克斯韦速度分布和谐振势阱的速度阻尼出发，可以预期阱中原子的密度分布是接近高斯分布的[75,76].

磁光阱一般有光束直径 1～2 cm，阱中冷原子团的直径约为一或几毫米数量级，原子数和原子密度的典型值分别大体在 $10^7\sim10^{10}$，$10^9\sim10^{11}/\mathrm{cm}^3$ 范围内(后者最高可达到 $10^{12}/\mathrm{cm}^3$)[77].

阱中原子寿命 τ 指的是原子呆在阱中的平均时间，即一个具体原子从俘获到由于碰撞而逃逸出阱的平均时间. τ 可以根据式(7.3.16)由磁光阱从气室俘获冷原子的时间过程求得. 图 7-28 描述了装载过程阱中原子团荧光随时间的变化，体现出冷原子团的

形成过程，大体符合指数曲线[78](真空度为 6.7×10^{-6} Pa). 当阱装载到离稳定值差 1/e 时，即为阱中原子寿命 τ. 装载完成后，荧光不再随时间变化，意味着阱中进入和逸出原子数的平衡. 这个寿命还可通过关闭进入磁光阱的原子来源，观察荧光衰减来估计. 这就是 Raab 等人在第一个磁光阱实验中所做的. 他们可以利用脉冲原子束的特殊条件来关闭磁光阱的原子来源，但一般实验室则很难做到. 所以，后来大都是利用图 7-28 这样的装载曲线来测量冷原子寿命的，例如文献[79]利用下面讨论的暗磁光阱技术，得到的阱中原子寿命 $\tau>700$ s.

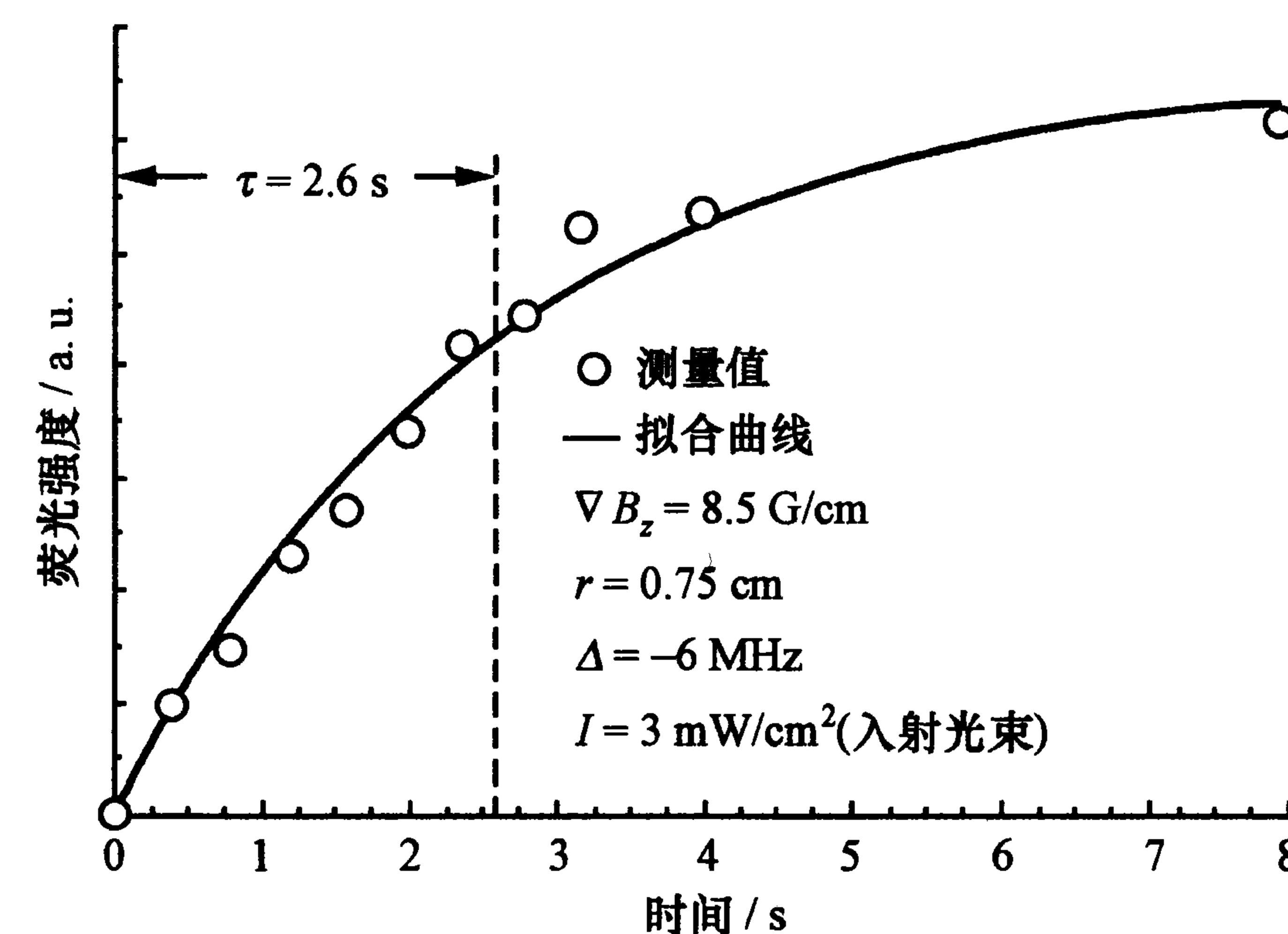


图 7-28　磁光阱中冷原子团的形成过程

磁光阱中冷原子团的温度 T 可根据式(7.3.11)从冷原子团的大小来估算：

$$T\approx\kappa r_{\mathrm{rms}}^2/k_{\mathrm{B}},\tag{7.3.22}$$

这里 r_{rms}是冷原子团半径的均方根(可从实验得到)，弹性系数 κ 则需要根据式(7.3.8)从实验参量中求得(但难以准确). 因此，这只能提供一种粗略估算. 比较准确的是利用飞行时间法来测量，对此我们已经在第五章中作过详细叙述. 在这一方面，磁光阱和光学黏团的温度测量没有什么区别. 飞行时间法的实质是测量不同时间原子数的变化，所以它是以测量原子数为基础的. 在这种方法里，

原子数的测量也是既可用荧光法，又可用共振吸收法；而测量的原子数则既可是关闭阱势后原处剩下的原子数，也可以是在一定温度下受原子速度驱动转移到另一处的原子数.

上面说过，由于在磁光阱中仍然存在着偏振梯度冷却机制，所以尽管阱深可达 K 数量级，却都可以得到很低的温度. 例如，发明气室磁光阱的美国 JILA 小组和英国 Foot 小组稍后都在铯原子磁光阱里得到(30±10) μK 的低温，远低于散射力多普勒冷却的极限. 这些都说明了磁光阱中偏振梯度冷却的存在[69]. 而后，Drewsen 等人又在阱深较浅、陷俘原子较少的磁光阱中实现了铯原子 4 μK 的超低温[77].

上面说到，弹性系数 κ 等参量很难直接测量，一般靠式(7.3.7)，(7.3.8)从相应的实验参数求得. 早期曾用不对称光束[67]或另一束推斥光把冷原子团从平衡位置移位[69]，先测量位移值，再推算出 κ. 后来还有用附加低频磁场使陷俘原子团进行周期性位移来测量的[80]，测得的位移振幅 ξ、相位 ϕ 分别与所加低频磁场频率 ω_m 有直接关系：

$$\xi(\omega_m) = \frac{\kappa\xi_0}{\sqrt{(\kappa - m\omega_m^2)^2 + \alpha^2\omega_m^2}}, \qquad (7.3.23)(a)$$

$$\tan\phi(\omega_m) = \frac{\alpha\omega}{\kappa - m\omega_m^2}, \qquad (7.3.23)(b)$$

从而可以得到比较准确的弹性系数 κ 和阻尼系数 α 的值；但实际上误差也很大，不同实验工作者的差别可达 2～3 倍[81]. 此外，还可以从其他阱参数推算 κ 和 α 的值. 例如，当阱中原子数不大时，先用不同方法测得温度与相应原子团尺寸，通过式(7.3.11)估算出 κ 值，再从式(7.3.8)推算出 α. 但是，式(7.3.11)只在阱中原子数不大时才成立，这时激光功率和荧光强度都比较低，测量的精确度也不高[72]. 对碱金属原子，κ 一般在 $\mathrm{d}B/\mathrm{d}z \times 10^{-19}$ N/m 数量级.

7.3.4　磁光阱中的原子行为与运动

上面说到，磁光阱的基本工作原理和实现方法都比较简单，而且装置结实，调整起来也不需要十分精密. 但是，由于在 6 束光交汇的阱区中磁场方向处处不同，激光束的偏振方向也随处而异，阱中原子和光与磁场的相互作用变化纷繁；再加上原子基态有多个塞曼子能级，偏振梯度冷却继续发生作用，原子之间还有碰撞和其他相互作用以及实验条件不完善(如光路没有对准，光束质量不佳等)，阱中原子的行为和运动状况非常复杂，也很难有精密、定量的理论来加以描述；此外，实验中要想得到形状规整、原子数大、密度高且均匀的冷原子团，并非易事. 这里，将对磁光阱中的原子行为和运动状况作进一步分析，以便加深对磁光阱的物理机制和各种实验现象的理解.

我们先来讨论俘获和逃逸过程. 俘获过程描述的是具有一定速度且处于阱边缘的原子，在阱的势能作用下，其速度降低，最后被陷俘于阱中心. 显然，速度很高的原子不可能被阱势所陷俘，所以陷俘原子有一个最大的临界速度，低于该速度的原子才能被陷俘住；这个速度就是俘获速度 v_c. 另外，原来处于阱中心的原子，由于与高速背景气体原子碰撞的结果，可能获得超过势阱束缚的较高速度，从而逸出阱外. 这个速度就是逃逸速度 v_e. 从求解原子在阱中的运动方程出发，可以求得这两个速度，并了解这两个过程. 阱中的运动原子(速度为 $\boldsymbol{v}$)可看成是经典粒子，其运动方程即为 $\boldsymbol{F} = m\mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t$. 把阱中原子所受散射力的公式(7.3.6)代入该方程，通过数值计算方法可求得原子运动的具体图像. 但由于对阱中原子三维运动进行计算比较困难，一般只先计算一维情况并得到物理图像，再推广到三维. 图 7-29 描述了在一定实验条件下用数值解法算得的铯原子在一维阱中的运动情况[78]. 图 7-29(a)表示初始位置在阱边缘时以不同速度运动的原子的情况. 可以看到，$v < 12.58$ m/s 的原子最后都停留在 $z = 0$ 的阱中心，说明它们被

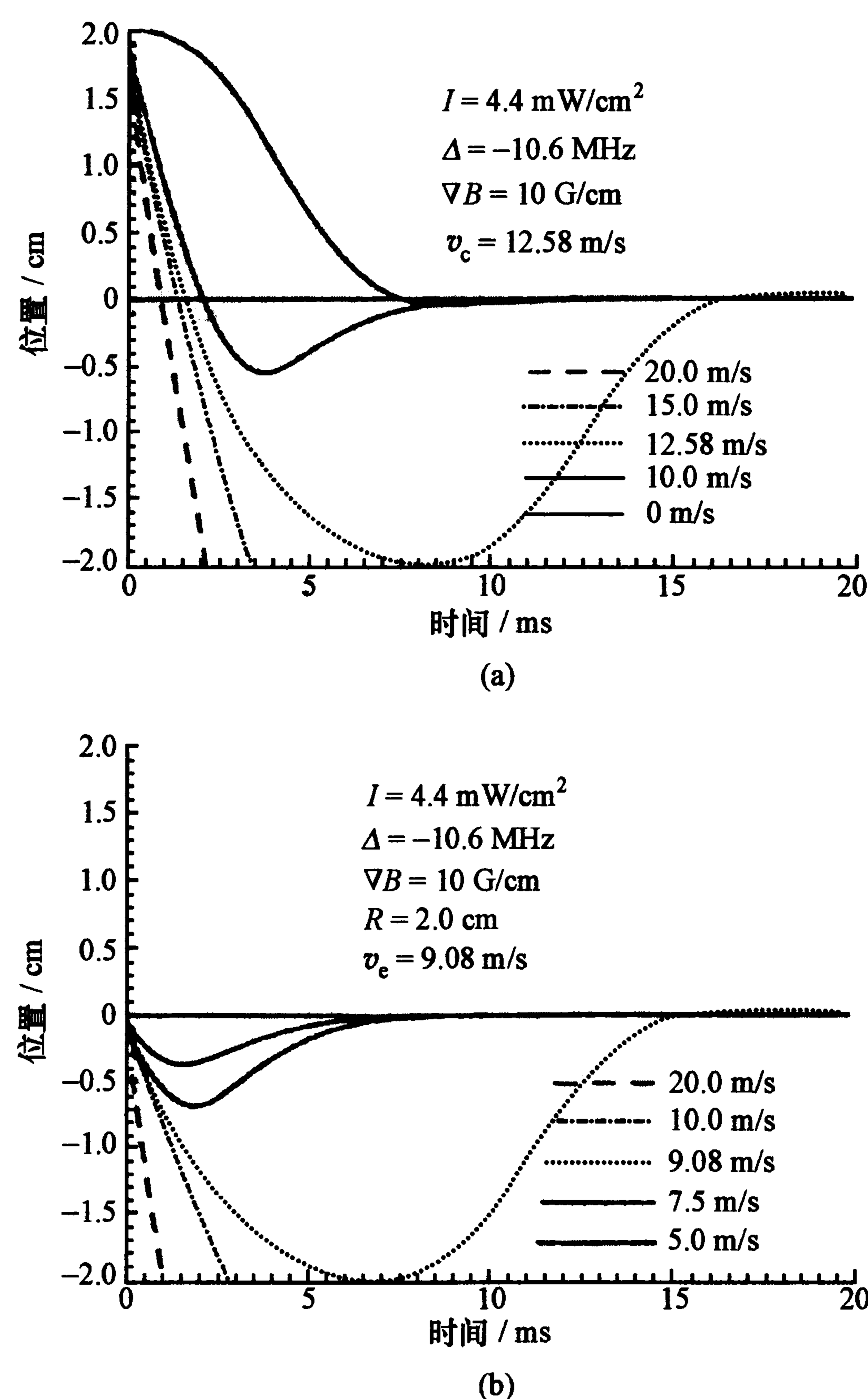


图 7-29　阱中俘获(a)和逃逸(b)过程中原子位移与速度的关系，由此分别确定 v_c 和 v_e

阱俘获了；而 $v>12.58$ m/s 的原子则会远离中心，因此我们有 $v_c=12.58$ m/s. 从图中还可明显看到，俘获运动具有阻尼振荡的性质. 图 7-29(b)则表示原来处于阱中心而速度不同的原子，因具有速度而离开中心，但 $v<9.08$ m/s 的原子最终仍会回到中心，而 $v>9.08$ m/s 的则远离中心而去，这样就确定了 $v_e=9.08$ m/s. 对于原子速度的变化，也可以作出相应类似的曲线来，并证明当 $v<v_c$ 时，阱中原子的速度将越来越低而趋于零(即被俘获)；而当 $v>v_e$ 时，阱边缘的原子仍将基本上维持原速度，从而离开势阱[78]. 图 7-30 则用蒙特卡罗法形象地模拟出一个具体原子的运动轨迹[82]. 图中假定处于室温(300 K)下的原子原来位于阱中心附近，速度低于一定值的原子最后回归中心；而速度较高的原子则离阱而去. 这相当于逃逸过程. 图 7-30(a)为完全由式(7.3.6)描述的情况；图 7-30(b)则考虑了自发辐射引起的原子动量扩散.

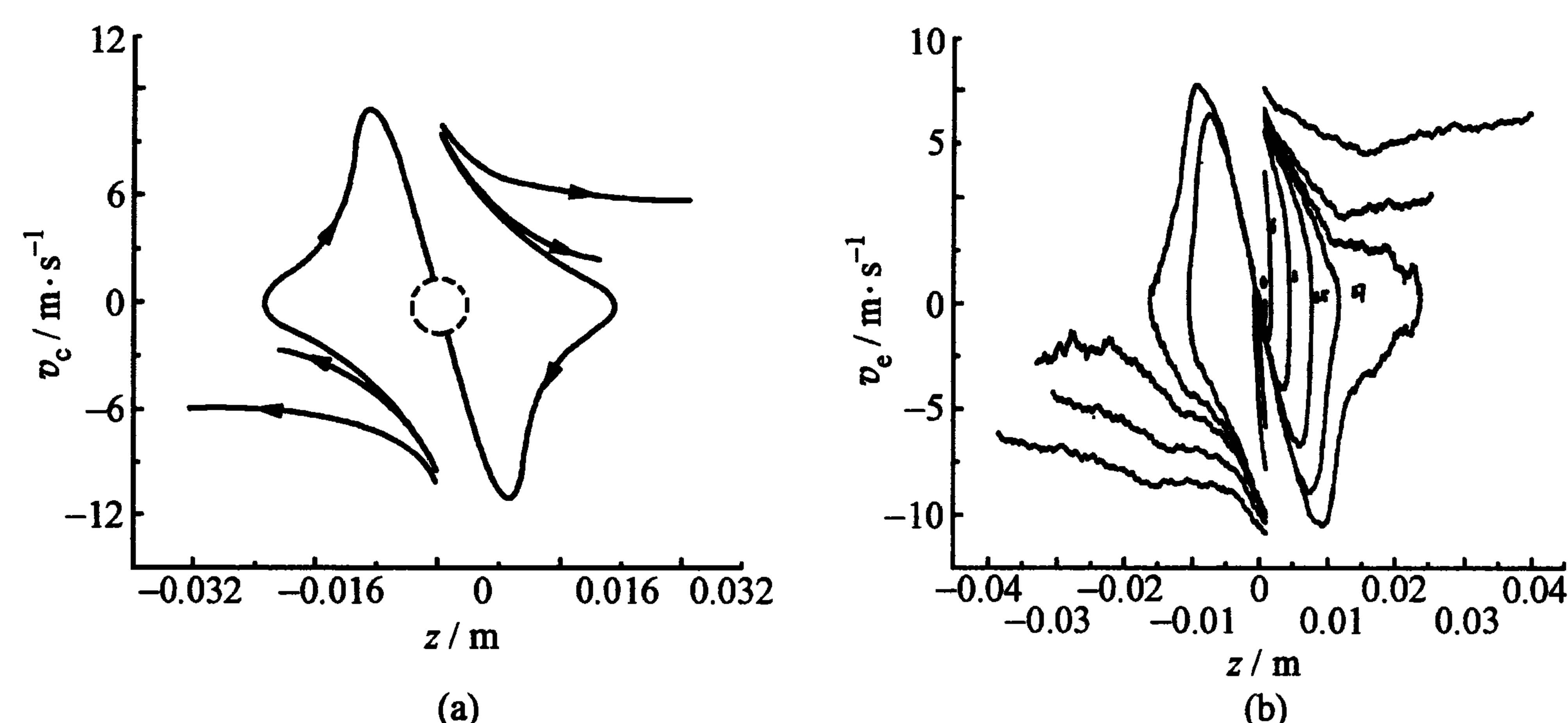


图 7-30　一个从阱中心 $z=0$(a)或 $z=1$ mm(b)附近出发的原子在 5 ms 时间内的运动轨迹

上述 v_c 和 v_e 是从式(7.3.6)算得的，这里只有阻尼系数 α 和弹性系数 κ 两个参量，它们决定于冷却光强度、失谐和磁场梯度等实验参数. 这两个速度与实验参数有直接关系. 图 7-31 显示出 v_c 和 v_e 与激光光斑尺寸、光强和失谐的关系[78]. 由图可见，v_c 和 v_e 随着光束(近似于阱区)半径和光强的增大而提高，但光强有一个饱和的趋势. 在不同光强下，这两个速度与失谐的关系则有一个最佳值(一般在$(2\sim3)\Gamma$ 之间)，随光强增大而增大. 因此，按式(7.3.12)粗略估算出来的俘获速度值一般偏小. Metcalf 指出，失谐 2Γ 以上的仍有足够的陷俘力[83]. 磁场梯度对俘获和逃逸速度的影响也有一个最佳值，这个值随失谐的增大而增大.

上面对俘获速度和逃逸速度的分析是从原子受到散射力出发

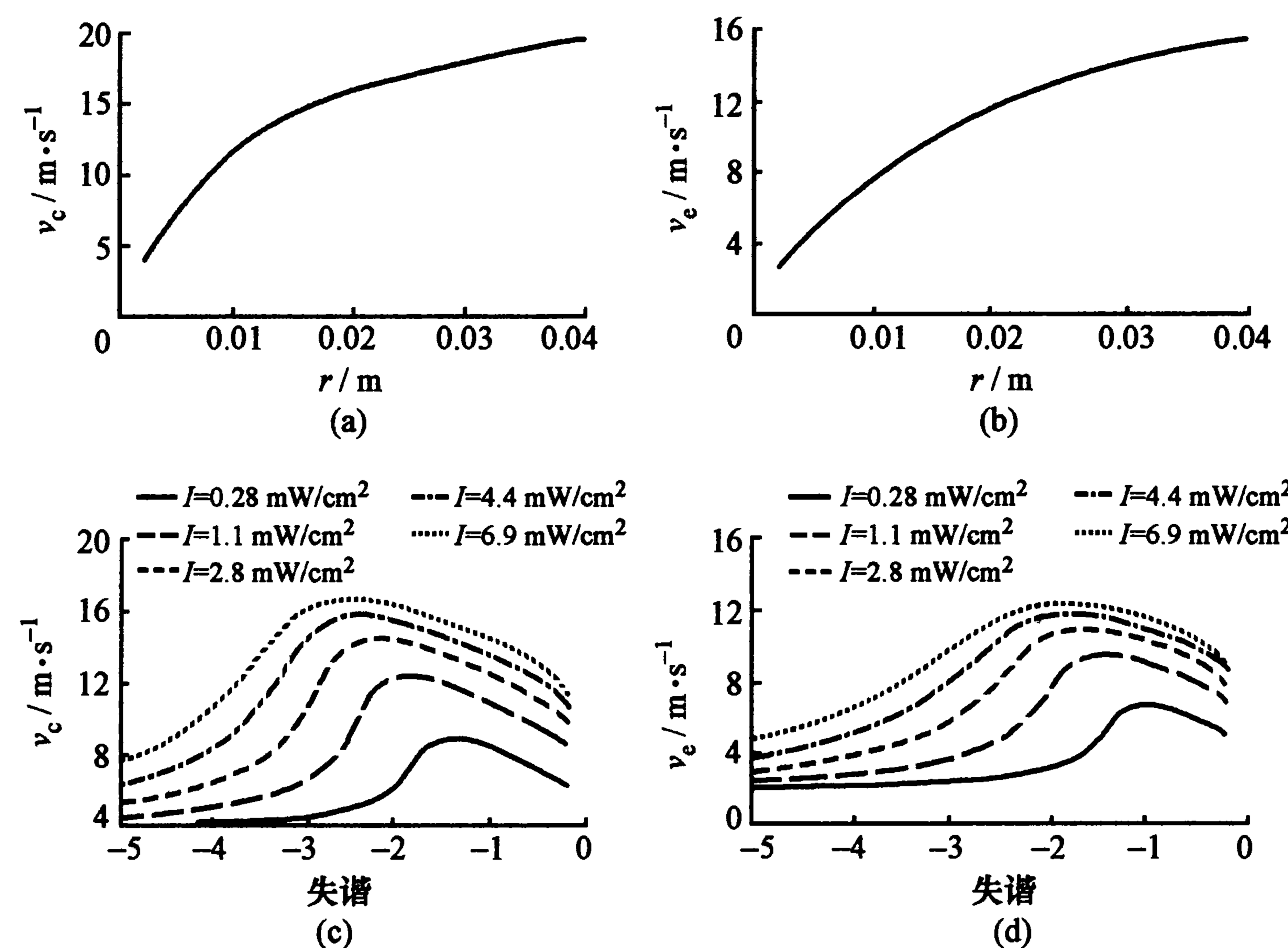


图 7-31　俘获速度和逃逸速度随激光光斑半径(a)，(b)和失谐(c)，(d)的变化

的，没有考虑原子之间的相互作用. 这里没有探求阱中原子为什么会获得较高的速度，以致逃逸出去. 其实，这是阱中陷俘原子和气室中的背景气体原子(包括实验原子和其他各类原子)碰撞的结果. 在上面讨论阱中陷俘原子数的时候，我们只考虑了阱中原子与一般处于室温下的背景气体原子之间的碰撞，而忽略了与异类残余气体原子的碰撞. 这样，可以从得到的俘获速度 v_c 通过式(7.3.17)估算出阱中陷俘原子数. 这里，慢速的冷原子受到来自阱外高速同类原子碰撞而产生较高的超过 v_e 的速度，才逃逸出阱去. 把陷俘原子撞出阱区的碰撞截面 σ 是通过式(7.3.14)从阱中原子寿命、蒸汽压 P(从 $P=n_b k_B T$ 确定 n_b)和原子速度得到的，例如对铯原子有 $\sigma=2\times10^{-13}$ cm^2[70]. 由于俘获速度与实验条件关系很大，阱中原子数也强烈地依赖于实验条件；实验结果确实如此. 例如[77,84]，在固定磁场梯度情况下，原子数随激光频率失谐的变化有一个最佳值(约 -2.5Γ)，在此值下原子数最大；而当固定失

谐时，变化磁场梯度也可得到一个最佳值(约 10 G/cm)；陷俘原子数也随激光束的直径和功率的增加而增加. 这些都和俘获速度的变化相似.

上述忽略阱中陷俘原子与其他残余气体原子碰撞的分析，只适用于对高真空情况，所以在式(7.3.15)的寿命 τ 中只包含了同类原子的碰撞. 若考虑异类原子之间的碰撞，可把 τ 改写如下：

$$\frac{1}{\tau}=\frac{1}{\tau_b}+\frac{1}{\tau_{exp}},\qquad(7.3.24)$$

这里 τ_b 和 τ_{exp} 分别表示与其他残余气体和实验原子背景气体碰撞引起的阱中原子寿命. 等号右边第一项使陷俘原子寿命直接与真空度有关，是造成 JILA 小组实验中寿命随真空度的降低而缩短的原因[70]. 不过，Cable 等人指出，一般阱中原子与同类原子的碰撞概率要比与异类原子碰撞大[85].

Prentiss 等人首先指出[75]，当阱中原子密度较大时，阱中冷原子之间的碰撞对原子损失率也有重要作用. 冷原子碰撞是一个十分复杂的问题，过去很少研究. 因为室温下原子速度很大，碰撞瞬间原子间的作用时间很短(远短于原子的能态寿命)，原子往往还来不及发生很大变化，碰撞如同两个刚性球体之间的碰撞. 而冷原子的运动速度很低，德布罗意波长很大，碰撞过程中相互作用时间较长，足以发生一些物理现象(如原子间长程相互作用、自发辐射等). 所以，冷原子碰撞是一个十分有意思的课题，是激光冷却原子研究的重要方向；这里只简单讨论碰撞对阱中原子寿命和密度的影响.

实验表明，阱中冷原子碰撞引起的损失与阱中原子密度或原子数的平方成正比，因此 Prentiss 等人把这种效应归结为阱中原子两体碰撞的贡献. 加上这项损失机制，式(7.3.15)可改写为[76]

$$\frac{dN}{dt}=R-\frac{N}{\tau}-\beta_N\frac{N^2}{V},\qquad(7.3.25)$$

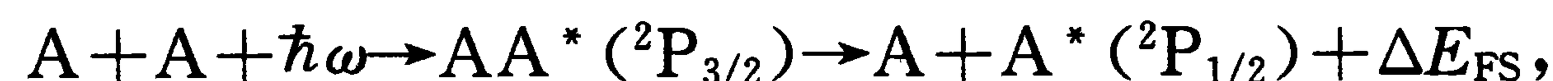
这里 V 是阱体积. 我们也可用阱中冷原子平均密度 n 代替原子数

N,有[86,87]

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t}=R'-\frac{n}{\tau}-\beta n^2, \tag{7.3.26}$$

其中 R' 是单位体积阱的装载率,β 是与阱中原子密度有关的碰撞损失系数. 以上两式等号右边的最后一项就反映了这种碰撞的贡献. 和不含这项而解得的式(7.3.17)相比,有了这一项,就进一步限制了阱中稳态原子密度的提高.

阱中冷原子之间的碰撞也有两种物理机制[87]: (1) 基态原子之间的碰撞,原子受与 $1/r^6$(r 是原子间距)成正比的短程范德瓦尔斯力的作用. 这种作用较弱,类似两个刚球之间的碰撞,一般不易引起阱中原子的损失. 但是,对激光强度较弱、阱势较浅的阱来说,这还可能成为一种重要的损失机制. 例如,两个速度为 5 m/s 的基态 $F=4$ 的铯原子互相碰撞,一个原子从 $F=4$ 能级转变为 $F=3$ 能级,得到的多余能量变成动能,在阱深很小的情况下,就可能使它跑出阱外. 所以,这是一种被称为改变基态超精细结构能级的碰撞. 这种碰撞损失机制只在阱深很浅,且陷俘原子并非处于基态超精细结构最低能级的情况下才会发生. (2) 一个激发态原子与一个基态原子之间的碰撞,作用势与 $1/r^3$ 成正比. 这是一种长程的偶极-偶极共振相互作用,对原子损失有主要贡献. 由于冷原子团中的原子速度很低,在碰撞过程会有光的吸收和发射,从而极大地改变了原子的运动状况. 在这种碰撞过程中,激发态能量有可能转化为动能,从而使原子从阱中逃逸,成为主要的损失机制. 因此,这种碰撞应与陷俘光强有一定关系. 这种碰撞后来被称为冷原子的光助碰撞(light-assisted collision)[78]或光碰撞(optical collision)[88]. 这里又有两种不同的具体机制[89]: 一是精细结构交换过程;另一是辐射重组(也称为辐射逸出)过程. 在前一种过程中,激发态原子的精细结构状态发生变化,以碱金属原子为例,此过程可表示为[89,90]



$$\mathrm{A}+\mathrm{A}+\hbar\omega\rightarrow\mathrm{AA}^*(^2\mathrm{P}_{3/2})\rightarrow\mathrm{A}+\mathrm{A}^*(^2\mathrm{P}_{1/2})+\Delta E_{\mathrm{FS}},$$

式中 A 表示原子,A* 表示激发态,即在碰撞过程中,首先是一个原子吸收光而激发,与碰撞原子形成长程分子 AA*(原子对);而后发生激发态转移,把多余的能量 ΔE_{FS} 转变为动能,把两个原子都踢出阱外. 图 7-32 表示激发态原子对的两种不同精细结构状态的能量随碰撞中原子间距的变化,此过程由图中标有“FS”的箭头描述. 后一种过程则可表示为



$$\mathrm{A}+\mathrm{A}+\hbar\omega\rightarrow\mathrm{AA}^*\rightarrow\mathrm{A}+\mathrm{A}+\hbar\omega'+\Delta E,$$

这里光激发使两个原子形成长程分子(原子对),但在碰撞使原子间距变小时发生自发辐射,因而发射光子的能量小于吸收光子能量(如图 7-32 中标有“RE”的箭头所示),$\Delta E=\hbar\omega-\hbar\omega'$,其多余能量变成两个原子的动能(各为 $\hbar(\omega-\omega')/2$),导致它们都逸出阱外. 研究表明[89],精细结构交换过程在磁光阱原子损失中起更大作用. 这种现象对研究分子的玻色-爱因斯坦凝聚很有意义.

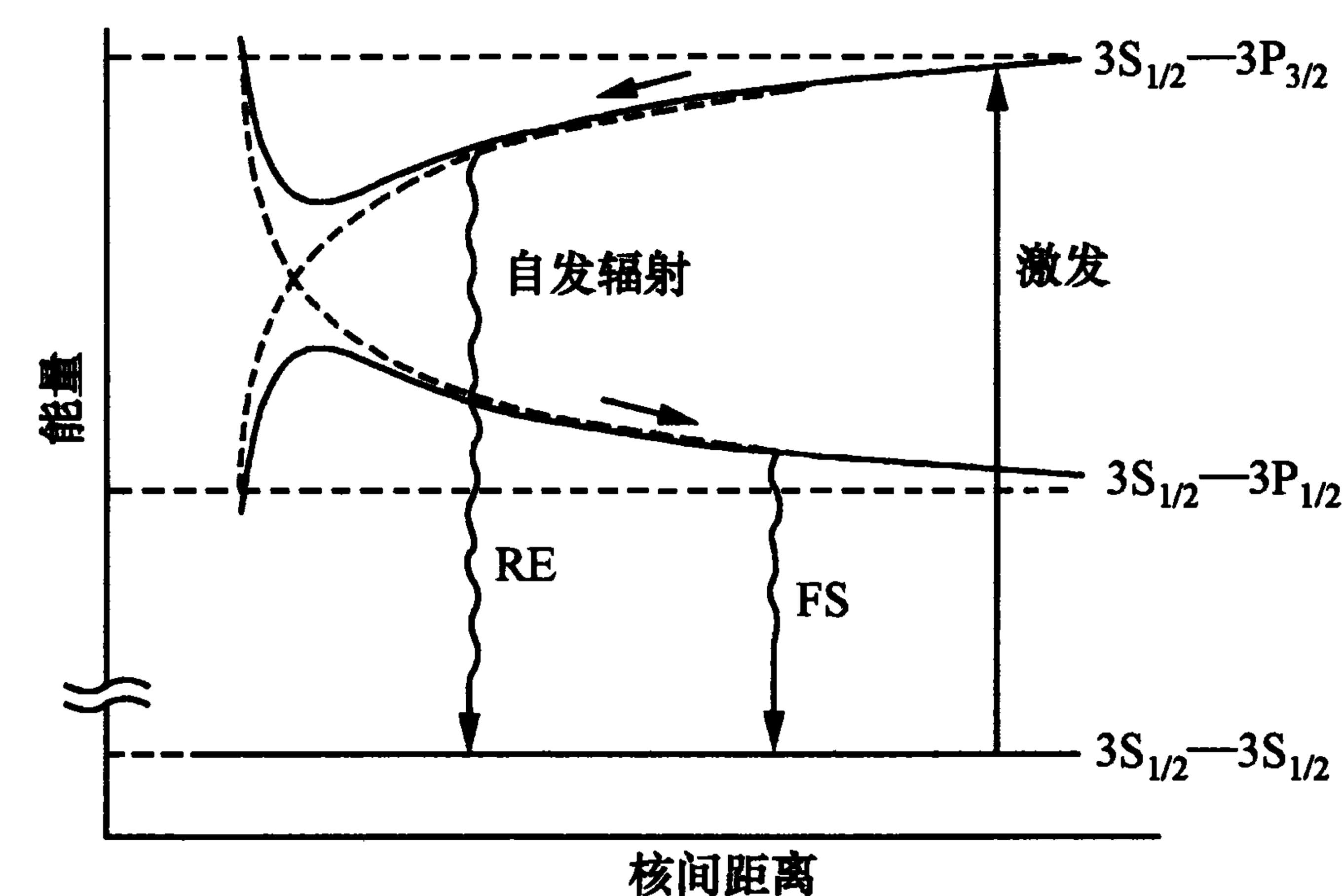


图 7-32　碰撞过程中原子对能量随原子间距的变化,表明精细结构变化与辐射逸出过程的区别[41]

上述过程都与光吸收有关,因此阱中原子损失率应与陷俘光强有关. 可是,出人意料的是,在早期钠原子实验中,并没有发现损失率与陷俘光强之间的依赖关系[75]. 但不久,在铯原子的实验中就发现该项损失与陷俘光强有较大关系[86];而且在铷原子的实验中还进一步发现了这种碰撞有明显的同位素效应[87],对两种具有

不同基态超精细结构能级的^{87}Rb 和^{85}Rb,它们的损失率不同.图7-33 描绘了铷原子两种同位素的光碰撞损失率 β 随陷俘光强的变化.图中,在光强很弱时,β 随光强的减弱而迅速升高,说明改变基态超精细能级的碰撞机制发生重要作用.在同等损失率下,^{87}Rb 原子的光强是^{85}Rb 原子的 1.5 倍.这与前者的基态超精细结构分裂是后者的 2.25(即 6835 MHz/3036 MHz)倍有关.这在某种程度上表明,限制原子逃逸的主要是阱中与速度有关的阻尼力,因为理论预期若这种力起主要作用,则两者的光强比应为 1.48,大体与实验结果相符.至于高光强下阱中原子损失率的行为,则主要表现为 β 随光强的增大而升高;这里,光碰撞起主要作用.在同样光强下,^{85}Rb 的损失率是^{87}Rb 的 3.3 倍,这可能是由于激发态超精细结构不同所产生[91].冷原子碰撞对阱中原子逃逸率的影响非常复杂;这里,光强变化还会引起势阱参量的变化,严格的理论处理很不容易.

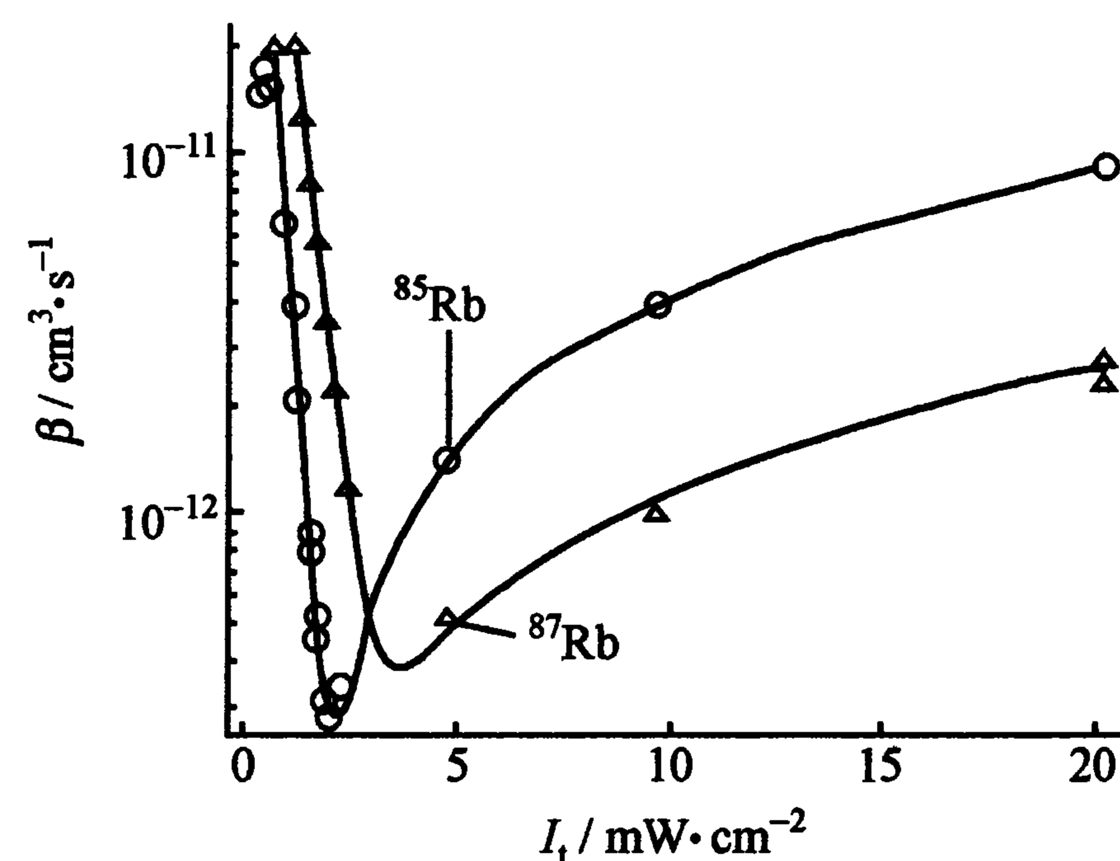


图 7-33 ^{87}Rb 和^{85}Rb 阱中原子损失率与光强的关系

陷俘原子的碰撞损失对阱中能够达到的陷俘原子数或原子密度自然有影响.但因阱中稳态原子数决定于逃逸率与装载率的平衡,因此损失率主要影响原子寿命,而并不最终决定阱中的陷俘原子数和密度.最后限制阱中原子密度的是上面提到的辐射陷俘效应[92,93].这种效应来自阱中冷原子之间的集体相互作用,其物理

图像如下:在阱中冷原子密度较大时,一个陷俘原子吸收光子后,自发辐射产生的光子会被另一个原子所吸收.由于发射引起的光子反冲使发射原子受到一个与光子方向相反的力;而吸收原子则会受到一个沿发射光子同方向的冲击力.这两个力的方向相反,对这一对原子是排斥力,它倾向于使原子团扩张,从而限制了阱中原子密度的增加.根据式(2.5.9),在共振情况下,一个原子单位时间内可从激光束散射的光子数为 $\Gamma s/2(1+s)$(s 是饱和因子),从而可算得这个排斥力为[76,92,93]

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{R}}=\frac{\hbar k\Gamma}{2}\frac{s}{1+s}\frac{\sigma_{\mathrm{R}}}{4\pi r^2}\boldsymbol{r}=\frac{I\sigma_{\mathrm{L}}}{c}\frac{\sigma_{\mathrm{R}}}{4\pi r^2}\boldsymbol{r},\tag{7.3.27}$$

式中 σ_{R} 是相邻原子对散射光的吸收截面,而 σ_{L} 是从激光束中吸收光子的截面:

$$\sigma_{\mathrm{L}}=\frac{\Gamma}{2}\frac{s}{(1+s)}\frac{\hbar\omega}{I},\tag{7.3.28}$$

I 是每束激光的光强,c 是光速,r 为两个原子的间距.在一般情况下 $\sigma_{\mathrm{R}}\neq\sigma_{\mathrm{L}}$,因为散射光的偏振和频率都可能与激光不同.顺便说明一下,在强光场中,静止二能级原子对入射光的散射可以产生三种不同频率的荧光,即与入射光相同频率的散射光(瑞利散射)以及频率与该光相距 $\pm\Omega$(拉比频率)的两种光.后者由于原子在激发态和基态之间的拉比振荡调制自发辐射而引起.这种现象称为 Mollow 三重线(Mollow triplet)[94].对于运动原子,还要考虑荧光谱线各向异性的多普勒频移现象;在冷原子的吸收谱中曾经观察到这种现象[95,96].这说明,σ_{R} 和 σ_{L} 可以有较大的区别.

实际上,还要考虑到,阱中冷原子除了受到附近原子光散射引起的排斥力以外,还会受到一个吸引力的作用.这是因致密原子团的光吸收而造成原子团内光强不均匀而引起的,外部光较强而中心较弱,产生内向力,使原子团压缩.通过简单计算,就可求得这个吸引力

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{A}}=-\frac{I\sigma_{\mathrm{L}}^2}{4\pi cr^2}\boldsymbol{r}.\tag{7.3.29}$$

排斥力和吸引力对陷俘原子都起作用，但一般有 $\sigma_R > \sigma_L$，因此排斥力大于吸引力. 上面只是就一对原子而言；在考虑整个原子团时，注意到这两个力都与两原子间距离形成的球面面积成反比，其散度与原子密度有关，满足

$$\nabla \cdot \boldsymbol{F}_R = 6\sigma_L\sigma_R In/c, \tag{7.3.30}$$

这里考虑到了由 6 束光形成的整个原子团. 从 $\boldsymbol{F}_R$ 和 $\boldsymbol{F}_A$ 两个力的合成与弹性恢复力的平衡，并考虑半径为 r 的球体内均匀分布的所有原子的贡献(式(7.3.26)和(7.3.28)对整个原子团体积进行积分)，我们有

$$\kappa r = \frac{4\pi r^3}{3} nI \frac{6\sigma_L(\sigma_R - \sigma_L)}{c4\pi r^2}. \tag{7.3.31}$$

由此可得最大的原子密度为[90,92,76]

$$n_m = \frac{c\kappa}{2\sigma_L^2(\sigma_R/\sigma_L - 1)I}. \tag{7.3.32}$$

对铯原子，有 $\sigma_R/\sigma_L - 1 = 0.3$. 这样，知道弹性系数 κ 就可求得因辐射陷俘而引起的原子密度最大值. 不过理论计算结果很难与实验完全符合，一方面是由于理论模型的粗糙；另一方面也是由于实验现象与实验条件的关系很大，例如实验中对射光束同轴不好等，实验现象难以严格重复. Ellinger 等人对理论问题作了更详细的分析[97].

冷原子团集体相互作用还导致阱中原子的整体运动[92,93]. 在光束同轴不好，两对射束互相错开且不在一条直线上时，就会形成整体旋转的环状原子团，如图 7-34 所示. 这相当于互相错开的高斯光束对具有集体效应的原子团施加了一个力矩(涡旋力)，从而产生整个原子团旋转. 此外，当某束激光偏振不理想、各方向上激光的失谐不等时，都会产生由于原子团整体受力不均匀而引起的原子团旋转、中心有核的原子团，双原子团或三原子团等多种多样的变异原子团[67,98~100]. 磁场的不对称也会出现异形原子团，这些都需要根据具体实验情况进行分析. 多能级原子的双光子过程也

会产生双势阱的状况[101].

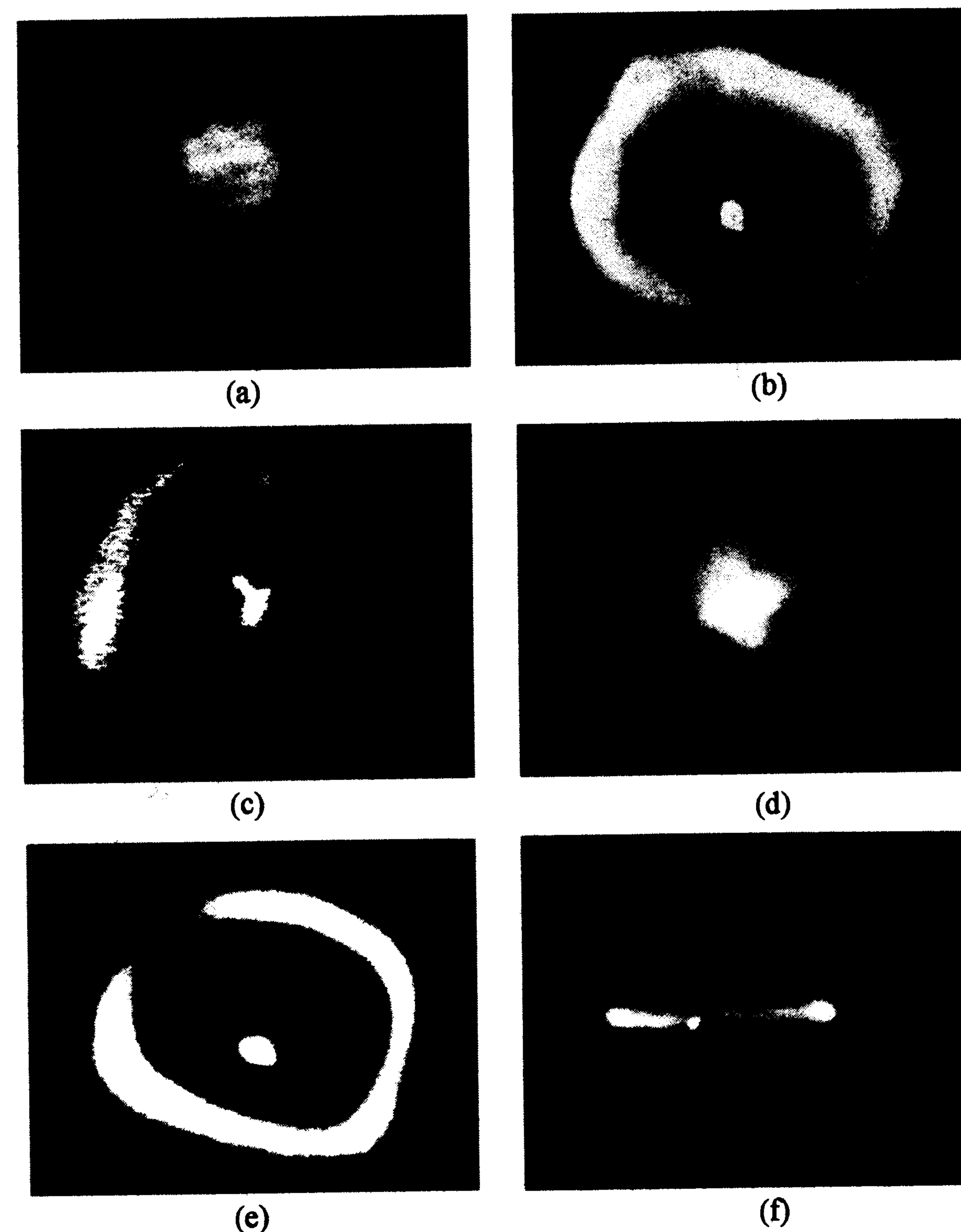


图 7-34　光束同轴不好时陷俘原子的空间分布

(a)是当原子数小于 10^8 时呈现的球状均匀分布；(b)～(f)是旋转原子团的图像：(b)为顶视图，照相机不闪变；(c)是照相机 110 Hz 闪变下的顶视图；(d)与(b)相同，但原子团较小；(e)是完全旋转原子团的顶视图；(f)是(e)的侧视图.

7.3.5　各种形式的磁光阱

现在，用磁光阱获得冷原子已经成为原子物理研究领域的常规手段；所研究的原子不仅包含碱金属，还遍及碱土金属、惰性气

体以及放射性同位素(包括锂[102]、钠[67]、钾[103]、铷[104,87]、铯[70]、镁[105]、钙[106]、锶[106,107]、氦[108]、氖[109]、氩[110]、氪[110]、氙[111]、铬[112]、银[113]、镱[114,115]和钫[116,117])等. 这里,既有玻色原子,也有费米原子(如亚稳态氦原子(^{3}He)[118]). 除了元素众多以外,还有为适应不同需求而开发出来的各种形式的磁光阱. 本小节将择要做些介绍.

暗磁光阱

7.3.4 小节说到,磁光阱中冷原子密度主要受辐射陷俘效应限制. 在阱中原子密度达到一定值时,散射荧光形成的辐射压力与陷俘激光的束缚力达到平衡,新增原子只能扩大冷原子团体积,而不会提高密度. 对碱金属原子,10^{11}个原子就能散射出约 100 mW 的近共振光功率,从而大体给出了原子密度的上限. 为了克服辐射陷俘而降低阱区光强当然是不可取的,因为磁光阱工作依赖于激光. Ketterle 等人发明了暗磁光阱技术①,它可有效克服提高陷俘原子密度的困难[119]. 该技术的核心是把阱中心的陷俘原子抽运到不吸收光的暗态上去;其方法是在空间或时间上对阱中心位置的原子关闭或降低反抽运光的强度,使原子停留在能吸收陷俘光而发射荧光的亮态上的概率减小,大部分原子就处在不吸收的暗态上. 一般都用在空间上关闭反抽运光的方法,其优点是可以向暗阱区源源不断提供原子. 具体步骤是在透过反抽运光的光窗中心涂一点黑斑,使投射到阱中心的光中没有反抽运光成分,这样阱中心绝大多数原子就处于暗态. 例如对钠原子,把陷俘光调谐到 $F=2\rightarrow F'=3$ 的循环跃迁上,基态 $F=2$ 是亮态;在没有反抽运光的情况下,非共振激发的 $F=2\rightarrow F'=2$ 跃迁可能把原子抽运到基态 $F=1$ 的暗态上. 这样,陷俘冷却过程就停止了. 反抽运光的作用使 $F=1$ 态上的原子重新抽运到 $F=2$ 态上去,以继续陷俘与冷却过程. 现在,阱中心位置没有反抽运光的作用,原子就停留在 $F=1$ 态上;它们不发光,也就无所谓“辐射陷俘”. 而周边的原子则受反

① 当时称为暗光阱(dark spontaneous-force optical trap, dark SPOT).

抽运光作用处于亮态,并在陷俘和冷却力的作用下向中心移动,并转变为暗态. 这样,阱中心的暗态原子密度就可大大增加. 实验表明,这种暗磁光阱可使原子密度提高 1~2 个数量级,很容易达到 $10^{12}/\mathrm{cm}^3$. 由于光助碰撞在暗磁光阱中基本不起作用,此后提高原子密度的限制就是基态原子之间的碰撞了. 这种暗磁光阱不仅可用于提高阱中原子密度,还可大大延长冷原子寿命. 上面提到实现了原子寿命长达 700 s 的实验,就是在暗磁光阱中进行的[79]. 不过,牛津大学实验小组的工作表明[120],对于超精细分裂较大的重碱金属原子(如铯),直接应用空间分离的暗磁光阱技术并不那么直截了当,这是因为原子通过非共振激发落到暗态的概率比较小. 为此,他们采用了一束退抽运(depumping)光来帮助原子进入“暗态”;这样,他们也得到了 $10^{12}/\mathrm{cm}^3$ 的铯原子密度. 但是,密度提高与温度上升同时发生,使该方法的应用受到局限.

自旋极化磁光阱

在通常的磁光阱中,由于光的偏振方向和磁场方向处处不同,原子的自旋极化方向也是随处而异的. 这对有些要求原子自旋有确定方向的实验很不利. Walker 等人发明了一种自旋极化的磁光阱,被称为涡旋阱(vortex trap)[121,122],如图 7-35;其构造特点是在二维(Oyz 平面)上仍保持磁光阱的状态,即使用一对互相对射的圆偏振方向相反的光束,磁场仍保持中心为零、两边方向相反而数值逐渐增大的不均匀性. 所不同的是,其中一个方向(如图中 y 轴)上,两束光在位置上并不严格对中(略有错开),光轴之间的距离是 $2a$. 而在另一方向(z 轴)上,对射光束却具有相同的偏振(如图中 σ^+),光强也比另两个方向大,并且光轴位置也是错开 $2a$;而且,这一方向的磁场是均匀的. 这些有利于把原子抽运到自旋相同的状态. 沿 y,z 轴的两束光的错开对原子团在 Oyz 平面上造成一个方形转圈的涡旋力:$F_z=-\kappa' y$,$F_y=-\kappa' z$(κ'是涡旋力弹性系数),它使原子产生整体运动. 这个力与 Oxy 平面上与磁场梯度有关的弹性恢复力结合,使原子受到一个整体恢复力的作用而指向中心,

保证阱的正常工作(即虽然在 z 轴方向没有恢复力的作用,但原子在图 7-35 中反时针方向的涡旋力牵动下,会被“带着”赶向阱中心). Walker 等人用这种阱得到了自旋极化度达到 75%的原子团[122].

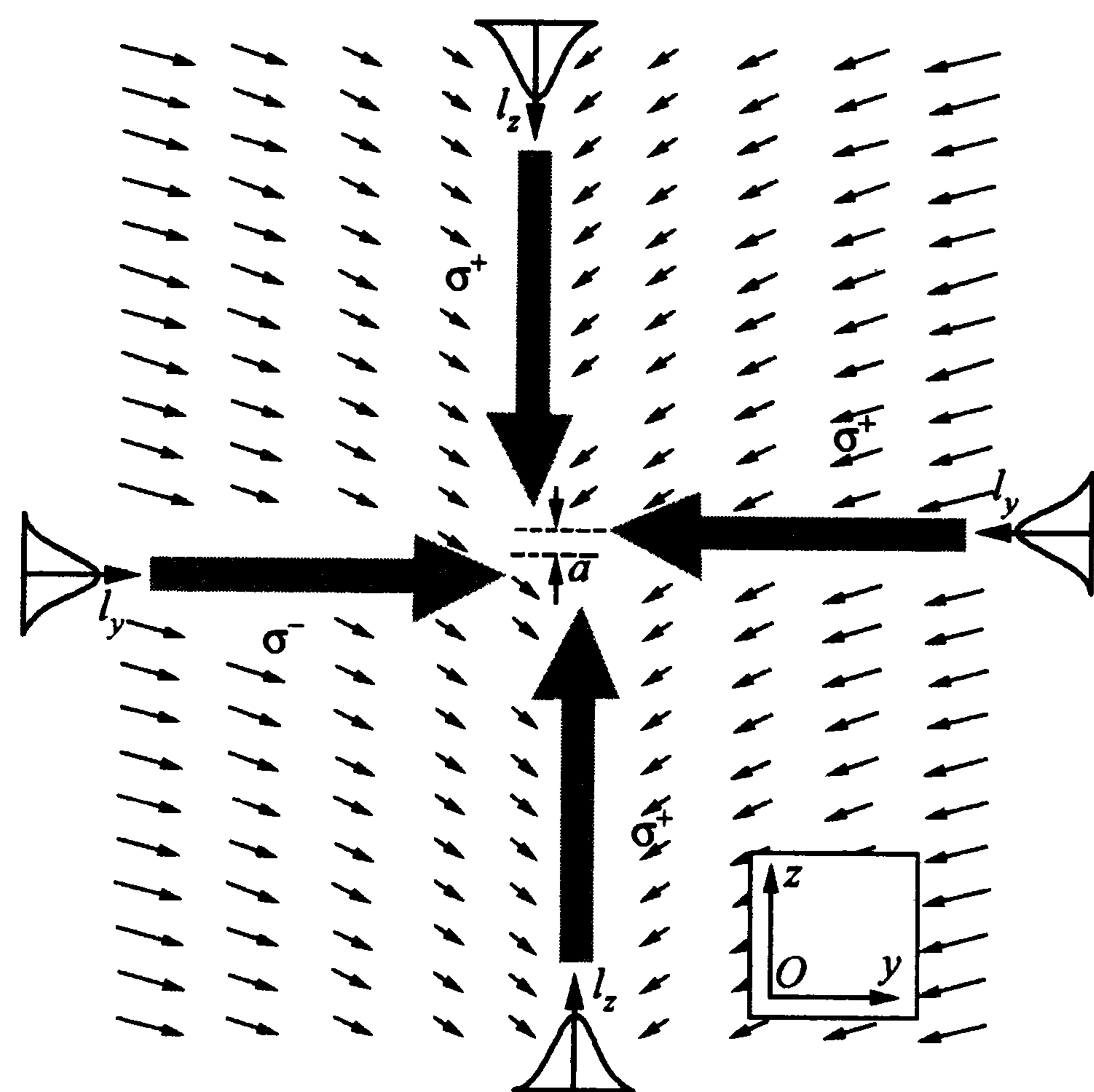


图 7-35　涡旋阱 Oyz 平面上光与磁场方向的组态

少光束磁光阱

一般的磁光阱都利用 6 束互相正交的激光束,只不过两束对射光是从一束光的镜面反射形成的,所以实际上只需要三束光;它们一般都是从同一束激光中分束得到的. Shimizu 等人指出[123],当磁光阱的 6 束光中有四束像图 7-35 这样错位时,一方面会形成环状原子团;另一方面阱的俘获能力反而增加. 因此,他们认为可以构筑少于 6 束光的磁光阱,提出一种类似 Minogin 等人提出来的四束光的磁光阱方案(见图 7-2),并在亚稳态氦原子上得以实现[124]. 他们的实验布置是:以图 7-2 为例,反亥姆霍兹线圈的平面垂直于 z 轴. 一束光沿 z 轴指向中心(图上 O 点),其圆偏振方向与光同方向(右旋);其他三束光是横向的,稍有倾斜,其偏振方向与光的方向相反(左旋),而相对于磁场则都是一样的. 这样的状态仍能保证磁光阱的正常工作.

还可利用四面体镜面反射,只用一束激光就可实现磁光阱[125],其光束和磁场线圈的原理布置如图 7-36 所示,图中从上到下的是一束 σ^- 圆偏振的宽束激光. 由于镜面反射在阱区可以形成一个与 6 束激光相似的光束组态,镜面可以是金字塔形(对称的四个镜面),也可以是圆锥形[126]. 用圆锥形镜面时,其顶端开一个小孔,对面设置一块 1/4 波片和一块平面镜,形成中轴两束反向激光. 这种组态有一个优点,即可以把冷原子从小孔引出来. 这样的装置称为原子漏斗(atomic funnel). 单束激光磁光阱的设备更简单,实施更容易,可以做成金字塔形或圆锥形的原子漏斗,获得慢速原子束[127,128].

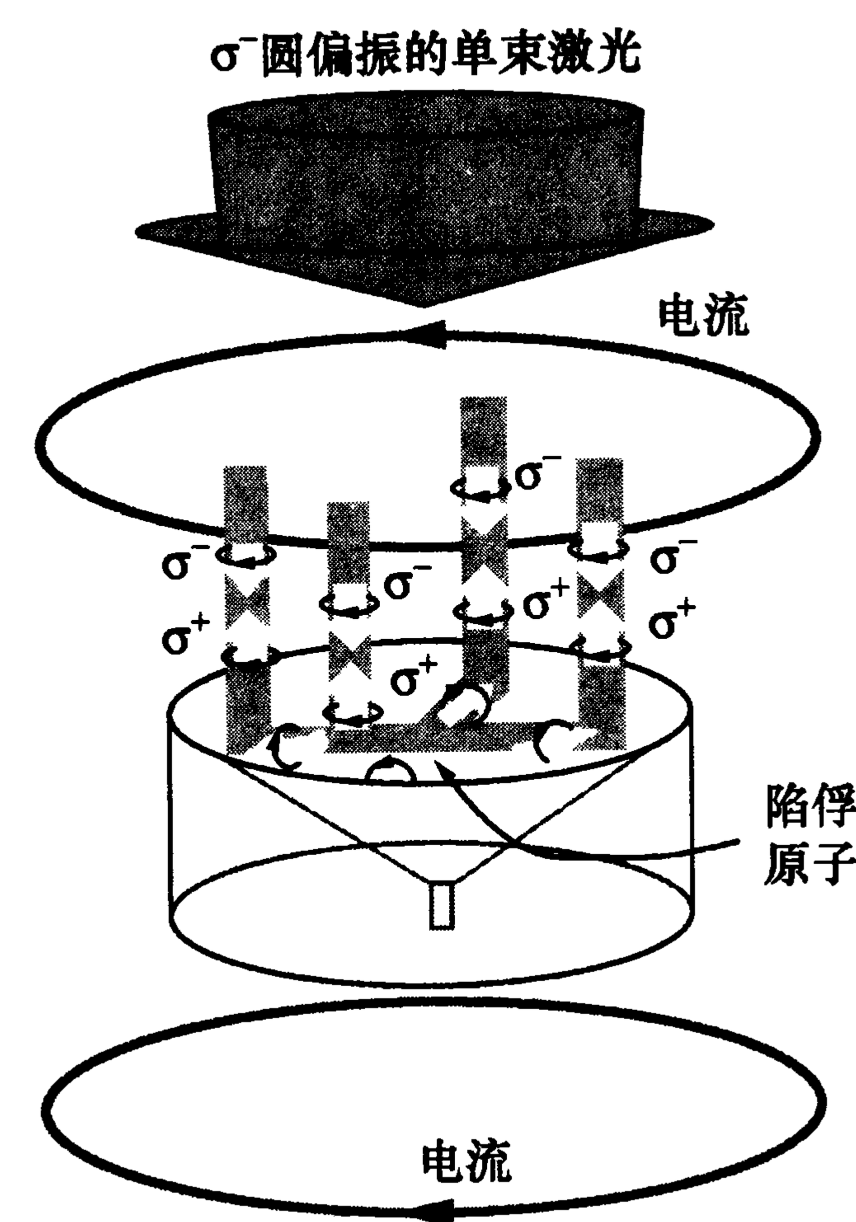


图 7-36　单束光磁光阱的结构

此外,还有人用五光束实现了铯原子磁光阱[129,130],其光束组态是:在磁场轴的方向用两束 σ^+-σ^- 圆偏振的对射光,而在垂直于此轴的平面上用三束互以 120°角相交、都是 σ^+ 圆偏振的光束. 这种组合也可得到基本上与 6 束光磁光阱相同的结果,但原子数稍为少些. 由于三束光是行波,在实验上有方便之处,例如光束还可

他用.

线偏振光磁光阱

在通常的 6 束圆偏振对射光的磁光阱装置中,把圆偏振改为线偏振,且在一对互相对射光束的线偏振方向相差一个角度(如45°)时,磁光阱也能正常工作[131].不过,这种阱的工作原理与常规磁光阱完全不同(这里起作用的已经不是散射力,而是偶极力[132]);其原理是:在一个与光束方向平行的恒定磁场中,当两束线偏振光对射到一团原子上时,原子将优先从一束光中吸收光子,而受激发射则到另一束光中,这样原子就受到一个与光束方向有关的力.当磁场反向时,原子所受的作用也反向.于是,在磁光阱磁场作用下原子就会受到一个净内向力的作用而产生陷俘效应.这个力与光子在两束对射光之间的重新分布有关,是重分布力,所以是偶极力.Grimm 等人曾对带有 $J=1$ 的原子进行过仔细的分析.Emile 等人的实验证明了原子的陷俘与冷却效应与对射光束线偏振方向的夹角有关,在此夹角为 45°时有最好的陷俘效果,与常规磁光阱相差无几[131].他们认为,这种使用偶极力的阱没有光强饱和效应,磁场梯度可以做得很大,因而可得到比常规磁光阱大得多的阱深,获得更有效的原子囚禁,十分有前途.但是,后来的相关工作并不多.

二维磁光阱

三维磁光阱是常规的磁光阱,但在一些原子物理实验(如连续原子喷泉频率标准的研究[133])中,为了得到强的慢速原子束,二维磁光阱是一种较好的选择.二维磁光阱一般是把寻常三维磁光阱沿磁场线圈轴向的两束对射光束撤去而成,该方向就是原子束的方向.为了使原子的横向囚禁和冷却更为有效,四束陷俘光的截面常常呈拉长的椭圆形,如图 7-37 所示[134].在该实验中,二维磁光阱的横向不均匀磁场是用四个拉长椭圆形的 Ioffe 线圈形成的,其电流方向示于图中,在轴线上磁场为零.为了压缩原子的纵向速度,沿轴向也有一对磁光阱光束,但是上、下两束光的强度不同,朝

上的大(2.1 mW),朝下的小(0.6 mW),这会使原子束向上通过小孔射出.实验得到了速度为 8 m/s、强度为 9×10^9/s 的慢速铷原子束,速度分布宽度为 3.3 m/s.

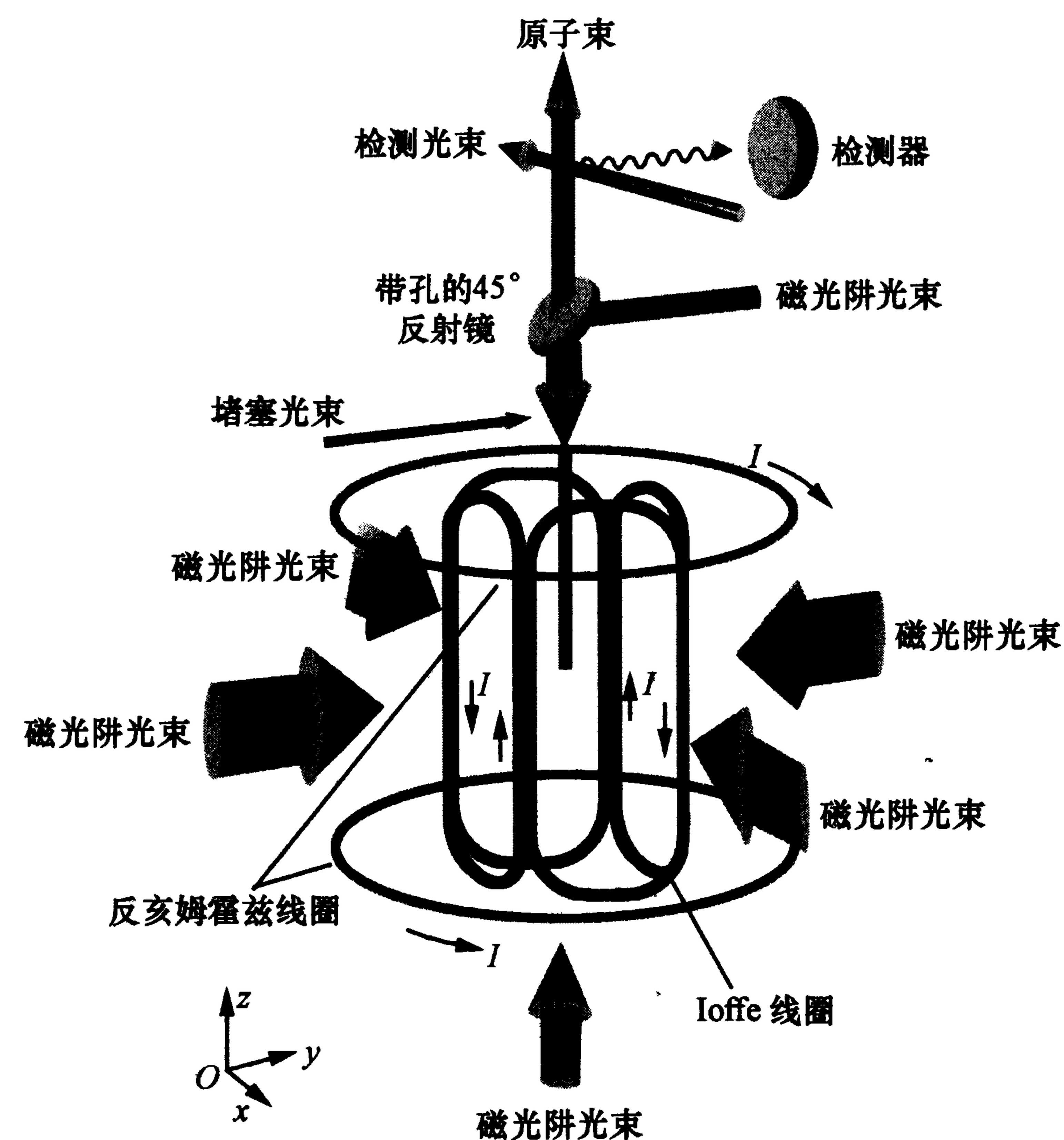


图 7-37 获得慢速强原子束的二维磁光阱实验装置

此外,在个别实验中,也有不用单独施加反抽运光而实现磁光阱工作的[135].反抽运光之所以必要,是因为使用循环跃迁进行原子陷俘和冷却时,难以避免非共振激发使原子抽到非循环跃迁的激发态能级上去;而自发辐射过程使原子可能落到不受光作用的另一个基态超精细能级(暗能级),并积聚起来,从而中断陷俘过程.反抽运光则使落到暗态的原子重新抽运到循环跃迁能级上来.一般对反抽运光的强度要求很低,约有陷俘光强的 1%即可.拉曼散射过程(从基态磁光阱跃迁的超精细结构能级激发,下落到另一个非磁光阱基态超精细能级)的荧光也可提供与反抽运光同样的

作用，产生自发的反抽运效应；但这一般是不够的. 个别实验可以免去单独的反抽运光，往往是由于激光的频谱不纯，边带中混有符合反抽运光的成分. 这在用临界注入锁定的半导体激光器时常会发生；但它是不可控的，不很稳定，在实验中应避免.

磁光阱的形式多种多样，除了上面这些以外，还有双色和多色磁光阱，即有两种以上频率的磁光阱. 例如，在第六章中讨论过对碱土金属原子往往采用二级冷却的方法. 因此，在同一个磁场中可以用两种频率的激光组成两个磁光阱，如对锶原子可以有波长为461 nm 的蓝光磁光阱和 689 nm 的红光磁光阱两种[136]. 在同一磁场环境中可以用不同频率激光陷俘同一元素的不同同位素原子(如钾的两种同位素(^{39}K 和 ^{41}K)[137]，镱的 7 种同位素(^{168}Yb，^{170}Yb，^{172}Yb，^{174}Yb，^{176}Yb，^{171}Yb，^{173}Yb[138])，甚至进行同位素分离(如铷的两种同位素(^{85}Rb 和 ^{87}Rb)[139])；还可同时陷俘不同原子(如钠和钾[140]，锂和铯[141]等). 此外，可以对同一原子用不同失谐的激光来构成两种磁光阱，以取得最佳的磁光阱工作状态[142]；把一个高蒸汽压、高密度、较高温度的磁光阱与一个高真空、低温磁光阱串联起来组成双磁光阱系统，后者对实现玻色-爱因斯坦凝聚非常有用[143]. 总之，对磁光阱的研究有许多想象空间和灵活余地.

§7.4　混合阱及其他

依靠两种以上的作用力陷俘原子的阱可称为混合阱. 上述由光界面上的隐失波和重力共同作用所组成的原子阱可以称为混合光阱. 磁光阱中的不均匀磁场虽然要通过光作用才能产生弹性恢复力，但也应算是另一种力，所以也可视为混合阱. 不过，这里的混合阱专指由光的偶极力和散射力相结合的纯粹用光作用力的光阱. 我们曾在§7.1 中提到过这种阱；当时还提到，在特殊条件下散射力也可用来实现光阱. 不过实际上，这类光阱的实施还是比较困难的.

图 7-1 描述的就是一个典型的混合光阱. 在红失谐光作用下，原子在横向上受高斯光束的偶极力作用使它们指向光轴；而在纵向上则依靠两束光的光腰之间光强不均匀性很大，用不均匀的散射力把它们推向中心. 正如在§7.1 中指出的几个原因，特别是两种加热机制使这种模式的光阱实际上难以工作. 曾设想用加大光强、增加阱深来克服受激发射涨落引起的加热，但因这种涨落并不随激光功率的增大而饱和，所以也是无效的. 在这种阱中，加热效应始终与冷却效应并存，因此无法实现原子阱. 虽然，Cohen-Tannoudji 小组曾提出过克服受激发射涨落困难的建议[6]，但并未在实验上实现. 而朱棣文等人的第一个光阱实验虽然用的是偶极力，却是以依靠散射力形成的光学黏团为前提的. 从这个意义上说，即使实现了偶极力阱也不是单纯靠偶极力，散射力起着重要的辅助作用(即预冷却作用). 这正是 Ashkin 和 Gordon 在 1979 年指出的[144].

偶极力阱的一个重要缺点是要求激光功率很大. 纯散射力的激光原子阱始终有吸引力；但根据 Pritchard 等人的意见，只有基态有多能级的原子在适当外部条件下才能实现. Bouyer 等人曾利用光抽运改变原子状态的办法实现了纯散射力对铯原子的陷俘[145]. 他们用 6 束中等功率的不同偏振的发散光照射一个中心原子团，在亚毫米体积内囚禁了 10^7 个原子. 这里没有磁场，可以快速改变陷俘光，且原子不受塞曼频移影响，有点意思.

近来，有人提出用频率低于原子共振主线的宽频带白光(如汞弧灯光)的干涉现象[146]来陷俘原子，原子囚禁在干涉亮斑上，可用来实现玻色-爱因斯坦凝聚[147]；不过基本作用却还是类似于偶极力.

参 考 文 献

[1] Letokhov V S. Pis'ma ZhETF (Russ.), 1968, 7: 348.

[2] Letokhov V S, Minogin V G, Pavlik B D. ЖЭТФ, 1977, 72: 1328; Sov. Phys. JETP, 1977, 45: 698; Letokhov V S, Minogin V G. AppL. Phys., 1978, 17: 99.

[3] Ashkin A. Proc. Nat. Acad. Sci. USA, 1997, 94: 4853.

[4] Ashkin A, Phys. Rev. Lett., 1978, 40: 729.

[5] Chu S. Rev. Mod. Phys., 1998, 70: 685.

[6] Dalibard J, Reynaud S, Cohen-Tannoudji C. Opt. Commun., 1983, 47: 395.

[7] Balykin V I, Minogin V G, Letokhov V S. Rep. Prog. Phys., 2000, 63: 1429.

[8] Minogin V G, Javanainen J. Opt. Commun., 1982, 43: 119.

[9] Ashkin A, Gordon J P. Opt. Lett., 1983, 8: 511.

[10] Jones W. Eur. J. Phys., 1980, 1: 85.

[11] Ashkin A. Opt. L;ett., 1984, 9: 454.

[12] Ashkin A, Dziedzic J M. Phys. Rev. Lett., 1985, 54: 1245.

[13] Pritchard D E, Raab E L, Bagnato V, et al. Phys. Rev. Lett., 1986, 57: 310.

[14] Gordon J P, Ashkin A. Phys. Rev. A, 1980, 21: 1606.

[15] Chu S, Bjorkholm J E, Ashkin A, et al. Phys. Rev. Lett., 1986, 57: 314.

[16] Foot C J. Contemp. Phys., 1991, 32, 369.

[17] Rolston S, Gerz C, Helmerson K, et al. //Wang Y Z, Wang Y Q, Wang Z G. ed. Proc. 1992 Shanghai intern. sympos. quantum optics; Proc. SPIE, 1992, 1726: 205.

[18] Miller J D, Cline R A, Heinzen D J. Phys. Rev. A, 1993, 47: R4567.

[19] Adams C S, Lee H J, Davidson N, et al. Phys. Rev. Lett., 1995, 74: 3577.

[20] Boiron D, Michaud A, Fournier J M, et al. Phys. Rev. A, 1998, 57: R4106.

[21] Corwin K L, Kuppens S J M, Cho D, et al. Phys. Rev. Lett., 1999, 83: 1311.

[22] Takekoshi T, Yeh J R, Knize R J. Opt. Commun., 1995, 114: 421.

[23] Takekoshi T, Knize R J. Opt. Lett., 1996, 21: 77.

[24] O'Hara K M, Granade S R, Gehm M E, et al, Phys. Rev. Lett., 1999, 82: 4204.

[25] Vuletic V, Chin C, Kerman A J, et al. Phys. Rev. Lett., 1998, 81: 5768.

[26] Davidson N, Lee H J, Adams C S, et al. Phys. Rev. Lett., 1995, 74: 1311.

[27] Lee H J, Adams C S, Kasevich M, et al. Phys. Rev. Lett., 1996, 76: 2658.

[28] Yang K-H, Stwalley W C, Heneghan S P, et al. Phys. Rev. A, 1986, 34: 2962.

[29] Kuga T, Torii Y, Shiokawa N, et al. Phys. Rev. Lett., 1997, 78: 4713.

[30] Ozeri R, Khaykovich L, Davidson N. Phys. Rev. A, 1999, 59: R1750; Phys. Rev. E, 2002, 65: 069903.

[31] Webster S A, Hechenblaikner G, Hopkins S A, et al. Phys. B: At. MoL. Opt. Phys., 2000, 33: 4149.

[32] Westbrook C I, Watts R N, Tanner C E, et al. Phys. Rev. Lett., 1990, 65: 33.

[33] Castin Y, Dalibard J. Europhys. Lett., 1991, 14: 761.

[34] Verkerk P, Lounis B, Salomon C, et al. Phys. Rev. Lett., 1992, 68: 3861.

[35] Courtois J-Y, Grynberg G, Lounis B, et al. Phys. Rev. Lett., 1994, 72: 3017.

[36] Hemmerich A. Hänsch T W. Phys. Rev. Lett., 1993, 70: 410.

[37] Grynberg G, Lounis B, Verkerk P, et al. Phys. Rev. Lett., 1993, 70: 2249.

[38] Jessen P S, Gerz C, Lett P D, et al. Phys. Rev. Lett., 1992, 69: 49.

[39] Gatzke M, Birkl G, Jessen P S, et al. Phys. Rev. A, 1997, 55: R3987.

[40] Dicke R H. Phys. Rev., 1953, 89: 472.

[41] Metcalf H J, van der Straten P. Laser cooling and trapping. New York: Springer, 1999: 239; Metcalf H. Phys. Scripta, 1997, T70: 57.

[42] Hemmerich A, Hänsch T W. Phys. Rev. Lett., 1993, 70: 410.

[43] Hemmerich A, Zimmermann C, Hänsch T W. Europhys. Lett., 1994, 22: 89.

[44] Rauschenbeutel A, Schadwinkel H, Gomer V, et al. Opt. Commun., 1998, 148: 45.

[45] Petsas K I, Coates A B, Grynberg G. Phys. Rev. A, 1994, 50: 5173.

[46] Grynberg G, Courtois J. Europhys. Lett., 1994, 27: 41.

[47] Hemmerich A, Weidenmüller M, Esslinger T, et al. Phys. Rev. Lett., 1995, 75: 37.

[48] Friebel S, D'Andrea W J, Weitz M, et al. Phys. Rev. A, 1998, 57: R20.

[49] Cook R J, Hill R K. Opt. Commun., 1982, 43: 258.

[50] Balykin V I, Letokhov V S, Ovchinikov Yu B, et al. JETP Lett., 1987, 45: 353.

[51] Balykin V I, Letokhov V S, Ovchinikov Yu B, et al. Phys. Rev. Lett., 1988, 60: 2137.

[52] Kasevich M A, Weiss D S, Chu S. Opt. Lett., 1990, 15: 607.

[53] Aminoff C G, Steane A M, Bouyer P, et al. Phys. Rev. Lett., 1993, 71: 3083.

[54] Dowling J P, Gea- Banacloche J. Phys. Rev. A, 1995, 52: 3997.

[55] Dowling J P, Gea- Banacloche J. Adv. Atom. Mol. Opt. Phys., 1996, 37: 1.

[56] Ovchinnikov Yu B, Manck I, Grimm R. Phys. Rev. Lett., 1997, 79: 2225.

[57] Ovchinnikov Yu B, Söding J, Grimm R. JETP Lett., 1995, 61: 21.

[58] Söding J, Grimm R, Ovchinnikov Yu B. Opt. Commun., 1995, 119: 652.

[59] Subbotin M V, Balykin V I, Laryushin D V, et al. Opt. Commun., 1997, 139: 107.

[60] Ol'Shanii M A, Ovchinnikov Y B, Letokhov V S. Opt. Commun., 1993, 98: 77.

[61] Renn M J, Montgomery D, Vdovin O, et al. Phys. Rev. Lett., 1995, 75: 3253.

[62] Renn M J, Donley E A, Cornell E A, et al. Phys. Rev. A, 1996, 53: R648.

[63] Ito H, Nakata T, Sakaki K, et al. Phys. Rev. Lett., 1996, 76: 4500.

[64] Marksteiner S, Savage C M, Zoller P. Phys. Rev. A, 1994, 50: 2680.

[65] Gauck H, Hartl M, Schneble D, et al. Phys. Rev. Lett., 1998, 81, 5298.

[66] Balykin V I. Adv. Atom. Mol. Opt. Phys., 1999, 41: 181.

[67] Raab E L, Prentiss M, Cable A, et al. Phys. Rev. Lett., 1987, 59: 2631.

[68] Chu S. Rev. Mod. Phys., 1998, 70: 685.

[69] Steane A M, Foot C J. Europhys. Lett., 1991, 14: 231.

[70] Monroe C, Swann W, Robinson H, et al. Phys. Rev. Lett., 1990, 65: 1571.

[71] Gibble K E, Kasapi S, Chu S. Opt. Lett., 1992, 17: 526.

[72] Townsend C G, Edwards N H, Cooper C J, et al. Phys. Rev. A, 1995, 52: 1423.

[73] Gabbanini C, Evangelista A, Gozzini S, et al. Europhys. Lett., 1997, 37: 251.

[74] 傅军贤，李义民，陈徐宗，等. 光学学报，2001，21：414.

[75] Prentiss M, Cable A, Bjorkholm J E, et al. Opt. Lett., 1988, 15: 452.

[76] Steane A M, Chowdhury M, Foot C J. J. Opt. Soc. Am. B, 1992, 9: 2142.

[77] Drewsen M, Laurent Ph, Nadir A, et al. Appl. Phys. B, 1994, 59: 283.

[78] Li Y M, Chen X Z, Wang Q J, et al. Acta Physica Sinica (Oversea ed.), 1995, 4: 727; 李义民. 用磁光阱俘获与冷却铯原子的理论

和实验研究. 北京：北京大学电子学系，1996.

[79] Anderson M H, Petrich W, Ensher J R, et al. Phys. Rev. A, 1994, 50: R3597.

[80] Kohns P, Buch P, Süptitz W, et al. Europhys. Lett., 1993, 22: 517.

[81] Wallace C D, Dinneen T P, Tan K Y N, et al. J. Opt. Soc. Am. B, 1994, 11: 703.

[82] 傅军贤. 激光冷却的原子团特性研究与原子喷泉的实现. 北京：北京大学电子学系，2000.

[83] Metcalf H. J. Opt. Soc. Am. B, 1989, 6: 2206.

[84] Lindquist K, Stephens M, Wieman C. Phys. Rev. A, 1992, 46: 4082.

[85] Cable A, Prentiss M, Bigelow N P. Opt. Lett., 1990, 15: 507.

[86] Sesko D, Walker T,. Monroe C, et al. Phys. Rev. Lett., 1989, 63: 961.

[87] Wallace C D, Dinneen T P, Tan K Y N, et al. Phys. Rev. Lett., 1992, 69: 897.

[88] Mastwijk H C, Thomsen J W, van der Straten P, et al. Phys. Rev. Lett., 1998, 80: 5516.

[89] Gallagher A, Pritchard D E. Phys. Rev. Lett., 1989, 63: 957.

[90] Julienne P S, Vigué J. Phys. Rev. A, 1991, 44: 4464.

[91] Hoffmann D, Feng P, Walker T. J. Opt. Soc. Am. B, 1994, 11: 712.

[92] Walker T, Sesko D, Wieman C. Phys. Rev. Lett., 1990, 64: 408.

[93] Sesko D W, Walker T G, Wieman C E. J. Opt. Soc. Am. B, 1991, 8: 946.

[94] Mollow B R. Phys. Rev., 1969, 188: 1969; Phys. Rev. A, 1972, 5: 2217.

[95] Grison D, Lounis B, Salomon C, et al. Europhys. Lett., 1991, 15: 149.

[96] Tabosa J W R, Chen G, Hu Z, et al. Phys. Rev. Lett., 1991, 66: 3245.

[97] Ellinger K, Cooper J, Zoller P. Phys. Rev. A, 1994, 49: 3909.

[98] Bagnato V S, Marcassa L G, Oriá M, et al. Phys. Rev. A, 1993, 48: 3771.

[99] Bagnato V S, Bigelow N P, Marcassa L G, et al. Jpn. J. Appl. Phys., 1996, 35: 4664.

[100] 王晓辉. 铯气室中光学黏团的直接获得与相关实验现象研究. 北京：北京大学电子学系，1999.

[101] Jun J W, Chang S, Kwon T Y, et al. Phys. Rev. A, 1999, 60: 3960.

[102] Lin Z, Shimizu K, Zhan M, et al. Jpn. J. Appl. Phys., 1991, 30: 795.

[103] Williamson III R S, Walker T. J. Opt. Soc. Am. B, 1995, 12: 1393.

[104] Fox R W, Gilbert S L, Hollberg L, et al. Opt. Lett., 1993, 18: 1456.

[105] Sengstock K, Sterr U, Müller J H, et al. Appl. Phys. B, 1994, 59: 99.

[106] Kurosu T, Shimizu F. Jpn. J. Appl. Phys., 1990, 29: L2127.

[107] Katori H, Ido T, Isoya Y, et al. Phys. Rev. Lett., 1999, 82: 1116.

[108] Bardou F, Emile O, Courty J M, et al. Europhys. Lett., 1992, 20: 681.

[109] Shimizu F, Shimizu K, Takuma H. Phys. Rev. A, 1989, 39: 2758.

[110] Katiri H, Shimizu F. Jpn. J. Appl. Phys., 1990, 29: L2124.

[111] Walhout M, Megena H J L, Witte A, et al. Phys. Rev. A, 1993, 48: R879.

[112] Bell A S, Stuhler J, Locher S, et al. Europhys. Lett., 1990, 45: 156.

[113] Uhlenberg G, Dirschert J, Walther H. Phys. Rev. A, 2000, 62: 063404

[114] Honda K, Takahashi Y, Kuwamoto T, et al. Phys. Rev. A, 1999, 59: R934.

[115] Kuwamoto T, Honda K, Takahashi Y, et al. Phys. Rev. A, 1999, 60: R745.

[116] Simsarian J E, Ghosh A, Gwinner G, et al. Phys. Rev. Lett., 1996, 76: 3522.

[117] Lu Z T, Corwin K L, Vogel K R, et al. Phys. Rev. Lett., 1997, 79: 994.

[118] Kumakura M, Morita N. Appl. Phys. B, 2000, 70: 555.

[119] Ketterle W, Davis K B, Joffe A, et al. Phys. Rev. Lett., 1993, 70: 2253.

[120] Townsend C G, Edwards N H, Zetie K P, et al. J. Phys. Rev. A, 1996, 53: 1702.

[121] Walker T, Hoffmann D, Feng P, et al. Phys. Lett. A, 1992, 163: 309.

[122] Walker T, Feng P, Hoffmann D, et al. Phys. Rev. Lett., 1992, 69: 2168.

[123] Shimizu F, Shimizu K, Takuma H. Opt. Lett., 1991, 16: 339.

[124] Shimizu F, Shimizu K, Takuma H. Phys. Rev. A, 1989 39: 2758.

[125] Lee K I, Kim J A, Noh H R, et al. Opt. Lett., 1996, 21: 1177.

[126] Kim J A, Lee K L, Noh H R, et al. Opt. Lett., 1997, 22: 117.

[127] Williamson III R S, Voytas P A, Newell R T, et al. Opt. Express, 1998, 3: 111.

[128] Camposeo A, Piombini A, Cervelli F, et al. Opt. Commun., 2001, 200: 231.

[129] Arlt J, Bance P, Hopkins S, et al. J. Phys. B, 1998, 31: L321.

[130] di Stefano A, Wilkowski D, Müller J H, et al. Appl. Phys. B, 1999, 69: 263.

[131] Emile O, Bardou F, Salomon C, et al. Europhys. Lett., 1992, 20: 687.

[132] Grimm R, Ovchinnikov Yu B, Sidorov A I, et al. Opt.

Commun., 1991, 84: 18.

[133] Berhoud P, Joyet A, Dudle G, et al. Europhys. Lett., 1995, 75: 1687.

[134] Dickmann K, Spreeuw R J C, Weidmüller M, et al. Phys. Rev. A, 1998, 58: 3891.

[135] Fu J X, Chen X Z, Li Y M, et al. Chin. Phys. Lett., 1999, 16: 805.

[136] Katori H, Ido T, Isoya Y, et al. Phys. Rev. Lett., 1999, 82: 1116.

[137] Prevedelli M, Cataliotti F S, Cornell E A, et al. Phys. Rev. A, 1999, 59: 886.

[138] Maruyama R, Wynar R H, Romalis M V, et al. Phys. Rev. A, 2003, 68: 011403(R).

[139] Noh H R, Kim J O, Nam D S, et al. Rev. Sci. Instrum., 1996, 67: 1.

[140] Santos M S, Nussenzveig P, Marcassa L G, et al. Phys. Rev. A, 1995, 52: R4340.

[141] Schlöder U, Engler H, Schünemann U, et al. Eur. Phys. J. D, 1999, 7: 331.

[142] Sinclair A G, Riis E, Snadden J. J. Opt. Soc. Am. B, 1994, 11: 2333.

[143] Myatt C J, Newbury N R, Ghrist R W, et al. Opt. Lett., 1996, 21: 290.

[144] Ashkin A, Gordon J P. Opt. Lett., 1979, 4: 161.

[145] Bouyer P, Lemonde P, Bendahan M, et al. Europhys. Lett. J., 1994, 27: 569.

[146] Born M, Wolf E. Principles of optics. 7th ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1999: Chap. 10.

[147] Sackett C A, Deissler B. J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt., 2004, 6: 15.

第八章　激光冷却与陷俘原子的应用

原子的激光冷却与陷俘为原子分子物理的基础研究和实际应用开辟了许多崭新的领域，并结出丰硕的成果．本章将主要介绍一些技术应用，说明它们的优势、特色和所提供的可能性．

§8.1　原子喷泉频率标准

8.1.1　原子频率标准和原子喷泉的作用

当今世界各种科学技术测量中，最为精确的要算是对时间频率的测量了．目前，它所能达到的相对准确度和分辨率分别为 10^{-15} 和 10^{-18}[1]．在实现高准确度上，激光冷却的原子喷泉技术发挥了关键作用．为了说明这个问题，这里简单介绍一下俗称原子钟的原子频率标准（简称原子频标）．长期以来，人们以天体运动的恒定周期作为时间标准，例如以地球自转周期 1 d 作为标准，并定义它的 1/86 400 为 1 s；后来发现一天的长度不是恒定的，而是受季节（地球绕太阳公转与太阳距离的不均匀所引起）、地极移动和潮汐（月球的作用）的影响有所变化，即使对这些变化进行修正，给出的“世界时”秒长的相对准确度也不过 10^{-8} 数量级；之后又采用以地球绕太阳的公转周期来定义时间单位（称为历书时），其准确度可达到 10^{-9} 数量级，但因基本周期长达 1 a①，很难得到实时可用的标准．原子物理研究使人们认识到，原子中电子运动的周期是非常稳定的．射频波谱学和光谱学告诉我们，原子内部运动的恒定性充分反映在它们吸收和发射的电磁波频率上．因此，在 20 世纪 40

① “a”为“年”的符号．

年代末，人们萌发了用原子、分子的吸收和发射谱线的稳定频率（周期）做成更准确的频率（时间）标准的想法．用这种具有稳定频率（周期）的电磁波作为频率（时间）计量器具的设备就叫做原子频标或原子钟；这种特定电磁波与原子、分子内部能级之间的量子跃迁有关，所以也被称为量子频率标准（简称量子频标）．实际原子钟并非直接使用原子的跃迁频率，而是通过电子学的频率转换或综合技术，先把一个受控的高稳定频率的电子振荡器（例如石英晶体振荡器）的频率转换到原子频率上，再通过与原子跃迁频率比较，用其误差来控制电子振荡器频率，使之保持与原子频率一致．这样，原子频率的稳定性就转移到较为实用的电子振荡器的频率上去了．图 8-1 描述了原子频标工作原理，这里输出标准频率信号的晶体振荡器（信号频率一般是比较实用的 5，10，100 MHz 等）发出的电磁信号通过频率综合器不失稳定性地转换成（对频率进行简单的加、减、乘、除）接近原子跃迁频率的信号（称为探询（interrogation）信号），以激励原子的共振吸收或发射，并与之比较，通过吸收或发射信号的幅度、相位变化来鉴别探询信号的频率是否与原子频率一致．当两者有差别时，原子系统会作出响应，给出误差信号，用以纠正受控晶体振荡器的频率．这样，原子跃迁装置起着频率鉴别器（鉴频器）的作用，而输出信号频率的稳定性则决定于原子跃迁频率的稳定性．可是，原子频率并非绝对稳定的，它还受到原子的运动（多普勒效应）、原子间的相互作用（如碰撞等）、原子与外场（电场、磁场的斯塔克和塞曼效应，辐射场的光位移，甚至重力场的引力红移等）作用的影响而导致跃迁频率的移动和响应的增宽（谱线增宽）．如何尽可能地消除这类影响，获得准确、稳定的原子跃迁，是原子频标物理研究的重要内容．

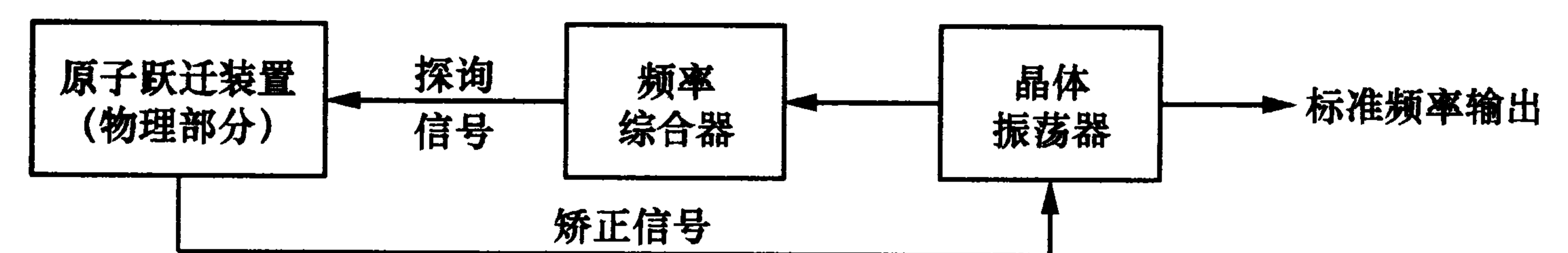


图 8-1　原子频标的工作原理

原子频标的基本性能指标是其频率准确度和频率稳定度：前者表示各种物理因素引起的跃迁频率移动的不确定性与标称频率之比；后者指在一定测量取样时间下标准频率的变化与标称频率之比，它与跃迁信号的谱线宽度成正比，而与信噪比成反比．这两个值都是越小越好．经过20世纪后半叶物理学和电子学工作者的努力，有效缓解了多普勒效应、原子碰撞效应等对原子跃迁频率的影响，开发出了铯原子束、氢激射器和光抽运铷气室等几种实用的原子钟[2]．其中，铯原子束频标允许独立评定各种物理因素对输出频率的影响，因而被用做频率基准．这类频标利用原子束技术基本上解决了原子碰撞和多普勒效应问题，并且用Ramsey分离场技术[3]使原子在射频场作用下的基态超精细结构跃迁分两次完成，有效地延长了原子与辐射场相互作用的时间，所产生的共振谱线的线宽可比单次相互作用压缩1～2个数量级，从而极大地提高了鉴频灵敏度．作为国家基准用的实验室铯束频标的准确度可低于1×10^{-14}；商品铯束频标的准确度也可达到10^{-13}数量级[1]．

在原子和辐射场的相互作用中，可把二能级原子的跃迁看成一个自旋矢量的180°翻转，相当于在相互作用时间Δt内原子完成拉比振荡的半个周期（$\Omega\Delta t=\pi$，Ω为拉比频率）．在Ramsey分离场技术中，每次相互作用可看成是自旋矢量旋转$\pi/2$（两次共转π）．铯原子超精细跃迁是磁偶极跃迁，$\Omega=\mu_{21}B_1/\hbar$（μ是原子磁偶极矩，B_1是辐射磁场的振幅）．因此，为完成一次完整的跃迁，对每次作用的辐射场强度和持续时间均有严格的要求，分别称为$\pi/2$和π跃迁．这与2.3.1小节说到的二能级跃迁中$\pi/2$和π脉冲作用的情况一致．

图8-2(a)描述了利用Ramsey分离场跃迁技术的铯束装置的工作原理：铯原子束从铯炉泻流①出来，先经过选态磁铁，利用强

① “泻流”指气体原子从炉孔出来完全是热运动所致，而不是受炉孔两边的气压差驱动的．

的不均匀磁场分开基态的两个超精细结构成分，一个偏离束轴，所选的成分则进入微波谐振腔（在零磁场中，铯原子基态$F=3\leftrightarrow F=4$超精细跃迁的精确频率后来被作为原子秒定义的依据，其值为9 190 631 770 Hz，处于3 cm波长的微波波段）．该腔有两条臂，原子可与射频场进行两次相互作用，每次作用时间为t_p，各完成$\Omega t_p=\pi/2$的跃迁；在两次作用之间，原子进行自由漂移，时间为T．然后通过分析磁铁，发生跃迁的原子会聚到检测器，未发生跃迁的原子则被偏转开．图8-2(b)显示了检测器上检测到的原子数随射频场频率的变化，即跃迁谱线．两个作用区中的原子与辐射场相互作用的干涉引起Ramsey花样，载在原子与辐射场单次作用引起的谱线（称为拉比台）上．由图看到，因为$T\gg t_p$，Ramsey花样中心线的宽度$\Delta\nu=1/2T$远小于拉比台的宽度$\Delta\nu_R\approx1/t_p$（$\Delta\nu\ll\Delta\nu_R$）．

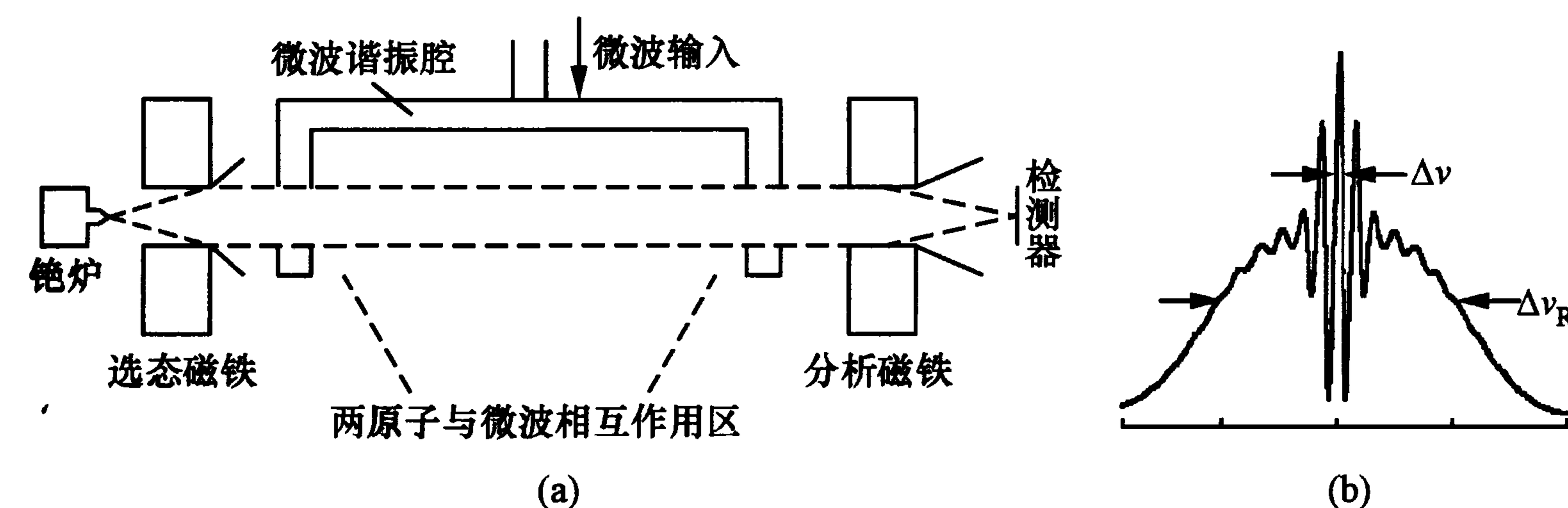


图8-2 铯束频标工作的原理图(a)和跃迁谱线(b)

虚线是可用的跃迁原子轨迹；实线是被磁铁偏转掉的不用的或没有跃迁的原子轨迹．

限制铯束频率基准准确度的主要因素是腔相位差频移，其来源是：当原子束两次穿越射频谐振腔与辐射场相互作用时，因腔内两个作用区上的辐射场存在相位差，会造成共振跃迁中心频率剩余的多普勒移动．这种腔相位差频移很难被精确地测量和计算，是基准频率的主要不确定性源．为解决这个问题，可以设想让原子进行喷泉式的运动，即原子束先垂直向上运行，在上升过程中穿过谐振腔，而在重力场作用下达到顶点后回落过程中再次通过谐振

腔. 由于两次通过同一个谐振腔，就可有效消除腔相位差频移. 不过，这要求原子束的速度很低(约为几米每秒数量级)，才能使原子在有限距离内达到顶点. 早在 20 世纪 50 年代，Zacharias 就提出了“原子喷泉”的设想，当时称为升落器(fallotron)，并作了初步实验[4]. 他原想利用约 10 m/s 的慢速原子在长约 1 m 的作用区中的上升和下落过程与微波辐射发生相互作用而产生跃迁. 根据测量不确定性关系，跃迁频率的不确定度(或线宽)$\Delta\nu$ 与相互作用时间 Δt 有关：

$$\Delta\nu\Delta t \approx 1. \tag{8.1.1}$$

慢速原子上升、下落过程与辐射场相互作用的时间 Δt 可长达 1 s，跃迁谱线的线宽 $\Delta\nu$ 仅为 1 Hz. 这在当时是一个非常诱人的数字，意味着原子谱线的相对线宽仅为 10^{-10}，是前所未有的结果. Zacharias 在实验室的天花板上打一个洞，做了一根长达 5 m 的真空管，让铯原子上下运行. 问题是，在寻常温度下，慢速原子非常少，要得到足够的慢速原子，铯炉温度要达到 400 K. 根据麦克斯韦速度分布律，速率为 10 m/s 的原子只占最概然速率为 300 m/s 的原子数的约 10^{-6}. 尽管原子数很少，Zacharias 还是认为可能观察到这种上下升落的原子. 他作了四年实验，始终没有检测到这类慢速原子，原因可能是慢速原子还没有到达设在炉孔附近的检测器时就已受碰撞而散射掉了. 这已是 1957 年的事了. 实验虽然失败，但这种思想一直萦回在原子物理学家的脑袋里，激励着他们进行新的探索. 1981 年，de Marchi 又提出过一种改进的热原子束喷泉的想法[5]，但没有实现. 利用热原子做喷泉的关键问题是要寻找获得足够慢速的原子的方法. 激光冷却和减速原子束的实验成功以后，这个问题就迎刃而解，于是原子喷泉重新成为原子物理学家的热门话题，提出了各种不同的实施方案[6~9]，并终于在 20 世纪 80 年代末至 90 年代初顺利实现. 目前，原子喷泉频率标准已经成为世界上最准确的原子钟投入运行. 在法国建成第一台铯原子喷泉频基后，美国、德国、意大利、英国、日本等国也相继建成了原子喷泉频率基准[1]. 中国计量科学研究院于 2003 年底实现了我国铯原子喷泉频基，目前准确度已提高到 4.4×10^{-15}，可提供日常的时间频率计量服务[10].

8.1.2　原子喷泉的实现

第一个实现了激光冷却原子喷泉的是朱棣文小组[9]，其实验装置和结果见图 8-3. 他们首先用调谐到负失谐于钠原子 $F=2\to F'=3$ 跃迁约 20 MHz 的激光和调谐到 $F=1\to F'=2$ 的反抽运光，从减速原子束中形成磁光阱，产生钠冷原子团；然后撤去磁场，把磁光阱转换为光学黏团，进一步使温度降低到约 50 μK；再关闭光学黏团，并立即用一束调谐到钠原子 $F=2\to F'=2$ 跃迁的光脉冲照射冷原子团，利用辐射压力使原子团平均得到约为 240 cm/s 的速度而朝上抛射，经过一个矩形孔进入射频波导，与约 1772 MHz 的微波场进行相互作用；在此过程中，还在瞬间关掉反抽运光，把原子抽运到基态 $F=1$ 能级上去. 实验中使用了 Ramsey 分离场技术. 不过，这里不是用如图 8-2 所示的在空间上把射频场分开，让原子束在行进过程中与辐射场发生两次相互作

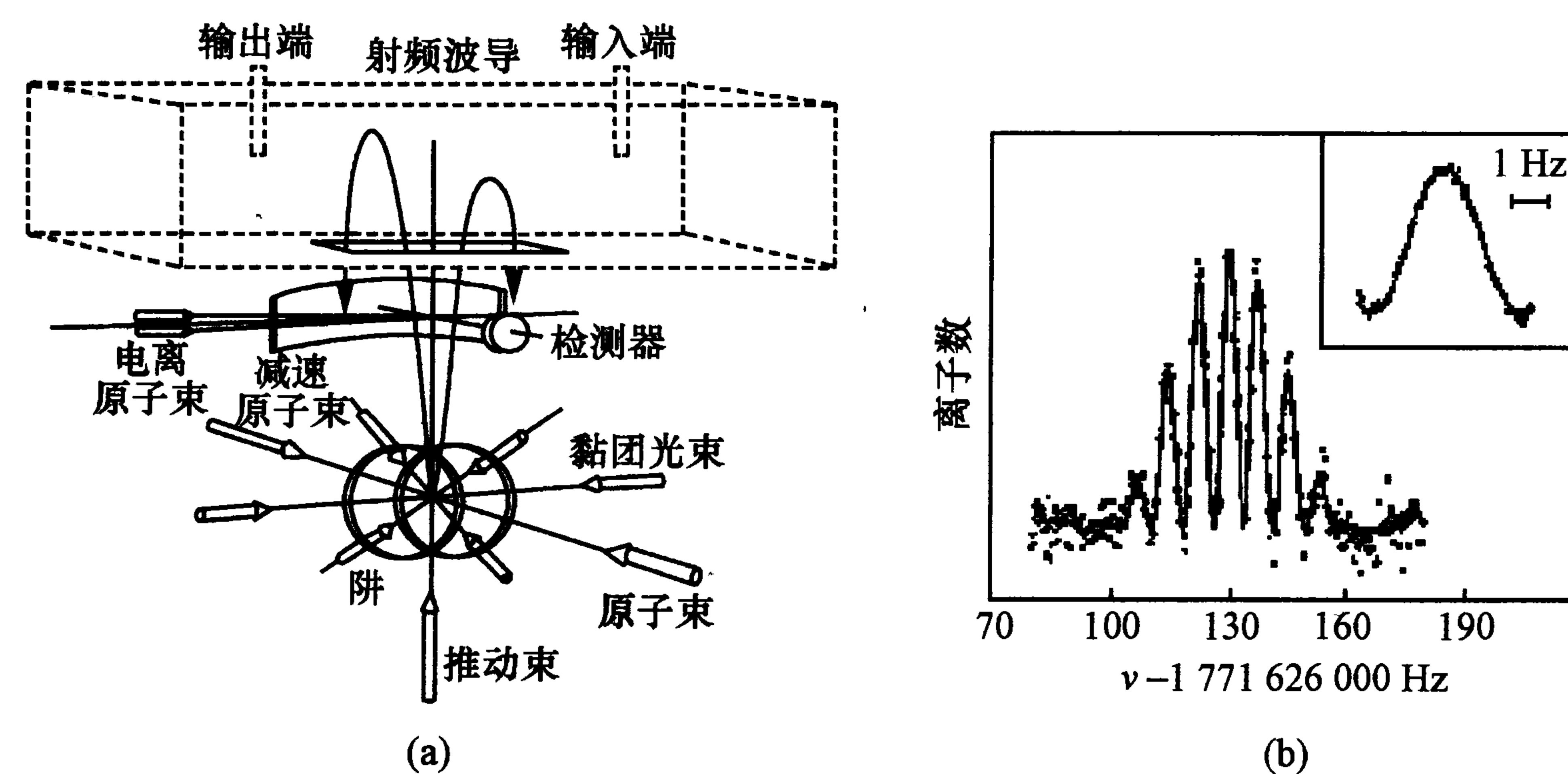


图 8-3　朱棣文小组实现第一个原子喷泉的实验装置(a)以及所得到钠原子基态超精细跃迁的 Ramsey 花样(b)

用；而是在谐振腔中对微波进行两次激发，在每次原子与射频场相互作用中完成半个跃迁（相当于自旋矢量转 $\pi/2$ 角），经两次作用而完成整个超精细能级跃迁. 实验选择了 $\pi/2$ 脉冲时间为 $t_p=3.2\,\mathrm{ms}$（射频磁场强度 $B_{RF}=61.4\,\mu\mathrm{G}$），脉冲间隔为 $T=255\,\mathrm{ms}$ 和 $t_p=32\,\mathrm{ms}$，$T=125\,\mathrm{ms}$ 两组不同的条件. 进入谐振腔的原子基本上都能在那里达到顶点而回落（太快的原子会撞在波导顶上被黏住；太慢的原子进不到波导内）. 那里原子速度很低，足以与两个微波脉冲作用而完成一次超精细跃迁，即 $F=1\rightarrow F=2$. 然后，原子在重力场作用下回落，经过检测区（位于磁光阱中心之上 14 cm 处）时又受到两束光脉冲的作用，其中一束把 $F=2$ 态的跃迁原子激发到激发态 $3^2P_{3/2}$，另一束波长为 355 nm 的光脉冲则把激发态原子电离，并在微通道板上检测发生跃迁的电离原子（离子），离子数代表某一固定微波频率下跃迁信号的大小. 图 8-3(b)描写该信号与微波频率的关系，即 Ramsey 花样，其中主图是 $t_p=32\,\mathrm{ms}$ 与 $T=125\,\mathrm{ms}$ 的情况，内插图是 $t_p=3.2\,\mathrm{ms}$ 与 $T=255\,\mathrm{ms}$ 的情况. 在后一种情况下得到的 Ramsey 中心线宽仅为 2 Hz. 内插图中的每一点是原子喷泉 20 次抛射积累的结果，每次抛射时间为 1 s，信号约由 60～100 个原子组成，信噪比为 4∶1. 噪声来自检测区的杂散钠原子、电离激光的强度涨落以及磁光阱中俘获原子的涨落等. 经过 1000 s 时间的积累，得到中心线的测量准确度为 10 mHz，测得钠原子基态超精细结构分裂值为 1 771 626 129 (2) Hz. 需要说明，由于氢和碱金属的原子基态具有超精细结构，在磁场中会发生能级的塞曼分裂，因此跃迁频率与所处的磁场强度有关. 而地球上磁场又难以绝对避免，所以在利用超精细跃迁做原子钟时，一般专门选用没有一级塞曼效应、受磁场影响较小的、两个不同超精细结构 F 态中 $m_F=0$ 能级之间的跃迁作为标准频率跃迁，称为“0-0”跃迁或钟跃迁. 这样，在射频场与原子的相互作用区中，除了设置较好的磁屏蔽以外，还特意施加一个小磁场（称为 C 场），以确定量子化轴，使“0-0”跃迁与其他具有一级塞曼效应的各个跃迁的简并解除. 为了激励 $\Delta m_F=0$ 的磁偶极跃迁，还要求 C 场方向与射频磁场方向一致.

“0-0”跃迁有较小的二级塞曼效应，对氢和碱金属原子，其跃迁频率（可由布雷特-拉比公式(2.2.20)导出）为

$$\nu=\nu_0+aB^2, \tag{8.1.2}$$

其中 ν_0 为以频率表示的零磁场下的基态超精细结构分裂值，a 为修正系数，B 为磁场强度，在 ν 以 Hz 为单位、B 以 G 为单位时，ν_0 和 a 的值如表 8-1.

表 8-1　几种原子基态超精细结构两个 $m_F=0$ 能级跃迁频率 ν_0 以及二级塞曼效应的修正系数 a

原子	^{1}H	^{23}Na	^{87}Rb	^{133}Cs
ν_0/Hz	1 420 405 751.768	1 771 626 128.8	6 834 682 610.9043	9 192 631 770
a/Hz · G^{-2}	2766	2218.3	575.15	427.447

在有较好的磁屏蔽和 C 场强度较小的情况下，磁场变化对跃迁频率的影响一般可以忽略. 当然，这取决于所要求的原子钟的频率准确度，准确度要求越高，对磁屏蔽的要求也越高，C 场也越小. 在上述实验中，他们施加了 15～20 mG 的磁场，后来一般用 1 mG 左右. 朱棣文预期，利用这种喷泉做成的铯原子频标，其频率准确度可以达到 10^{-16}数量级.

不久以后，JILA 小组采用类似的双微波脉冲的方法观察到了在磁光阱中俘获、在光学黏团中进一步冷却而在重力场中自由下落的铯原子团的 Ramsey 钟跃迁信号，中央线宽为 8 Hz，信噪比为 85[11]. 实验没有利用喷泉技术，但从一个方面说明了利用喷泉技术做原子钟可以取得很高的性能. 因为影响原子频标输出频率准确度和频率稳定度的各种物理因素（包括钟跃迁信号的线宽和信噪比）多数与原子速度有关，因此冷原子喷泉有极大的优越性.

巴黎高师小组完成的实验使原子喷泉向实用的频标迈出了决定性的一步[12]，并很快在巴黎天文台时间频率基准实验室建成了

世界上第一台原子喷泉频率基准样机[13]. 这个实验实现了原子垂直抛射,并在上升和降落过程中两次通过同一个微波谐振腔,与射频场发生两次相互作用而得到钟跃迁的 Ramsey 信号. 与朱棣文等人的实验比较,这里还有一个重大改进是采用了运动光学黏团技术. 在朱棣文等人的实验中,抛射原子团使用了一束朝上的近共振光的光压作用,推动原子向上运动. 这就有个缺点,即会产生加热效应把原子团打散,从而降低钟信号的信噪比. 运动光学黏团的思想是这样的: 若原子以速度 v_z 向上运动,设光学黏团一对朝上和朝下的光束的频率差 $\pm\delta\nu=\pm v_z/\lambda$,由于多普勒频移,在以 v_z 运动的运动坐标系中原子将不会感受到上、下光束的频率差,即原子处在一个以速度 v_z 跟着运动的驻波场中;反过来说,在这样一个运动黏团光场中,原子将自发得到一个运动速度 v_z,而在此过程中原子仍将被冷却[8]. 因此运动黏团不会使原子被打散,而只是在走出黏团区后自然扩散膨大,这可大大提高钟信号的信噪比.

图 8-4 描述了这种原子频率标准的原理结构. 图中冷原子源由铯蒸汽中形成的磁光阱和其后的光学黏团产生,其冷却原子数可达 $10^5\sim10^8$,温度可达 2.5 μK. 冷原子团用运动黏团法上抛,其初速度约为 1 m/s. 原子团在重力场中减速上升,进入 C 场区. 那里包以四层磁屏蔽,以消除地球和周围杂散磁场对跃迁频率的影响;同时,用 C 场线圈产生一个约 1.8 mG 的均匀静磁场. 在该区,原子在上升过程中通过一个高 Q 值($Q\approx30\,000$)的 TE_{011} 同轴谐振腔,该腔位于冷原子源上方约 30 cm 处. 调节馈入腔内的微波功率,使原子每次通过时发生 $\pi/2$ 脉冲的跃迁作用. 和朱棣文等人的工作不同,腔内微波场是连续的,$\pi/2$ 脉冲作用依靠调节原子穿过谐振腔的时间 t_p 和微波功率来保证. 原子穿过谐振腔,继续行进到达顶点,自然下落,再次通过谐振腔,产生第二次 $\pi/2$ 脉冲作用,从而完成整个超精细钟跃迁. 跃迁原子与未发生跃迁原子一道继续回落,在冷原子源区下面进行检测.

取得标准频率信号的实验过程是这样的: 原子团用常规的铯

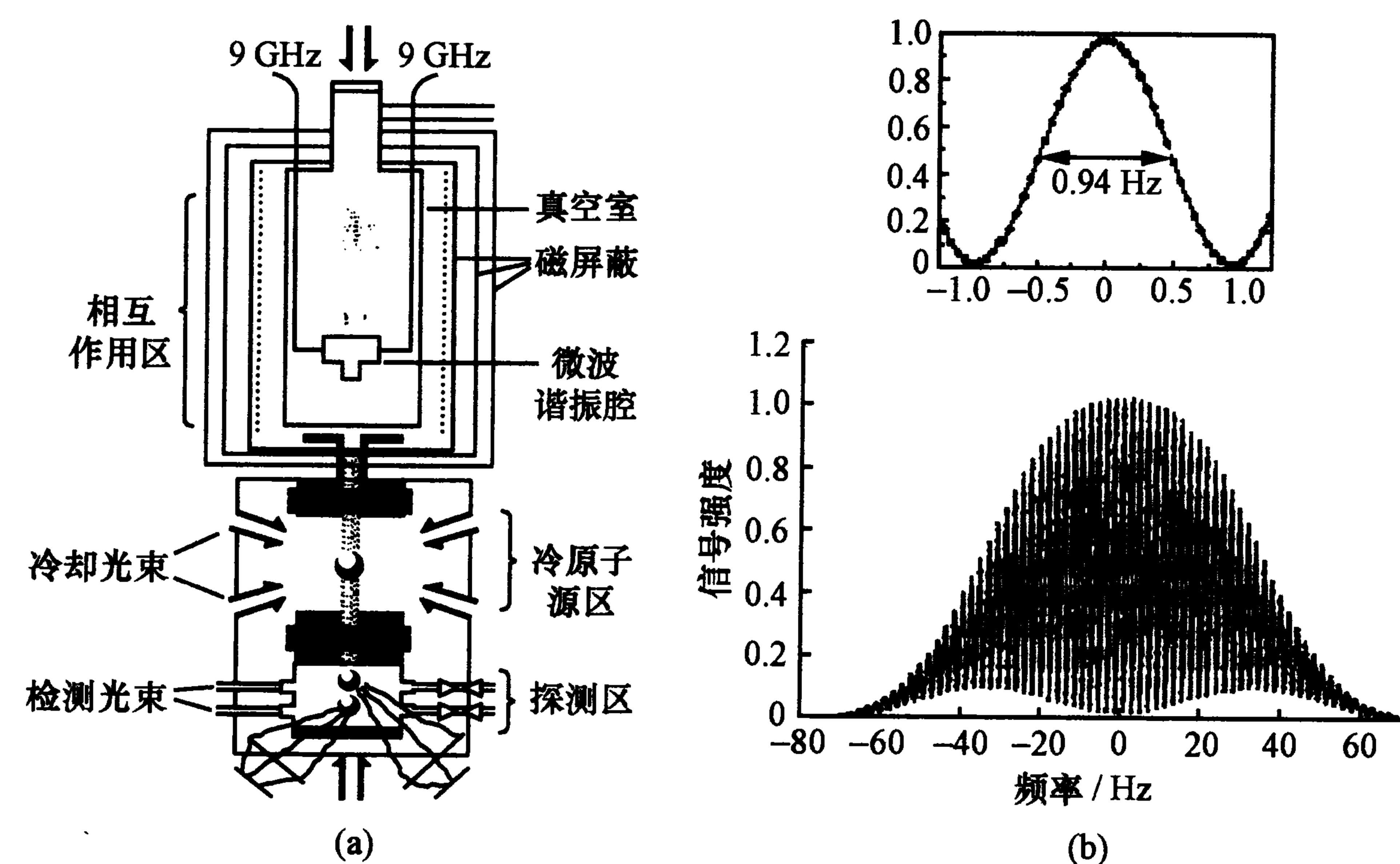


图 8-4 铯原子喷泉频率标准的原理结构(a)与钟跃迁信号的 Ramsey 花样(上图内为放大的中央谱线)(b)

原子磁光阱和光学黏团冷却,即用调谐到负失谐于 $F=4\rightarrow F'=5$ 循环跃迁约 10 MHz 的 6 束激光冷却气室中的原子,冷原子则处于 $F=4$ 态. 每束激光的功率约为 mW/cm² 数量级,同时施加了一个较弱的反抽运光. 然后,在大约 1 ms 内把光学黏团的垂直光束的频率调偏,使上、下光束各得到 $\delta\nu\approx1.6$ MHz 的频率差. 于是,光学黏团就成为运动黏团,冷原子被自然加速到 $v_z=\lambda\delta\nu\approx1.4$ m/s 的垂直向上的速度. 此后,再把光学黏团冷却光的光强减弱到原来的 1/4,并把失谐从原来的 10 MHz 加大到约 −70 MHz(上、下两束光仍保持 ±1.6 MHz 的频率差),时间约为 1.6 ms. 这个阶段叫做后冷却过程,其目的是使原子团的冷却温度降得更低(见 § 6.1 的偏振梯度冷却),可约达 1～2 μK 以下. 同时,原子团以运动黏团的速度上升. 为了取得钟跃迁,当原子被冷却和上抛后,立即用一束调谐于 $F=4\rightarrow F'=4$ 的激光把冷原子抽运到 $F=3$ 能级(持续时间约 2 ms). 因此,两次通过谐振腔完成了一次钟跃迁的原子,则又回到 $F=4$ 态. 检测区设在冷原子源下方,用飞行时间法通过

荧光检测下落的、发生跃迁的 $F=4$ 态的原子数目. 检测过程稍复杂些: 先用荧光检测 $F=4$ 态的原子数 N_4; 然后以同样方法检测未经跃迁的 $F=3$ 态的原子数 N_3, 规定跃迁信号是 $N_4/(N_4+N_3)$. 由于每次抛射过程喷泉中的冷原子数目不同, 这种归一化方法可避免每次抛射中原子数的数据离散. 实验中用调谐于 $F=4\rightarrow F'=5$ 循环跃迁的驻波光束检测 $F=4$ 态的跃迁原子(实际采用约 2 MHz 负失谐, 以起到一些光学黏团冷却作用, 提高检测效率), 而用于形成驻波光的反射镜的下半部镜面则被涂黑, 使下半束光成为行波光. 这样, 剩下的 $F=4$ 态原子就被光压驱离垂直轴, 不再被检测. 而对余下的 $F=3$ 非跃迁原子, 则先用调谐于 $F=3\rightarrow F'=4$ 跃迁的光把它们转成 $F=4$ 态, 然后如法炮制, 用驻波光检测该 $F=4$ 态的原子数, 从而完成 $F=3$ 态原子的检测. 由于在循环跃迁检测过程中一个原子可产生多个荧光光子, 这种把原子都转换为 $F=4$ 态原子才进行检测的方法可以减小原子数的检测误差. 以上是在一个固定的微波频率下所完成的一次测量.

这样, 一个固定微波频率下的数据是通过如下一次实验循环完成的: 在气室中形成磁光阱和光学黏团, 俘获并冷却原子($F=4$)→抛射(约 1 ms)→后冷却(1.6 ms)→光抽运到 $F=3$ 态(约 2 ms)→穿过谐振腔, 完成 $\pi/2$ 跃迁→到达顶点→下落→又一次通过谐振腔, 完成钟跃迁→检测. 每次循环周期约 1.1 s, 其中俘获冷却约占 0.3～0.5 s. 每个数据点可由 1～10 次循环完成. 由于能产生钟跃迁的原子仅占 $F=3$ 态原子的 1/7(若采用 $F=4$ 态原子跃迁, 则只有 1/9), 实验得到的钟信号也就约 11%～13%. 视不同条件, 实验中可以检测到的原子数约在 10^3～10^6 数量级. 图 8-4(b) 显示钟跃迁信号的 Ramsey 花样, 两个数据点之间的频率间隔为 0.1 Hz. 上图反映中央谱线信号, 其宽度随原子团抛射高度而异, 在抛射顶点高度约为谐振腔以上 30～50 cm. 在中央谱线的细节中, 数据点更密(相隔为 0.05 Hz), 得到的线宽为 0.94 Hz. 调节冷原子团的抛射速度(通过改变垂直光束的频率差 $\delta\nu$), 可使中央线宽仅为 0.7 Hz(两次通过谐振腔的时间间隔为 $T=1/(2\times$线宽$)$). 而决定于单次通过谐振腔时间 t_p 的拉比线宽则为 60 Hz 左右.

比较图 8-4(b) 的 Ramsey 信号与图 8-2(b) 的 Ramsey 信号可见, 前者的振动花纹明显多于后者, 这是因为后者是原子束中的热原子信号, 那里原子具有很宽的速度范围, 由于不同的速度原子产生的 Ramsey 花纹峰、谷位置不同(除中央峰以外, 这可以从 Ramsey 跃迁概率公式看出[3]), 不同速度原子的贡献使两侧的峰、谷界限随着频率偏离中央峰而迅速被平均掉. 因此, 速度越单一, Ramsey 花纹越丰富, 而描述包络的拉比台则相对变化不大.

上述原子喷泉频率标准的方案几乎成为后来各国频率基准实验室所开发的原子频率基准的模本. 但各家在具体实现上都有所改进, 主要有: (1) 把检测区的位置从冷原子源的下方移到上方, 减少路径上原子的损失. (2) 不用 $F=4\rightarrow F=3$ 的冷原子光抽运过程; 而增加一个选态腔(也有的用微波天线[24]), 把 $F=4, m_F=0$ 的原子选择出来. 该腔安装在 Ramsey 腔的下方, 当 $F=4$ 态冷却原子上抛时, 首先经过该腔, 调节腔内微波功率, 使 $F=4, m_F=0$ 的原子发生 π 跃迁, 转到 $F=3, m_F=0$ 态, 再用一束调谐到 $F=4\rightarrow F'=5$ 的光把留在 $F=4$ 态的原子打掉. 剩下的 $F=3, m_F=0$ 的原子继续上升, 穿过 Rasmsey 腔, 在那里完成一次 $\pi/2$ 跃迁后到达顶点而下落; 再次穿过 Ramsey 腔, 完成整个钟跃迁, 又回到 $F=4, m_F=0$ 态, 接受检测. 为避免第二次通过选态腔对跃迁原子产生干扰, 此时微波频率调得失谐 12 MHz, 功率再降 100 dB 以上. 这种方案具有极大的优点: 喷泉中只包含 $m_F=0$ 的原子, 这就可大大减少原子团中无用的原子数, 从而减少碰撞效应; 而且, 还可以消除因 $m_F\neq0$ 态的原子所导致的各种频率牵引效应, 如拉比和 Ramsey 牵引, 以及马约拉纳跃迁效应. 美国 NIST[14] 和德国 PTB[15] 都采用了这样的方案(见图 8-5).

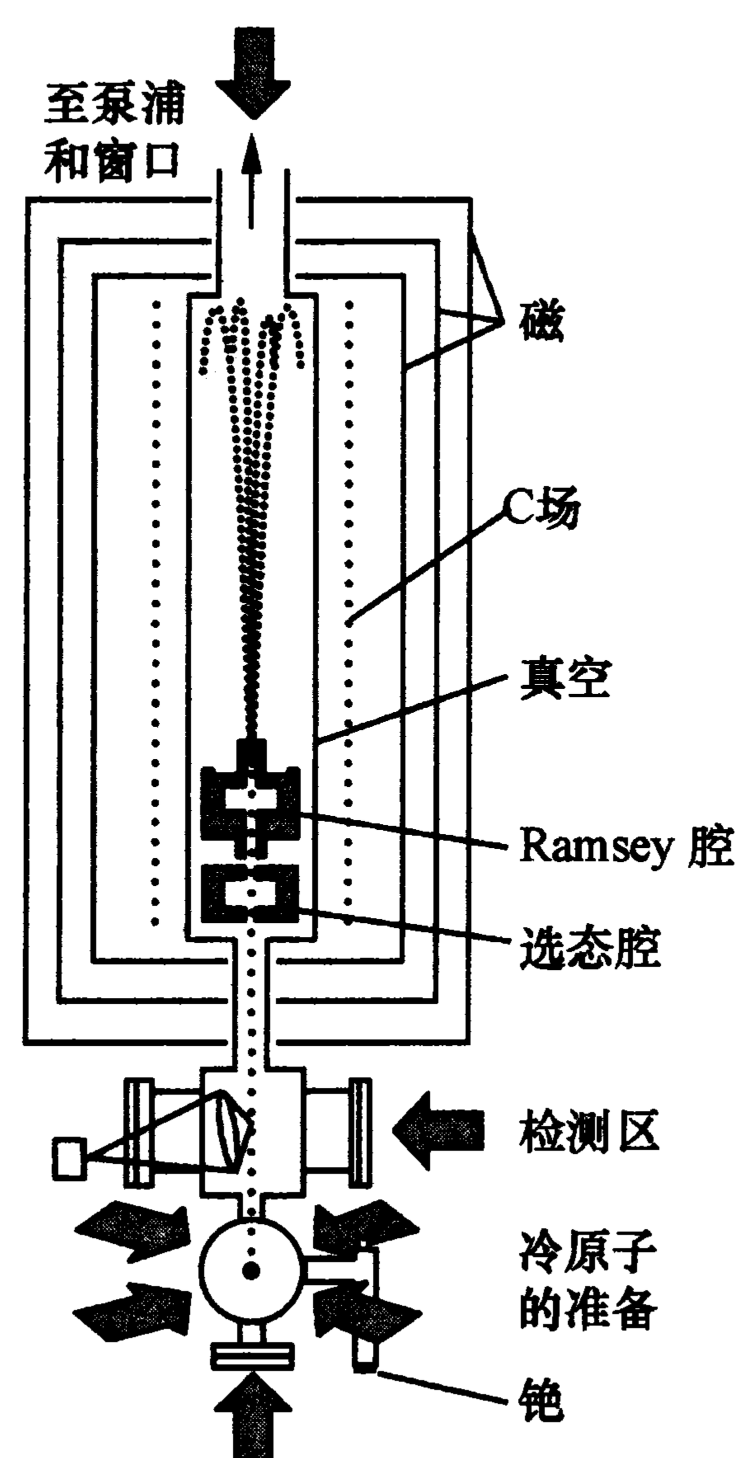


图 8-5 设选态腔和检测区上移的喷泉装置[19]

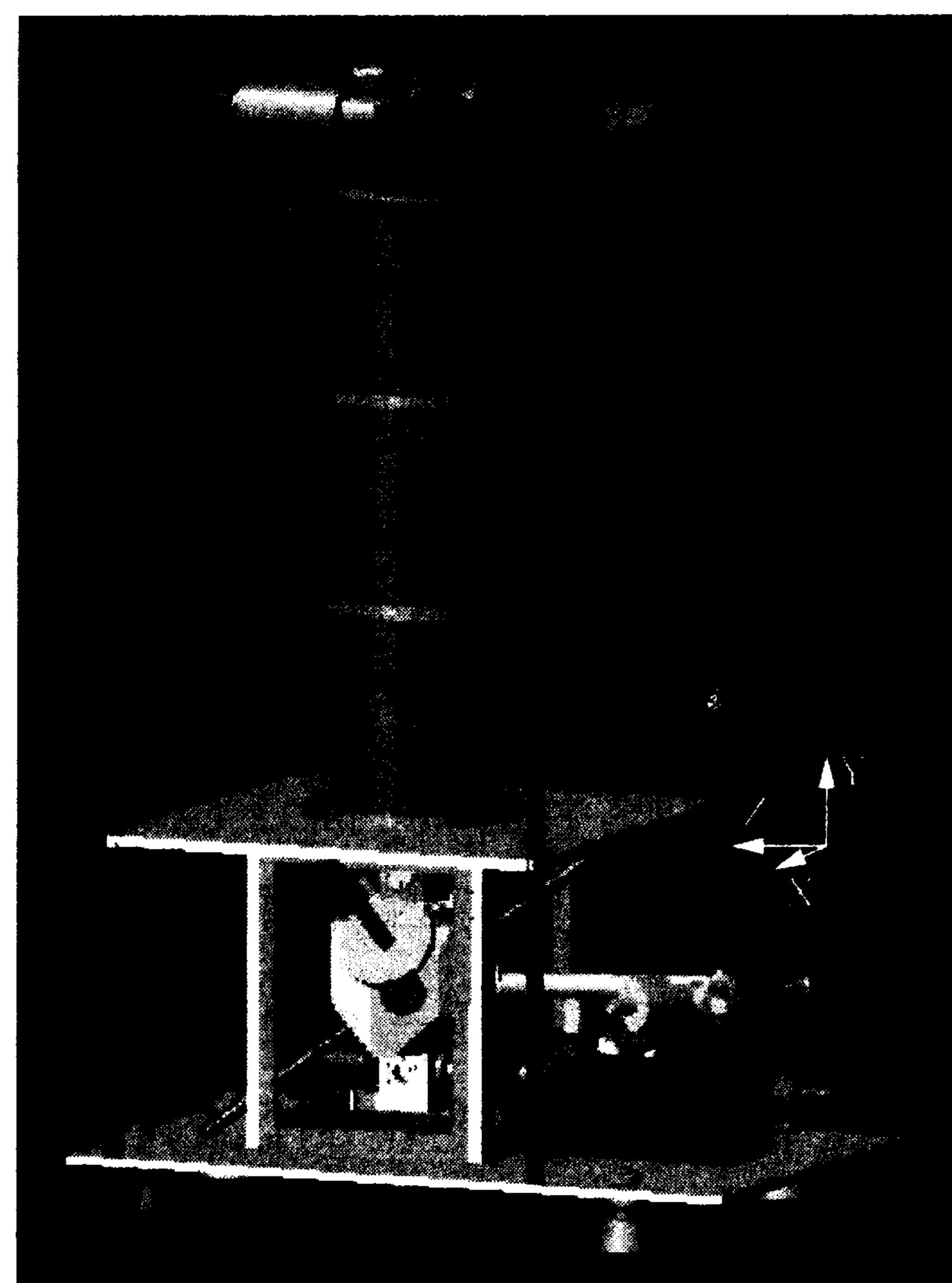


图 8-6 中国计量科学研究院可搬运原子喷泉方案

后来的装置还采取了另一些具体变化. 例如,不用磁光阱阶段,而用"lin⊥lin"偏振光直接从蒸气室中获取光学黏团冷原子[14,16]. 这种方案得到的冷原子数比用磁光阱的少(约为后者的1/10),而且冷原子团的体积较大,因此原子密度低,这有利于减少自旋交换碰撞频移(见 8.1.3 小节);还可使原子比较均匀地分布于喷泉束的截面,这又有利于减少腔分布相位差频移(见 8.1.3 小节). 这些都有助于提高频率基准的准确度. 又如,为了避免激光与垂直上抛的原子束共轴,使光束直径受微波腔孔径限制(孔径太大,微波泄漏严重)和造成严重的光频移,还可采用倾斜的由三束上行和三束下行激光组成的 6 束正交激光组态. 光束沿着正方体顶角的三条边线行进,顶角的中分线为垂线,每束光与垂线的夹角为 54.7°[17]. 这种光束组态称为"1,1,1"组态[18]. 在这种组态下,6 束激光只用两种不同频率(水平、垂直光束组态则用三种频率: 水

平光的频率与垂直的不同,运动黏团上、下两束激光频率不同). 每一对上、下行的光束产生的上行黏团速度为 $v_z' = \lambda\delta\nu\cos 54.7°$ ($2\delta\nu$ 为上、下行光束的频率差). 三对光束的共同作用使运动黏团得到的垂直上行速度为 $v_z = 3v_z'$,这样每束光的所需频率偏差仅为垂直束的 1/3. 法国空间原子钟(projet d′ horloge atomique par refroidissement d′ atomes en orbites,PHARAO)[19]以及后来许多改进的喷泉频率标准都采用这种方案[30],包括美国 NIST[20]以及中国计量科学研究院新设计的可搬运喷泉的方案(图 8-6)[21].

8.1.3 原子喷泉频率基准的成就

作为频率标准,需要提取原子跃迁谱线的中心频率,以控制受控振荡器的输出频率. 因为原子喷泉对探询信号的频率非常敏感,受控振荡器本身的频率要十分稳定,才能得到清晰的 Ramsey 信号. 因此,通常原子喷泉装置用氢原子钟作为飞轮钟,其输出频率(经过频率综合)的稳定度约为 10^{-15}/d. 氢钟(或通过相位锁定在氢钟的高稳定石英晶体振荡器或介质振荡器(dielectric resonator oscillator, DRO))的输出信号经过倍频与频率综合或直接提供给喷泉装置作为探询信号,所产生的频率误差就是参考飞轮钟的误差. 有了这种误差信号,一般就可用来纠正参考频率源的频率误差,实现频率时间标准的要求. 误差检测通常是对参考频率进行方波调制,使该频率在不同喷泉周期中分别落在 Ramsey 谱线中心频率两侧. 如果两侧的信号强度不等,说明参考信号频率不在跃迁中心,应随即修正. 也可与一般原子频标工作相同,直接利用误差信号来调整受控振荡器(例如压控振荡器(voltage controlled oscillator,VCO))的频率[22],得到实时输出的原子喷泉频率.

原子频标的基本性能指标是频率准确度和稳定度. 频率基准的准确度可由估算各种物理因素引起的跃迁频率的相对移动量的不确定度的合成来表示,通常称为基准频率的不确定度:

$$A=\sqrt{\sum_i u_i^2}, \qquad (8.1.3)$$

其中 u_i是对每一个频移因素估算的相对不确定度,即估算误差与标称频率之比. 这是系统误差(称为 B 类误差)的不确定度. 各种频移因素的成因及其估算的方法大体与铯束频标相同[2,23]. 对原子喷泉频基,频移因素多达十几种,主要有[18]:

(1) 二级塞曼效应. 上面说过,喷泉原子跃迁区存在着 C 场,一般磁场强度约为 1 mG 数量级. 从式(8.1.2)可见,这将引起钟跃迁频率的移动,相应的频率移动量约为 0.427 mHz,相对值约为 5×10^{-14}. 为了精确估算频移量,需要确切测定磁场值,但由于整个 C 场区的磁场不均匀,微波腔相互作用区内与漂移区中的磁场强度不一致以及磁场测量误差,均可导致频率修正的不确定性. 这种误差与 C 场的制作和磁屏蔽材料有很大关系,一般可在 10^{-16}数量级或更小[24,25].

(2) 剩余腔相位差频移. 虽然喷泉装置中原子上、下两次通过同一个谐振腔,原则上不会产生腔相位差频移;但是由于原子团的扩散,一些原子在上升和下落时经过的谐振腔位置不同,还会感受到一些横向腔相位差(或称分布腔相位差),从而引起频移. 尽管喷泉装置中所用的微波谐振腔都是 TE_{011}模式的高 Q 腔,腔内行波成分很少,这种频移的数值很小,但仍可产生可觉察的跃迁频率的不确定性,其值一般不超过 0.5×10^{-15}[24,25].

(3) 微波泄漏. 由于微波谐振腔有通过原子团的上、下两个孔,难免有一些微波电磁场泄漏到腔外,由于这些波是行波,就可因多普勒效应而产生钟跃迁频率的移动. 如果泄漏情况完全对称,原子绝对垂直上下,这种频移当然可以互相抵消,但实际上不可能那么理想. 一般这种频移引起的不确定度约为 2×10^{-16}[24,25].

(4) 微波腔频率牵引[2,23]. 当微波腔谐振频率与原子跃迁频率不一致时,微波场幅度相对于跃迁频率不对称,跃迁频率将受到腔频牵引而产生频率误差. 这项误差的大小约为 $(Q_c/Q_a)^2(\nu_a-\nu_c)$,其中 Q_c和 Q_a分别为谐振腔和原子谱线的 Q 值(中心频率与线宽之比),ν_c和 ν_a则分别为腔和原子谱线的频率. 这项误差的不确定度在 10^{-16}或更小. 该项频移与原子数成正比,所以常可与下面讨论的冷原子碰撞频移一起修正.

(5) 微波频谱不纯. 2.5.3 小节曾讲到在辐射场中,能级会受到交流斯塔克效应而产生光位移. 在喷泉装置中,由于原子所受激光的作用和微波相互作用在时间上是分开的,因此光频移可以忽略,至少可以用细致的实验安排来加以避免. 在铯原子基态超精细结构磁子能级之间的磁偶极跃迁中,还会产生交流塞曼效应引起的频移(不过其效应一般可忽略). 根据 2.5.3 小节叙述,如果微波频谱不纯,含有不对称的边带,则两个功率不同的边带对钟跃迁频率分别产生的频移不同,就会出现钟跃迁频率净移动. 调制电路不善引起的不对称也可产生同样的效果. 这种频移与微波功率成正比,表现为微波功率频移. 在精心设计制作的电路中,这类频移引起的不确定度应在 10^{-16}数量级.

(6) 黑体辐射频移. 由光的交流斯塔克效应引起的频移虽可在实验上尽量克服,但是一定温度 T 下空间的黑体辐射是不可避免的. 这种辐射有很宽的频谱成分,而且其功率分布对于原子微波跃迁频率是不对称的,因而产生的频移不可能完全抵消. 根据黑体辐射能量分布的普朗克公式,可以按照式(2.5.26)对所有黑体辐射频率成分积分,得到钟跃迁信号的频移值为[26,27]

$$\delta\nu_{bb}=[-1.573(3)\times10^{-4}\,\mathrm{Hz}]\cdot\left(\frac{T}{300\,\mathrm{K}}\right)^4\left[1+0.014\left(\frac{T}{300\,\mathrm{K}}\right)^2\right]. \qquad (8.1.4)$$

这里,只考虑了交流斯塔克效应的作用,而忽略了交流塞曼效应的影响,它只有斯塔克效应的约 1/1000. 对室温下的铯原子,上式给出的相对频移应为 -17×10^{-15}. 但德国、意大利和法国几个小组的实验显示,测得的黑体辐射频移随温度变化(式(8.1.4))与 $-1.573(3)\times10^{-4}$ Hz 的数值关系存在着较大的分歧. 不同小组

的理论计算结果也有差距，目前尚不清楚原因何在.

（7）冷原子碰撞频移. 冷原子团中原子之间的碰撞是造成原子喷泉跃迁频率移动的主要因素之一[28]. 这种碰撞可使铯原子的价电子或其自旋状态发生交换（通常称为自旋交换碰撞），会造成超精细结构能级跃迁的谱线增宽和频移，其频移的数值与自旋交换碰撞的频移截面和原子密度成正比[22,23]. 铯原子的原子体积较大，碰撞截面很大，频移数值较大. 对 $F=4,3$ 态原子，当原子在所有塞曼磁子能级分布时，其频移分别为 $\delta\nu/\nu_0=-1.0\times10^{-21}\bar{n}$，$-0.6\times10^{-21}\bar{n}$（$\bar{n}$ 为平均原子密度）；而当原子制备在 $F=3$，$m_F=0$ 态时，其频移为 $-2.0\times10^{-21}\bar{n}$[29]. 这项频移修正的不确定度可达大系数的 10^{-16}. 铷原子的碰撞截面则要比铯原子小两个数量级，因此这项频移也要小得多.

（8）相邻跃迁谱线的牵引和马约拉纳跃迁. 如果除了钟跃迁以外，还有 $m_F\neq0$ 的原子参与跃迁，就可产生这些跃迁的拉比和 Ramsey 信号. 它们与钟跃迁信号的距离与 C 场强度成正比，一般较远. 但由于这种洛伦兹共振线的两翼伸展很远，如果钟跃迁左右临近的谱线不对称，它们叠加在钟跃迁信号上，就会引起钟信号的频移. 马约拉纳跃迁是不同 m_F 的塞曼子能级之间的跃迁，由原子经受磁场方向变化而产生. 它也会造成类似邻线牵引的效果，导致钟跃迁的频移. 采用选态腔方案以后，这种频移引起的基准频率不确定性很小.

（9）二级多普勒频移. 相对论指出，运动原子吸收或发射的辐射频率有二级多普勒频移效应，其相对频移量为

$$\frac{\delta\nu}{\nu_0}=-\frac{v^2}{c^2}, \tag{8.1.5}$$

式中 v 是原子速度，c 是光速. 对冷原子，这项修正一般在 10^{-17} 数量级（可忽略）.

（10）引力红移. 它也是一种相对论效应. 在地球表面上，两台振荡器处在不同的高度 h 上，则高度差 δh 引起的相对频率移动为

$$\frac{\delta\nu}{\nu_0}=g\frac{\delta h}{c^2}, \tag{8.1.6}$$

式中 g 是重力加速度. 若高度以 m 计，$g/c^2=1.09\times10^{-16}$[23]；即两钟比对，若高度误差为 1 m，则比对频率误差可达 1.09×10^{-16}. 该高度以谐振腔中心位置以上原子飞行的平均高度为准，一般以平均海平面（大地水准面）高度为参考高度.

除了以上这些频移因素之外，原子喷泉频率标准还可能存在控制电路引起的频移、荧光和光隔离不善引起的剩余光频移、Bloch-Siegert 效应（在用旋转波近似处理跃迁共振频率时，忽略反向旋转一项所引起的修正）[2,23]、冷原子与真空系统中背景气体原子或分子之间的碰撞频移等因素，需要根据具体情况加以评判（见表 8-2）.

表 8-2 汇集了近年来发表的各实验室铯原子喷泉频率基准的不确定度的评定结果，其中包括了一台 BNM-SYRTE-FO2 铷原子喷泉. 表中第二列是各种频移因素的典型数值，由于各实验室所用装置情况和参数的不同，该数值差别很大. 例如，位于海拔约 1650 m 的美国科罗拉多州博尔德的 NIST-F1 喷泉钟，其引力红移数值达到 180.54×10^{-15}；而设在英国伦敦 NPL-CsF1 的喷泉钟仅为 1.3×10^{-15}，因为它的海拔仅约 12 m. 二级塞曼频移的数值也随所用的 C 场大小关系极大. 表中倒数第二行代表按式（8.1.3）算得的频率基准的准确度. 这些数据都是独立评定得到的，由于评定的年代不同，不能简单比较它们的优劣. 有的数据已有改善，但因公布的数据不全，表中没有采用，如德国 PTB-CsF1 的准确度从 1.4×10^{-15}[33]改进到 0.9×10^{-15}[38,42]，意大利的 IEN-CsF1 也已达到 1.6×10^{-15}[39,42]. 喷泉基准准确度的提高还可从下列事例看到：美国 NIST-F1 在 2001 年 7 月评定时的准确度为 0.99×10^{-15}[40]；法国 BNM-SYRTE-FO1 工作最早，也是世界上第一台原子喷泉钟，1996 年对它的第一次准确度评价为 3×10^{-15}[41]，2005 年评为 7.2×10^{-16}[30]，也大有改进.

表 8-2 各频率基准实验室喷泉频率基准不确定度的评价结果[a,b]

频移因素	典型数值	SYRTE-FO1(法)	SYRTE-FO2(铯)(法)	SYRTE-FO2(铷)(法)	SYRTE-FOM(法)	NIST-F1(美)	PTB-CsF1(德)	IEN-CsF1(意)	NIM4(中)	NPL-CsF1(英)	JF-1(日)
引力红移	随地而异	—	—	0.1	—	0.03	—	0.1	0.1	0.1	<0.1
二级塞曼效应	30～150	0.45	0.03	0.47	0.24	0.02	<0.1	0.02	1.35+0.5	<0.1	0.3
黑体辐射	−17	0.08	0.25	0.21	0.25	0.26	0.2	0.3	0.5	0.4	0.4
冷碰撞	−2～8	0.24	0.2	0.1	0.58	0.10(c)	<0.7	2	3.2	0.8	0.6
腔相移	0～0.02	<0.3	<0.3	0.2	<0.2	0.02	0.5	0.02	—	0.3[d]	0.5
微波泄漏	0～1	<0.33	<0.44	0.2	0.14	0.20	0.2	1	—	0.3	—
微波频谱	0～0.01	合上项	合上项	0.2	合上项	3×10^{-3}	0.2	合上项	1.6	<0.1	<0.1
腔牵引	0～0.02	合冷碰撞	合冷碰撞	合冷碰撞	合冷碰撞	0.02	<0.1	0.1	—	<0.1	<0.1[e]
邻线牵引	0	0.1	0.1	<0.1	<0.1	10^{-4}	<0.1	2×10^{-3}	—	0.1	<0.1[e]
马约拉纳效应	0～0.02	微波反冲	微波反冲	—	微波反冲	0.02	<0.1	合上项	2.0	—	合上项
光频移(式(8.1.3))	0～0.02	<0.14	<0.14	—	<0.14	10^{-5}	0.2	0.1	—	0.1	<0.1
电子控制	0	—	—	—	—	0.01	与频谱合	—	—	—	—
背景碰撞	0	<0.1	<0.1	<0.1	<0.1	10^{-3}	0.1	—	—	—	<0.3
总计		0.72	0.65	0.7	0.77	0.35[c]	1	3	4.4	1	1.4[e]
文献/年		[30]/2005	[30]/2005	[21]/2003	[31]/2005	[32]/2005	[25]/2002	[34]/2003	[10]/2005	[35]/2005	[36]/2003

a：表中数据均以 10^{-15}的相对值为单位，并非都是最新结果.

b：原子喷泉频率基准名称：SYRTE-FO1，2(正式名称是 LNE-SYRTE-FO1，2)是法国计量测试院时空标准系统(由原法国计量局时间频率基准实验室 BNM-LPTF 组合而成)的第一、二台喷泉钟，其中第二台既可用铯，也可用铷；SYRTE-FOM(正式名称是 LNE-SYRTE-FOM)，是法国计量测试院时空标准系统的可移动喷泉钟；NIST-F1 是美国标准技术研究院的第一台铯喷泉钟；PTB-CSF1 是德国物理技术研究院的第一台铯喷泉钟；IEN-CsF1 是意大利国立电工研究所的第一台铯喷泉钟；NIM4 是中国计量科学研究院喷泉原子频率基准(第四台频率基准，前三台均为磁选态铯原子钟)；NPL-CsF1 是英国物理研究所的第一台铯喷泉钟；JF-1 是日本国立计量研究院与国立产业科技研究院的第一台铯喷泉钟.

c：NIST-F1 准确度评价的不确定度总计中不包括自旋交换碰撞频移，因为它是用 A 类不确定度(统计不确定度)方法评价的；而大部分时间喷泉工作在低密度冷原子团状态下，其自旋交换碰撞频移的相对值约为 0.5×10^{-15}，不确定度约为 0.1×10^{-15}. 总体来说，在 2004 年 6 月和 2005 年 1 月两次对 NIST-F1 用 A 类方法评价的自旋交换碰撞频移的不确定度分别为 0.51×10^{-15}和 0.41×10^{-15}，其中包括了统计不确定度，而 B 类不确定度的总计为 0.35×10^{-15}，发表的 NIST-F1 准确度是两项总计，分别为 0.61×10^{-15}和 0.53×10^{-15}；而 NIST 报告给国际计量局的数据则考虑了传输误差，其数值分别为 0.88×10^{-15}和 0.97×10^{-15}[32].

d：对 NPL-CsF1 的微波泄漏频移数据及其不确定度估计后来被认为是错误的[37].

e：JF-1 的这几项数据是预估的，不是实际的，是打算更换到更好的微波参考源后可达到的数据.

目前,这些喷泉装置都是该国的频率基准. 国际计量局通过全世界三百多台原子钟计算出来的国际原子时(international atomic time,TAI)依靠全世界8,9台定期向BIPM报告的基准钟的频率测量来保证其时标的准确度,其中5台是铯原子喷泉: BNM-SYRTE-FO2, BNM-SYRTE-FOM, NIST-F1, PTB-CSF1和IEN-CsF1(其他四台为德国PTB的两台传统磁选态铯原子束和BNM-SYTRE-JPO及日本CRL-O1两台光抽运铯原子束)[42]. BIPM要求频率基准报告必须包含该基准相对于参与国际原子时计算的钟的频率测量值以及发表于权威刊物的关于其准确度评定的完整资料. 从2003年以后,国际原子时时标与国际单位制秒符合程度在2×10^{-15}之内[43]. 2000年8月美国NIST-F1和德国PTB-CSF1喷泉钟进行了远程频率比对,结果表明,两台频标的频率符合度在1.7×10^{-15}之内[44]; 2004年意大利IEN-CsF1与NIST和PTB喷泉钟也进行了远程比对,其频率符合程度也在2×10^{-15}之内[39]; 2005年法国BNM-SYRTE的FO2与NIST-F1比对结果的频率差不超过$(7\pm16)\times10^{-16}$,而与意大利IEN-CsF1比对的频率差则不超过$(-19\pm20)\times10^{-16}$[45]. 因此可以确信,尽管各家喷泉频率基准的准确度是各自独立评估出来的,其频率符合程度应可保证在10^{-15}数量级之内.

频率标准的另一个重要性能指标是频率稳定度. 它描述标准的输出频率随时间的变化,这种变化是由频率噪声引起的. 这是一个随机过程,需要用统计方法得到的A类不确定度来描述. 频率稳定度一般采用阿仑(Allan)方差来表征. 它是一种特殊的双取样方差,其定义是

$$\sigma_y^2(\tau)=\frac{1}{2}\langle(\bar{y}_2-\bar{y}_1)^2\rangle, \tag{8.1.7}$$

其中$\bar{y}=(\nu-\nu_0)/\nu_0$表示在测量取样时间$\tau$内的平均频率偏差. 因此,阿仑方差是无间隙取样的相邻两组测量值之差的均方值,实际上就是相邻两组频率差的均方值,通常用均方根$\sigma_y(\tau)$来表示.

频标的频率稳定度与噪声类型关系极大. 若频率噪声为白噪声,则$\sigma_y(\tau)\propto\tau^{-1/2}$. 对于设计完善的喷泉钟,其频率噪声由下列因素组成[46]:

(1) 量子投影噪声. 这是一种量子力学现象. 设原子系统处在$|1\rangle$和$|2\rangle$态的线性叠加态$|\psi\rangle=\alpha|1\rangle+\beta|2\rangle$,此时要进行测量,确定系统分别处在$|1\rangle$和$|2\rangle$的概率,则量子力学只能给出$\alpha^2+\beta^2=1$,而$\alpha,\beta$的具体数值却是不确定的(除非两者有一个为零). 在喷泉钟中,测量取样是分别在Ramsey谱线中心的两侧进行的,α,β没有一个为零. 这就造成了测量的不确定性,形成量子投影噪声[47]. 若原子系统含有N_{at}个不相关的原子,这项噪声引起的频率起伏与$\dot{N}_{at}$成反比.

(2) 光子散粒噪声,由荧光检测过程中检测到的原子数及其所产生的光子数的涨落而引起.

(3) 电子检测噪声,由光电检测器系统的检测噪声引起.

(4) 探询信号噪声,由微波信号振荡器产生. 在原子喷泉运行中,喷泉是脉冲式工作的,原子跃迁信号是断续采集的. 在脉冲间隙中,参考信号源的频率是不受控制的(这段时间称为"死时间"(dead time)),参考源的噪声就会反映在频标的输出频率上. 以脉冲方式工作的原子频标所特有的这种频率不稳定性称为Dick效应[48,49].

根据上述噪声分析,用阿仑方差表示的原子喷泉频标的频率相对不稳定度可写为[18,46]

$$\sigma_y(\tau)=\frac{1}{\pi Q_{at}}\sqrt{\frac{T_c}{\tau}}\left(\frac{1}{N_{at}}+\frac{1}{N_{at}\varepsilon n_{ph}}+\frac{2\sigma_{\delta N}^2}{N_{at}^2}+\gamma\right)^{1/2}, \tag{8.1.8}$$

式中τ是测量取样时间(以s为单位),T_c是喷泉工作循环的周期,$Q_{at}=\nu_0/\Delta\nu$是原子谱线的品质因素(ν_0是Ramsey谱线的中心频率,$\Delta\nu$是其线宽),N_{at}是检测到的原子数,n_{ph}是在检测过程中一个

原子所产生的光子数，ε是光子收集效率，$\sigma_{\delta N}$是每个检测通道原子数涨落的不相关均方根值，而γ则代表参考源的频率噪声的贡献. 括号中的四项依次分别代表上述四种不同噪声的贡献.

实验表明[46]，在检测原子数很大($N_{at}>2\times10^4$)、每个原子发出光子数很多($n_{ph}\approx150$)、荧光收集效率较好($\varepsilon\approx80\%$)的情况下，式(8.1.8)等号右边中间两项的不稳定度可以忽略. 于是，量子投影噪声和Dick效应就成为喷泉基准频率不稳定的主要来源. 显然，缩短喷泉循环周期T_c对改善频率稳定度具有重要的作用. 若$\Delta\nu=0.8\,\text{Hz}$，$Q_{at}=1.2\times10^{10}$，$T_c=1.1\,\text{s}$，且$N_{at}=6\times10^5$，则可望得到稳定度$\sigma_y(\tau)=4\times10^{-14}/\tau^{1/2}$，而早期曾预期为$2\times10^{-14}/\tau^{1/2}$[12].

实际上，早期原子喷泉频标在$N_{at}\approx10^5$时所显示的稳定度为$(2\sim3)\times10^{-13}/\tau^{1/2}$[13,41]；后来主要是在改善参考振荡器频率稳定度(例如采用低温蓝宝石晶体振荡器)等基础上，喷泉钟的频率稳定度有了极大的提高. 法国Clairon小组通过提高精确测量检测原子数，当$N_{at}=4\times10^4\sim6\times10^5$时，实验验证了式(8.1.8)的频率稳定度与$N_{at}^{1/2}$成反比的关系，并且在$N_{at}=6\times10^5$时确实得到了阿仑方差为$4\times10^{-14}/\tau^{1/2}$的频率稳定度[46]. 以后，他们又进一步改善了喷泉的频率稳定度. 例如，BNM-SYRTE-FO1和FO2的稳定度分别达到了$2.9\times10^{-14}/\tau^{1/2}$和$1.6\times10^{-14}/\tau^{1/2}$[30]. 这里的限制因素主要是Dick效应. 表8-3收集了近年来报道的各喷泉钟的频率稳定度数据，但需注意，它们的测量取样时间间隔并不相同，从几秒到几十天.

需要指出，喷泉频标的频率稳定度与准确度之间的要求有矛盾之处. 从稳定度上要求原子数越大越好；而这将带来很大的碰撞频移，有害于准确度. 同时，高的稳定度对评价准确度也是必不可少的，因为评价准确度需要大量的实验以定量测量各种频移因素. 若要求测量准确度在10^{-16}数量级，甚至更低，而测量过程应保持频率不变，则至少要求喷泉频率稳定度在$1\times10^{-13}/\tau^{1/2}$以下(设测

量时间为1天，则该频率不稳带来的不确定度为$1\times10^{-13}/(86\,400)^{1/2}=3.4\times10^{-16}$).

表8-3　喷泉频率基准的频率稳定度*

喷泉钟	稳定度	取样期限	文献/年
BNM-FO1(法)	0.29	(5～60)s	[30]/2005
BNM-FO2(法)	0.16	(5～60)s	[30]/2005
BNM-FOM(法)	1～2	—	[31]/2003
NIST-F1(美)	6	<24 d	[32]/2005
PTB-CSF1(德)	2	—	[25]/2002
IEN-CsF1(意)	3	—	[39]/2004
NIM4(中)	8	—	[10]/2005
NPL-CsF1(英)	1.4	—	[35]/2005
JF-1(日)	5～6	—	[36]/2003

*：以$10^{-13}/\tau^{1/2}$为单位.

8.1.4　冷原子喷泉钟的进一步发展

冷原子喷泉钟的进一步发展方向自然在于提高其频率准确度与频率稳定度.

从表8-2可见，在精密细致的设计和处理磁屏蔽和谐振腔以后，与磁场和微波腔有关的频移(包括二级塞曼效应、各种频率牵引、马约拉纳跃迁、微波泄漏、频谱不纯等)带来的频率不确定度可以降得很低，剩下的主要是黑体辐射频移和冷原子碰撞频移. 黑体辐射带来的不确定度目前在理论和实验上都难以进一步降低. 从实验上看，主要是要精确了解喷泉原子在漂移区实际经受的温度场的分布以及真空系统内各个表面的热辐射状况. 冷原子碰撞频移则还有较多改善余地，各国为此做了许多工作.

首先，是冷原子自旋交换碰撞频移的测量. 基本方法是：改变冷原子团的密度，测量不同密度下喷泉的跃迁频率. 由于该项频移与原子密度呈线性关系，于是可利用外推法测得密度为零时的频

率，从而求得修正值. 问题在于如何改变并准确得到原子的密度值，而原子的密度值则往往根据检测到的跃迁原子数推算. 所以改变原子密度的方法有两种：一是改变冷原子俘获过程中的激光参数；另一是在选态过程中改变微波功率或失谐，从而改变跃迁原子数. 具体方法各有千秋. 法国 SYRTE 利用浸渐快通过的技术在微波选态过程中可以精确地把全部或一半原子选到 $F=3, m_F=0$ 的态上（他们一般 50 次喷泉循环用全部原子，另 50 次用一半原子），这样原子密度的比例就可精确地在 1 与 0.5 之间变化，从而可准确测得碰撞频移数值[31,50]. 通常改变原子密度方法的一个重要误差在于改变过程中还会引起原子团内密度分布的变化，而这种变化会带来检测误差. “浸渐快通过”方法却可保持密度分布的一致. 美国 NIST 小组则综合运用了变化激光参数和微波两种改变原子密度的方法，他们凭借参考信号极为稳定的优势，进行很长时间（20 d 左右）的测量以提高测量精确度：一般用几天时间作高密度原子团测量，再用 10 d 时间做低密度测量（并且密度特别低）[18,32].

其次，是要设法减少自旋交换碰撞频移. 人们曾经提出过多种方案，基本出发点都是降低原子密度，同时又不使检测到的跃迁原子数减少，以免降低频率稳定度. 例如，可以通过调节陷俘激光参数把冷原子团从球状扩展成为纵向椭圆或雪茄状的不对称黏团[51]，该方案在日本的喷泉中实现[36]；又如，可用多脉冲抛射的喷泉[52]. 一种特殊的多原子团技术称为接连抛球喷泉（juggling fountain）[53~55]. 该技术在比冷原子团空中运行时间还短的时间内多次快速抛射冷原子团，就像魔术师玩空中抛球一样（见图 8-7）. 这样，每团原子的密度较低，但检测到的总的原子数则不少. 但问题是，上、下原子团会在空中相遇，造成附加的碰撞频移；并且，由于在冷原子源区不断制备冷原子，冷却激光的散射光和荧光会进入谐振腔而造成光频移. 光频移问题可用光闸随时斩断光路（见图 8-7）来解决；而解决冷原子球相遇问题则在于非常微妙地利用了

碰撞频移与低速原子碰撞的相对速度和方向有关这一事实，在一定条件下，可以使碰撞频移消失（称为 Ramsauer-Townsend 极小）[53,55]. 为此，需要严格选择原子团的抛射时间、速度和密度，这在实验上还是很困难的. Levi 等人发展了一种更稳固的多原子团技术[56]. 它们虽也在不同的时间发射，但相继发射的冷原子团的抛射高度逐个降低，如图 8-8 所示[57]. 这样，不同的原子团在谐振腔和自由漂移区中不会相遇，从而可避免碰撞；但它们到达检测区的时间却相同，不会造成频移，检测到的原子总数是几团原子的总和. 这个方案很容易在实验上实现（也需要加光闸以避免光频移），因为抛射高度完全可由运动黏团的激光失谐来控制. 当然，后来的冷原子团消耗在漂移区的时间短，不同原子团所产生 Ramsey 谱线的中心线宽略有不同，这会增加线宽，降低中心线的反差，但影响不大. NIST 的下一代频率基准 NIST-F2 拟采用该方案，并已进行了初步实验[57,58].

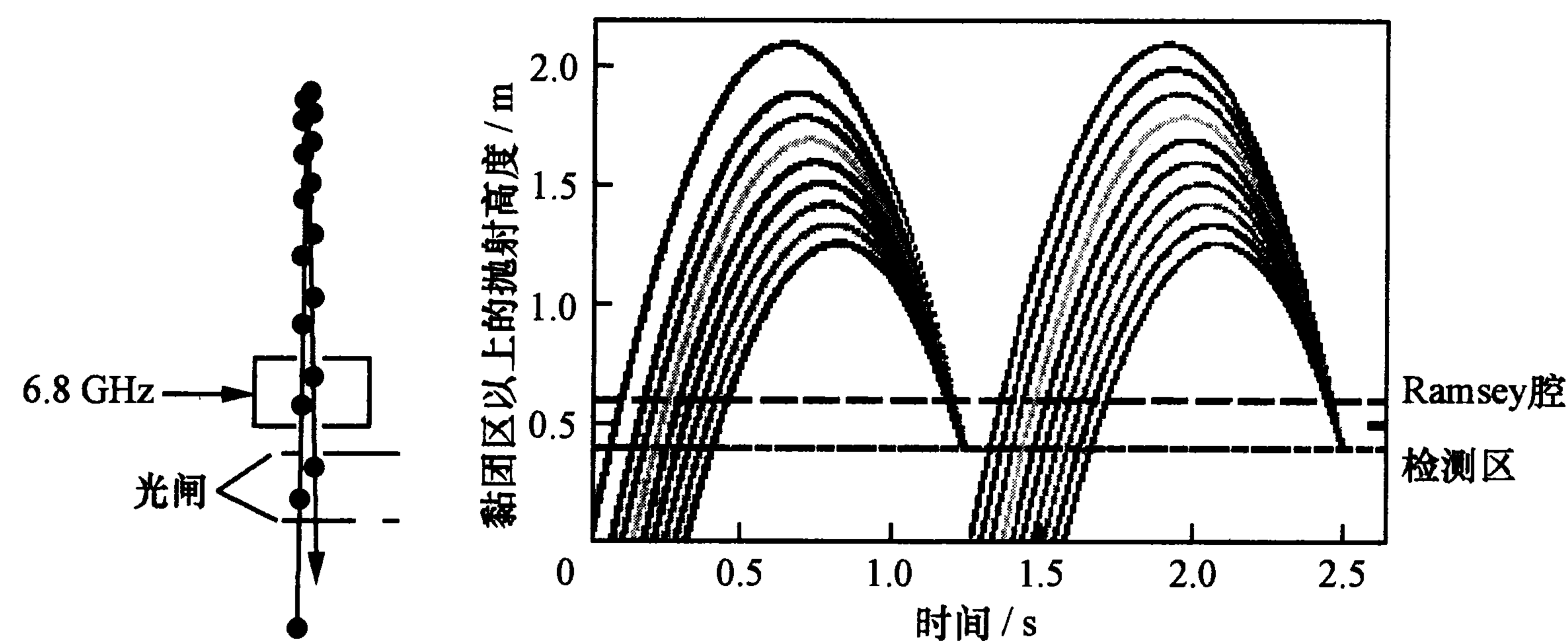


图 8-7　空中抛球喷泉[54]

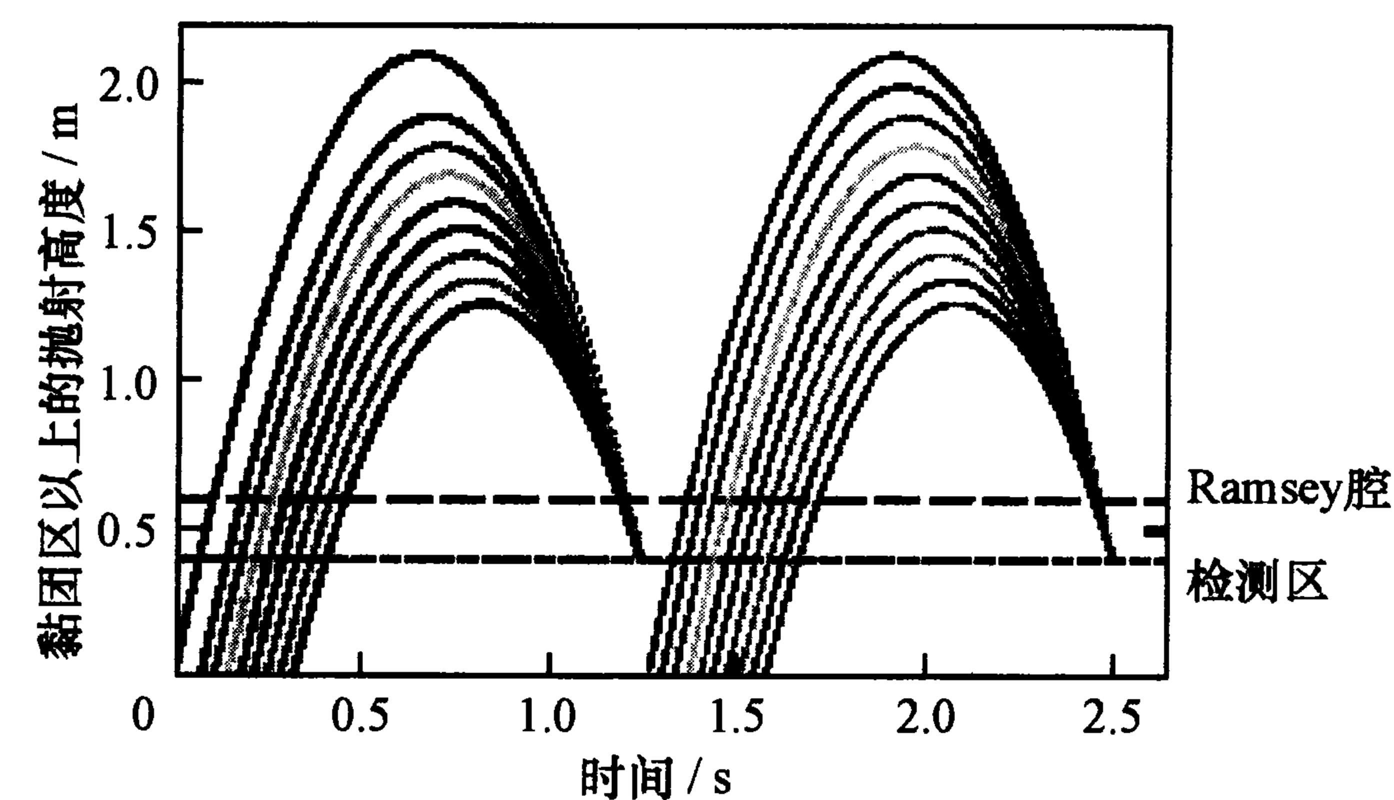


图 8-8　多原子团发射方案，每团原子抛射高度逐个降低[57]

至于提高喷泉钟频率稳定度的措施，则在于尽量缩短喷泉循环周期，缩短死时间；使不受控的振荡器的频率不稳定性不至于过分地反映到喷泉钟的性能上来，而改善参考振荡器的噪声特性则具有根本的意义. 这些都可以说是与 Dick 效应作斗争.

缩短喷泉循环周期的一种办法是不直接从蒸汽中用磁光阱收

集和冷却原子(周期较长),而是从减速原子束中形成光学黏团,俘获和冷却原子. 法国的 BNM-SYRTE-FO1,2 都采用了激光频率扫描的减速法使原子束减速(见 4.2.1 小节),装载到光学黏团中去. 在 FO2 中还专门采用了横向冷却以减少原子束的发散. 这样,他们在 100 ms 内便可使 10^9 个原子装载到冷原子团,大大缩短了冷原子团的制备时间,从而缩短喷泉循环周期 T_c[30,50]. 美国则采用了由低速强原子束源(low-velocity intense source, LVIS)装载的光学黏团[58,59]. LVIS 是一种由磁光阱形成的装置[60],能产生强的速度范围很窄的低速原子束. 这个装置与通常的磁光阱不同,在一束磁光阱光路上的一块涂金的 1/4 波片的中央打了一个小孔,磁光阱光束两边不平衡,把冷原子从磁光阱中推出来,形成强的低速原子束(速度约为 10 m/s,束流强度约 10^{10}/s),进入喷泉的冷原子区,然后再装载在光学黏团中. 适当选择光学黏团激光功率和失谐,足以把这样的原子束在黏团中俘获住,装载时间仅为 290 ms[59].

此外,上述多脉冲或多冷原子团的方法不仅降低了冷原子碰撞频移,同时显著缩短了死时间,因此也有效地提高了喷泉钟的频率稳定度. 不过,最彻底解决 Dick 效应的方法是构建连续喷泉钟,使整个钟工作期间内原子束连续不断(而不是脉冲式)地进入微波腔,与探询信号进行着相互作用. 本书作者曾提出过一种用磁偏转方法使激光减速的原子束实现垂直向上行进并形成连续喷泉的设想[51,61],可惜尚未实现. 人们可能会提出疑问,垂直上下的喷泉原子不是要互相相遇而发生碰撞吗?实际上,由于原子间距远大于原子尺寸(若以原子束流强度为 10^9/s、抛射速率为 5 m/s 计,则 1 cm 线度上平均排列的原子数只有 100 多个),相互碰撞的概率不大,最多不过是使原子密度增加一倍而已. 瑞士 Neuchâtel 天文台提出并初步实现了一台连续喷泉铯原子钟[62~65];其基本构想是采用抛物线原子轨道,上升与下落的原子束不在同一路径上,如图 8-9 所示. 这样,原子上、下两次通过谐振腔与微波相互作用的位置是

不同的,冷原子的制备区和检测区也不处在同一轨道上. 这当然会增加腔相位差频移,为此,专门设计了 TE_{021} 模式的圆柱形同轴谐振腔,如图 8-9(d)所示. 射频磁场在腔内两个相互作用区都是垂直的,分布比较均匀,原子入、出口上都装有截止波导以防止微波泄漏(该波导稍有倾斜,与原子轨迹匹配);而且还可绕中央轴作 180°转动,以便作铯束频率基准中常用的束反向实验,确定微波腔相位差频移. 为了减少难以避免的冷原子制备区的杂散光和荧光进入微波相互作用区,在原子束上、下路径上各安装一个高速旋转的光闸,把光挡掉;当然,其转速要恰好使遮光那一刻进入谐振腔的原子能被检测到. 这并不容易实现,而且还会使原子束断续. 他们预期达到的指标是稳定度为 $7\times10^{-14}\tau^{-1/2}$,准确度在 10^{-15} 以下.

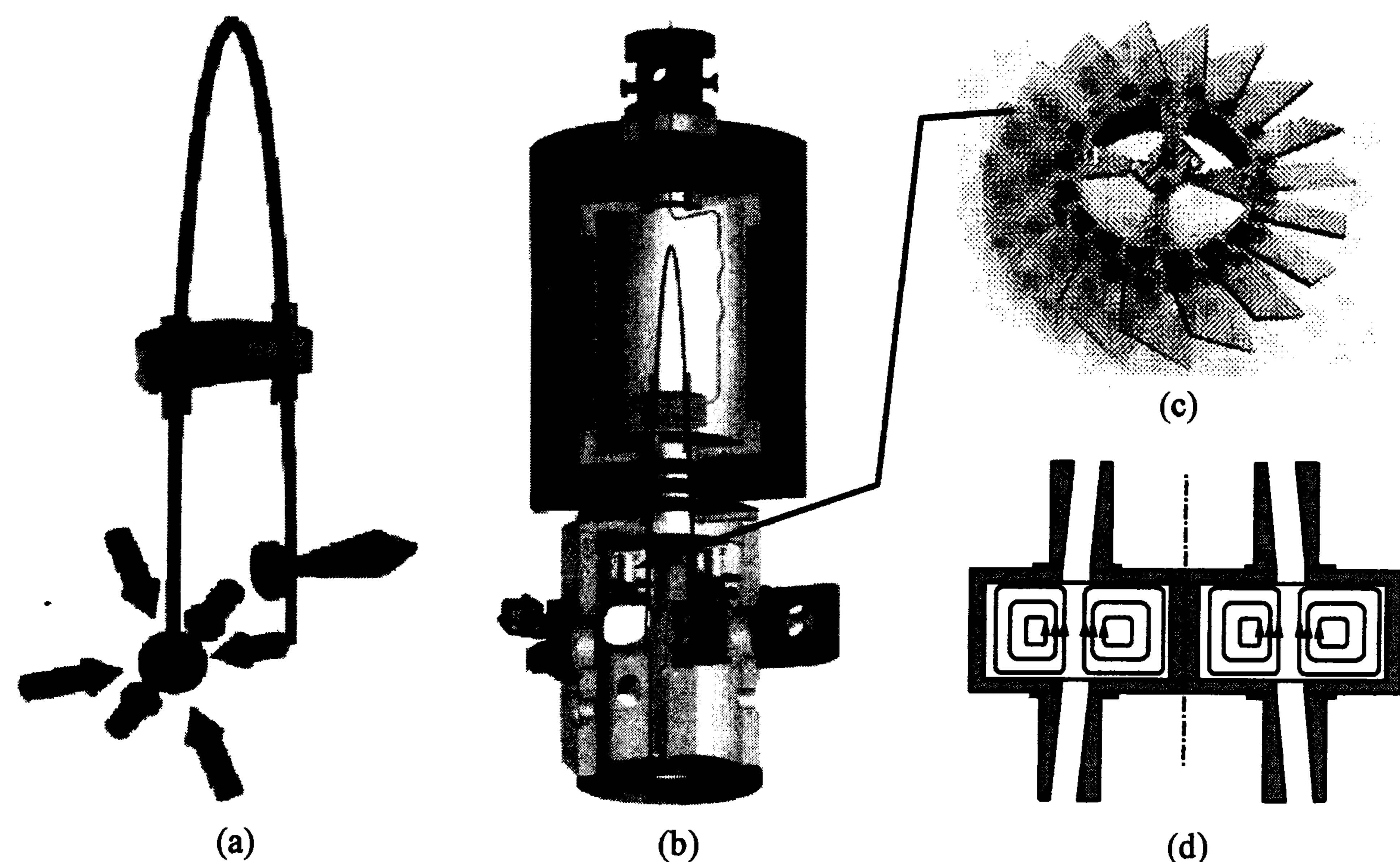


图 8-9　瑞士 Neuchâtel 天文台的连续喷泉钟的结构
(a) 原子轨道,显示冷原子制备、检测和微波作用区;(b) 装置构造图,显示在原子上升和下降轨迹上均装有旋转光闸(见(c));(d) 微波腔构造[64,65].

如上所述,提高喷泉中频率稳定度的根本途径还在于改善产生探询信号的参考振荡器的噪声特性. 为此,各实验小组都不遗余力. 一般都用高质量的石英晶体振荡器,其中尤以一种特殊的低老

化率的改善老化的装架(boîtier à vieillissement amélioré,BVA)振荡器为常用[66]. 它的相位锁定于氢激射器原子频标,以取得较好的长期频率稳定度;而微波信号则由介质振荡器直接产生,又受控于石英晶振[32]. 而法国科学家更用了频率噪声水平极低、稳定度极高的蓝宝石低温振荡器(sapphire cryogenic oscillator, SCO);用这种振荡器做成的频率链,其稳定度达到 $3\times10^{-15}/\mathrm{s}$[30]. 正是利用了这样好的参考振荡器,他们得以测得量子投影噪声对喷泉频率稳定度的影响[46].

8.1.5 铷喷泉钟

如上所述,铷原子的碰撞频移要比铯原子弱得多. 铷原子又是原子频标和激光冷却的重要对象;而对于作频标研究,比较不同的工作物质也很有意义,所以做铷喷泉钟颇有吸引力. 实际上法国已有铷喷泉钟在工作了.

这里先对自旋交换碰撞频移问题作个交代. 自从 Tiesinga 等人[28]指出冷原子碰撞频移以来,Gibble 和朱棣文首先测量了铯喷泉钟的自旋交换碰撞频移[67],后来 Clairon 小组[29]又测得更为精密的数据(引述于 8.1.3 小节). 铯原子的冷碰撞截面很大,是做原子钟的一个大患. 理论发现[68],这种频移还与原子的碰撞能量有关,因而也和原子温度有关. 这是可以想得到的,因为在低温下,原子碰撞截面与它的德布罗意波长有关. 在 $1\,\mu\mathrm{K}$ 时,铯原子的德布罗意波长 $\lambda_{\mathrm{dB}}=300\,\mathrm{nm}$,s 波的弹性散射截面可能为 $\lambda_{\mathrm{dB}}^2/\pi$[69,70],这是相当可观的;碰撞频移与能量(温度)的关系还与碰撞原子的波函数(分波)有关. 铯原子碰撞 s 波是主要的,但可混有极少 p 波成分[53]. 计算表明[71],铷原子的冷碰撞频移只是铯原子的 1/15,这给制作铷原子喷泉以很大冲动,并在 1999 年陆续做成了这种喷泉钟[54,72]. 而利用这些喷泉装置的实际测量表明,铷原子的碰撞频移只有铯的 1/30[73],甚至在 1/50 以下[74].

Gibble 等人首先做成了铷喷泉钟. 他们使用了较为特殊原子态制备技术[54]: 在冷原子制备区得到约 5×10^{10} 个 ^{87}铷原子并抛射后,首先用调谐到 $F=2\rightarrow F'=1$ 的激光把铷原子抽运到基态 $F=1$ 态,然后让冷原子团进入由两个 TE_{102} 微波腔(谐振频率为 6834.68 MHz)频率组成的选态区. 在那里,下面一个选态腔把 $F=1, m_F=0$ 的态转变为 $F=2, m_F=0$ 的态. 再用调谐到 $F=1\rightarrow F'=2$ 的激光把其他 $F=1$ 的原子转变为 $F=2$ 态,这样可以增加 $F=2, m_F=0$ 态的原子数. 上面一个选态腔再把 $F=2, m_F=0$ 态转换成 $F=1, m_F=0$ 的态. 其他 $F=2, m_F\neq0$ 态的原子被调谐到 $F=2\rightarrow F'=3$ 的激光打掉. 这种选态方法可以使原子比较弥散,使平均原子密度降低两个数量级[73]. 他们用这样的喷泉钟测量了铷原子的碰撞频移,其数值仅为铯原子的 1/15. 因微波腔牵引的频移也与原子数成正比,且数值很小,因此在很大程度上可利用腔牵引来抵消碰撞频移,使钟的输出频率不受冷原子数变化的影响. 这样,铷喷泉钟可同时得到很好的稳定度与准确度. 若每次抛射的原子数为 7×10^6,产生的碰撞频移为 2×10^{-16},可得短期稳定度为 1.8×10^{-14};用微波腔失谐抵消后可得准确度为 1×10^{-17}[73]. 他们还打算用"接连抛球技术",以每 45 ms 一次的速率抛射冷原子团,期望的稳定度为 $4\times10^{-15}\tau^{-1/2}$.

法国铷原子喷泉的结构与通常的铯原子喷泉基本相同. 实际上,后来铷喷泉被改造成了铯与铷原子可交替使用甚至同时使用的双原子喷泉[24],其运用于铷原子时的准确度性能指标已见表 8-2. 该装置先用"1,1,1"激光组态产生冷原子团,再用选态腔选态. 选态腔和探询微波腔都有两个,以适应两种原子不同频率的需要. 利用这装置,他们测量了铷原子的碰撞频移系数,得到了低于铯原子 1/50 的结果[74]. 具体数据随不同原子状态而异: 对所有原子都从 $|2,0\rangle$ 到 $|1,0\rangle$ 态的钟跃迁,其相对频移为 $-7.2(20.0)\times10^{-24}\bar{n}$,$\bar{n}$ 是平均原子密度(单位: cm^{-3}),在 $1.5\times10^7/\mathrm{cm}^3$ 的原子密度下,实验检测不到频移;而对所有原子都平均分布于 $F=2$ 或 $F=1$ 态时,碰撞的相对频移系数(单位体积 $1\,\mathrm{cm}^3$)则为

$$-50(10)\begin{pmatrix}+22\\-34\end{pmatrix}\times10^{-24} \quad 或 \quad -60(16)\begin{pmatrix}+29\\-46\end{pmatrix}\times10^{-24}.$$

这个结果大体与文献[71]相符.测量中,他们小心扣除了腔牵引效应.后来他们又专门用铷喷泉钟测量了腔牵引效应[75],结果是:使用高密度(约为 8×10^7)原子检测时,腔牵引效应可达约 4×10^{-15};但只要把腔谐振频率对原子共振的失谐调到 1 kHz 以内(相应于谐振腔温度控制在 0.01℃ 以内),就可把此项效应限制到小于 10^{-16}.

美国海军天文台为守时专门设计制造了铷喷泉钟,其基本结构与铯喷泉相似,已取得了短期稳定度的数据 $1.4\times10^{-13}\tau^{-1/2}$[76].

铷喷泉的一个重要应用是在相似条件下与铯喷泉比对,利用铯原子的频率定义值来精确测量铷原子的基态超精细结构分裂值.1999 年完成铷喷泉后的第一次测量就比 20 世纪 60～70 年代测量的准确度提高了四个数量级,得到的值

$$(\nu_0)_{Rb}=6\,834\,682\,610.904\,29(9)\ \mathrm{Hz}^{[77]}.$$

这个值与过去的测量值相差达 2～3 Hz.经过后来多次重复测量,得到铷原子的基态超精细结构分裂的频率值是

$$6\,834\,682\,610.904\,324\ \mathrm{Hz}^{[31,78]},$$

现已被国际时间频率咨询委员会确认,作为实现"秒"定义的第二种代表,其相对不确定度为 3×10^{-15}[18].用铯和铷原子的频率比较,还检验了精细结构常数这样的基本物理常数是否随时间变化的问题.经过 5 a 时间的测量比较,结果是,铯和铷的相对频率变化可由下式表示:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\ln\left(\frac{\nu_{Rb}}{\nu_{Cs}}\right)=(0.2\pm7.0)\times10^{-16}/\mathrm{a}. \qquad (8.1.9)$$

这个相对值的变化与精细结构常数 α 的变化有关;$\alpha=e^2/4\pi\varepsilon_0\hbar c$,其变化关系是

$$\frac{\partial}{\partial\ln\alpha}\ln\left(\frac{\nu_{Rb}}{\nu_{Cs}}\right)\simeq-0.44. \qquad (8.1.10)$$

这样,可以得到 α 的相对变化率是 $\mathrm{d}\alpha/\alpha\mathrm{d}t=(-0.4\pm16)\times10^{-16}/\mathrm{a}$[31,78].这个结果和铯原子超精细跃迁频率与 $^{199}Hg^+$ 的电四极跃迁 282 nm 光频率(从汞的单离子光钟得到;见 8.2.2 小节)之比得到的结果符合;后者经过两年期间测量,得 ν_{Cs}/ν_{Hg} 的变化率不超过 $\pm7\times10^{-15}$[79].这表明,原子能级常数和精细结构常数等物理量在 $10^{-15}/\mathrm{a}$ 的数量级内至少是不变的.这对基础研究有重要意义.因为一方面,根据广义相对论,像精细结构常数这样的与引力无关的基本物理常数不应该随时间和空间变化,否则就会违背爱因斯坦的等效原理(Einstein equivalence principle,EEP).另外,现在几乎所有试图把引力和电磁作用力与强、弱相互作用力统一起来的理论(如弦论)都预期 EEP 会在近期实验精度可达到的范围内被打破.EEP 是爱因斯坦为广义相对论奠基的一个有启示意义的假设.如果这个假设不成立了,广义相对论就会受到挑战."不同质量的物质的重力加速度相等"、"物理基本常数不变"等物理学公认的事实就要被打破.这对物理学的发展当然具有根本的意义[78,80].EEP 理论同时也指出,时钟的走速与当地的引力有关(引力红移),但与用什么原子无关.因此,可以用不同原子的喷泉进行比较来验证.铷原子喷泉就可起这个作用.目前用铯喷泉和氢激射器钟的频率比对表明,两种原子的钟的引力红移的差别(偏离式(8.1.6))应在 2.1×10^{-5} 以内[81].从这些实验可以看出高精度原子钟对检验物理根本原理的重要性.

§8.2 其他冷原子钟

8.2.1 空间冷原子钟

随着全球定位系统(global positioning system, GPS)的发展和广泛应用,开发装载于卫星上的原子钟成为重要课题.而随着航天事业的进步和国际空间站(ISS)建立与运用,把时间频率基准装

配到空间站的设想也随之诞生. 能否把目前地面上最准确的冷原子钟搬到天上,就是值得探索的课题. 地面上的喷泉钟利用了重力作用,这既是有利的,但也设置了一些障碍,例如在利用重力的喷泉中,原子升、落两次通过微波腔的时间间隔只能在 1 s 左右,这就限制 Ramsey 相互作用时间以及谱线中央线宽的缩小. 在空间微重力环境下,这种局限就可打破,因此可以期望,空间原子钟会比地面装置具备更理想的性能. 这种期望激励着原子钟工作者进一步探讨实现高性能空间原子钟,但当然同时也会带来另一些问题,有待于科技人员去解决.

法国人早在刚实现地面冷原子喷泉时,就提出了微重力原子钟的问题. 他们设想用磁光阱和光学黏团俘获与冷却得到冷原子团后,用一维 σ^+-σ^-光的运动黏团法把原子以 5～10 cm/s 的速度推向微波作用区,然后在一个 TE_{01n}圆柱腔(或典型的"U"形 Ramsey 腔)与射频场作用,产生 Ramsey 图像(见图 8-10). 这可使中心线的宽度降低到地面喷泉的 1/10～1/5[82]. 不久以后,空间冷原子钟设想以法国空间研究中心(CNES)的 PHARAO 项目的名称得以实施. 该项目 1997 年向欧洲宇航局(ESA)提出,作为将装载于国际空间站的空间原子钟系统(atomic clock ensemble in space, ACES)有效载荷的两台钟之一①,期望得到的稳定度优于 10^{-13}/s,3×10^{-16}/d 和 1×10^{-16}/(10 d),准确度为 1×10^{-16}. 这要比现有在 GPS 卫星上的钟的性能好三个数量级[83]. ACES 计划通过光学和微波链路把空间原子钟与地面实验室原子时标相联系,预期时间准确度可达 10 ps/d,比现有的 GPS 时间信号的准确度要高两个数量级以上. ACES 计划既有技术目标,也有科学目标,包括:(1) 在 ISS 上进行两种原子钟比对,利用氢钟 1000 s 以内的稳定度优于 PHARAO,可对冷原子钟的碰撞频移、微波腔相移、

① 另一台为瑞士 Neuchâtel 天文台开发的主动氢激射器钟(space hydrogen maser, SHM).

磁场频移等准确度性能进行精密测量;(2) 用 PHARAO-SHM 联合时标通过光与微波链路进行地面钟的比对,其比对精度可达 30 ps,比用现有 GPS 比对改善 100 倍,可使现在的原子钟远程比对的精度从现有的 10^{-15}提高到 10^{-16};(3) 进行若干基础物理测试,如引力红移(可测到 3×10^{-6}的精度)、精细结构常数的变化以及光速的各向异性(检验狭义相对论)等[83].

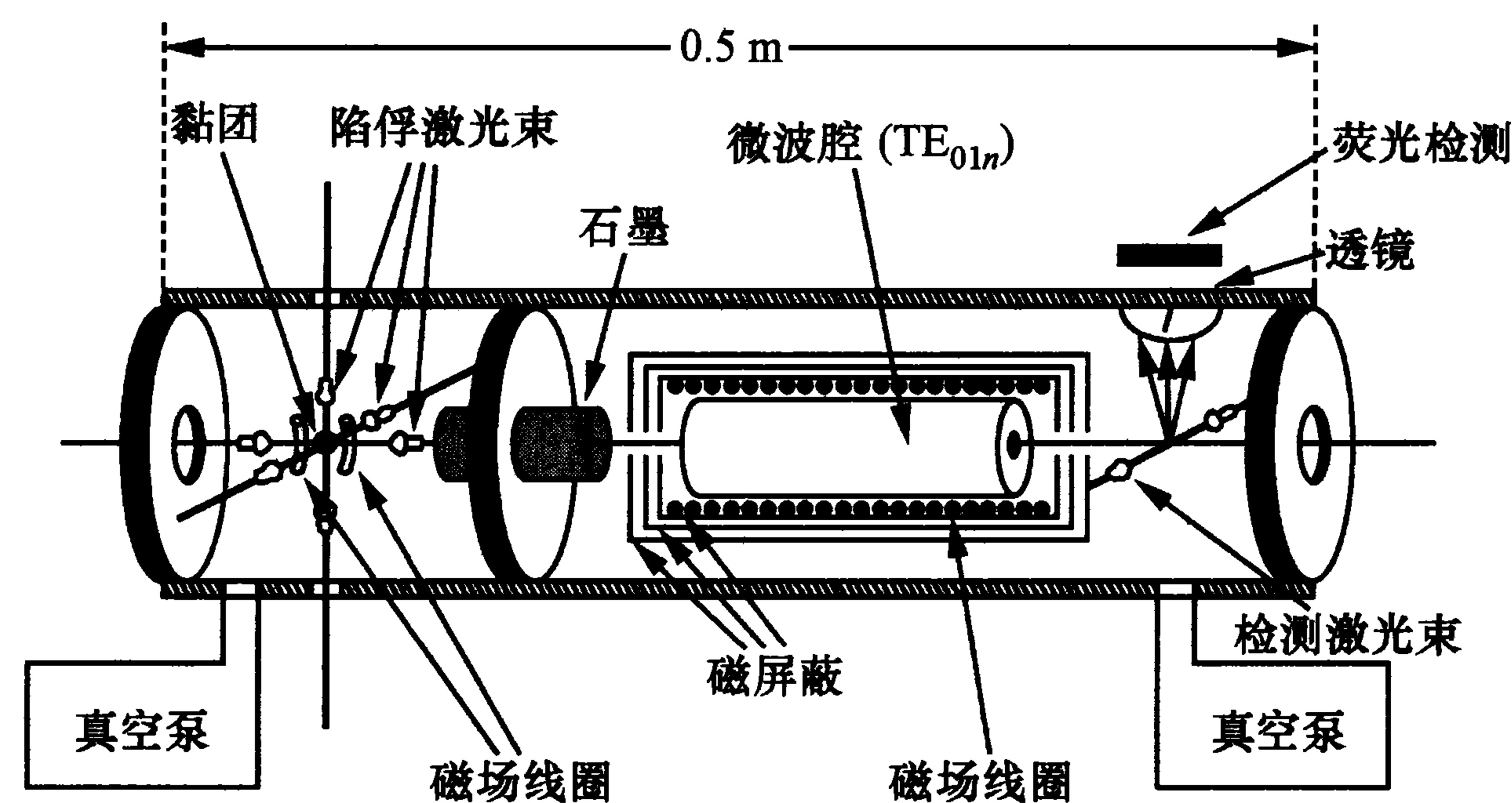


图 8-10　微重力下铯冷原子钟的结构[82]

PHARAO 钟的大体结构与图 8-10 相似,其立体图像见图 8-11;基本工作方式也与喷泉接近:冷原子团用"1,1,1"组态激光生成,温度低于 1 μK,用运动光学黏团方法把冷原子团推向 TE_{013}模式的微波谐振腔;依靠腔内的电磁场分布,原子可以与射频场发生多次共振相互作用而产生 Ramsey 图像,然后在后面的检测区进行荧光检测. 与通常喷泉不同的是,检测区与冷原子源区分别在谐振腔的两端. 为了减轻体积、重量,所有激光器都是半导体激光器,它们和光学元器件一起

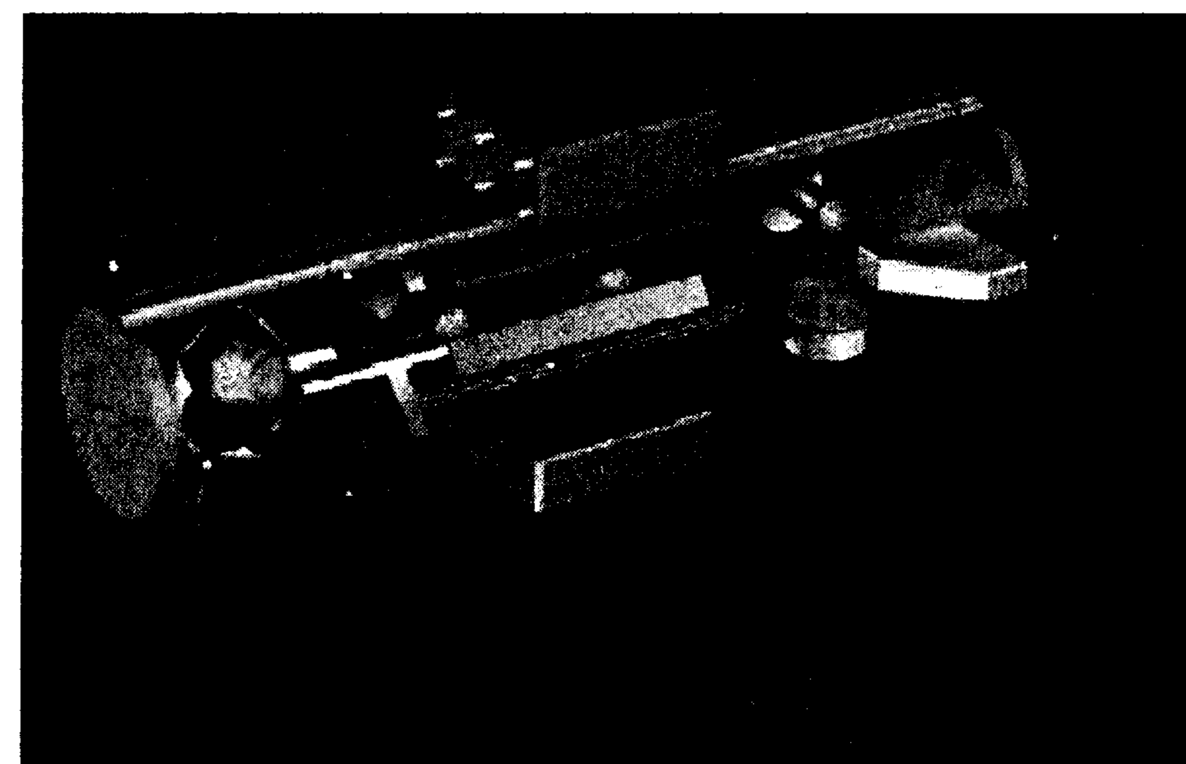


图 8-11　PHARAO 微重力铯冷原子钟的原理结构[83]

装在上面的盒子中，整个光路用 8 根光纤连接(6 根用于冷却，两根用于光检测)(如图 8-11 中细线所示). 原子团的运动速度可用运动黏团的光频率调节，可达 2～5 m/s. 图 8-11 中下面的盒子用于安装电子器件，包括频率综合器等提供微波信号的设备. 铯管重 45 kg，体积为 70 L. 1997 年该装置样机完成，在空中客车 A300 喷气飞机上搭载进行抛物线飞行，在失重状态下测量了 Ramsey 曲线. 图 8-12 是在微重力下得到的 Ramsey 谱线，其中图 8-12(a)是在运动速度为 4 m/s 时得到的；图 8-12(b)是运动速度为 2 m/s 时的图像. 冷原子束的方向是垂直的，在地面上抛射速度为 2 m/s 时，原子在谐振腔里就到达顶部，是到不了检测区的. 图中显示，两种情况下的钟跃迁的中央线宽分别为 14,7 Hz，符合原子在 TE_{013} 模谐振腔内行走时间为 50,100 ms 的预期. 如果能在约 $10^{-6}g$ 的重力下运行，则线宽可降至约 0.1 Hz. 空间钟比地面喷泉钟的优势是可把原子速度降得更低，从而减少与速度有关的各种频移量；而且可在两个数量级的范围内改变速度，这对评定准确度有重要意义. 可以期望，空间冷原子铯钟的稳定度可达到 $2\times10^{-14}\tau^{-1/2}$，相应地，日稳定度为 7×10^{-17}/d，而准确度则可达 5×10^{-17}[84].

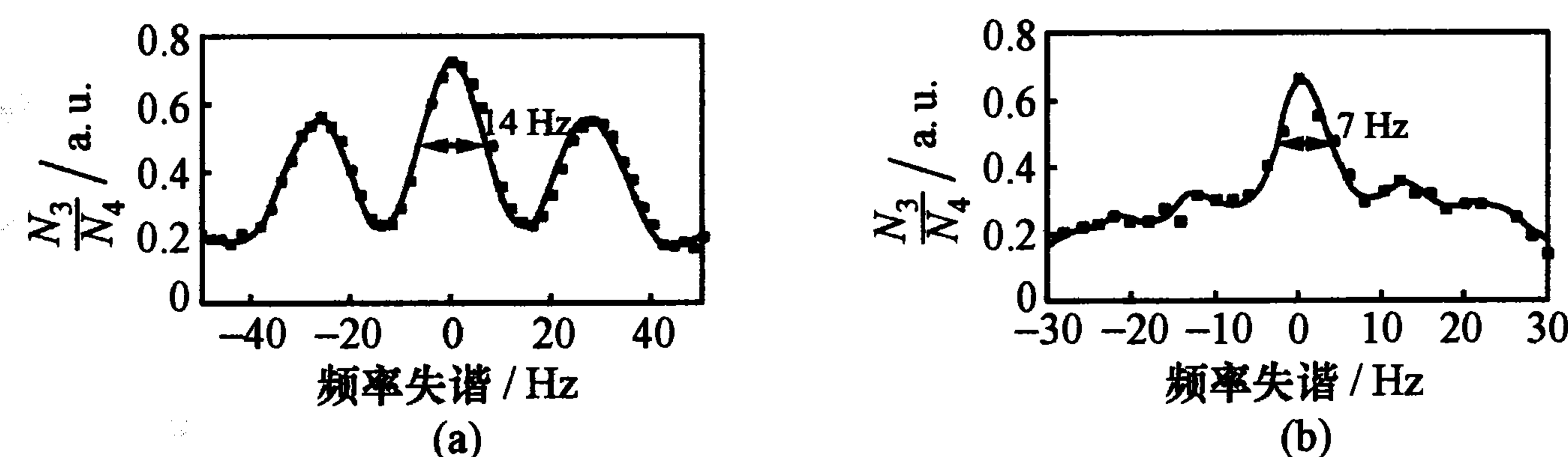


图 8-12 微重力下的 Ramsey 中央谱线[84]

以后，微波腔又改成双作用区的同轴腔，得到的 Ramsey 花样如图 8-13(c). 该图比较了普通热原子束、一般喷泉和 PHARAO 钟运行于抛射速度为 5 cm/s 时的 Ramsey 中央花纹宽度. 最后者仅为 0.1 Hz，这里可以看到空间钟的优势. 2001 年空间钟已投入工程化开发，预期 2007 年发射到国际空间站；而原来的

PHARAO 样机则改造为与常规喷泉相近的可搬运的喷泉钟 BNM-SYRTE-FOM，其铯管外形如图 8-14，其性能指标见表 8-2. 这台喷泉钟曾搬运到德国慕尼黑附近马普量子光学所，与 Hänsch 小组的氢原子 1S—2S 双光子跃迁频率进行相位比对，得到了该频率的值为

$$2\,466\,061\,413\,187\,103(46)\text{Hz}$$

的好结果[85].

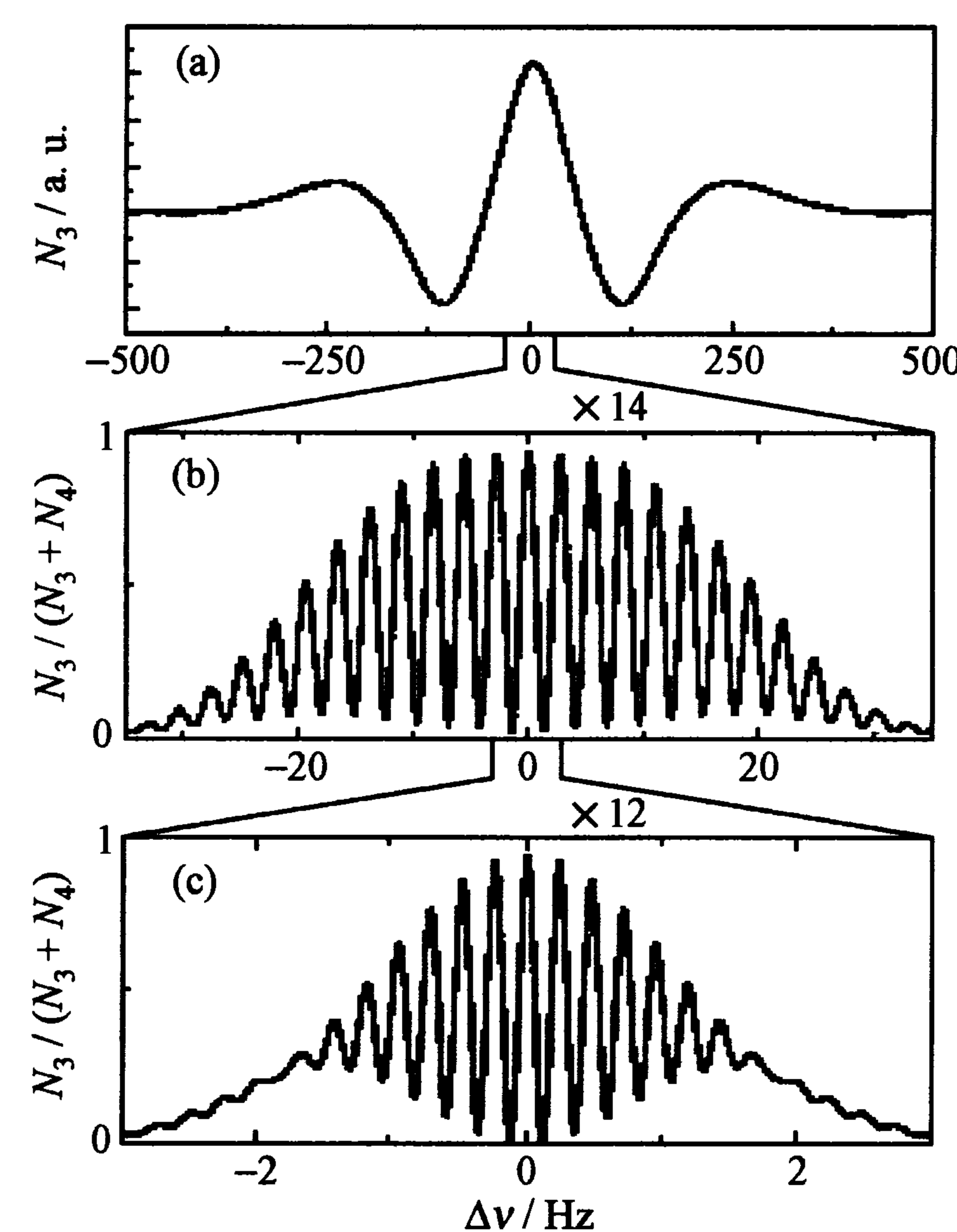


图 8-13 热原子束、喷泉和空间钟 Ramsey 中央谱线[83]

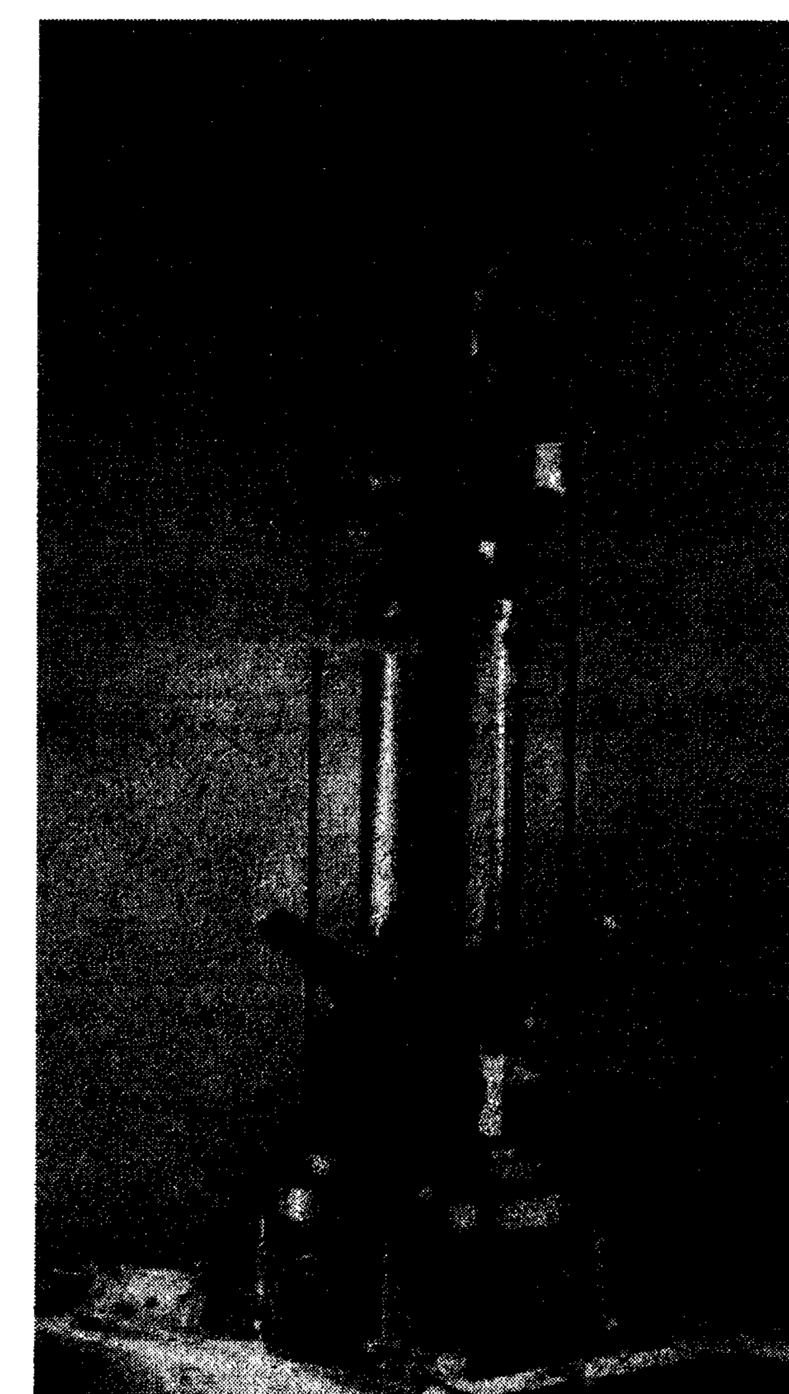


图 8-14 PHARAO 铯束管图[83]

美国在 NASA 支持下也开展了空间原子钟的研究计划，其中有空间原子基准钟(primary atomic reference clock in space, PARCS)[86]和铷原子钟实验(Rubidium atomic clock experiment, RACE)[87]两个计划. 顾名思义，PARCS 计划是要在空间上实现“秒”定义，其不确定度可达到 5×10^{-17}. 同时，这两个计划都拟进行一些验证相对论的基础物理实验. PARCS 空间钟的铯管装置与

法国的类似(图 8-15),原计划 2005 年发送到国际空间站,后改成 2008 年. 该钟拟用两个相位受控的独立谐振腔以获取 Ramsey 信号[88]. RACE 计划用空间冷铷原子钟,可降低碰撞频移;其结构与铯钟不同,特点是两团冷原子背对背地工作,用双微波腔以获得两团原子的微波相互作用,如图 8-16 所示. 这种工作方式的优点是可以减轻对参考振荡器稳定度的压力. 由于微波探询信号频率是调制的,在跃迁中心频率左右跳变,跳变过程腔内原子必须清除,此时参考振荡器不受控. 在单腔工作下,探询时间较长(例如 $T=10\,\mathrm{s}$),这就对参考振荡器的稳定度提出了很高要求(如 $\sigma(\tau)=3\times10^{-15}\tau^{-1/2}$),是很难达到的. 用双腔则可轮流工作,减少这个死时间. 这种结构也是接连抛球喷泉的变形. 装置使用双磁光阱: 低真空室磁光阱从铷蒸汽中俘获冷原子并初步冷却;高真空磁光阱则产生超冷原子团. 这种结构还有抗震动和提供冗余的优点. RACE 计划也将在 2008 年飞向国际空间站.

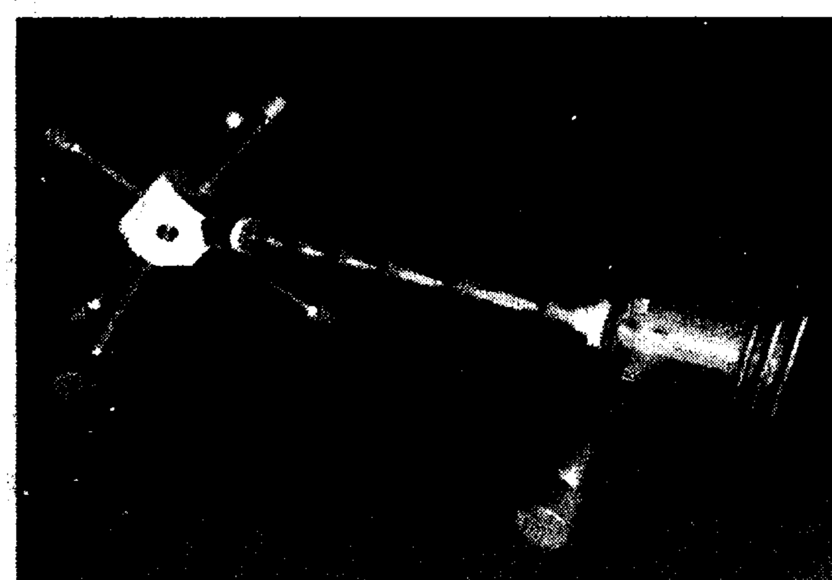


图 8-15 PARCS 的铯原子束管

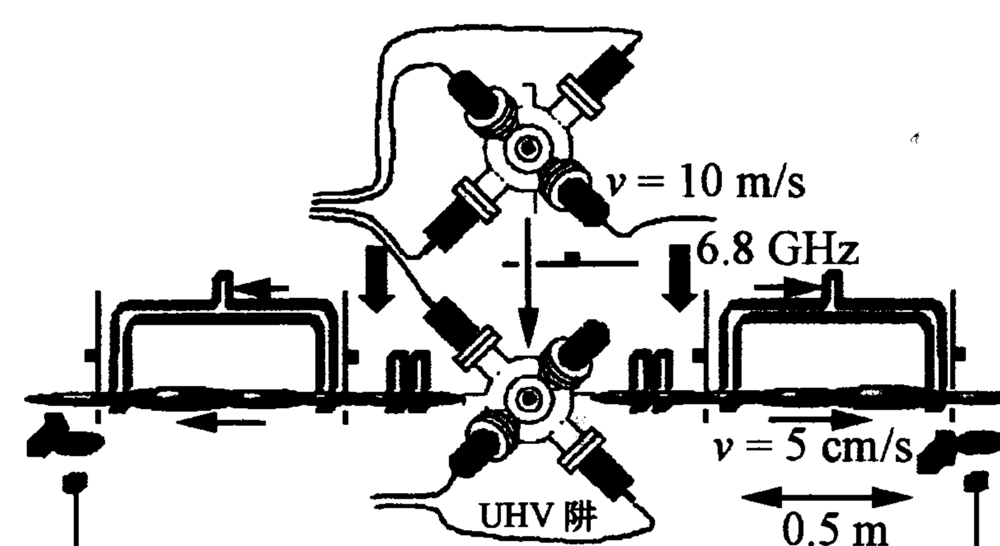


图 8-16 RACE 的双谐振腔空中抛球式冷原子钟装置

除了准备装载在国际空间站上的空间原子钟外,法国计量测试院(LNE)正在开发准备安装在伽利略(GALILEO)系统卫星上的小型冷原子钟. 该项目称为 HORACE 计划[89]. 该冷原子钟的物理结构有点独特,如图 8-17 所示. 冷原子的产生及与微波相互作用双重任务都在一个石英球泡里完成. 所以,泡外裹以铜片,使泡成为微波谐振腔(其尺寸由 9192 MHz 铯原子的钟跃迁频率决定,

直径为 40 mm,铯跃迁波长为 32.6 mm),两条微波天线馈入微波信号;铜片经过光学抛光,使泡内形成各向同性的漫射光冷却机制(见 4.2.3 小节),冷却光由 6 条多模光纤引入,使泡内约有 10^8 个原子冷却到 2 μK 左右. 获得冷原子后即关闭冷却光,原子团扩散,并在重力作用下下落. 此时,供给双微波脉冲,对冷原子进行两次作用完成钟跃迁,然后在检测区检测经过跃迁的原子的飞行时间信号(即钟信号). 由于本次冷却的部分原子还在泡中,下次还可被冷却而再次利用,这样冷却循环的时间可以缩短. 在地面试验中他们用 50 ms 的探询时间,得到了 Ramsey 谱线中央线宽为 9 Hz. 预期地面稳定度将达 $1\times10^{-13}\tau^{-1/2}$,空间稳定度可达 $7\times10^{-14}\tau^{-1/2}$. 美国也有在全球定位卫星上装载冷原子钟的计划,图 8-18 是一种设想[90]. NIST 小组还拟用低速强原子源代替通常磁光阱以快速获得冷原子团.

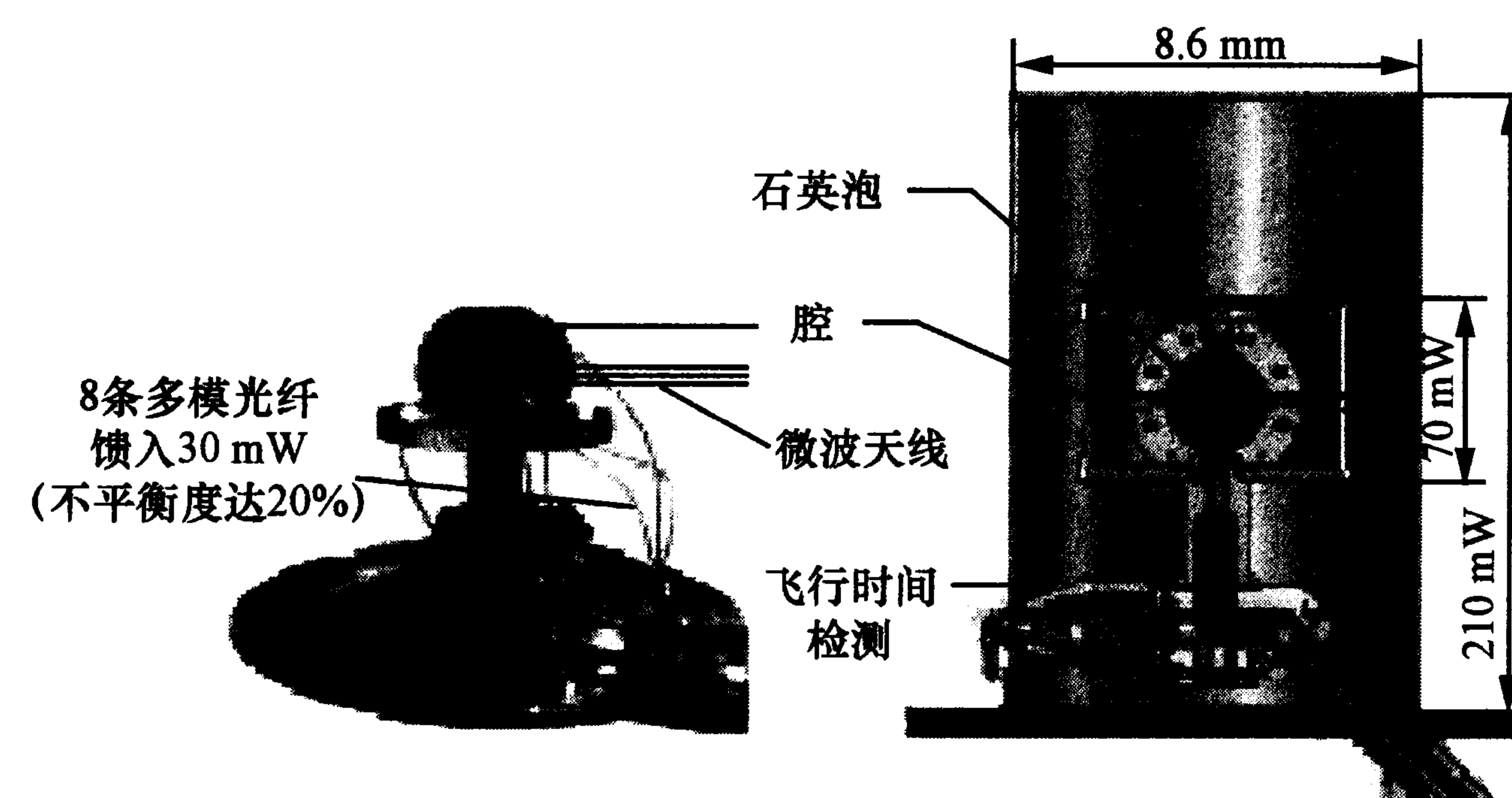


图 8-17 法国 HORACE 空间冷原子钟物理部分的结构

空间冷原子钟的关键是如何在微重力环境下使原子作喷泉式运动,把腔相位差频移减至最小,发挥地面喷泉钟的优势. 显然,除法国小组的方案外,上述采用两个不同位置两次作用的"U"形腔等方案,都没有解决这个问题. 上海光机所王育竹小组提出了利用原子不动,微波谐振腔作机械运动的方法试图解决这个问题[91]. 但如何保持机械运动的稳定性和克服微重力下原子团位移引起的

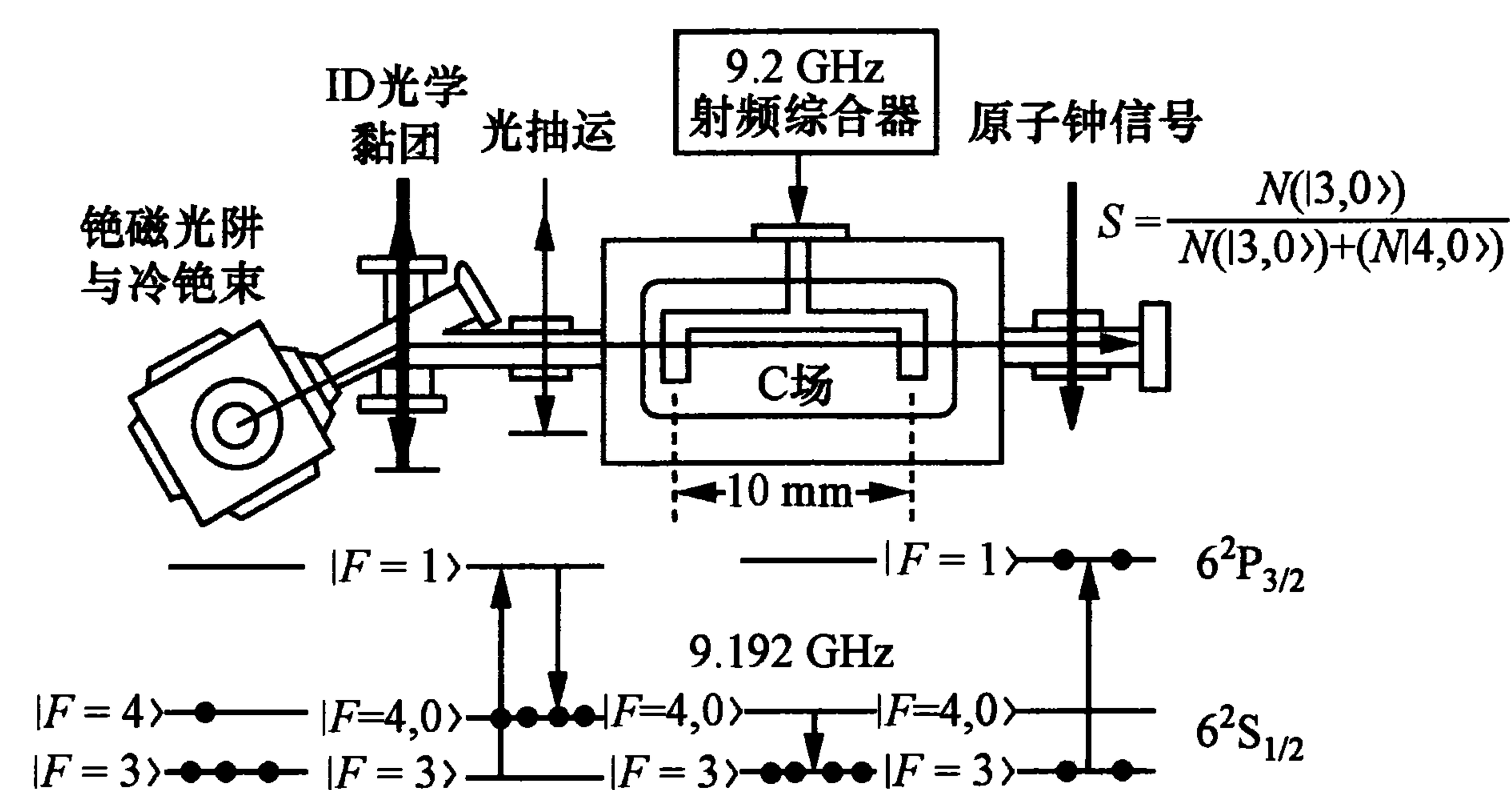


图 8-18 美国拟开发的空间冷原子钟物理结构

附加腔相位差频移，是一个新的挑战.

8.2.2 冷原子光钟

近年来，光钟成为科学界的热门话题. 原子钟的准确度和稳定度这两个基本性能指标都是相对值，分别表示测量不确定度和一定测量取样时间频率变化与标称频率之比. 显然，如果能使两个指标分式中分子的数值保持不变，则这两个指标都将随标称频率(分母)的提高而提高. 而且，根据测量不确定性原理的式(8.1.1)，$\Delta\nu\tau\approx1$(这里 $\Delta\nu$ 为频率测量不确定度，τ 为测量时间)，为得到同样的测量准确度，使用高频率做标准要比低频率可以节省大量时间. 因此研制光频标(或光钟)，把标称频率从微波上升到光频，提高约四个数量级，自然具有很大吸引力，早就为时间频率计量界所重视. 从 20 世纪 70 年代以来，人们已进行了多方面的探索. 要实现光频标，需要解决两方面的问题[2,92,93]：(1) 要有非常稳定、准确的参考谱线，即有对环境影响相对不敏感、中心频率十分确定、线宽很窄的原子跃迁谱线，使光频率(当然，需要用频谱极纯、线宽极窄、频率很稳的激光器产生)能锁定在原子谱线上. (2) 要能使标准光频率简便地、不失其稳定性地传递到任意频率，以进行频率测量. 前者就是要求原子谱线有很高的品质(即 Q 值). $Q_l=\nu_0/\Delta\nu$(ν_0是谱线中心频率，$\Delta\nu$ 是线宽)，且其跃迁频率不易受各种物理因素干扰而移动. 后者则要拥有一种相对简易的光频频率综合和测量链. 原子强共振谱线的频率一般在 $10^{14}\sim10^{15}$ Hz，线宽为几十兆赫，则 $Q_l\approx10^7\sim10^8$，这比微波没有什么优势. 激光冷却原子方法发明后，谱线增宽的主要因素(多普勒效应和碰撞效应)都可被克服或减弱，极大地缓解了选择谱线的问题. 但一般谱线的自然线宽还太大，在几兆赫数量级. 利用自然线宽仅 $10^{-1}\sim10^2$ Hz 数量级的禁阻跃迁可提供较为广泛的选择可能性. 这样，谱线 Q_l 值就可达到 $10^{14}\sim10^{15}$数量级. 至于光频测量链，在 20 世纪末以前，全世界只有极少数实验室得以建立，因为它需要几台不同频率的激光器互相锁相或锁频，从微波接力到可见光频率，设备庞大，运行不便. 但在世纪转折的这几年中，它有了革命性的进展，利用飞秒脉冲激光形成的宽频带光梳，可以把光频与微波频率直接联系起来，从而解决了简易、准确地进行光频测量或从光频到射频连接的难题[94~96]；测量设备紧凑，可以放在桌面上，测量的准确度已可达到 10^{-19}数量级[97]. 这个问题的解决极大地推动了光频标的发展.

极窄高稳光谱线一般由储存在离子阱中激光冷却的单离子产生，或由激光冷却和陷俘的中性原子提供. 关于单离子激光冷却问题，详情可参阅文献(如文献[98])，这里不细说. 简单说来，囚禁在电磁阱中的离子在阱势作用下不停地振动，振动频率是量子化的，可为其基频 ν 的整数倍 $n\nu$. 离子的电子跃迁频率为 ω_0，振动对电子跃迁频率的调制使离子的吸收或发射频率可为 $\omega=\omega_0+(m-n)\nu$ (m,n 为振动量子数)，一般 $\nu\ll\omega$. 于是，形成了离子吸收或发射谱的振动边带. 若激发离子振动边带的激励光频率低于 ω_0，而自发辐射的光频率则是正、负边带均匀分布的，离子损失的能量就会大于吸收能量，离子就会被冷却. 这就是离子边带冷却的机理. 可见，这是一种特殊的多普勒冷却. 图 8-19 描述一种适用于单离子的有效边带冷却的情况；此时离子振动频率 $\nu\gg\gamma$(离子冷却光跃迁的谱线宽度)，离子运动范围小于冷却光波长 $\lambda/2\pi=c/\omega$(称为 Lamb-Dicke 极限，可有效消除一级多普勒效应；见 2.5.2 小节)，

边带谱线强度小于中心频率 ω_0 的强度(图中振动频率以 ω_v 表示)[99]. 当冷却激光频率置于负边带上时,离子吸收光能量比自发辐射时全边带发射的光能量低,就可有效实现强的边带冷却. 经过这样冷却的离子谱线极窄,冷却极限可使离子处于振动基态,达到 $n=0$(只剩下零点振动能),实验也证实了这一点[100]. 表 8-4 汇集了经多年研究比较成熟的可用于光钟的几种离子的数据.

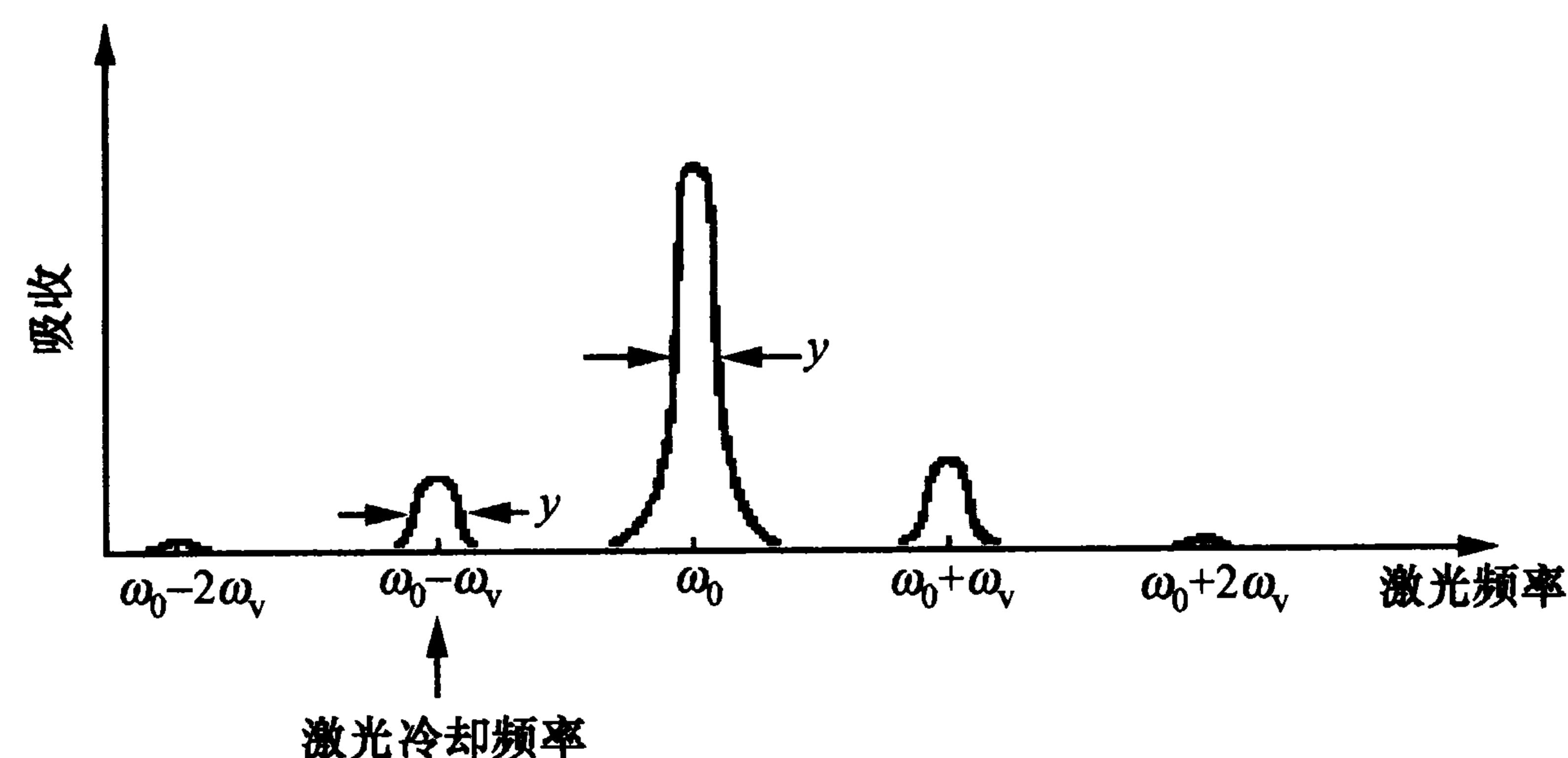


图 8-19　离子阱中离子的激光边带冷却

现在,用汞离子做成的光钟已达到 9.1×10^{-16}的空前准确度,测得$^{199}Hg^+$的钟跃迁频率为

$$1\,064\,721\,609\,899\,144.94(97)\ \text{Hz},$$

有 18 位有效数字[101].

表 8-4　几种储存离子钟跃迁谱线的线宽及现有最佳测量值的不确定性[92]

离子	钟跃迁	λ/nm	理论线宽 /Hz	实验线宽 /Hz	不确定性 /Hz	文献
$^{199}Hg^+$	$^2S_{1/2}$—$^2D_{5/2}$	282	1.7	6.5	0.97	[101]
$^{171}Yb^+$	$^2S_{1/2}$—$^2D_{3/2}$	435.5	3.1	10	6	[102,103]
$^{88}Sr^+$	$^2S_{1/2}$—$^2D_{5/2}$	674	0.4	70	1.5	[104]
$^{40}Ca^+$	$^2S_{1/2}$—$^2D_{5/2}$	729	0.2	1000	—	—
$^{115}In^+$	$^1S_0$—$^3P_0$	236	0.8	170	230	[105]
$^{171}Yb^+$	$^2S_{1/2}$—$^2F_{1/2}$	467	$\sim n$	180	600	[106]
$^{27}Al^+$	$^1S_0$—$^3P_0$	267	0.0005	—	—	—

对中性原子光钟,目前研究得较多的主要是碱土金属的一些

原子(如镁、钙、锶等),此外还有镱、银和氢等. 与微波频标相比,它们的优势不仅在于谱线 Q 值高,而且跃迁原子数多,因而稳定度好. 研究得较深入的有钙原子,主要是美国 NIST 和德国 PTB 的工作. 图 8-20(a)描述 NIST 的钙冷原子钟的结构[93]. 气体原子先在磁光阱中俘获和冷却. 第一级冷却用波长为 423 nm 的$^1S_0$—$^1P_1$跃迁(见图 6-29,线宽为 35 MHz),磁光阱可在 15 ms 内获得多于10^7个温度为 2 mK 的冷原子. 钟跃迁使用波长为 657 nm 的$^1S_0$—$^3P_1$ 组间跃迁,其自然线宽约为 400 Hz. 为了进一步降低温度,他们采用了 6.6.2 小节所述的二级猝灭冷却的方法,使用的是波长为 552 nm 的$^3P_1$—$4s5s\,^1S_0$的组间跃迁,装置是一个阱深较浅的 MOT. 这样,在 7 ms 时间内原子温度可从 2 mK 降低到 10 μK. 然后关闭冷却激光,以免它们对钟跃迁信号产生严重的交流斯塔克和塞曼效应. 此后用两对传播方向相反、脉冲时间为 3 μs、间隔约为 330 μs 的"探询"光脉冲组成 Bordé-Ramsey 检测系统(见§ 8.3)进行检测. 为了能检测到在激励光作用下部分从$^1S_0$态激发到$^3P_1$的原子,采用了 6.6.2 小节所说的搁置检测法,实质上就是用 423 nm 的共振荧光检测基态$^1S_0$态原子的减少,来代替以微弱的 657 nm 荧光来检测$^3P_1$态的原子数,得到如图 8-20(b)所示的 Ramsey 信号,其分辨率可达 200 Hz(一般情况下使用 770 Hz). 图中的 Ramsey 曲线是在低分辨率(11.5 kHz)时得到的. 为了得到

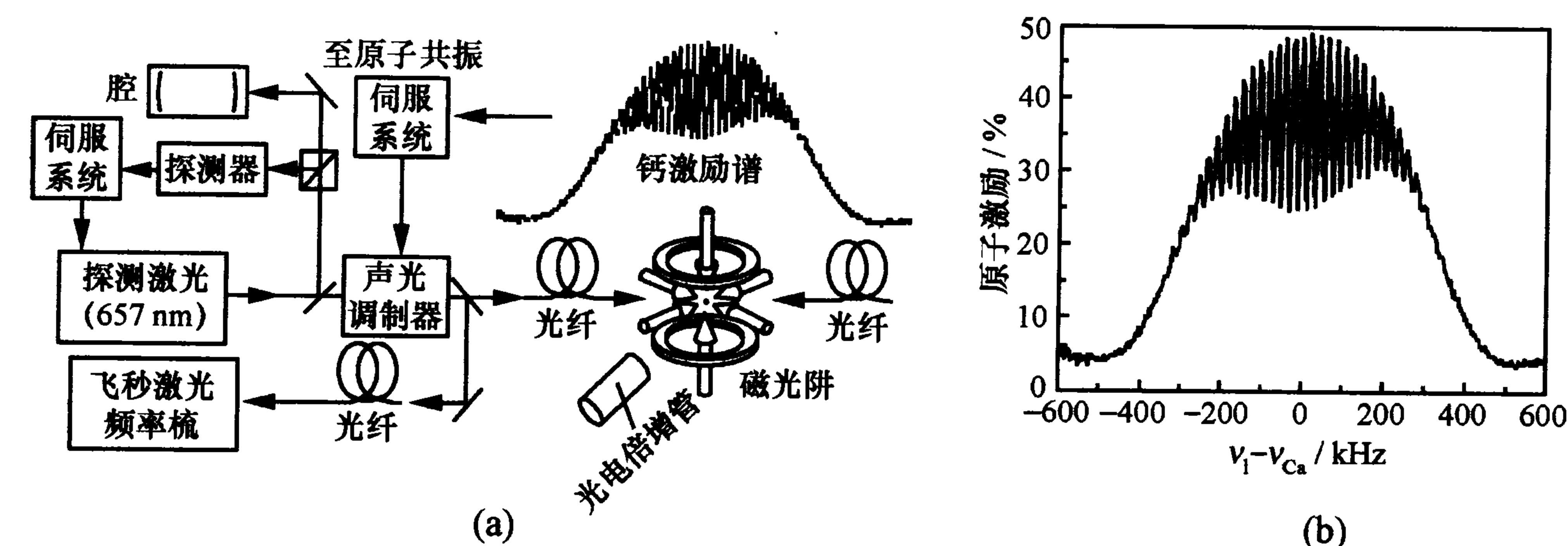


图 8-20　钙冷原子钟的结构(a)和光学 Ramsey 信号的图样(b)

高的分辨率，激光器线宽要压缩到几赫.为此，他们把激光频率锁定在一个高稳定的法布里-珀罗光学腔上.图中的线宽是由作用时间限制的，即由傅里叶变换($\Delta\nu\tau\approx 1$，$\Delta\nu$ 是线宽，τ 是相互作用时间)引起的，称为傅里叶变换极限.用这个 Ramsey 信号的中心频率控制钟跃迁探测光频率，就得到了光钟；将其频率与其他原子钟比较，测得秒稳定度为 4×10^{-15}[107]，其中心频率(456 THz)的测量不确定度仅为 3.3 Hz，相对不确定度为 7.5×10^{-15}[108].PTB 也得到类似结果，测量的不确定性为 6 Hz[103]，与 NIST 符合很好.系统误差主要由残余多普勒效应、黑体辐射频移等引起.

用钙原子虽然得到了很好的结果，但还有进一步提高的余地，主要是：(1) 400 Hz 的自然线宽还嫌太大；(2) 充分利用窄线宽的优势来延长探询相互作用时间，缩小钟跃迁信号的线宽.为此，人们还在积极寻找其他可用做光钟的原子谱线，并多方探索延长相互作用时间的方法.表 8-5 收集了若干光钟候选原子谱线的相关数据，但目前很难下结论，哪一种原子最有前途.此外，实验技术的改进(像光学平台的稳定性、激光器及光束质量等)也十分重要.

表 8-5　若干冷原子光钟候选谱线的性能参数[92]

原子	跃迁	波长/nm	实测频率及其误差/Hz	理论线宽	实验线宽	实验室/文献
^{1}H	1S—2S(双光子)	243	2 466 061 413 187 103(46)	1.3 Hz	—	MPQ/[85]
^{24}Mg	$^1S_0$—$^3P_1$	457	—	30 Hz	—	
^{40}Ca	$^1S_0$—$^3P_1$	657	455 986 240 494 148±6(3.3)	400 Hz	700 Hz	PTB/[103]，NIST/[108]
^{88}Sr	$^1S_0$—$^3P_1$	689	434 829 121 312 334±33*	7.6 kHz	14.5 kHz	JILA
^{87}Sr	$^1S_0$—$^3P_0$	698	429 228 004 229 952(15)	1 mHz	27 Hz	东京大学，JILA，SYRTE，PTB[109]
^{174}Yb	$^1S_0$—$^3P_0$	578	—	$Q_l>10^{14}$	—	NIST/[108]
Ag	$^1S_0$—$^2P_{5/2}$(双光子)	661	—	0.8 Hz	1000 Hz	—

*：该数字为系统不确定度，此外还应包括±20 Hz 的统计误差.

特别值得一提的是，锶原子波长为 698 nm 的 $^1S_0(F=9/2)$—$^3P_0(F=9/2)$跃迁线.该线属于 $J=0\rightarrow J=0$ 的严格禁阻跃迁线，

但由于锶原子有核磁矩为 $I=9/2$，使$^3P_0$态与$^{1,2}P_0$态发生超精细结构混杂，从而允许有一定的电偶极跃迁概率，使$^3P_0$具有理论能级寿命 160 s，线宽仅为 1 mHz[109,110].为了发挥这样窄的自然线宽的优势，必须完全克服谱线的多普勒增宽和碰撞增宽等因素.因为即使原子冷却到 100 nK，如果采用原子喷泉那样的方法来进行钟跃迁探测，则在经历 1 m 左右高的喷泉运行，耗时约 1 s 后，原子将扩散几毫米.这在钟跃迁探测光场中会造成严重的多普勒增宽和频移，从而掩盖了窄自然线宽的优点.当然，这里喷泉的优势也完全消失，因为约 1 s 的 Ramsey 相互作用时间就使相应的傅里叶线宽极限就达到 1 Hz(远超过自然线宽).为了充分利用其窄谱线的优点，延长钟跃迁的探询时间，Katori 提出了用光格点(见 7.2.3 小节)的方法[111].

光格点实际上就是一系列按周期排列的微光阱.由于格点间距只有陷俘光的半波长，原子运动就局限在 $\lambda/2$ 的范围.根据 2.5.2 小节的论证，这符合 Lamb-Dicke 条件(考虑到原子在光阱中会作振动，满足 Lamb-Dicke 条件还要求振动频率 $\nu\gg\Gamma/2\pi$，如同离子阱的状况)，因此一级多普勒效应可以消除，谱线不会发生多普勒增宽.这样就可以对囚禁在光格点中的原子进行长时间的钟跃迁探测.Katori 等人首先用^{88}Sr 原子(该原子的能级和冷却的详情见 6.6.1 小节)作了实验.他们用远离共振的约 800 nm 波长的一维驻波光组成的光阱形成光格点.当原子在 689 nm 的$^1S_0$—$^3P_1$ 跃迁上俘获与冷却到约 1 μK 时，便把它们装载到一维光格点中，被长时间陷俘住.这里不仅消除了一级多普勒频移，还消除了光子反冲频移[112].

但是使用光格点还存在两个问题：(1) 光格点中的原子还会产生严重的碰撞频移，这里包括源于同一格点内和格点间原子之间的偶极-偶极相互作用，其作用距离可长达共振跃迁光波长 $\lambda/2\pi$；(2) 即使光格点的陷俘光远离原子共振，还会使钟跃迁能级产生光位移，从而造成钟跃迁频移.

对于问题(1),最好的解决方法是每一个占有原子的格点里只有一个原子,这样当然可使原子间的相互作用降到最弱.不过如何做到使占有原子的格点只有一个原子,还不是一个易解决的问题.这里要注意,光格点中原子的平均间距实际上比喷泉中的原子平均间距小得多,所以碰撞问题是不能忽视的.不过,对^{88}Sr 原子$^1S_0$—$^3P_1$跃迁的实验表明,它的碰撞频移要比铯原子的碰撞频移小得多,仅为其 1/250[113].这在一定程度上缓解了一些矛盾.另外,还可适当调节光格点参数,使格点之间的距离拉开一些,达到大于钟跃迁波长 $\lambda/2\pi$ 的偶极-偶极共振相互作用的大小[92].

至于问题(2),从 2.5.3 小节知道,一个能级的光位移是在光作用下与所有允许跃迁的上能级的共同作用的结果(见(2.5.26)式).在一定波长的光的作用下,对钟跃迁上、下能级的位移分别进行计算,可以找到一种称为"魔波长"的光[114].在这种光的作用下,上、下二能级的位移相同,因而钟跃迁频率不会受光格点陷俘光强度变化的影响.Katori 等人首先在^{88}Sr 原子中找到了 800 nm 附近的这种魔波长[112,115].后来,他们的工作转向线宽更窄的^{87}Sr 原子,并建议用它来做光钟.图 8-21 显示^{87}Sr 原子的 $5s^2\ ^1S_0(F=9/2)\to$ $5s5p\ ^3P_0(F=9/2)$钟跃迁能级在不同波长光格点陷俘光作用下的

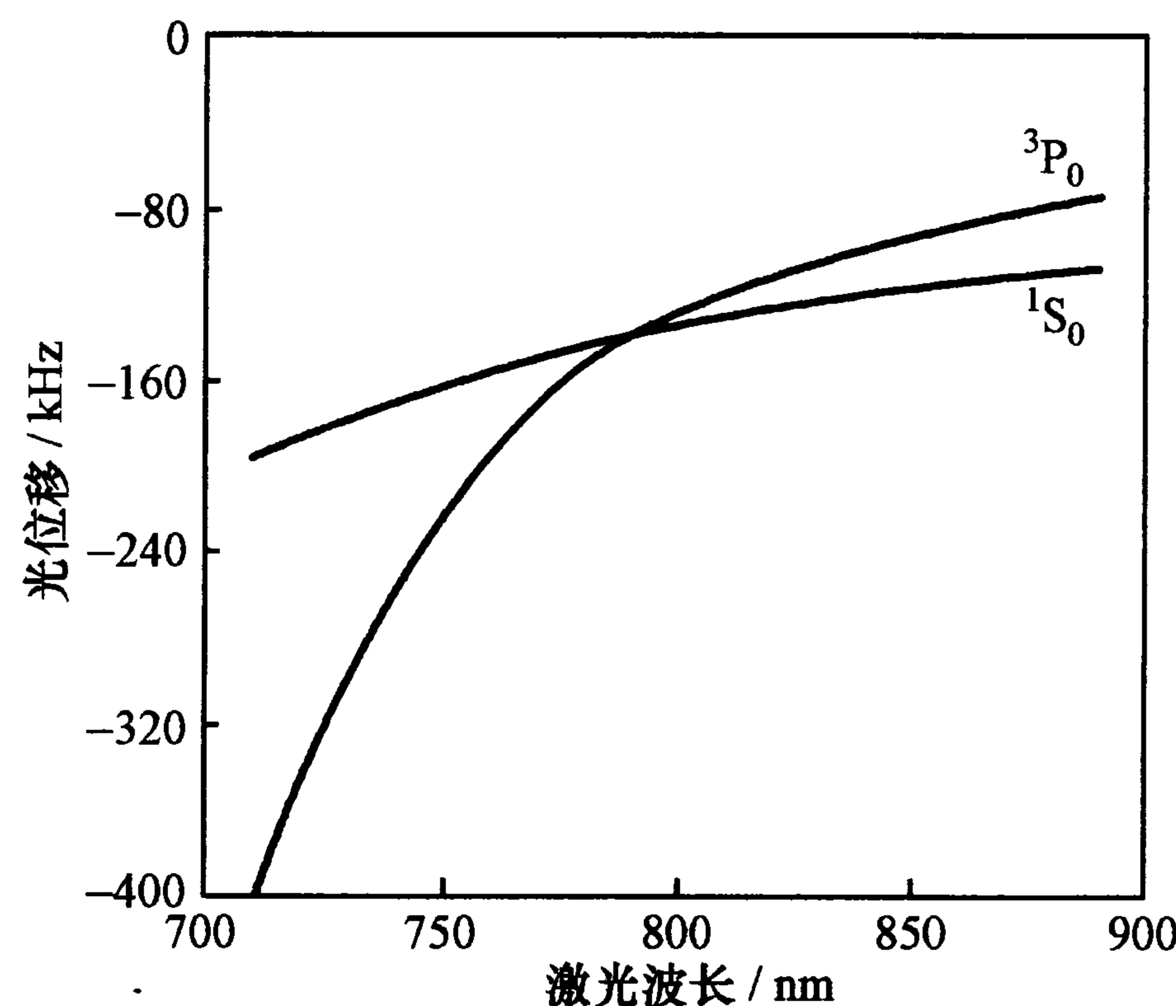


图 8-21 ^{87}Sr 的$^1S_0$,$^3P_1$能级光位移与陷俘光波长的关系[114]

能级位移.可见,在 800 nm 附近的光作用下,这两个能级的光位移相等[114].图 8-22 画出了相关能级.在 800 nm 附近的光作用下,$^1S_0$能级对所有上能级都是负失谐的,光位移随作用光波长的增长而增大,而$^3P_0$能级对上能级的失谐有正有负(对$^3D_1$能级为正;对$^3S_1$能级为负),其频移可以用波长调节.对锶原子钟跃迁的更细致的研究表明,魔波长的值是(813.5±0.9) nm[110],后来又得到精确值 813.420(7) nm[109].

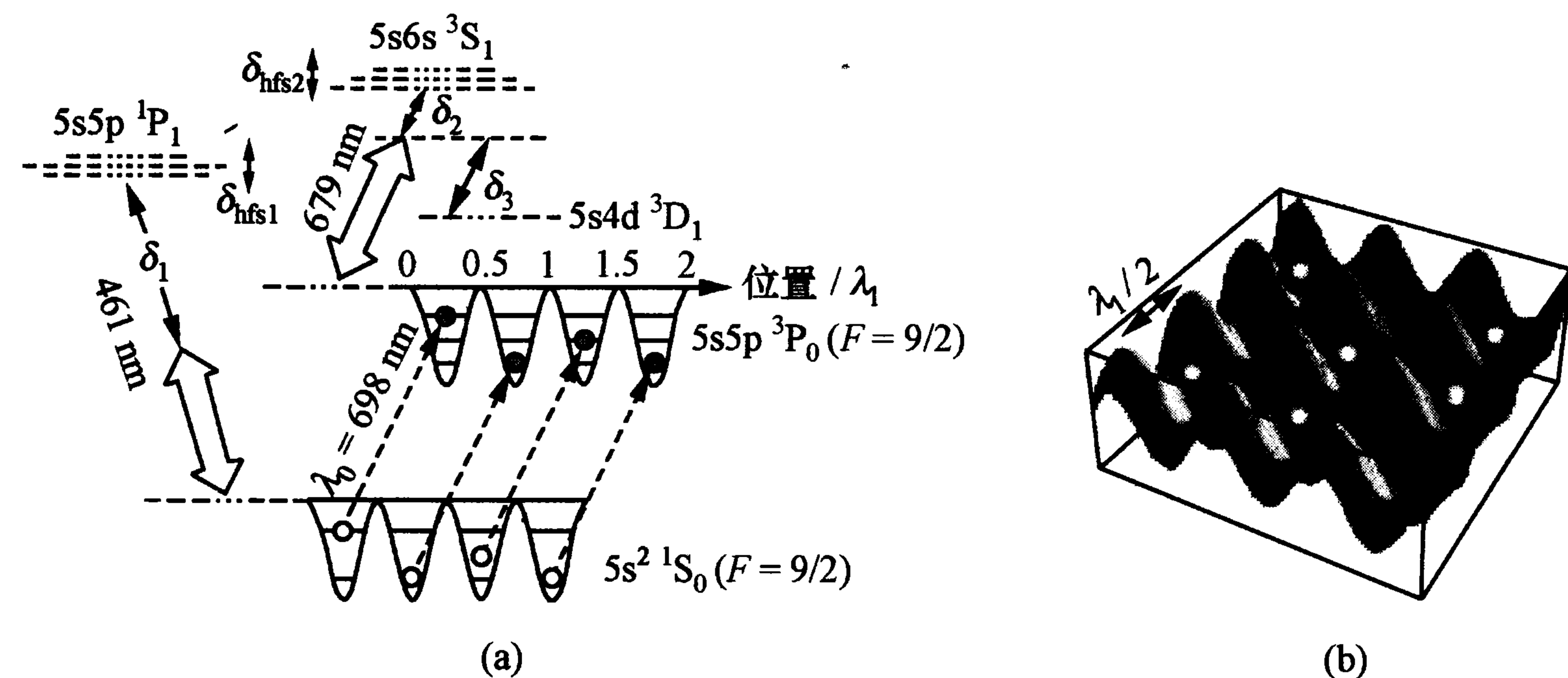


图 8-22 ^{87}Sr 光格点及相关能级[115]

图 8-23 显示了^{87}Sr 一维光格点钟的实验装置[109].图中第 I 部分表示冷原子制备和钟跃迁探测部分;第 II 部分表示用飞秒光梳对钟跃迁频率的精确测量.原子首先陷俘和冷却在$^1S_0\to{}^3P_0$跃迁,约 10^4个原子冷却到 2 μK 时,装载到由钛宝石激光产生的、波长为 813.4 nm、阱深为 20 μK 的一维光格点中.钟跃迁探询光的波长为 698 nm,线宽为 10 Hz;它与光格点陷俘光用同一光纤输入,其波矢方向保持与光轴相同,且为严格的线偏振光;该光作用于光格点微阱中原子的同一振动态 $n(|^1S_0\rangle\otimes|n\rangle\to|^3P_0\rangle\otimes|n\rangle)$.这样,在光轴方向上一维阱势满足 Lamb-Dicke 条件.光格点区施加小磁场(22.5 mG)以保证 $\Delta m=0$ 的钟跃迁得以分开.钟跃迁的检测采用搁置检测法,以效率接近 1 的$^1S_0$—$^1P_1$共振循环跃迁来检测.实验进一步精确测定了"魔波长"的数值,即 813.420(7) nm.

在该波长下，钟跃迁光频移的不确定度为 4 Hz. 在使用探询周期为 1 s、探询作用时间为 40 ms 情况下，得到的钟跃迁信号的线宽为 27 Hz，测得的跃迁频率为 429 228 004 229 952 (15) Hz. 这个结果与 SYRTE 的结果相符，但后者的误差(20 kHz)要大得多[116]. 测量不确定度主要来自：(1) 一级塞曼频移，这可用改善磁屏蔽，减小直流磁场来解决. (2) 频率测量误差. (3) 剩余光频移. (4) 碰撞频移，在该一维光格点实验中一个格点内有许多原子；而在未来三维光格点中这项误差可大大缩小[111]. 实验中钟跃迁信号的信噪比主要受限于每次循环中原子数的涨落，得到的稳定度为 10^{-14}/s. 采用归一化测量、降低激光线宽等措施后，有望得到量子投影噪声极限决定的稳定度

$$\sigma_y(\tau) \approx 10^{-18}/\tau^{1/2}.$$

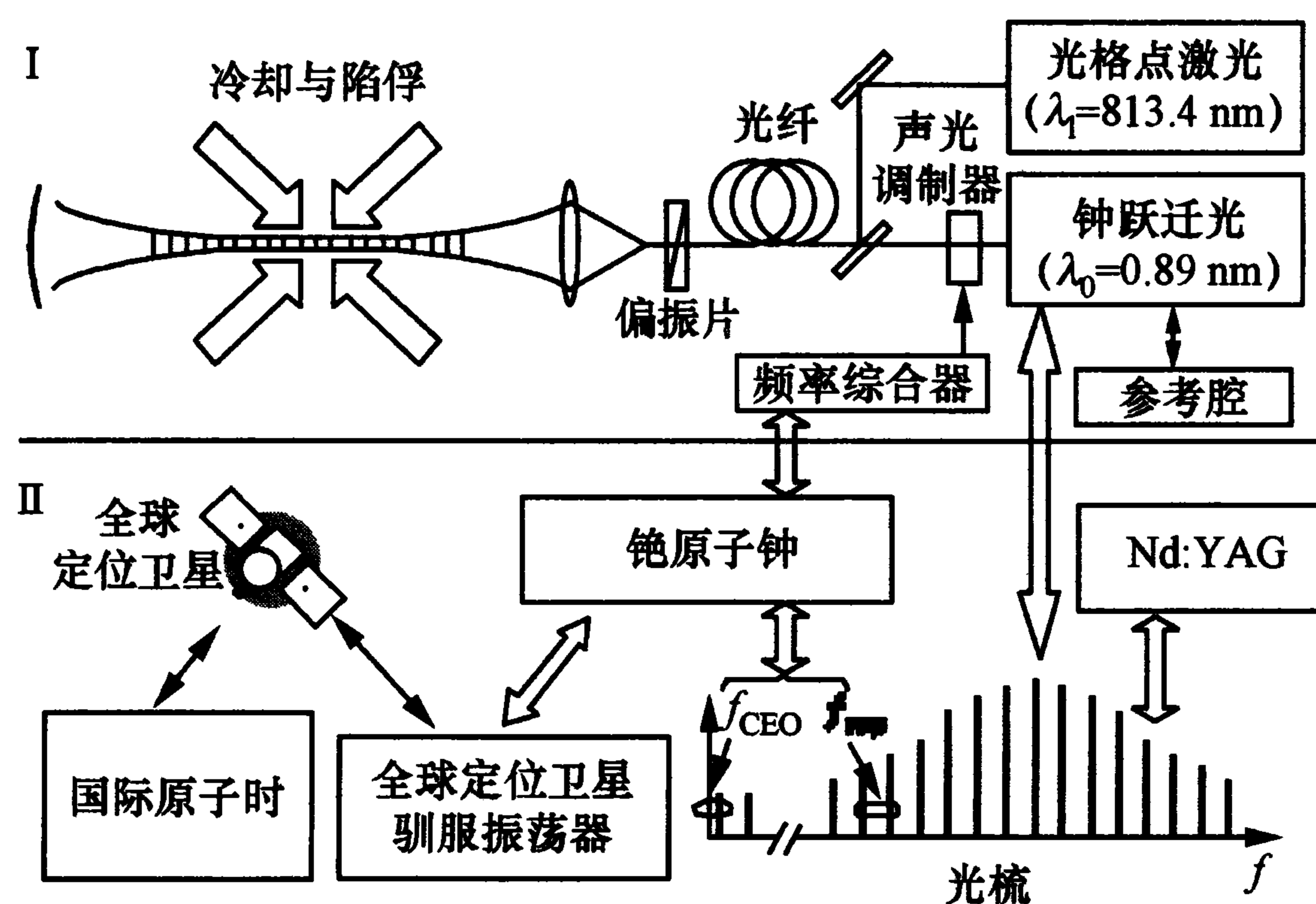


图 8-23　Katori 小组的^{87}Sr 一维光格点原子钟的结构

光格点原子光钟方案还可应用于具有 $J=0\rightarrow J=0$ 跃迁的其他碱土金属和两个价电子的原子，如^{43}Ca，^{171}Yb 和^{199}Hg 等. 它们之间的频率比较对检验精细结构常数的变异是很有意义的. 这些不同原子钟的频率比对可达到 10^{-18}的精度. 目前，^{171}Yb，^{173}Yb 的 $6^1S_0—6^3P_0$ 跃迁已被建议用做光钟，光格点的"魔波长"为 752 nm[117]. 但是这种带有较大核磁矩的奇数同位素原子往往有较大的塞曼频移，纯粹的钟跃迁能级也不易制备. 所以后来又有使用偶数同位素(如^{88}Sr 和^{174}Yb)做光钟的建议[113,118]. 美国 NIST 已在利用^{174}Yb 偶数同位素做光格点光钟，期望用这种原子做出准确度达 10^{-18}的光钟来.

与用单离子储存相比，用中性原子光格点做光钟的好处是原子数多. 由于标准频率稳定度与 $N_{at}^{-1/2}$成正比，这就大大有利于光钟的性能.

光钟的潜力远大于微波原子钟，如能顺利实现，将来有可能用光钟频率来取代铯原子基态超精细跃迁确定的"秒"定义. 不过，目前从总体上看，光钟还不够成熟，而日常科学技术工作对光钟的需求也还不到要替代微波钟的时候，因此用光频率基准取代铯原子基准不是短期内能实现的. 但光钟的科学意义已十分显著.

除上述各类冷原子钟外，另一些微波冷原子钟方案也被提出过，但特色不大，这里不赘述.

§ 8.3　原子干涉仪

8.3.1　原子干涉现象概述

正像我们在水波和光波中看到的，干涉现象是波动性的一种特有表现. 当两列频率和偏振相同的波相遇时，根据其相位关系的不同，可能发生振幅叠加或消减的效果，产生干涉花纹. 物质可以波动的形式存在，因此也会产生干涉现象. 早在 1927 年，Davisson，Germer 和 Thomson 分别在单晶和多晶上观察到了电子衍射和干涉现象；1936 年又发现了中子衍射现象，后来发展出了中子干涉仪[119]. 现在，对电子、中子的衍射和干涉的研究已经成熟，为物理学基础和物质结构的研究作出了贡献. 但是，通常原子的物质波波长太短(一般只有 0.1～1 Å)，连波动现象都难以在实验上观察到，作为物质波表现的原子干涉现象就更不易见到了. 不

过，从 20 世纪 70 年代以来，原子干涉现象逐渐被发现. 它们是在高定向的原子束这种具有特殊运动状态的原子中观察到的. 因为原子束中的原子横向动量极小，从而给我们提供了观察物质波某些表现的可能(详见文献[120]). 由于原子具有内部结构和能级，并且具有质量，干涉现象还受到能级跃迁、惯性及重力的重要影响，这使原子干涉呈现出远比光子或电子与中子干涉更丰富的内容. §8.2 中讨论原子钟时我们曾见过的原子跃迁中的 Ramsey 花样，实质上就是原子德布罗意波干涉的一种特殊表现[121]. 激光冷却可使原子达到很低的动能，其德布罗意波长远大于通常情况下原子的线度，甚至达到光波波长的程度，从而使物质波及其干涉现象成为更广泛的物理实验的对象. 尤其是在稀薄气体中玻色-爱因斯坦凝聚实现和原子激射器诞生以后，物质波干涉现象的研究更为热烈和深入. 这不仅扩展了人类对自然界及其规律的了解，而且产生了许多利用原子干涉现象作为技术应用的工具. 用原子干涉现象做成的原子干涉仪可以精密测量物理常数(如精细结构常数)，探索中性原子的电荷、“第五种力”①的存在等自然现象，检验量子力学和广义相对论等基本物理理论. 由于原子具有质量，原子干涉仪作为灵敏的惯性传感器，可以精确测量加速度、引力常数、重力加速度差等，从而在导航、探矿、大地勘察、地震预报、环境监察等方面有重要应用[122,123].

干涉现象源于在观察点上性质相同的两列波叠加时的相位关系：相位相同时，振幅相加；相位相反时，振幅相消. 一般情况下，这取决于两者的相位差. 原子干涉现象就决定于原子物质波的相位. 什么是物质波的相位？量子力学用波函数描述原子性质时，往往忽略它的相位，因为在量子力学中相位不是一个可观测量，相位算符不是厄米算符；而实际可观测的主要是确定原子存在概率的

① “第五种力”是指目前物理学上已经有清楚认识的引力、电磁力、弱相互作用力和强相互作用力之外的未知的相互作用力.

波函数振幅的复共轭平方值. 但是，相位在量子力学计算过程中还是起着重要的作用. 例如，在计算跃迁概率中，在分离场作用下跃迁概率的 Ramsey 花样被看成是原子干涉现象，就是这个原因. 像所有波动现象一样，物质波的相位 ϕ 也反映在波函数的指数上：$\Psi=\psi\exp(\mathrm{i}\phi)$，但在计算复共轭平方值时 ϕ 被消去. 对于沿 x 方向传播的物质波，在观察点上相位 ϕ 是波动所经过的路径 L 的积分[119,124]：

$$\phi=\int_L \boldsymbol{k}(x)\cdot\boldsymbol{e}_x\mathrm{d}x-\omega\mathrm{d}t, \tag{8.3.1}$$

这里 $\boldsymbol{k}$ 是波矢，ω 是振动的角频率. 对于物质波，波矢的大小 $k(x)$ 为

$$k(x)=\frac{1}{\hbar}\sqrt{2m[E-V(x)]}, \tag{8.3.2}$$

这里 E 是原子的总能量，V 是原子的相互作用势. 根据量子力学的德布罗意关系，物质波的动量与波矢、能量与角频率之间分别有下述关系：

$$\boldsymbol{p}=\hbar\boldsymbol{k},\quad E=\hbar\omega. \tag{8.3.3}$$

在量子力学中，动量和能量都可用算符表示. 这样，也可把相位写成算符的形式[124]，有

$$\phi=\frac{1}{\hbar}\int\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{e}_x\mathrm{d}x-H\mathrm{d}t, \tag{8.3.4}$$

这里动量 p 和能量 H 都是算符，H 就是哈密顿算符. 在上述 p 和 H 这两个量中，p 描述原子运动速度，可以看成是一个连续变量，是原子外部运动自由度的表征；而 H 则是量子化的，是原子内部运动自由度的体现. 因此，物质波的相位既反映了原子外部运动，也描述了内部状态. 而两列波的相位差则为

$$\Delta\phi=\phi_1-\phi_2. \tag{8.3.5}$$

所以两列波的相位差既可能是由于原子外部运动状况的不同，也可能是由于原子内部状态的不同. 造成原子干涉的相位差既可能

来自外部原因(如原子位置的变化),也可能来自内部状态不同(如相互作用的不同);还可能出于两者混合.这样,可以把式(8.3.5)写成

$$\Delta\phi = k\Delta x + \Delta\varphi, \tag{8.3.6}$$

这里等号右边的第一项表示原子位置不同引起的相位差,第二项代表内部状态不同引起的相位差.

正像狄拉克所指出的,光子只能跟其自身干涉.光波的干涉只能先通过双缝或光栅分离光束,再经过衍射或合束来形成.早期呈现物质波干涉现象的电子或中子干涉图像也是通过晶体衍射得到的.在原子干涉中也需要对原子的物质波进行分束,这里起分束作用的元件通常是纳米透射光栅,也可以是光,特别是驻波光束.光对原子的吸收或散射既使原子发生动量变化(从而还产生位置的变化),又会引起内部能量变化,即发生改变电子结构的能级跃迁.在光把动量传递给原子的情况下,由于光的动量是量子化(由一个个光子组成)的,这样,不仅原子的内部自由度,而且其外部自由度也可以是量子化的.光还会把自己的相位带给原子,使物质波改变相位,从而使原子干涉呈现出远比光、电子或中子干涉更复杂、更变化多端的 Ramsey 花样.

因原子位置不同而引起路径相位不同形成的物质波干涉仪称为外态干涉仪.典型的外态干涉仪的结构如图 8-24 所示[124].原子束经过准直,在用纳米技术制作的第一个透射光栅 G_1(实际上是

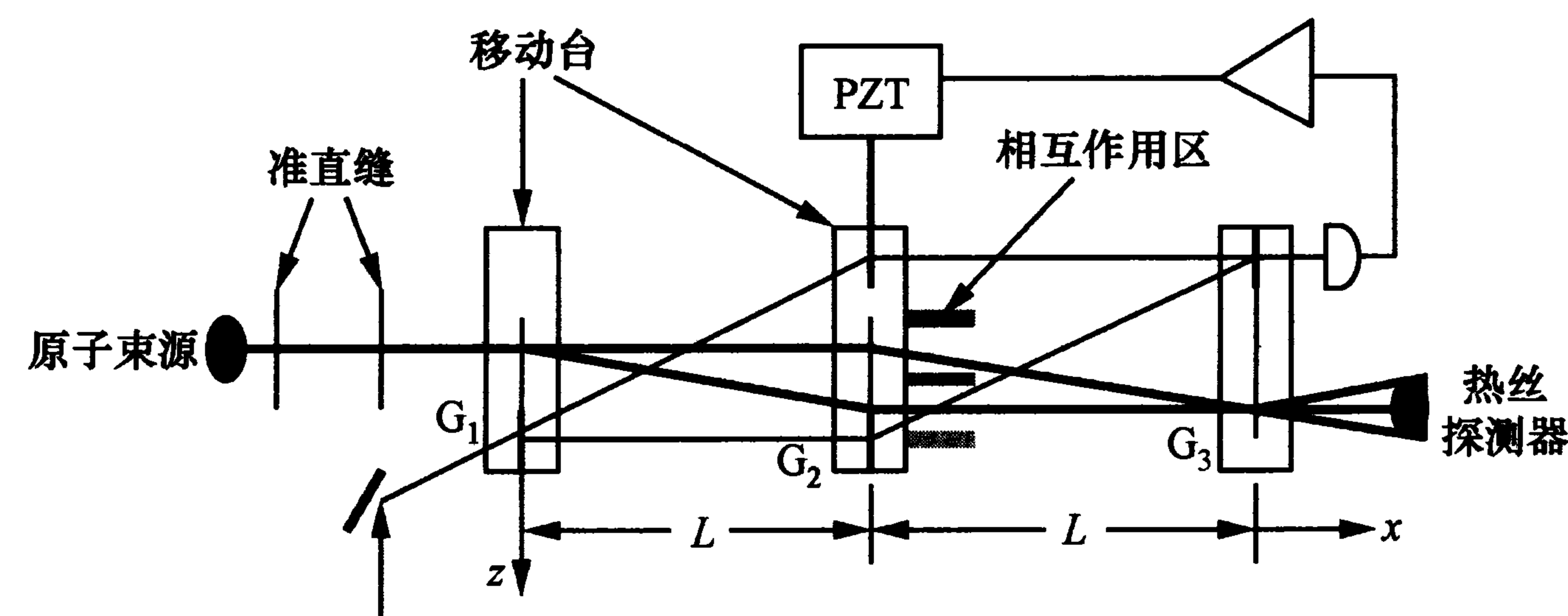


图 8-24 典型外态干涉仪的结构[124]

细丝组成的原子栅)处受到衍射,把 0,+1 级衍射波分开;经过距离 L 以后,在第二个光栅 G_2 处又发生一次衍射;其+1 和−1 级的衍射束又经过路程 L 而在第三个光栅 G_3 处会合.由于这两衍射分束在 z 方向的行进方向相反,在该处形成物质波驻波,其强度分布即代表干涉花纹,它决定于两条不同路径的相位差 $\Delta\phi$.由于每一衍射点上物质波的相位为 $\phi_i=kz_i(i=1,2,3)$,可以得到(见后面分析)[124]

$$\Delta\phi = \phi_1 - 2\phi_2 + \phi_3 = k_g(z_1 - 2z_2 + z_3), \tag{8.3.7}$$

其中 $k_g=2\pi/d_g$ 是栅格矢量,d_g 是栅格周期①.干涉花纹的强度为两路物质波的相干叠加,有

$$I = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\Delta\phi) = \langle I\rangle[1 + C\cos(\Delta\phi)], \tag{8.3.8}$$

这里 A_1,A_2 分别表示两路信号的幅度,C 是干涉花纹的对比度,其定义为

$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{2A_1A_2}{A_1^2 + A_2^2}. \tag{8.3.9}$$

第三个光栅是一个掩模.原子的强度分布可以通过后面的热丝探测器上得到,干涉花样见图 8-25,其对比度可达 50%.这台干涉仪与光学中的马赫-曾德尔(Mach-Zehnder)干涉仪的结构相同.

Pritchard 小组的上述干涉仪使用准直极好的超声束,对钠原子,纵向速度为 1000 m/s(德布罗意波长为 0.17 Å)、相距 87 cm、宽度为 20 μm 的两个准直缝给出的原子束发散角仅为 23 μrad,相当于横向速度为 2 cm/s(温度为 0.5 μK).用于物质波分束的纳米光栅的光栅周期为 200 nm,光栅之间的间距为 0.6 m.为了测量光

① 相位似乎应为 $kz=2\pi z/\lambda_{zdB}$,λ_{zdB} 为 z 方向的德布罗意波长,而不应是栅格周期.这是因为这里讨论的是经透射光栅衍射而得到的沿原子束横向传播的物质波,其一级衍射角为 $\theta=\lambda_{dB}/d_g$.θ 可近似地看成是物质波横向与衍射方向传播速度之比,即与两个方向的德布罗意波长成反比,$\theta=\lambda_{dB}/\lambda_{zdB}$.所以 $d_g=\lambda_{zdB}$.

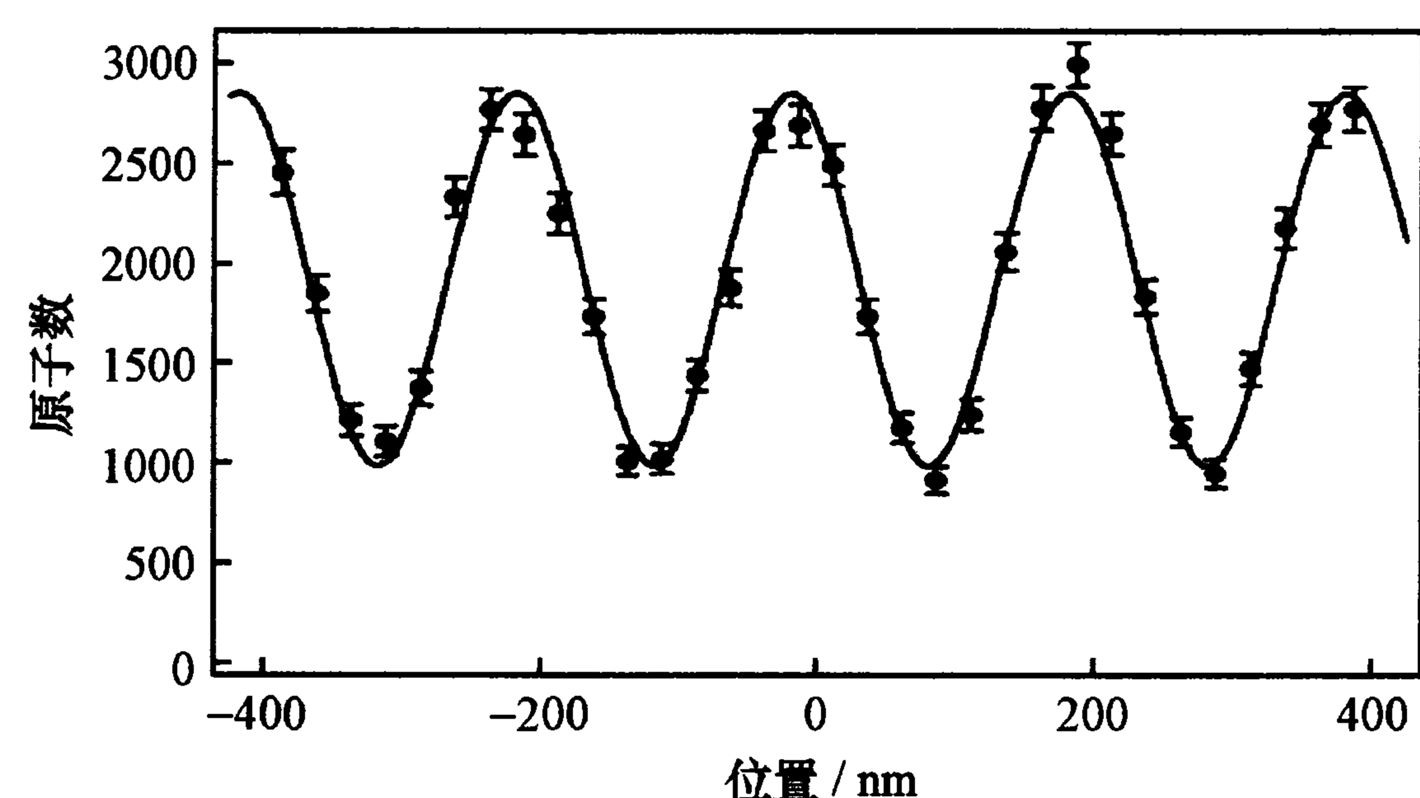


图 8-25　典型外态干涉仪的干涉花样

栅位置，还配置了同类的激光干涉仪（如图 8-24 中的细线所示）。他们用这样的干涉仪测量了钠原子和 Na_2分子的性质（如极化率等）。为此还引入了一个相互作用区（见图 8-24），可以改变某一路径上原子的性质，从而改变该路径的相位。纳米光栅制作不易，有的外态干涉仪的分束器用驻波光来代替，其光栅周期在 200～400 nm 左右。图 8-26 描述了一种用激光驻波形成的原子干涉仪[125]。外态干涉仪一般只用原子束技术，而不用激光冷却原子。

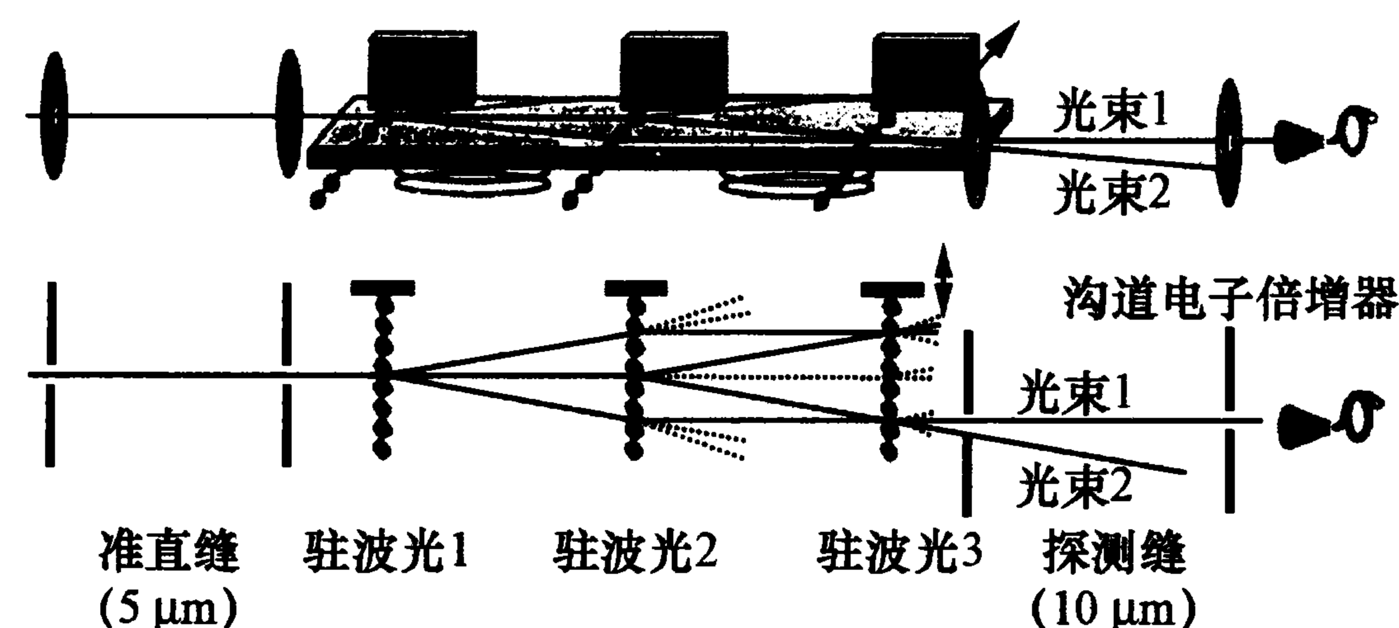


图 8-26　采用驻波光进行衍射的马赫-曾德尔原子干涉仪

在内态干涉仪中，物质波的分束常通过改变原子内部能态来进行，分束元件是激光。原子吸收（或发射）光子既改变了能态，又因得到（或反冲）光子动量而改变其运行轨迹。所以内态干涉仪实际上是内、外态变化混合的，式(8.3.6)等号右边两项可都不为零。图 8-27 显示了原子在行光波和驻光波作用下原子能态和物质波路径的变化[126]：在行光波作用下，原子吸收一个光子从基态转变为激发态，同时得到一个光子动量 $\hbar k$；而在驻光波作用下，原子吸收光子而激发，又在反方向光作用下受激发射而回到基态，在收发过程中得到两个光子动量 $2\hbar k$（其中一个为反冲动量）。内态干涉仪也可对一团静止的原子施加在时间上分离的光脉冲，以形成因作用光子的相位不同而各自演化的不同原子团，得到干涉图像。因此，内态干涉仪往往使用冷原子。本节将主要讨论利用冷原子的内态干涉仪，特别是两种典型：一是用分离场相互作用的 Ramsey-Bordé 型干涉仪；另一是用脉冲激光的拉曼干涉仪。

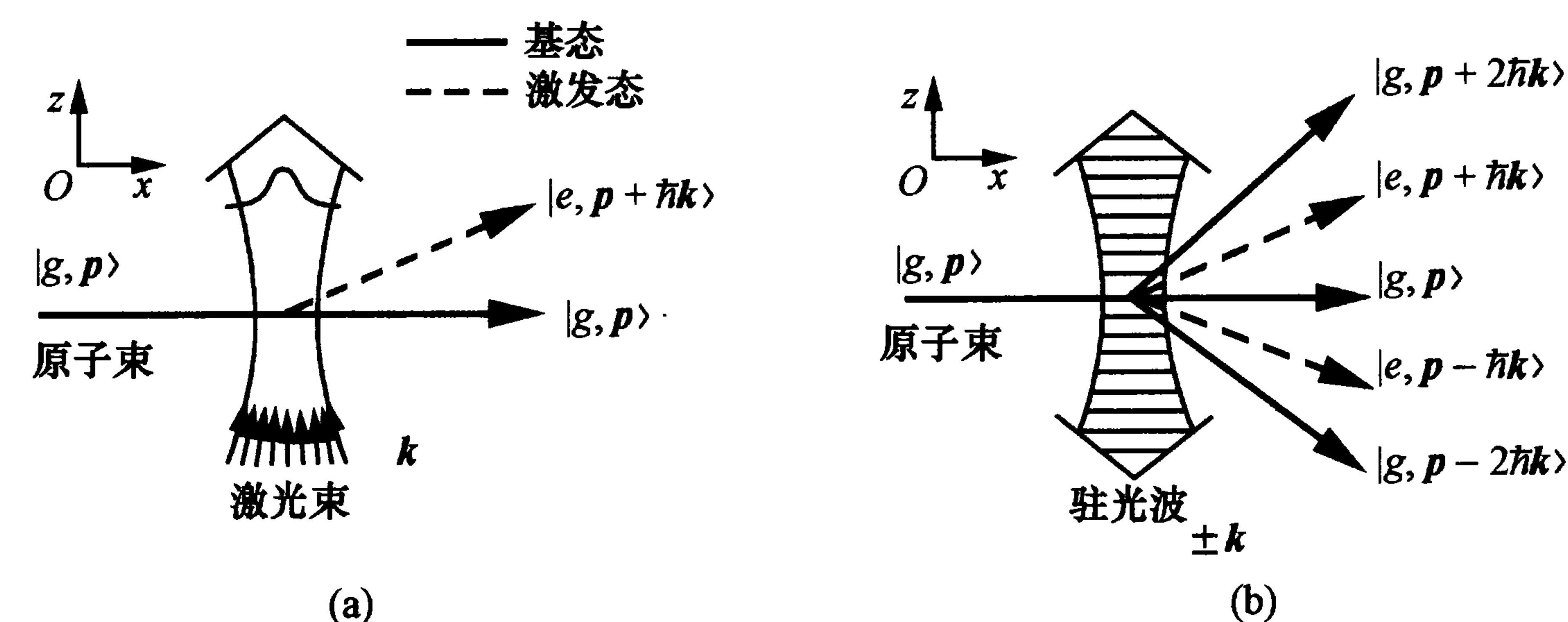


图 8-27　行光波(a)、驻光波(b)分束下原子状态和物质波路径的变化

8.3.2　内态干涉仪的一般分析

内态干涉仪的典型结构如图 8-28 所示。这里，第一个激光束起 $\pi/2$ 脉冲（见 § 2.3）的作用，使原子有一半的激发概率，激发态原子得到一个光子动量而使其轨迹与另一半的基态原子分开。第二束激光起 π 脉冲的作用，基态与激发态原子互相转换，激发态原子由于受激发射的光子反冲作用而使其运动轨迹回到原来基态的状况，使 π 脉冲起到类似镜子的作用。第三个光束使两者分别各有一半转变到对方的能态，这样两束光互相重叠，得到干涉花纹。这种结构与外态干涉仪基本相同，只是后者的激光频率远离共振，不会导致原子跃迁。

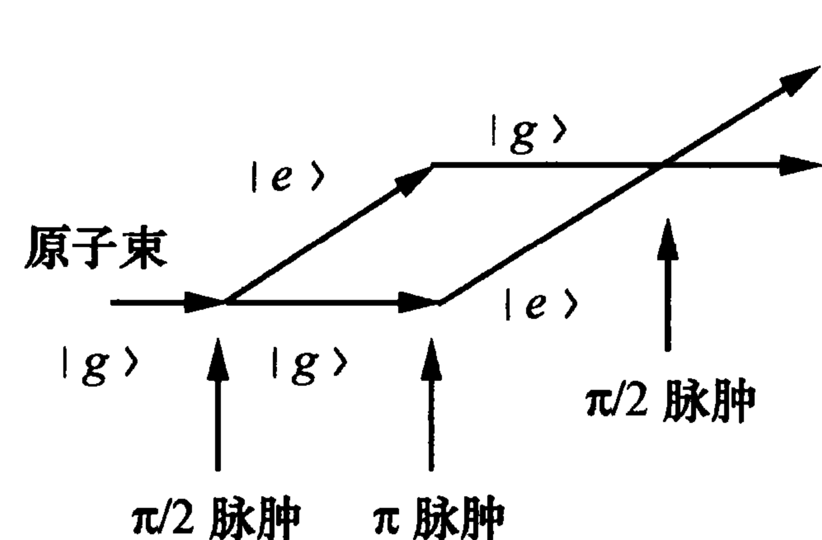


图 8-28　典型的内态干涉仪结构

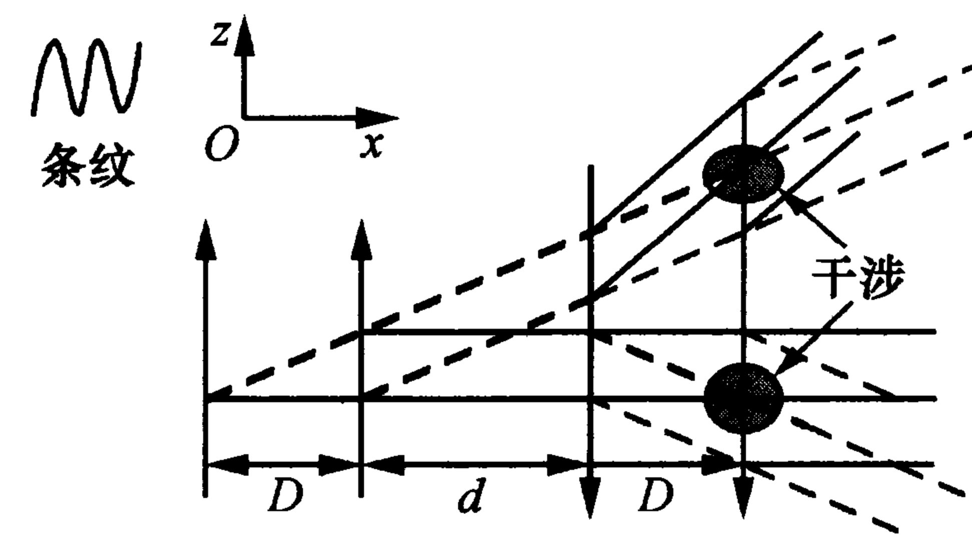


图 8-29　四光束 Ramsey-Bordé 原子干涉仪结构[126]

上述三光束干涉的方案也可用四束光来代替，由两对方向相反的光束组成，如图 8-29 所示．这种干涉仪称为 Ramsey-Bordé 原子干涉仪（或 Bordé-Ramsey 干涉仪，Bordé 干涉仪）．这里实际上是把中间的 π 光束分成为两个方向相反的 $\pi/2$ 光束．在第四束光后面共可得 16 条原子轨迹，其中四条是两两合并的，在这里就可发生干涉现象．内态干涉仪还有多种其他结构，这里不作介绍[126]．为了实现干涉，激发态原子要有很长的寿命，以保持运行过程中不发生自发辐射．因此，一般都用亚稳态原子作实验．

为了分析干涉花纹与激光频率及光子动量之间的关系，我们还是从最简单的两光束作用的分离场情况着手．早在 1950 年，Ramsey 就提出了用分离辐射场对原子进行作用以检测跃迁原子的方法，它可比单次作用得到更高的频率分辨率[127]．这实际上就是一台内态干涉仪，在原子束行进中相继受到两个辐射场的作用，作用时间都是 τ，在两次作用之间则有 T 时间的原子自由漂移．其中，每一个辐射场的作用都相当于图 8-27 中光波的作用．只不过 Ramsey 处理的是微波辐射场，其光子动量太小；而原子在第一次作用吸收光子后自由运行期间走过的横向距离为 $\Delta z=\hbar kT/m$，远小于辐射波长，也小于原子横向德布罗意波长，不足以使跃迁原子与原基态原子的运行轨迹在空间上分开，原子的位置相位基本不变．因此，在发生干涉时，原子物质波的相位变化（式(8.3.6)）中只有内部状态相位起作用．而光波作用下情况就不同了：吸收光子

后，原子波函数的位置相位明显改变，原子束的发散、光波的波前弯曲等因素均可使同一能态原子的相位混乱，从而使干涉花纹被均匀化而抹平．因此，除非原子束的准直性绝好，否则是观察不到干涉的[128]．而图 8-28 和 8-29 的组态则由于后一半的激光作用正好可抵消前一半作用引起的位移，形成闭合路径，它与横向速度无关，故可得到干涉花纹．但是我们仍旧可以应用双作用区 Ramsey 方法来分析后两种组态下产生干涉花纹的物理机制．

在 § 2.3 中我们曾用薛定谔方程计算了二能级系统的跃迁概率，即给定原子初始状态，就可求得辐射场作用下原子跃迁到另一态的概率．但是，这里我们要考虑辐射场的相位，即

$$E=E_0\cos(\omega t+\phi), \tag{8.3.10}$$

并且初始时刻 t_0 并不都为零，即有初始原子状态为

$$|\Psi(t_0)\rangle=c_1(t_0)|1\rangle+c_2(t_0)|2\rangle. \tag{8.3.11}$$

类似地，可以得到辐射场作用 τ 时间后原子在 $|2\rangle$，$|1\rangle$ 态的概率（这里不作详细推导，可参见文献[128]）

$$\begin{aligned}c_2(t_0+\tau)=&\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\delta\tau/2}\left\{c_1(t_0)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\delta t_0+\phi)}\left[-\mathrm{i}\sin\theta\sin\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right)\right]\right.\\&\left.+c_2(t_0)\left[\cos\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right)-\mathrm{i}\cos\theta\sin\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right)\right]\right\},\end{aligned} \tag{8.3.12(a)}$$

$$\begin{aligned}c_1(t_0+\tau)=&\mathrm{e}^{\mathrm{i}\delta\tau/2}\left\{c_1(t_0)\left[\cos\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right)+\mathrm{i}\cos\theta\sin\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right)\right]\right.\\&\left.+c_2(t_0)\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\delta t_0+\phi)}\left[-\mathrm{i}\sin\theta\sin\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right)\right]\right\},\end{aligned} \tag{8.3.12(b)}$$

其中

$$\sin\theta=\Omega/\Omega_R,\quad \cos\theta=-\delta/\Omega_R\quad(0\leqslant\theta\leqslant\pi). \tag{8.3.13}$$

Ω，δ 的意义与以前相同：$\Omega=-\langle 2|\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{E}_0|1\rangle/\hbar$ 是拉比频率，$\delta=$

$\omega-\omega_0$ 是激光失谐；而 Ω_R 是有效拉比频率(式(2.3.13))：

$$\Omega_R=\sqrt{\Omega^2+\delta^2}. \tag{8.3.14}$$

式(8.3.12)与(2.3.12)是一致的，只不过前者包含了辐射场的相位因子，而后者则假设初始时刻 $t_0=0$，且有 $c_1=1, c_2=0$. 在此情况下，再设 $\delta=0$，则在共振光作用 τ 时间后，按式(8.3.12)(a)有 $c_2=-\mathrm{i}\sin(\Omega\tau/2)$，由此得跃迁原子概率为

$$|c_2(\tau)|^2=[1-\cos(\Omega\tau)]/2. \tag{8.3.15}$$

这就是通常拉比振荡的结果(式(2.3.15))，由此得到 $\pi/2$ 脉冲和 π 脉冲的定义.

现在通过式(8.3.12)的形式就可以用来求得分离场相互作用下的跃迁概率了. 设 $t_0=0$ 时有 $c_1=1, c_2=0$；然后在 τ 时间内施加一个 $\pi/2$ 脉冲，即 $\Omega_R\tau=\pi/2$，则有

$$c_1(\tau)=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\delta\tau/2}(1+\mathrm{i}\cos\theta)/\sqrt{2}, \tag{8.3.16(a)}$$

$$c_2(\tau)=-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\delta\tau/2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi}(\mathrm{i}\sin\theta)/\sqrt{2}. \tag{8.3.16(b)}$$

然后在 T 时间里，原子不受辐射场作用，以上两个系数不变，但相位随时间演化. 此后又马上在 τ 时间里经受一个 $\pi/2$ 脉冲的作用，则根据式(8.3.12)可得

$$c_2(\tau+T+\tau)=\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\delta\tau/2}\{c_1(\tau)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}[\delta(\tau+T)+\phi]}\mathrm{i}\sin\theta + c_2(\tau)(1-\mathrm{i}\cos\theta)\}/\sqrt{2}. \tag{8.3.17}$$

将式(8.3.16)代入上式，当近共振时 $|\delta|\ll\Omega$，有 $\sin\theta=1, \cos\theta=0$，因此

$$c_2(2\tau+T)=-\mathrm{i}\cos\left(\frac{\delta T}{2}\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\delta T/2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\delta\tau+\phi)}. \tag{8.3.18}$$

由此可得随辐射场频率变化的跃迁概率为

$$|c_2(2\tau+T)|^2=[1+\cos(\delta T)]/2. \tag{8.3.19}$$

这就是 §8.1 和 §8.2 中提到的 Ramsey 信号[130]. 由上式可见，其中央线宽为

$$\Delta\nu=1/2T. \tag{8.3.20}$$

这一线宽与原子在两次辐射场作用之间的自由漂移时间 T 成反比，远比单次作用的线宽 $1/\tau$ 要小. Ramsey 信号的形状就是图 8-2～8-4 所示的，都是指微波辐射的情况.

对于光作用的情况，可用上述方法对图 8-28 构形的干涉仪进行分析. 在 $\pi/2$—π—$\pi/2$ 脉冲系列作用下，可以认为 π 脉冲的持续时间为 τ，而 $\pi/2$ 脉冲的持续时间为 $\tau/2$. π 脉冲作用后得到

$$c_1(t_0+\tau)=-\mathrm{i}c_2(t_0)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\delta\tau/2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\delta t_0+\phi)}, \tag{8.3.21(a)}$$

$$c_2(t_0+\tau)=-\mathrm{i}c_1(t_0)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\delta\tau/2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\delta t_0+\phi)}, \tag{8.3.21(b)}$$

这里 $|1\rangle$ 态可看成是基态，$|2\rangle$ 态是激发态. 而 $\pi/2$ 作用下则有

$$c_1(t_0+\tau/2)=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\delta\tau/4}[c_1(t_0)-\mathrm{i}c_2(t_0)\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\delta t_0+\phi)}]/\sqrt{2}, \tag{8.3.22(a)}$$

$$c_2(t_0+\tau/2)=\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\delta\tau/4}[-\mathrm{i}c_1(t_0)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\delta t_0+\phi)}+c_2(t_0)]/\sqrt{2}. \tag{8.3.22(b)}$$

在 t_1 时刻施加一 $\pi/2$ 脉冲，$t_2=t_1+T+\tau/2$ 时刻施加 π 脉冲作用，$t_3=2T+t_1+3\tau/2$ 时刻又施加一 $\pi/2$ 脉冲，T 是光作用间隔原子自由漂移的时间. 设开始时原子处于 $|1\rangle$ 态，即有 $c_1=1, c_2=0$. 连续用式(8.3.21)，(8.3.22)进行运算，就可得到脉冲系列后的跃迁原子概率幅度为

$$c_2(t_3+\tau/2)=-\mathrm{i}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\delta\tau/2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}[\delta t_2+\phi(t_2)]}(1-\mathrm{e}^{\mathrm{i}\delta\tau/2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Delta\phi})/2, \tag{8.3.23}$$

其中

$$\Delta\phi=\phi(t_1)-2\phi(t_2)+\phi(t_3), \tag{8.3.24}$$

这里每个 $\phi(t_i)$ 是 t_i 时刻相对于原子的光的相位($i=1,2,3$). 由此可解释 8.3.1 小节中马赫-曾德尔外态干涉仪中的相位因子(式(8.3.7)). 由式(8.3.23)，可得到出口处 $|2\rangle$ 态原子的跃迁概率

$$|c_2(2T+2\tau)|^2=[1-\cos(\Delta\phi-\delta\tau/2)]/2. \tag{8.3.25}$$

设在上述脉冲时间下若原子看到的辐射场的频率和相位不变，可

以得到 $\Delta\phi=\delta\tau/2$. 这样,式(8.3.25)为零,即原子仍处于 $|1\rangle$ 态,没有发生跃迁. 如在路径上光对原子有相位变化,则可能发生跃迁(若相位移动为 π,在 $\delta=0$ 时可得跃迁概率为 1). 正是这种相位关系使这类干涉仪可用来测量惯性效应和光子反冲等.

对于图 8-29 的四光场作用,也可进行类似分析. 这里不再详细计算,只给出跃迁概率的结果为[126]

$$|c_2(t_4)|^2 \propto \cos(2\delta T + \Delta\phi), \tag{8.3.26}$$

这里

$$T = D/v_x, \quad \Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 + \phi_4 - \phi_3 \tag{8.3.27}$$

分别表示原子穿过两束同向行波光间距 D 的时间和四束光之间的相位差.

上面分析中没有考虑到原子受光作用后动量的变化所引起的位移. 根据能量守恒条件,原子吸收光子前后的能量要满足

$$\frac{\boldsymbol{p}^2}{2m} + \hbar\omega = \frac{(\boldsymbol{p}+\hbar\boldsymbol{k})^2}{2m} + \hbar\omega_0. \tag{8.3.28}$$

这使满足共振的失谐条件发生变化,因此要把 δ 改写为

$$\delta_r = \omega - \left(\omega_0 + \frac{\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{k}}{m} + \frac{\hbar k^2}{2m}\right), \tag{8.3.29}$$

这里等号右边的后两项分别代表多普勒频移和光子反冲频移. 上式表明,受光作用的原子轨迹和光束方向不可能完全正交,这就使作用后原子轨迹在 x 和 z 方向都有所变动. 我们来看 x 方向上原子的位移:为此对式(8.3.29)作些变化,把共振条件写成

$$\frac{(\boldsymbol{p}+\Delta\boldsymbol{p})\cdot\boldsymbol{k}}{m} = \frac{\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{k} + |\Delta p|k\cos\alpha}{m} = \delta - \frac{\hbar k^2}{2m}. \tag{8.3.30}$$

这个方程描述的原子动量变化如图 8-30 所示,可以认为 $\alpha\approx\pi/2$,$\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{k}\approx 0$,所以有

$$\cos\alpha = \frac{m}{|\Delta p|k}\left(\delta - \frac{\hbar k^2}{2m}\right). \tag{8.3.31}$$

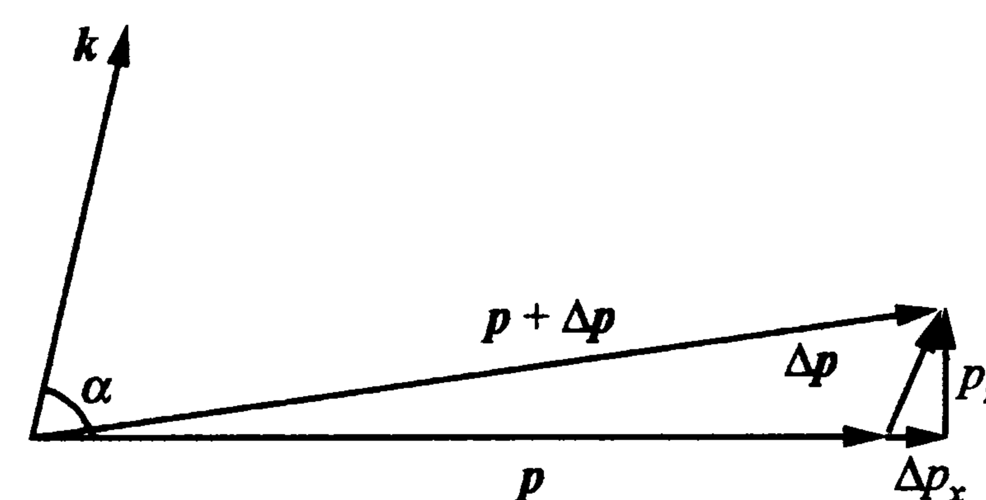


图 8-30　吸收光子后原子轨迹的变化

因 $\Delta v_x \simeq |\Delta\boldsymbol{p}|\cos\alpha/m(\Delta\boldsymbol{p}=\hbar\boldsymbol{k})$,而由图 8-30 可知近似地有 $|\Delta\boldsymbol{p}| = p_z$,因此

$$\Delta v_x = \frac{\hbar}{p_z}\left(\delta - \frac{\hbar k^2}{2m}\right). \tag{8.3.32}$$

由此可得在一个原子束分束方向 x 上的位移为

$$\Delta x = 2\frac{T\hbar}{p_z}\left(\delta \pm \frac{\hbar k^2}{2m}\right) = \frac{T\lambda_{zdB}}{\pi}\left(\delta \pm \frac{\hbar k^2}{2m}\right), \tag{8.3.33}$$

其中 λ_{zdB}是原子 z 方向的德布罗意波长,"+","−"号分别用于图 8-29 中下面和上面的出口端. 把式(8.3.26)中的 δ 用式(8.3.29)代替,并略去 $\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{k}$ 项,干涉仪出口处找到激发态原子的概率(式(8.3.26))可改写为

$$P_e \propto \cos\left[2T\left(\delta \pm \frac{\hbar k^2}{2m}\right) + \Delta\phi\right] = \cos\left(\frac{2\pi\Delta x}{\lambda_{zdB}} + \Delta\phi\right). \tag{8.3.34}$$

此式可与式(8.3.8)相比. 这样,我们既可从激光频率失谐,又可从原子位移角度去获得干涉花纹. 由于 T 可以做得远比激光作用时间(即原子渡越作用区的时间 $\tau/2$)长,因此,激光频率失谐的干涉花纹的中央线宽极窄,可用来作为光学频率标准. 式(8.3.34)就是我们通常所说的光学 Ramsey 信号. 式(8.3.33)中的相干距离 Δx 只有在原子束完全是单速度的情况下才能观察到. 实际上,热原子束的速度分布是很宽的,因此干涉花纹会被平均掉. 要观察到对比度好的干涉花纹,条件是

$$\Delta x \leqslant x_{\text{coh}} = \hbar / 2\Delta p_x, \qquad (8.3.35)$$

其中 x_{coh}是由测量不确定性原理决定的相干长度. 同样,原子束的横向发散也会使干涉花纹消失. 若横向速度分布的宽度为 Δv_z,测量不确定性原理要求该发散引起的原子束横向宽度不超过

$$\Delta z_{\text{coh}} = \hbar / 2m\Delta v_z. \qquad (8.3.36)$$

对冷原子团也可施加两对方向相反的激光脉冲,其作用时间都是 $\Omega_r\tau = \pi/2$. 设一对脉冲内两脉冲的间隔时间为 T,而两对脉冲间隔为 t. 这一系列 $T-t-T$ 脉冲光的作用(见图 8-31)使不同原子态的动量不同,从而使激发态原子团与基态原子团分离而后又合并. 动量不同的两团原子以不同的动能反映在激发态和基态物质波相位 $\exp(-\mathrm{i}Et/\hbar)$上,它们分别是

$$E_e = \frac{(\boldsymbol{p} + \hbar\boldsymbol{k})^2}{2m} + \hbar\omega_0 = \frac{p^2}{2m} + \frac{\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{k}}{m} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \hbar\omega_0, \qquad (8.3.37)(a)$$

$$E_g = p^2/2m, \qquad (8.3.37)(b)$$

其中 $\boldsymbol{p}$ 表示原子扩散运动的动量. 相互作用把激光相位 $\omega t + \phi_i$ $(i=1,2,3)$也带到原子相位上. 第一个 $\pi/2$ 脉冲作用后,两种原子团的相位演化不同,出口端处于激发态原子的概率与激光频率失谐有关,为[126]

$$P_e \propto \cos\left[2T\left(\delta \pm \frac{\hbar k^2}{2m}\right) + \Delta\phi\right]. \qquad (8.3.38)$$

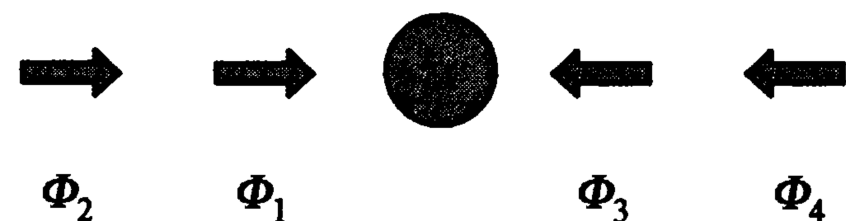


图 8-31 四脉冲光对冷原子团的作用[126]

由于前、后两对脉冲的方向相反,使原子团的位移抵消,因此得不到因激光频率失谐不同而引起的空间分布上的干涉花纹. 上述花纹也与相干长度无关.

8.3.3 Ramsey-Bordé 分离场相互作用原子干涉仪

本小节将介绍 Ramsey-Bordé 分离场相互作用原子干涉仪的一些实验结果,它主要用做光频标.

原子干涉仪的发展是从试图把微波频标的 Ramsey 分离场技术应用于光学频率开始的. 如上所说,由于原子束的发散,把微波辐射的方法直接用于光频不可能得到 Ramsey 花纹. 1976 年, Baklanov 提出[131]可以利用三束驻波激光束来消除由于原子束发散引起的干涉花纹平滑化的问题. 这种思想就是利用后一束光作用造成的原子对称位移,以抵消前一束光引起的位移,从而使干涉花纹不受原子束发散的影响. 美国 JILA 的 Hall 小组首先在亚稳态氖原子的饱和吸收谱上实现了这种光学 Ramsey 现象[132]. Bordé 从理论上用"原子干涉仪"的观点解释了实验,并提出用四激光束(两对方向相反的行波激光)可以得到对比度更好的干涉花纹,并在氟化硫分子上实现[133]. 图 8-32 显示了 Bordé 等人对氟化硫分子 ν_3振动带 $P(4)F_1$谱线的实验结果. 其中图 8-32(a)和(b)分别是三驻波光束以及前、后两对行波光束作用所形成的 Ramsey 花纹(花纹周期为4 Hz),内插图表示作用光束的布置;激光频率为 10.55 μm 附近,由二氧化碳激光器产生. 驻波光束的缺点是分子容易同时与反向的两束光作用,引起多光子散射过程,从而降低 Ramsey 花纹的对比度.

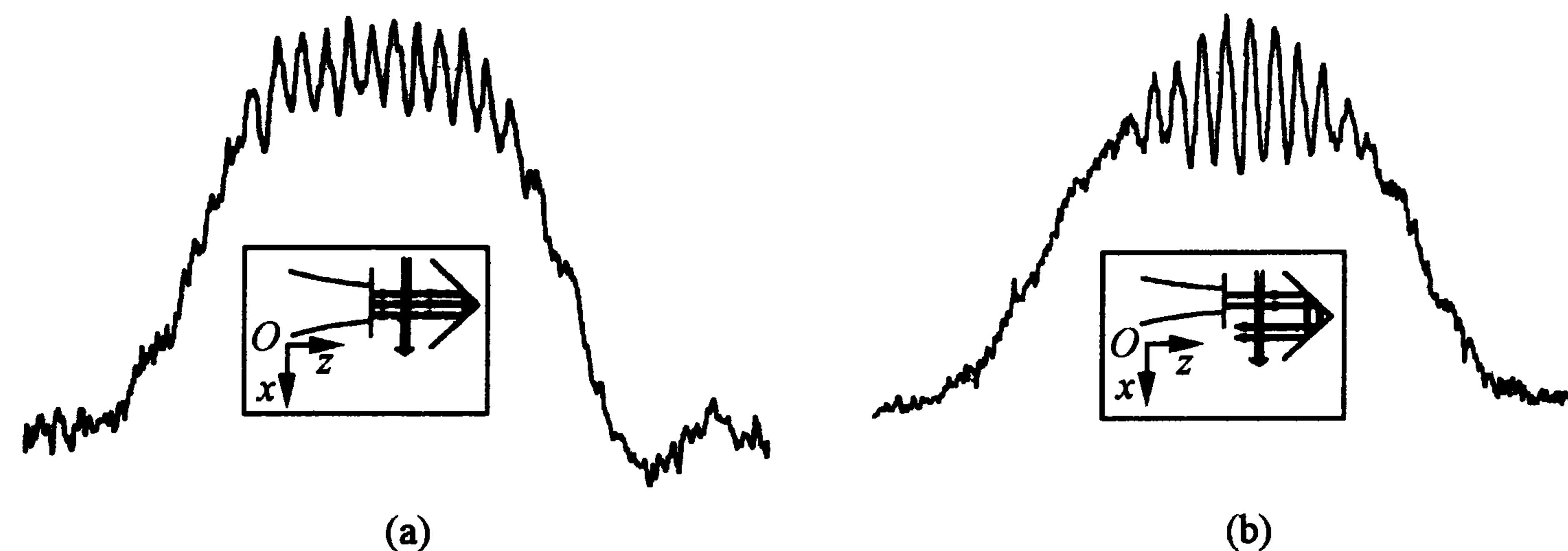


图 8-32 用三驻波光束(a)和四行波光束(b)得到的光学 Ramsey 干涉花样

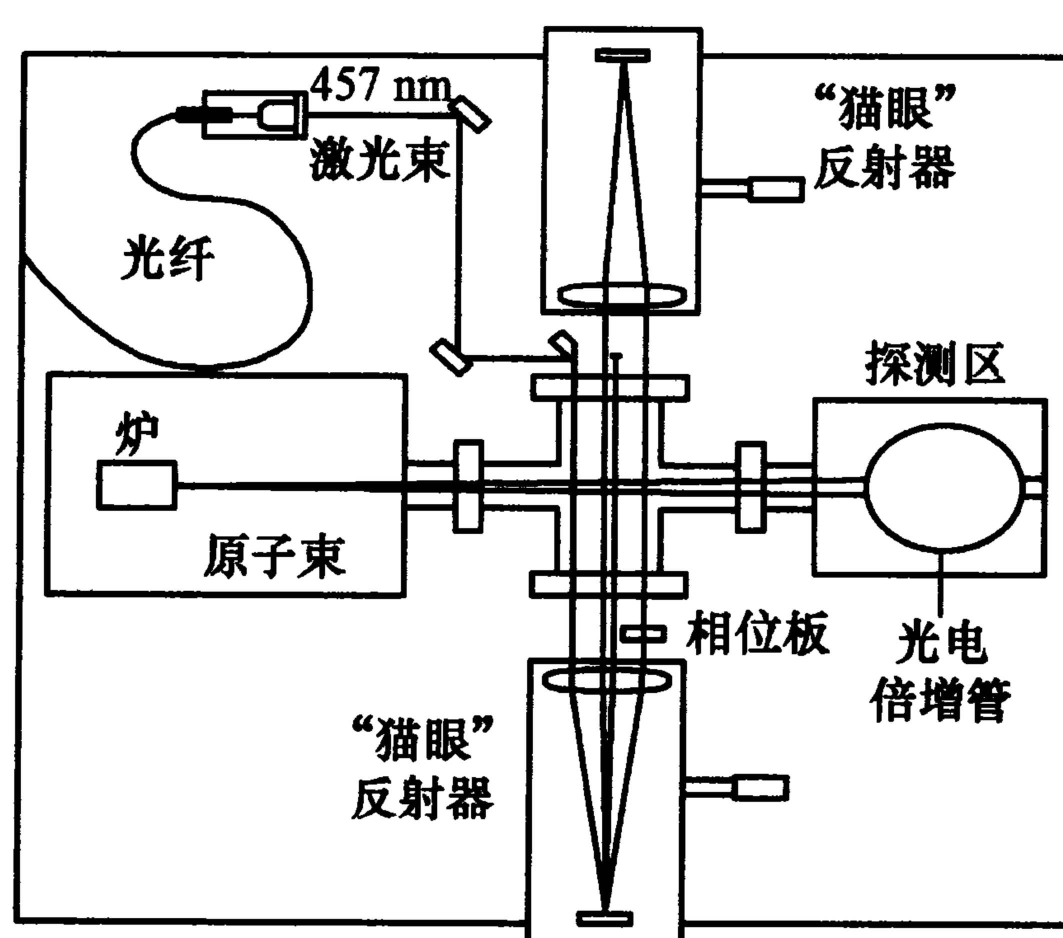


图 8-33 镁、钙原子束 Ramsey-Bordé 干涉仪的实际装置

后来的工作主要是在镁和钙等碱土金属原子上做的. 两对等间隔的反向激光束用两只"猫眼"装置产生. 该装置由两面消色差透镜和透镜焦平面上的两面反光镜组成(如图 8-33)[134]. 第一束激光与透镜光轴平行从透镜离中心稍远的一侧射入,经位于焦点上的镜面反射后在透镜对称点上射出,并与原光束反向平行,成为第四光束;它在对面透镜的离中心稍近处射入,折射后到达该透镜焦点,经镜面反射后从对称点射出,成为第二光束;然后再受镜面反射,在透镜离中心稍近的对称点上射入,又成为平行光,成为第三光束. 这样,透镜上两个同方向射入点之间的距离即为图 8-29 上的 D,而两束最内的同一镜面反射的反向光束之间的距离为 d,从而完成 Ramsey-Bordé 干涉仪构形. 对镁的实验使用焦距约 400 mm 的透镜,透镜球面像差限制了最外一束光离中心的距离为 22 mm[134]. 原处于$^1S_0$基态的原子束穿过四束光后再进入检测区,检测激发态的$^3P_1$原子(亚稳态). 如前所述,$^1S_0$—$^3P_1$跃迁是单能级与三能级原子态之间的组间禁阻跃迁. 镁和钙的能级寿命分别为 5.1,0.5 ms(谱线宽度分别为 40,400 Hz);激光波长分别为 457.1,657 nm(见表 4-2 中碱土金属第二级冷却的数据). 对速度为每秒几百米的热原子束,通过上述间距的时间 $T—t—T$ 要远小于能级寿命. 根据式(8.3.34),在检测区应检测到的跃迁信号是两个反冲频移的叠加,即图 8-29 上、下两个原子束出射端口信号的叠加. 它们的幅度可能不同,因此有

$$P_e = A_1\cos\left[2T\left(\delta + \frac{v^2\omega_0}{2c^2} - \frac{\hbar k^2}{2m}\right) + \Delta\phi\right] + A_2\cos\left[2T\left(\delta + \frac{v^2\omega_0}{2m} + \frac{\hbar k^2}{2m}\right) + \Delta\phi\right]. \quad (8.3.39)$$

上式和式(8.3.34)一样,都忽略了一级多普勒效应影响,但源于相对论效应的二级多普勒效应则不可避免. 上式等号右边两个圆括号中的第二项就是二级多普勒效应带来的共振频率的移动.

上式等号右边两个圆括号中的第一项与原子速度有关(垂直和平行于激光束的原子速度 $v_\perp$和 $v_{/\!/}$与 T 和考虑到剩余一级多普勒效应的 δ 有关). 由于原子束或冷原子团中的原子速度不一致,实际测得的激发态原子数信号为[134]

$$S(\omega) \propto \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} P_e(v_\perp, v_{/\!/}, \omega) N(v_\perp, v_{/\!/}) E(v_\perp, v_{/\!/}) \mathrm{d}v_\perp \,\mathrm{d}v_{/\!/}, \quad (8.3.40)$$

这里 $N(v_\perp, v_{/\!/})$是垂直和平行于激光束的速度分别为 $v_\perp$和 $v_{/\!/}$的原子数,$E(v_\perp, v_{/\!/})$是检测器能检测到的具有该速度的原子的概率. 这使检测到的信号模糊,对比度有所下降.

图 8-34 是实验得到的热原子束光学 Ramsey 信号[126,134]. 这个信号由三部分组成:(1) 单束激光作用引起的吸收,有多普勒增宽(典型宽度为几兆赫). (2) 由两束反向光束共同形成的饱和吸收凹陷,即兰姆凹陷(宽度为几百千赫),是由单束激光与原子束相互作用时间限制的渡越增宽引起. (3) 跨骑在凹陷上的 Ramsey 信号,它由两个光子反冲成分组成,其间距对镁是 80 kHz,对钙是 23.1 kHz. Ramsey 信号的线宽或周期由 T 决定,$\Delta\nu = 1/4T$. 德国 PTB 的

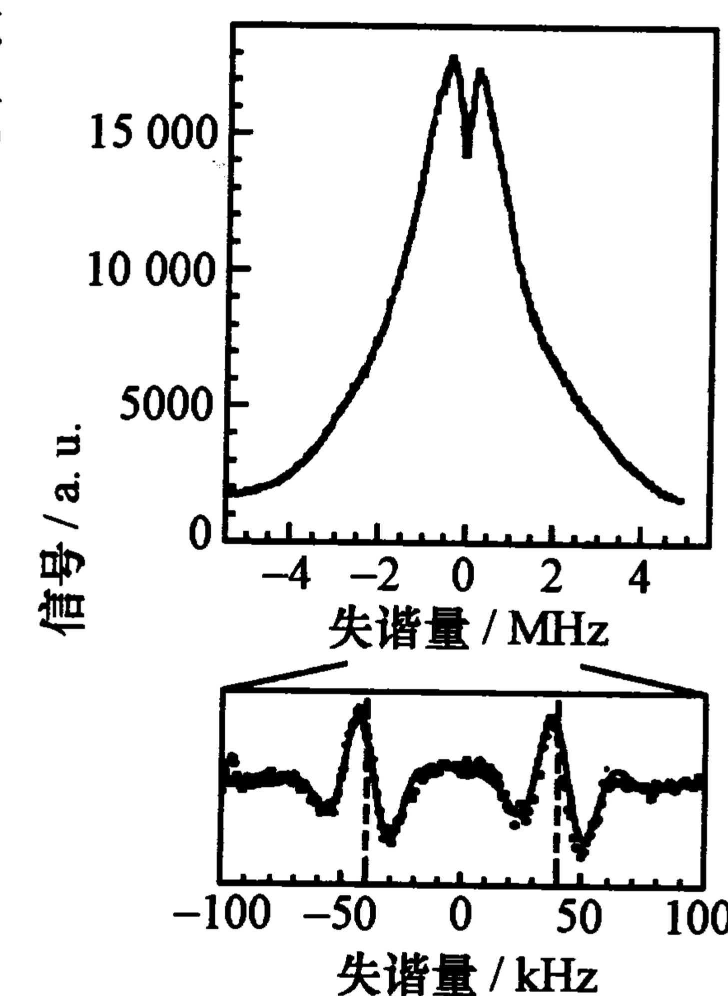


图 8-34 镁原子束的光学 Ramsey 信号

Helmcke 小组对钙原子也作过类似实验，清楚地分开了两个反冲频移的成分[136]. 他们还用此 Ramsey 谱线稳定了激光器频率；再进一步用此稳频激光脉冲以激励磁光阱陷俘的冷原子团的 Ramsey-Bordé 干涉图像.

用激光减速原子束可大大延长 T 而获得窄线宽的 Ramsey 信号. 在此方向上，Helmcke 小组多年来对钙原子进行了大量工作. 图 8-35 描述了该组的实验装置[126,135]. 钙原子束以每秒几百到上千米的速度从钙炉出来，经过调谐到 $^1S_0$—$^1P_1$ 共振跃迁的 423 nm 的激光在塞曼减速器中减速到约 50 m/s，然后用一束与原子束方向成 60°角的光学黏团激光使原子束偏转 30°，与减速激光在路径上分开[137]，得到一束速度为 40 m/s 的单速原子束，束强为 10^{10}/s[135]. 用 $D=4$ mm，$d=8$ mm 的四束行波光(光腰沿原子束方向为 0.2 mm，垂直方向为 0.32 mm)产生 Ramsey 干涉花纹，其分辨率为 2.5 kHz，见图 8-36. 图中显示有两组花纹，各为 5 个周期，分别是两个反冲成分的贡献.

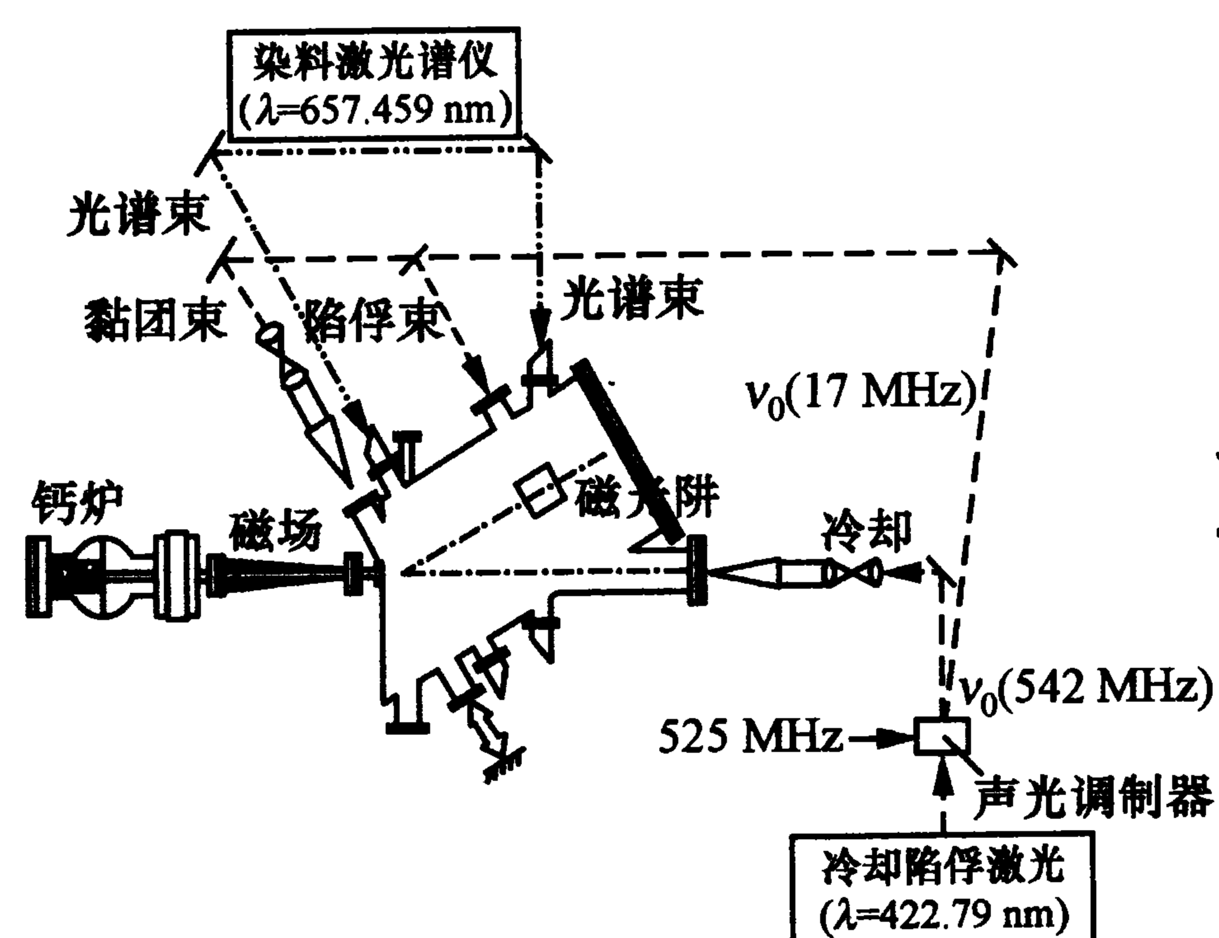


图 8-35　钙原子束减速、偏转和冷却的装置

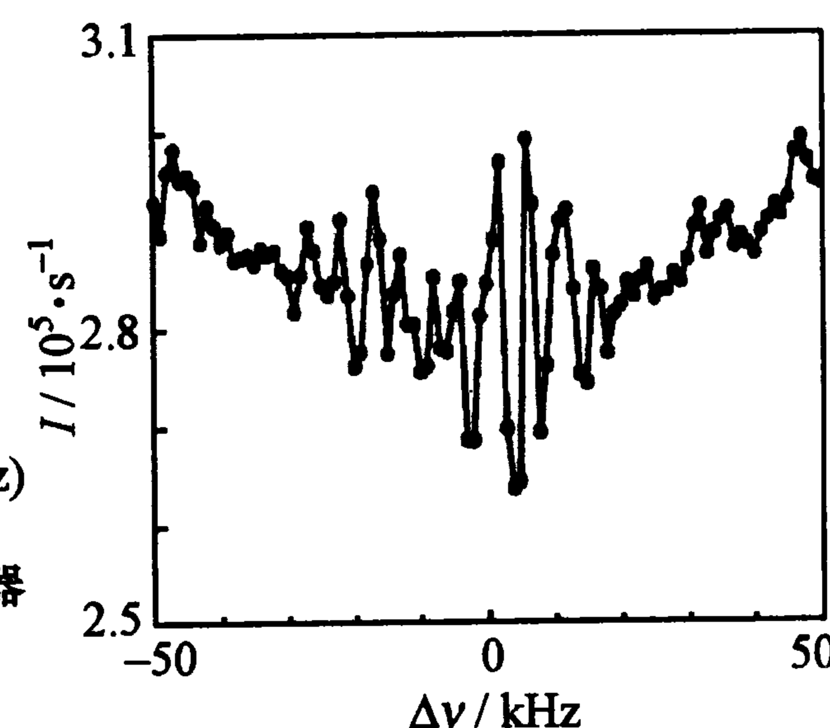


图 8-36　冷原子束 Ramsey 干涉花纹图

无论是热原子束，还是激光减速的冷原子束的 Ramsey 花纹都受二级多普勒效应的影响，谱线中心有频移，造成不对称. 利用图 8-31 这样的两对相反方向的四脉冲激光作用于冷原子团得到

的 Ramsey 花纹，就可大大缩小二级多普勒频移. 图 8-37 是对镁原子实施的实验时序[126,134]. 冷原子团是用 285 nm 的 $^1S_0$—$^1P_1$ 共振光形成的磁光阱中实现的. 由于没有现成的紫外激光，285 nm 光是用 570 nm 染料激光倍频而得的. 磁光阱冷原子团的密度为 10^{10}/cm^3，均方根速度低于 1 m/s. 在 10 ms 中形成冷原子团后即关闭磁光阱的光与磁场，再用四束 457.1 nm 的 $^1S_0$—$^3P_1$ 钟跃迁光脉冲产生 Ramsey 信号(此时加一均匀磁场，以选择 $m=0$ 的超精细结构钟跃迁). 图 8-38 显示不同光脉冲间隔 T 下镁冷原子团的 Ramsey 花纹[134]. 这里看不出二级多普勒效应. 为了比较，图上也展示了不同间隔热原子束的 Ramsey 花纹，在 D 较大处可以明显看出二级多普勒效应带来的不对称.

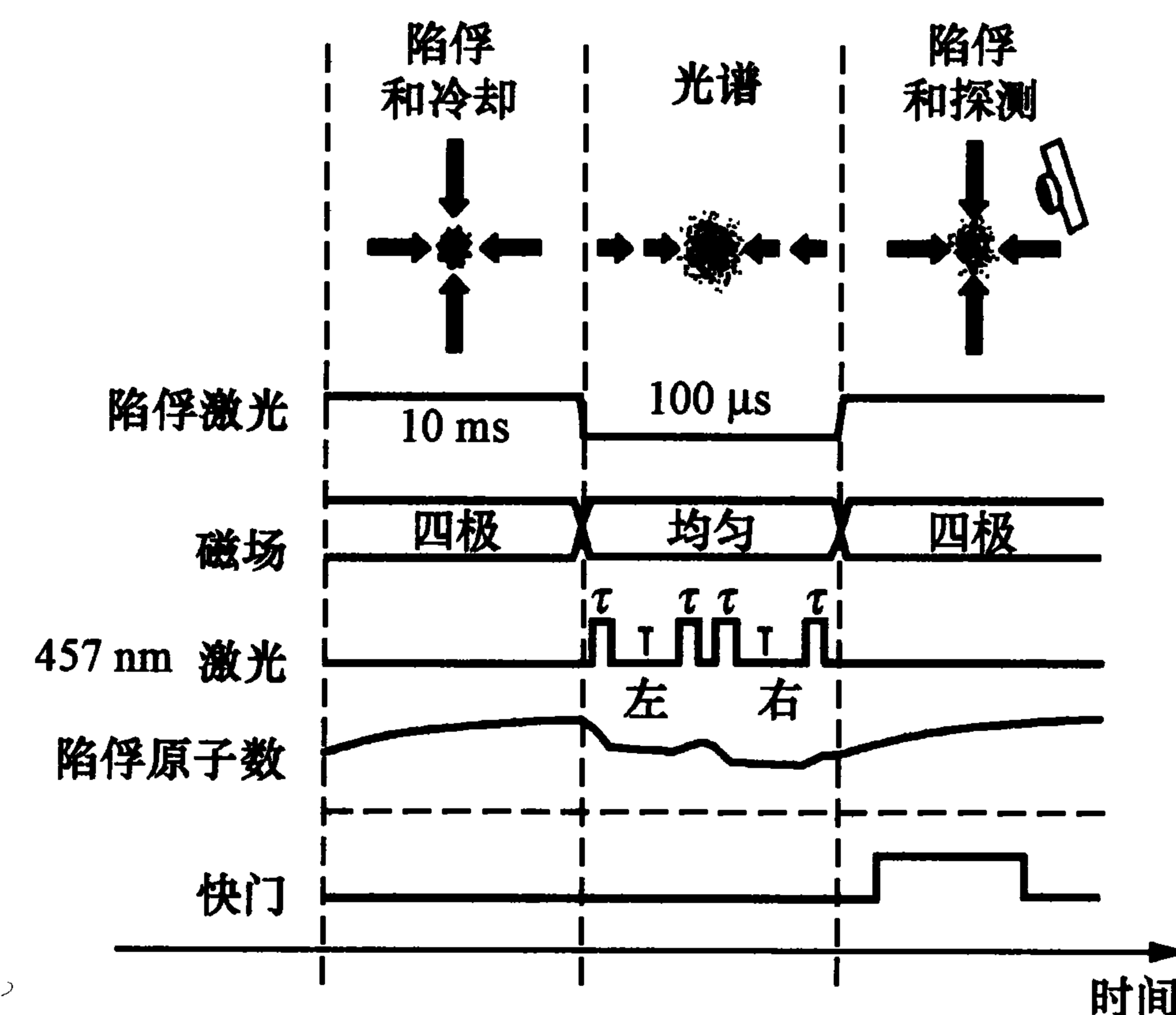


图 8-37　冷原子团四光束 Bordé 干涉时序图

德国 PTB 和美国 NIST 小组还对磁光阱中冷却的钙原子作了大量的脉冲光 Ramsey 干涉实验. 但 PTB 小组采用了早期三驻波光束方案. 这是为了省事，实验上比行波四光束的 Ramsey-Bordé 干涉仪结构更容易实现. 这种方案得到的信号对比度低一些，但也有干涉花纹不受四束行波光相位误差影响而移动的好处[135]. 他们的磁光阱中原子均方根速度约为 0.8 m/s(温度约

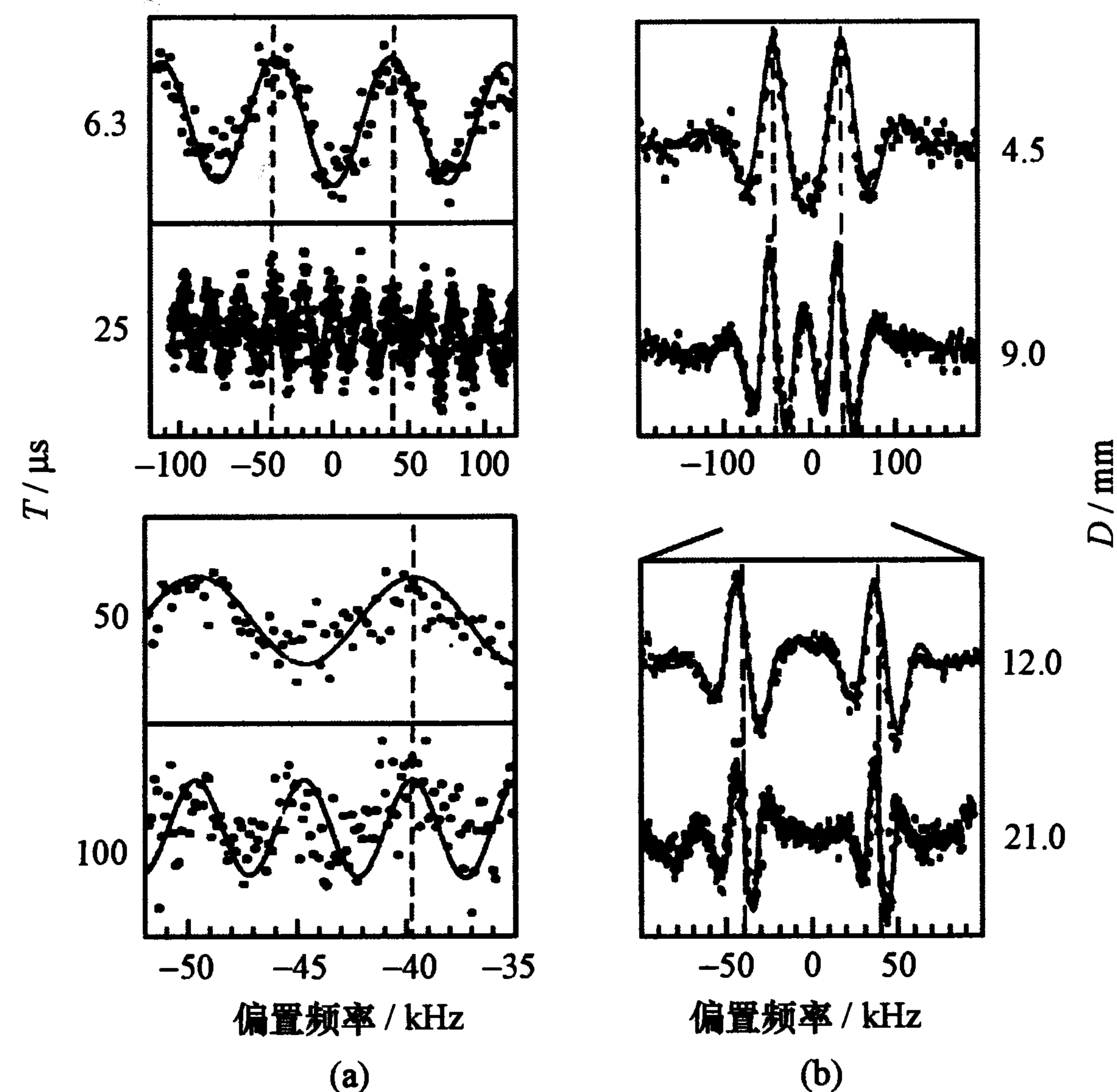


图 8-38 冷原子团(a)和热原子束(b)的 Ramsey 花纹随间隔的变化

3 mK). 他们还估计了热原子束、冷原子束和磁光阱中陷俘原子三种情况下所能得到的频标准确度指标,结果以磁光阱中陷俘原子的为最好,其二级多普勒效应大大缩小(见表 8-6). 实际上他们的光频标的稳定度和准确度开始都仅约为 10^{-12}[138];并以此误差测得了钙钟跃迁频率[139],误差主要来自剩余一级多普勒效应、碰撞效应等. 此后,他们又多次作了改进,使准确度提高到 2.5×10^{-13}[140];并和 NIST 小组一样,也采用了标准的 Bordé 行波四光束激励方案[141]. 但最主要的改进是采用了二级[141,142]甚至三级冷却(NIST 小组,见 6.6.2 小节),冷原子团的温度降低到 μK 至几百纳开(nK)数量级,其结果使 PTB 和 NIST 小组的钙原子频标准确度分别达到 10^{-14}和 10^{-15}数量级(8.2.2 小节已有叙述,这里不再重复).

表 8-6 三种不同钙原子源可能得到的频率标准准确度的估计值

影响效应	热原子束/Hz (v=800 m/s)	冷原子束/Hz (v=40 m/s)	陷俘原子/Hz (v=0.8 m/s)
二级多普勒	≤300	≤1	≤0.002
光相位	≤300	≃4	≤1
磁场效应	≤0.03	≤0.03	≤0.03
电场效应	≤0.02	≤0.02	≤0.02
Sagnac 效应	≤0.3	≤0.015	≤0.001
总计(均方根)	≃450	≤7	≤1
准确度($\Delta v/v$)	$\simeq10^{-12}$	$\leqslant2\times10^{-14}$	$\leqslant3\times10^{-15}$

根据式(8.3.29)和(8.3.34),Bordé 干涉仪的 Ramsey 信号应与激光相位有关. 在原子束实验中,由于"猫眼"调节不善,光束有些倾斜,就可能使 $\Delta\phi\neq0$,发生 Ramsey 花纹中心频率的移动. 而在脉冲光实验中,由于光束是连续的,所有光束都从一束输出,只不过中间隔断而关闭,形成间隙,所以相位不变(即 $\Delta\phi=0$). 此外,Ramsey 花纹还受光路失调、激光频率不稳、激光波前弯曲、激光功率抖动等因素影响. 重力加速度使原子轨迹变化也会造成中心频率移动,因此这类干涉仪可用来作惯性或重力的测量,表 8-6 中的 Sagnac 效应(因光束旋转而引起的效应[143],见 8.3.4 小节;这里是指地球自转导致的 Ramsey 干涉花纹中心频率的移动)就是一例. 不过,用下面所述的拉曼干涉仪会使测量更精密.

8.3.4 脉冲激光的拉曼干涉仪

上面说到,原子束轨迹因重力作用引起的变化会导致光学 Ramsey 花纹中心频率的移动,因此内态原子干涉仪可用来测量惯性效应和重力加速度 g. 但是,在上述 Ramsey-Bordé 干涉仪中,这类效应不太明显;而从作为频率标准的角度,人们还希望尽可能消除这种效应的影响. 本小节讨论的原子干涉仪则相反,希望突出这类效应. 其实,如果在图 8-28 所示的典型的内态干涉仪(原子束

方向为 x 方向)中的光束方向 z 与重力反向,就可以起到这种作用.这样,在重力作用下图 8-28 的原子轨迹如图 8-39(a)所示[144].图 8-39(a)也表示重力场中原子轨迹的时空关系,图中实线表示基态,虚线为上能态,点线表示重力作用下原子轨迹的弯曲,突显了 z 方向物质波相位的移动.图 8-39(b)表示原子喷泉中激光与原子轨迹同为垂直方向时的情况(为显示清晰起见,图上两条不同的路径被分开).显然,为了能使 g 值的测量更加精密、准确,希望由光子反冲引起的原子束轨迹的分离越大越好,三束光作用之间的时间 T 越长越好.

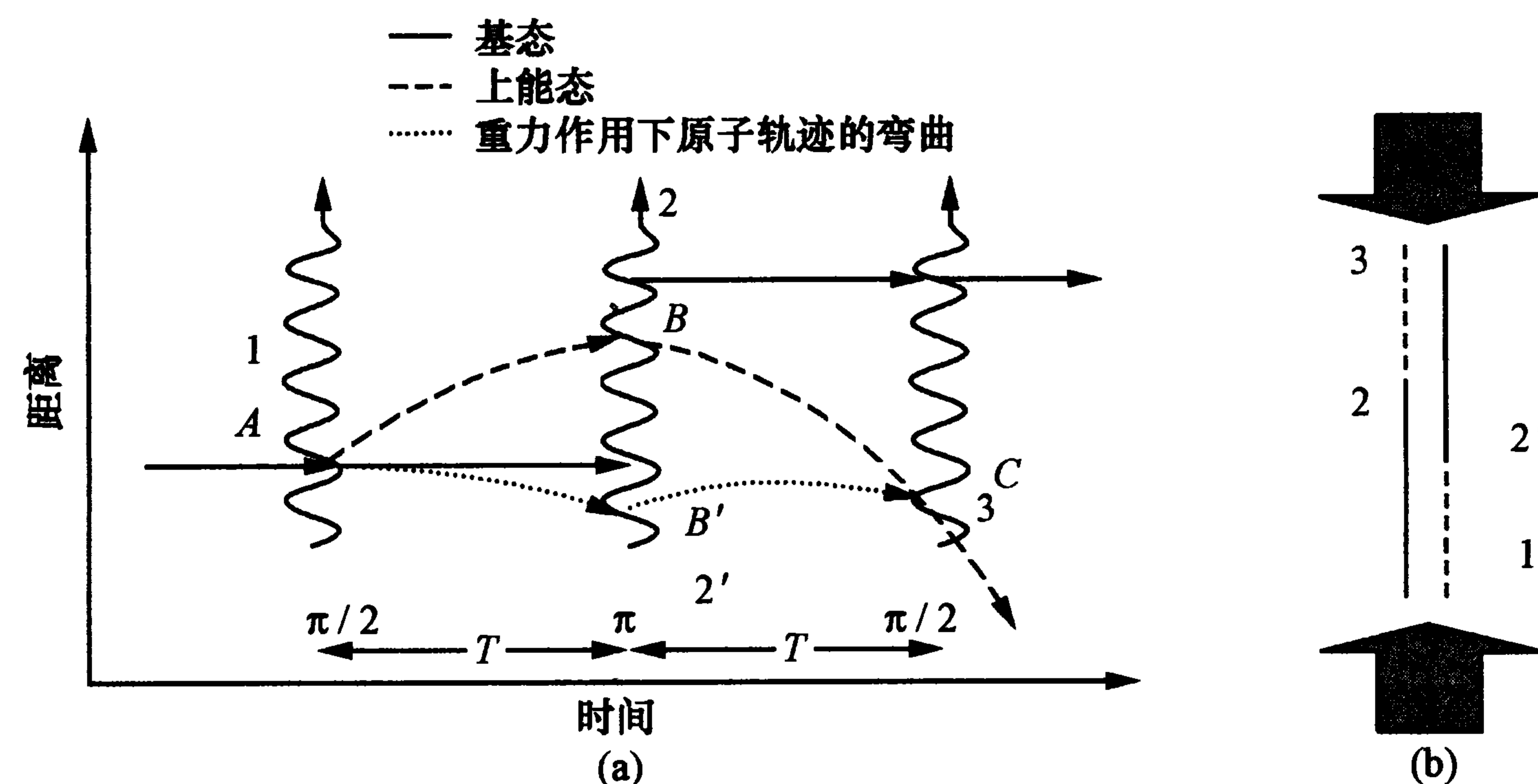


图 8-39 在重力场中原子内态干涉仪内原子的时空关系(a);光束方向与原子轨迹重合(b)

为了加大光子反冲,延长光束作用的间隔时间,斯坦福大学朱棣文小组提出并实现了利用原子基态超精细结构能级的受激拉曼跃迁的想法[145].原子基态超精细结构能级是稳定的,上能级自发辐射概率可忽略,这就保证可以采用远比用亚稳态原子更长的光相互作用间隙时间 T.而从§6.5 我们知道,利用受激拉曼过程中原子与光子交换动量,原子可获得两个光子动量 $\hbar(\boldsymbol{k}_1-\boldsymbol{k}_2)$($\boldsymbol{k}_1$ 和 $\boldsymbol{k}_2$ 是两束方向相反的光波矢量).在此过程中,原子从正向光束吸收一个光子得到动量 $\hbar\boldsymbol{k}_1$,又向反向光束受激发射一个光子而获得

反冲动量 $\hbar\boldsymbol{k}_2$,其方向与该束光的方向相反,而与正向光束同方向.由于超精细结构能级的能量差远低于两个光子的能量,可以近似地认为 $k_1\approx k_2$,原子在受激拉曼过程中得到的动量是 $2\hbar k$.按图 8-28 构形,当第一个 $\pi/2$ 脉冲结束时,一半原子从 $|1,p\rangle$ 态跃迁到 $|2,p+2\hbar k\rangle$ 态(见图 6-25(a)),另一半原子仍处在 $|1,p\rangle$ 态.此后经过 T 时间后施加一个 π 脉冲,使两种能态互换,再在 T 时间后施加 $\pi/2$ 脉冲(三个脉冲的持续时间分别为 $\tau/2,\tau,\tau/2$),分离的路径重合,引起干涉,并检测超精细结构上能级的原子数.双光子过程使 $\pi/2$ 脉冲引起的原子物质波分束作用比一般 Ramsey-Bordé 干涉仪大一倍,而延长 T 又使两束分波的间距增大,有助于 g 值的精密测量.

在拉曼跃迁中如何确定 $\pi/2$ 脉冲或 π 脉冲?用哪个光的拉比频率?对这个问题,可从解图 6-25(a)的三能级薛定谔方程来回答;但这里不拟进行具体计算,只给出结果(详见文献[122,129]).π 脉冲的定义应为

$$\Omega_{\mathrm{R}}'\tau=\pi,\quad \Omega_{\mathrm{R}}'=\sqrt{\Omega_{\mathrm{eff}}^2+(\delta_{12}-\delta_{\mathrm{S}}^{\mathrm{AC}})^2},\qquad(8.3.41)$$

这里

$$\Omega_{\mathrm{eff}}=\frac{\Omega_{1i}^*\Omega_{i2}}{2\Delta},\qquad(8.3.42)$$

$$\delta_{12}=\omega_1-\omega_2-\left[\omega_{\mathrm{hfs}}+(\boldsymbol{k}_1-\boldsymbol{k}_2)\cdot\boldsymbol{v}+\frac{\hbar\,(\boldsymbol{k}_1-\boldsymbol{k}_2)^2}{2m}\right],\qquad(8.3.43)$$

$\delta_{\mathrm{S}}^{\mathrm{AC}}$ 是交流斯塔克频移,Ω_{1i},Ω_{i2} 是从两个基态到激发态中间能级之间的拉比频率(实验上它们几乎都是相等的),ω_{hfs} 是超精细结构频率.当有几个中间能级(如激发态超精细结构)时,要对各个能级求和.

朱棣文小组实验的另一特点是使用了冷原子喷泉,原子束和光束都是垂直行进的,如图 8-39(b)所示.拉曼激光脉冲施加在原

子上升或自由下落过程中. 例如,先在"1"处加 $\pi/2$ 脉冲,两超精细结构能态原子在动量上发生分离,原子分束,但仍在同一路线上;再在"2"处加 π 脉冲,两种原子交换状态;最后在"3"处又加一 $\pi/2$ 脉冲而合束,检测上能态原子,观察干涉花纹.

我们先来分析该方案中重力对物质波相位关系的影响. 从上面图 8-28 中出口端处跃迁原子数概率(式(8.3.25))可知,该处干涉花纹决定于两路原子观察到的辐射场的相位差(式(8.3.24)). 而在图 8-39 中,各点上辐射场的相位决定于

$$\Phi_i = kz_i - \omega t_i - \phi_i \quad (i = 1,2,3), \qquad (8.3.44)$$

这里 k,ω 和 ϕ 分别是激光在 i 点上的波矢量、角频率和相位. 从图 8-39(与图 8-28 不同,这里横坐标表示时间)可见,在没有重力作用的情况下,有 $z_3-z_2=z_2-z_1=\Delta z$(图中两虚线),而 $t_2-t_1=t_3-t_2=T$;在有重力作用的情况下,$z_2-z_1=\Delta z-gT^2/2$,而 $z_3-z_2=\Delta z-3gT^2/2$. 因此,由式(8.3.24)可得两条不同路径上原子携带的光的净相位差为[146]

$$\Delta\phi = -kgT^2 + \phi_1 - 2\phi_2 + \phi_3. \qquad (8.3.45)$$

将此式作为 $\Delta\phi$ 代入式(8.3.25),就得到检测端口的干涉图像,它与 g 值有关. 在 8.3.2 小节中提到,当原子"看到"的光频率与相位都不变时,$\Delta\phi=\phi_1-2\phi_2+\phi_3=\delta\tau/2$(这里 δ 应用式(8.3.43)代替),式(8.3.25)就直接决定于 $\cos(kgT^2)$. 干涉仪测量 g 就是靠比较原子在第 1,2 段自由下落时间中走过路程形成的相位 $k\Delta z$ 之差. 上式与原子的速度无关,所以在相当大的速度范围内的原子都对干涉图像有贡献.

实验用原子基态超精细结构受激拉曼跃迁,两束激光的频率远高于超精细结构频率 $\omega_{\rm hfs}$,式(8.3.44)中有

$$\boldsymbol{k} = |\boldsymbol{k}_1 - \boldsymbol{k}_2| \approx 2k_{\rm L}, \quad \omega_{\rm L} = \omega_{\rm L1} - \omega_{\rm L2} \approx \omega_{\rm hfs}, \quad \phi_i = \phi_{i1} - \phi_{i2},$$

这里的下角标"1"和"2"分别代表两束拉曼激光. 从 6.2.2 小节我们知道,拉曼跃迁有速度选择性,其相互作用的频率范围(即线宽)

大体为拉曼跃迁的拉比频率 $\Omega_{\rm eff}$(一般约几十千赫数量级),而原子在重力加速度作用下,多普勒频移的变化要远大于 $\Omega_{\rm eff}$. 因此,若激光频率固定,并能与第一个脉冲发生拉曼共振跃迁,则第二、三个脉冲就不可能起共振作用. 所以本方案的一个可行性条件就是激光频率要相位连续地随着多普勒频率变化,如同对原子束减速一样. 若激光频率扫描能跟得上多普勒频率的变化,原子与光始终保持共振状态,满足 $\omega(t)=\omega_0+\beta(t-t_0)$ $(\beta=2k_{\rm L}g)$,则有 $\Delta\Phi=0$;式(8.3.25)中的跃迁概率为零. 但此时激光频率变化走过的总相位亦为[122]

$$\Delta\Phi = -(\boldsymbol{k}_1 - \boldsymbol{k}_2)\cdot\boldsymbol{g}T^2 \simeq 2k_{\rm L}gT^2. \qquad (8.3.46)$$

现在,由于直接数字频率综合技术的发展,实验上也可以实现相位连续锁定的频率线性扫描. 但这种技术还是比较困难,所以常采用相位连续的定点跳频,即若第一个脉冲频率为 $\omega_{\rm L}=\omega_0$,能使原子发生拉曼跃迁,则对于重力场中速度变化的原子,第二、三个脉冲的频率分别为 $\omega_2=\omega_0+\omega_{\rm m}$,$\omega_3=\omega_0+2\omega_{\rm m}$ $(\omega_{\rm m}\approx 2k_{\rm L}gT)$. 在这种情况下,有[122]

$$\Delta\Phi = 2\omega_{\rm m}T - (\boldsymbol{k}_1 - \boldsymbol{k}_2)\cdot\boldsymbol{g}T^2 + \Delta\phi_0, \qquad (8.3.47)$$

其中 $\Delta\phi_0=\phi_{10}-2\phi_{20}+\phi_{30}$是三束光脉冲的初相位差.

相位差 $\Delta\Phi$ 决定于重力场中原子的多普勒频移的变化率 $2k_{\rm L}g$. 对钠原子,共振光波长 $\lambda=589\,{\rm nm}$,$2k_{\rm L}g\approx 2\pi\times 3.3\times 10^7/{\rm s}$;对铯原子,$\lambda=853\,{\rm nm}$,$2k_{\rm L}g\approx 2\pi\times 2.3\times 10^7/{\rm s}$. 实验中,一般使用的脉冲间隔时间 $T\approx 0.1\,{\rm s}$,则可得到重力加速度引起的相位移动为$(2\pi x)10^5$个周期数量级.

使用双光子拉曼跃迁还有一个极大的优点,就是可以降低对激光频率稳定度的要求. 因为原子干涉对光的相位非常敏感,在脉冲过程中激光频率不稳或相位抖动会使干涉花纹平均掉(在时间 T 里,激光频率有 Hz 数量级的变化就会使干涉花纹平滑掉,而目前激光频率稳定度还难以达到). 拉曼跃迁采用两束光的差频,它

接近超精细跃迁频率；重要的不是单个激光频率不变，而是差频不变. 这就可以把两种激光相位锁定在同一个微波振荡器频率上，或一个激光频率通过电光调制器由另一个激光器产生，而稳定超精细跃迁微波频率远比稳定激光器容易. 另外，从式(8.3.41)可见，拉曼共振频率还与能级的光位移有关，在干涉仪结构中，如三个拉曼脉冲的强度相等且不变，则光频移会自动抵消.

朱棣文小组的脉冲激光拉曼干涉仪实验首先是在钠原子上进行的[145]，原子先用磁光阱和偏振梯度冷却到约 30 μK. 然后用运动黏团方法把约含 10^7个原子的冷原子团上抛形成喷泉，并把原子抽运到 $F=1$ 能级上；在上抛过程中施加三个拉曼脉冲，在接近喷泉顶端进行 $F=2$ 能级原子的检测. 实验采用定点跳频方法来补偿原子上升过程减速引起的多普勒频移，并通过改变 ω_m来取得干涉花纹，其形状与图 8-40(b)相似，不过横坐标应为频率. 根据 $\omega_m\approx 2k_L gT$，在这种情况下，正弦形干涉花样的周期为 $\Delta\nu=1/2T$. 实验中，$T=10\,\mathrm{ms}$ 时确定中心花纹频率的精度为±0.6 Hz，测得 g

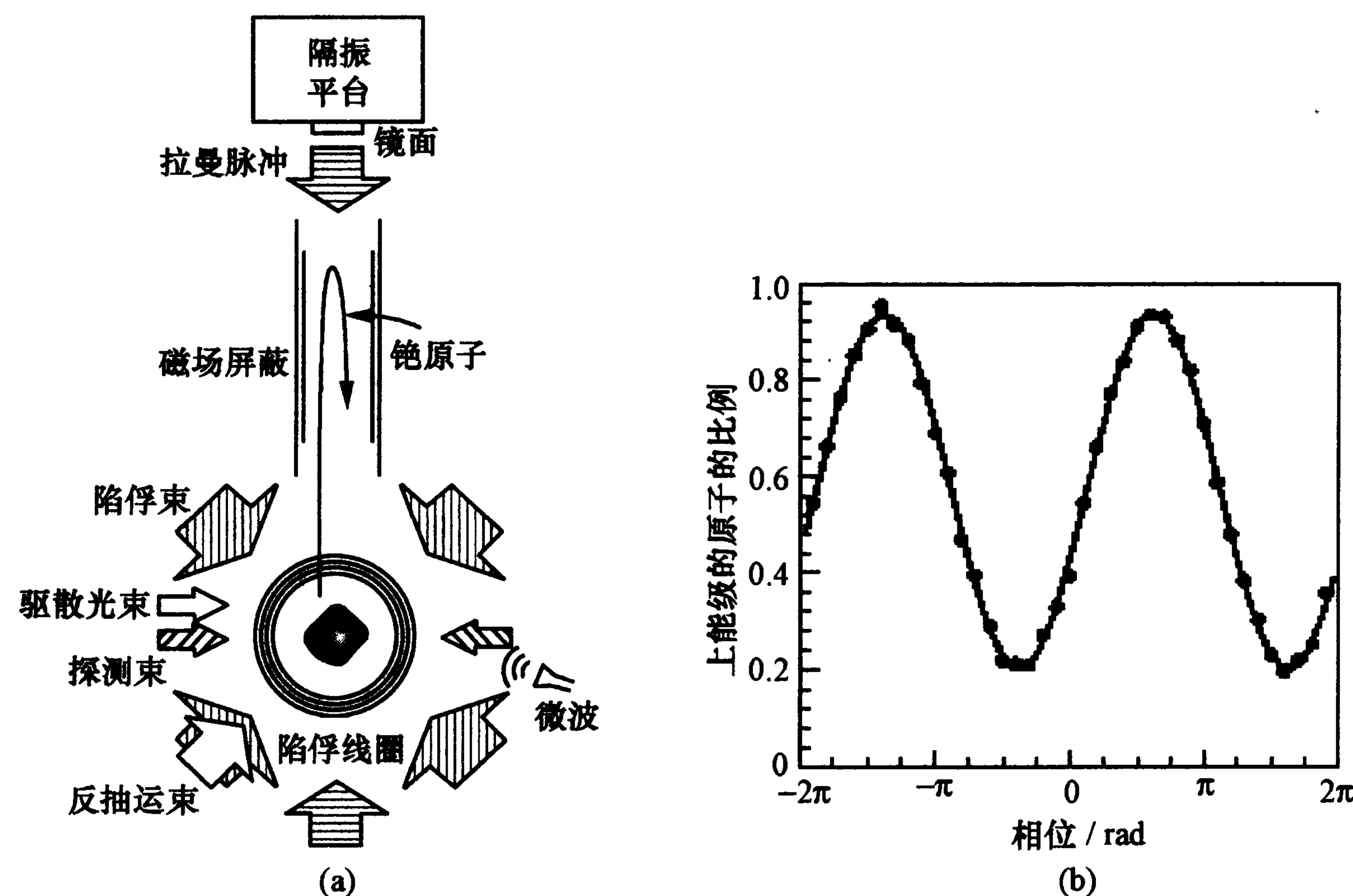


图 8-40　脉冲激光受激拉曼干涉仪装置图(a)与干涉花纹的实验结果(b)

的灵敏度为 $\Delta g/g\approx 3\times10^{-6}$. 后来，他们又通过改善激光的频率和机械稳定度等措施，并采用在第二个 $\pi/2$ 脉冲前直接对微波进行调相的方法，取得了类似图 8-40(b)的干涉花纹，从而可直接得到相位. 用 $T=50\,\mathrm{ms}$，$\omega_0=1765.22\,\mathrm{MHz}$，$\omega_m=1.683\,\mathrm{MHz}$，他们得到了 $\Delta g/g\approx 3\times10^{-8}$的测量灵敏度[122].

朱棣文小组在后来的实验中采用了铯原子，其装置见图 8-40(a). 与钠原子实验相比的重大改进在于：在原子喷泉下落过程中施加拉曼激光脉冲，原子处在重力场加速状态下，$F=4$ 态跃迁原子的检测设在喷泉下面的冷原子源区；约有 10^8个原子进入喷泉，最终冷却温度约 1.5 μK；利用微波和光脉冲把约 3×10^6个原子抽运到基态 $F=3$，$m_F=0$ 能态，纵向有效温度仅为 10 nK；用磁场把对磁场不敏感的 $m_F=0$ 的原子与其他 $m_F\neq0$ 的对磁场敏感的原子分开；改进悬在空中的隔振平台的机械稳定性，使形成互相对射的拉曼脉冲的激光相位稳定；改善拉曼激光与原子喷泉轴的对齐，使角度误差限制在 10 μrad(测钠原子时仅为 2 mrad)之内. 图 8-40(b)描述了在 $T=160\,\mathrm{ms}$ 时第 588 638 和 588 639 个花纹(周期)的情况. 图中纵坐标是上能级($F=4$，$m_F=0$)原子数的比例；共 40 个数据点，积分时间约 1 min. 每个数据点是一次抛射的结果(耗时 1.3 s). 从这 1 min 积分给出测定相位的误差约为 0.01 rad，可得重力加速度 g 值的测定精度为 3×10^{-9}. 实验中，通过改变时间 T(2～160 ms)来确定干涉花纹的中心位置. 据估计，进一步改进实验措施和环境可使 g 值的测量精度提高到 10^{-10}数量级，明显观察到潮汐对 g 值的影响.

在上述有关相位移动的公式中，把重力加速度 g 换成旋转运动中的科里奥利(Coriolis)加速度，由此引起的频率移动就是上面提到的 Sagnac 效应. 这是用原子干涉仪作为陀螺仪的物理基础. 陀螺仪相位移动为[126,129]

$$\Delta\Phi_S = 2\boldsymbol{k}_{\mathrm{eff}}\cdot(\boldsymbol{\Omega}\times\boldsymbol{v})T^2 = \frac{2}{\hbar c^2}EA\Omega, \qquad (8.3.48)$$

其中 $\boldsymbol{k}_{\text{eff}}=\boldsymbol{k}_1-\boldsymbol{k}_2\approx 2\boldsymbol{k}_{\text{L}}\approx 2\boldsymbol{k}_1$ 是对射拉曼激光的有效波矢量；$2\boldsymbol{\Omega}\times\boldsymbol{v}$ 就是科里奥利加速度，$\boldsymbol{\Omega}$ 是旋转角速度，$\boldsymbol{v}$ 是速度；E 是原子能量；A 是干涉仪两条路径所包围的面积. 耶鲁大学 Kasevich 小组利用这种装置做成了原子陀螺仪，其分辨率为 10^{-10}rad/s[123]. 不过，原子干涉仪中的这种效应最早是由 Riehle 等在钙热原子束上观察到的[143]，他们用的是 Ramsey-Bordé 型干涉仪，并建造了第一台原子陀螺仪.

从上面所述可见，干涉仪的灵敏度很大程度上决定于拉曼跃迁中光子反冲动量的大小. 显然，利用多次反冲可得到很大的动量反冲，从而极大地提高干涉仪的灵敏度. 图 8-41 描述了这类扩大干涉仪两臂反冲分裂间隔的方法. 图 8-41(a)是针对 $\pi/2$—π—$\pi/2$ 干涉仪的，在两个 $\pi/2$ 脉冲之间施加 $2N+1$ 个 π 脉冲，其中 N 个脉冲是方向互相相反的. 这样，两路相位差 $\Delta\Phi=-N\boldsymbol{k}_{\text{eff}}\cdot\boldsymbol{g}T^2$，比式(8.3.46)大 N 倍. 对于 Sagnac 效应也一样，$\Delta\Phi$ 也比式(8.3.48)大了 N 倍. 所以，这是提高重力仪测量精度的一个很有前景的方向. Kasevich 小组实现了三个 π 脉冲($\pi/2$—π—π—π—$\pi/2$)的干涉仪，不过，这三个 π 脉冲都是与原来的 $\pi/2$—π—$\pi/2$ 同方向的，而没有交换方向，因此不是图 8-41(a)的结构，它等效于

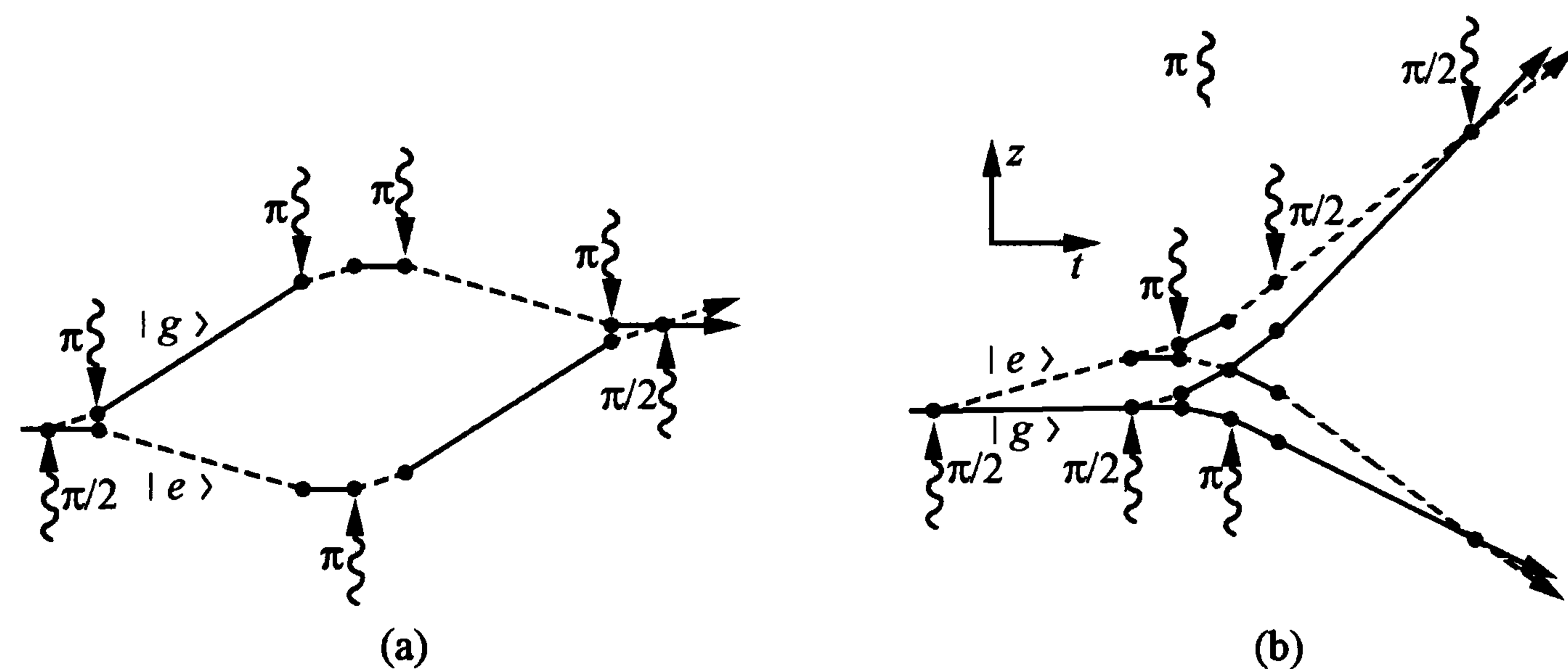


图 8-41 在 $\pi/2$ 脉冲间插入多个 π 脉冲以加大光子反冲的干涉仪
(a) $\pi/2$—π—$\pi/2$ 构形；(b) Ramsey-Bordé 构形.

两个 $\pi/2$—π—$\pi/2$ 干涉仪的串联，可用来测量重力梯度. 他们做成重力梯度计，测得重力梯度的精度为 $4\times10^{-9}g$[148].

图 8-41(b)是针对 Ramsey-Bordé 干涉仪的，方法是在中间两对 $\pi/2$ 之间施加 N 个 π 脉冲，其光束方向相互相反. 这可使 Ramsey 干涉花纹的反冲频移加大到 $(N+1)\Delta\nu_{\text{r}}$[149]，其中

$$\Delta\nu_{\text{r}}=\frac{2\hbar k_{\text{eff}}^2}{m}=\frac{2h\nu_{\text{eff}}^2}{mc^2}. \tag{8.3.49}$$

式(8.3.49)是一对拉曼激光引起的反冲频移. 在物理上，反冲频移值的精确测量具有重要意义，因为一些物理常数与 h/m 值有关，例如精细结构常数 α 可从这个数值求得. 若原子干涉实验用铯原子，则有

$$\alpha^2=\frac{2R_\infty}{c}\frac{h}{m_{\text{e}}}=\frac{cR_\infty}{\nu_{\text{eff}}^2}\left(\frac{m_{\text{p}}}{m_{\text{e}}}\right)\left(\frac{m_{\text{Cs}}}{m_{\text{p}}}\right)\frac{2h\nu_{\text{eff}}^2}{m_{\text{Cs}}c^2}, \tag{8.3.50}$$

这里 R_∞ 是里德伯常数，$m_{\text{e}}, m_{\text{p}}, m_{\text{Cs}}$ 分别是电子、质子、铯原子的质量. 里德伯常数和这些质量的比例都可以在 10^{-9} 的精度以内得到，因此只要反冲频移的测量准确度达到 10^{-9} 以上，精细结构常数的精确度也就可以达到 10^{-9} 以上了. Weiss 等人第一次完成了 $N=15$ 的实验，得到 h/m_{Cs} 的测量准确度为 10^{-7} 数量级[149]. 后来，他们又把 N 提高到 50，甚至 60，用 $T=150$ ms 进一步实验，所得到的结果是 Ramsey 花纹线宽为 3.3 Hz，反冲频移峰的间距为 1.5 MHz，2 h 的数据积分可使 h/m_{Cs} 的测量不确定度为 3×10^{-9}，α 值的不确定度为 1.5×10^{-9}[150].

原子干涉还有许多丰富的内容，包括各种为探索某些物理效应和探测一些技术数据的专用干涉仪. 近年来利用玻色-爱因斯坦凝聚和微电子工艺做原子干涉仪的研究十分热门，读者可参阅有关文献[120,121,123]①.

① 校注：武汉物理与数学所实现了利用受激拉曼跃迁的 Sagnac 型冷原子干涉仪[262].

§8.4　原子光学与原子导引

8.4.1　引言[151~155]

原子可以表现为物质粒子和波动，它们的运动都可用光学现象来类比，因此就产生了"原子光学"这一新的学科领域. 物质波作为波动，其典型表现就是波动光学中的衍射和干涉. 对此，我们已经在§8.3中讨论过. 基本操作手段除了用纳米技术做成的狭缝、光栅和掩模等物质器件外，都是光：$\pi/2$脉冲形成分束器，π脉冲作为镜面反射器，$\pi/2$脉冲起着合束器的作用. 所以原子干涉仪可以看成是基于波动光学的原子光学器件. 本节反过来讨论对作为宏观微粒的原子进行运动操作，其轨迹可发生反射、聚焦、分束、延迟等效应. 这相当于对原子运动进行几何光学的操作. 这种操作要求有反射镜、透镜、分束器、延迟器等光学元件. 这里，可以使用的工具有静电场和静磁场、光场和光场梯度等；依靠的是中性原子具有原子静电偶极矩（基态中性原子一般没有电偶极矩，但某些激发态（如高里德伯态）可具有静电偶极矩）和磁偶极矩以及在电磁波作用下产生的诱导或感生的电偶极矩. 反射、聚焦等操作是电磁场、光场与这些原子固有或感生的电矩或磁矩相互作用的结果. 这里，原子运动遵从牛顿力学规律，原子的坐标与动量可以同时被测量.

原子运动可类比于几何光学的操作，但却并不完全相同. 这里至少有以下几方面的区别：(1) 光可以穿透一些介质，产生折射，而原子一般是不能通过介质的. (2) 除了极个别情况（例如冷氢原子可在液氦表面上产生镜面发射效应[156]）外，原子也不能在实体表面上发生反射，因为一接触物质表面就会被黏住. (3) 原子有质量，因此其运动轨迹会受重力的影响. (4)原子在与光的相互作用过程中会有耗散性，原子会丧失能量. 激光冷却就是这样一种效

应. 前两方面给实现原子光学的器件（如透镜和反射镜等）制造了巨大障碍；后两方面给计算原子轨迹增加了新的复杂因素，但在某些情况下也会带来一些好处. 其实，激光减速原子束就是其中的一个例子，而重力可以作为形成原子谐振腔的一个因素.

原子与电磁场相互作用所产生的力要改变一般热原子运动的动量还是显得比较小的；但是经过激光冷却以后，情况就不同了. 所以，原子光学所处理的往往是经过激光冷却或减速过的原子，这门学问也只在激光冷却原子实验技术广泛发展后才出现生动、活跃的局面.

本节将着重讨论几种原子光学器件的工作原理及其技术上的应用. 由于在§8.3中已对把原子束分解为两束互相相干的分束器作了详细叙述，而延迟器就是激光减速的表现，故本节将主要介绍原子的镜面反射器和原子透镜. 在工作原理上，它们与物质波干涉器件有重要区别，但其基本机理就是利用电磁场与原子电磁矩的相互作用以及前面各章中讨论过的光对原子的各种作用力（如自发辐射引起的散射力、原子感生偶极矩与电磁场梯度之间的相互作用力、偏振梯度力等）及其在各种具体情况下的表现. 正是这些力，能改变原子的运动轨迹，实现反射、聚焦等几何光学操作. 有些可被称为原子光学的操作在前面各章中也已有所提及，本节中不再针对每种具体情况叙述工作原理，只是从应用的角度对有关问题作一些整理. 最后，我们还将介绍一些原子导引工作. 原子导引是对原子运动的一种特殊操控，在实际工作中很有用. 它依赖于原子光学，但也有些区别. 近年来，对玻色-爱因斯坦凝聚的操控研究很多，而且还采用了微电子学和纳米技术，实现了被称为集成原子光学和原子芯片的微型原子操控器件（有关这部分内容将在9.5.2小节中作扼要介绍）.

8.4.2　原子反射镜

原子反射镜起着原子聚焦和储存的作用，后者常通过形成原

子阱或物质波谐振腔来实现. 上面说到,用实体表面对原子实现反射是不可能的,所以原子只能在保守力场中通过减速到零再加速而得到反射. 原子速度为零的力场的等势面就是反射面. 实现原子反射镜可以利用以下几种相互作用:(1) 静电场与原子电偶极矩;(2) 静磁场与原子的固有磁矩;(3) 原子的感生偶极矩与光的交变电场梯度的作用;等等. 其实,重力也可算是原子反射镜的一个元素,原子喷泉就是上抛原子在重力场中反射的结果,喷泉顶点的水平面就是反射面.

利用静电磁场和原子相互作用做反射元件,是利用了原子具有静电或静磁偶极矩,它们在不均匀场中会受到力的作用. 这个作用力的形式与式(3.2.1)和(3.2.2)完全相同,不过那里是对光的交变电磁场和原子在光场作用下的感生偶极矩而言的. 现在仍可把式(3.2.1)和(3.2.2)写为

$$\boldsymbol{F} = -\nabla U(\boldsymbol{r},t), \tag{8.4.1}$$

这里 U 是原子电偶极矩 $\boldsymbol{p}$(或磁偶极矩 $\boldsymbol{\mu}$)在静电场(或静磁场)中的相互作用能. 它是造成原子能级斯塔克或塞曼位移、分裂的能量:

$$U(\boldsymbol{r},t) = -\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) \quad \text{或} \quad U(\boldsymbol{r},t) = -\boldsymbol{\mu}\cdot\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t). \tag{8.4.2}$$

这种力只在不均匀电场(或磁场),即有电场(或磁场)梯度时才会发生. 式(8.4.1)还可写成

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r},t) = -\frac{\partial U}{\partial E}\nabla E = p_{\mathrm{eff}}\nabla E$$

或

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r},t) = -\frac{\partial U}{\partial B}\nabla B = \mu_{\mathrm{eff}}\nabla B, \tag{8.4.3}$$

其中 ∇E 和 ∇B 分别为电场和磁场梯度,而

$$p_{\mathrm{eff}} = -\frac{\partial U}{\partial E}, \quad \mu_{\mathrm{eff}} = -\frac{\partial U}{\partial B} \tag{8.4.4}$$

分别称为原子的有效电矩或有效磁矩. 它们可从能级的斯塔克或塞曼位移上求得,显然其符号和数值与原子的具体能态有关. 例如,从图 2-9 可见,在碱金属原子基态超精细结构的上、下两个能级中的上能级(除最低的一个能级外),其能量在强磁场中都是随着磁场的增强而升高的,因此,根据式(8.4.4),$\mu_{\mathrm{eff}}<0$,力指向弱场处(弱场趋寻态);而下能级则正好相反.

一般原子在基态没有静电偶极矩,但某些原子可产生较长寿命的高激发态(即里德伯态). 它们带有静电偶极矩,可凭斯塔克效应而在不均匀静电场中被减速,这样就形成了反射元件[156]. 若斯塔克相互作用的能量随着场强增大而增强,原子就会在电场梯度作用下受到一个指向于弱场的力. 当原子以一定初速度接近强场时,就会受到一个排斥力而减速,并在那里被反射而转向弱场处. Metcalf 等人建议的具体实验方案是[151]:先让原子束从自由空间进入强电场区,在那里用一束薄层激光把基态原子激发到所需的里德伯态;然后靠强的不均匀静电场把它们减速并反射. 对产生不均匀电场的电极板加以适当剪裁,可以得到所需要的电场分布,从而使原子束产生反射或聚焦的作用. 只要对原子激发态的寿命选择恰当,使原子在走出强电场区后才衰减到基态,就可得到十分有效的反射效应. 这种方法有很明显的优点,既可以得到很强的减速力,所需的减速距离又很短.

不少原子(如所有带有超精细结构的碱金属原子)的基态具有固有磁矩. 在磁光阱中的原子就利用了这种不均匀磁场中的作用力. 在原子反射镜上,也可与上述电场情况一样使用这种梯度力. 由于原子磁矩比较小,故所用的不均匀磁场的强度和磁场梯度都要很大. Roach 等人利用录音磁带的强磁场对在磁光阱中俘获并冷却的 ^{85}Rb 原子实现了镜面反射[157]. 磁记录介质(如录音磁带、录像磁带、软盘等)的表面有很强的磁场,磁场强度随垂直于磁带表面的距离而呈指数衰减:$B=B_{\max}\exp(-kz)$(其中 $1/k=\lambda/2\pi$ 为 μm 数量级,$B_{\max}$ 的值可达十分之几特数量级). 这样,在磁带表面附近可形成很强的磁场梯度,从而可产生很大的梯度力(见式(8.4.3)). 实验中先把原子用磁光阱冷却到约 30 μK,并抽运到

$F=3, m_F=3$ 能级；再在重力场中自由下落，在距离磁光阱中心 24.5 mm 处(速度为 0.7 m/s)的磁带表面上受到磁场梯度的强烈排斥作用而发生反射. 实验在 600 ms 时间内观察到了原子反射，得到四次以上弹跳，反射系数为 94%(±8%). 后来，以用磁记录介质做原子反射器比较常用.

通过光场来实现原子反射镜，首先是隐失波的作用，它是 1982 年由 Cook 和 Hill 提出[158]并由 Balykin 等人于 1987 年实现的[159]. 对此，我们已经在 7.2.4 小节中加以叙述，图 7-19 还描述了几种靠原子反射镜形成的光阱，这里不赘述.

8.4.3 原子透镜[160]

在原子光学中原子透镜主要起聚束作用，以增强原子流密度，是十分有用的. 顾名思义，"透镜"的作用就是要通过把原子束准直、会聚，使物体成像，如图 8-42(a)所示[160]. 对于轴对称的系统，这种会聚作用需要依靠一个随半径而线性增大的轴向力 $F=-kr$ (k 是常数)，如图 8-42(b)所示. 对于满足这样条件的高斯光束，可以给出薄透镜的成像公式

$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}, \tag{8.4.5}$$

这里 S 和 S' 分别为距离透镜主平面的物距和像距. 不过在实际系统中，一般作用力不会严格与半径呈线性关系，这时就不可能形成严格的成像关系，会出现像差.

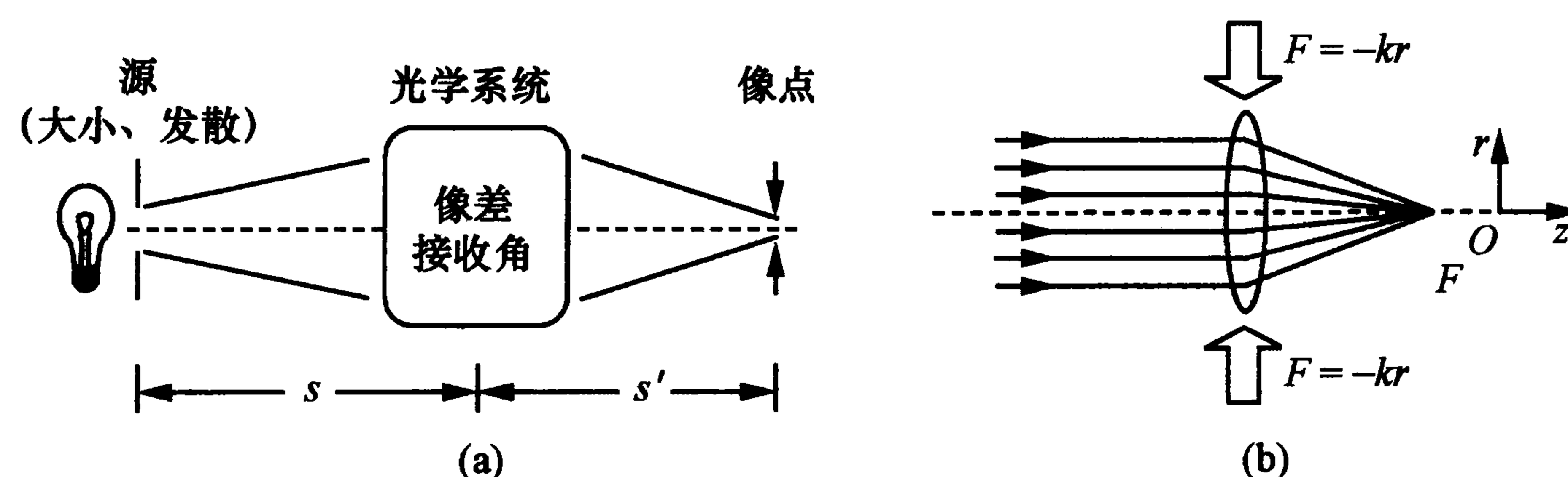


图 8-42 原子透镜的作用(a)和用轴向作用力实现原子透镜的示意图(b)[160]

对带有磁矩的原子，磁透镜已是十分成熟的操控原子束的器件. 对于不具有磁矩的原子，光操控就是一种重要手段. 本小节将对形成原子透镜的主要方法作一个概括性介绍.

(1) 磁透镜. 电磁场理论表明，对弱场趋寻态原子，六极磁铁的磁场可以满足产生 $F=-kr$ 这样的轴向力. 氢激射器频标中就是用此方法对原子束进行选态和聚焦的[2,161]. 这种产生不均匀磁场的磁铁结构如图 8-43 所示，图中箭头代表磁场方向，正、反径向箭头处表示磁极位置，切向箭头处是磁隙. 在中央轴附近，横截面上的磁场分布可写成[2]

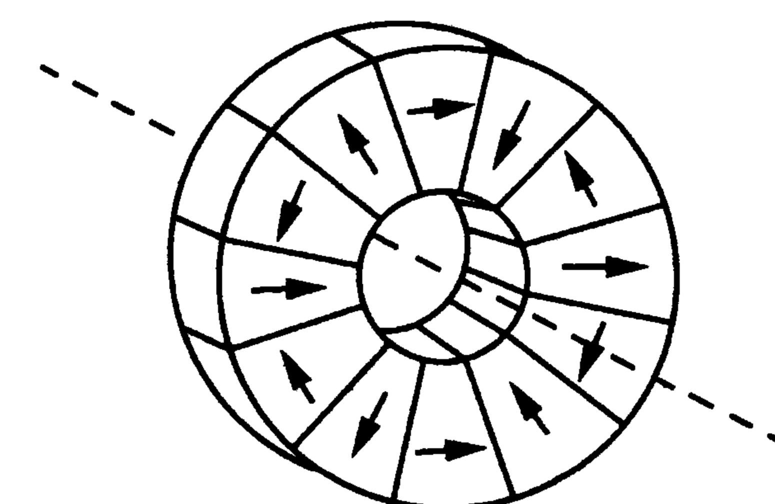


图 8-43 六极聚焦磁体的极头分布

$$B(r,\theta)=B_0\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\left[1-2\left(\frac{r}{r_0}\right)^6\cos 6\theta+O\left(\frac{r}{r_0}\right)^{12}\right]^{1/2}, \tag{8.4.6}$$

这里 B_0是磁极头上的磁场强度，r_0是极头处的半径. 在 $r/r_0<1$ 的情况下，可以近似地认为磁场是随 r^2 增大的，而磁场梯度线性增大. 根据式(8.4.3)，对于 $\mu_{\text{eff}}<0$ 的原子，作用力满足 $F=-kr$ 的关系，因此可产生聚焦作用，焦距为[162]

$$f=\frac{mv^2}{2\mu_B\int\partial^2B/\partial z^2\mathrm{d}z}. \tag{8.4.7}$$

对铯原子束，若速度减到约 60～70 m/s，若强磁场的二次微商为 $2.66\times10^4\ \mathrm{T/m^2}$，则可得焦距为 40～50 mm. 磁体一般都用稀土磁性材料做成.

在氢原子频标中还可采用四极磁铁来进行原子选态与聚束. 但四极磁体的中央磁场强度与距轴的半径 r 成正比，磁场梯度和作用力是常数，不随半径而变；虽然力的方向也趋向于中央轴线，

能进行聚束，但却没有聚焦作用[161]，不能成像. 对带有电矩的原子或分子，也可以用相应电极形成的电场来进行聚束和聚焦. 氨分子振荡器中就用了四极电场[163].

(2) 同轴光束透镜. 这就是§4.2说到的并用图4-22解释过的原子束准直方案. 红失谐高斯光束造成处处指向光强的轴向(横向)偶极力，使原子束的截面压缩，这里不赘述.

(3) 空心激光束透镜. 和上述采用红失谐近共振光相反，这里用的是蓝失谐的中空光束. 蓝失谐光场使原子受到一个指向光弱处的偶极力. Balykin 等首先提出了这种被称为“面包圈”的光束来聚焦原子束[164]. 这种光属于 TE_{01} 模式，其横截面上的光强分布见图 8-45[164]. 计算表明，若受衍射限制的激光光腰为 1 μm，则焦点的大小可控制到 1 nm. 两个实验小组分别在 1998 和 2000 年在实验上实现了“面包圈”光束对冷原子束的聚焦[165]. 与用红失谐光相比，此方案有一个优点，即原子集中在光最弱处，可避免自发辐射的干扰. 而在红失谐情况下，原子处在光最强处，即使是大失谐情况下，也难免受自发辐射影响.

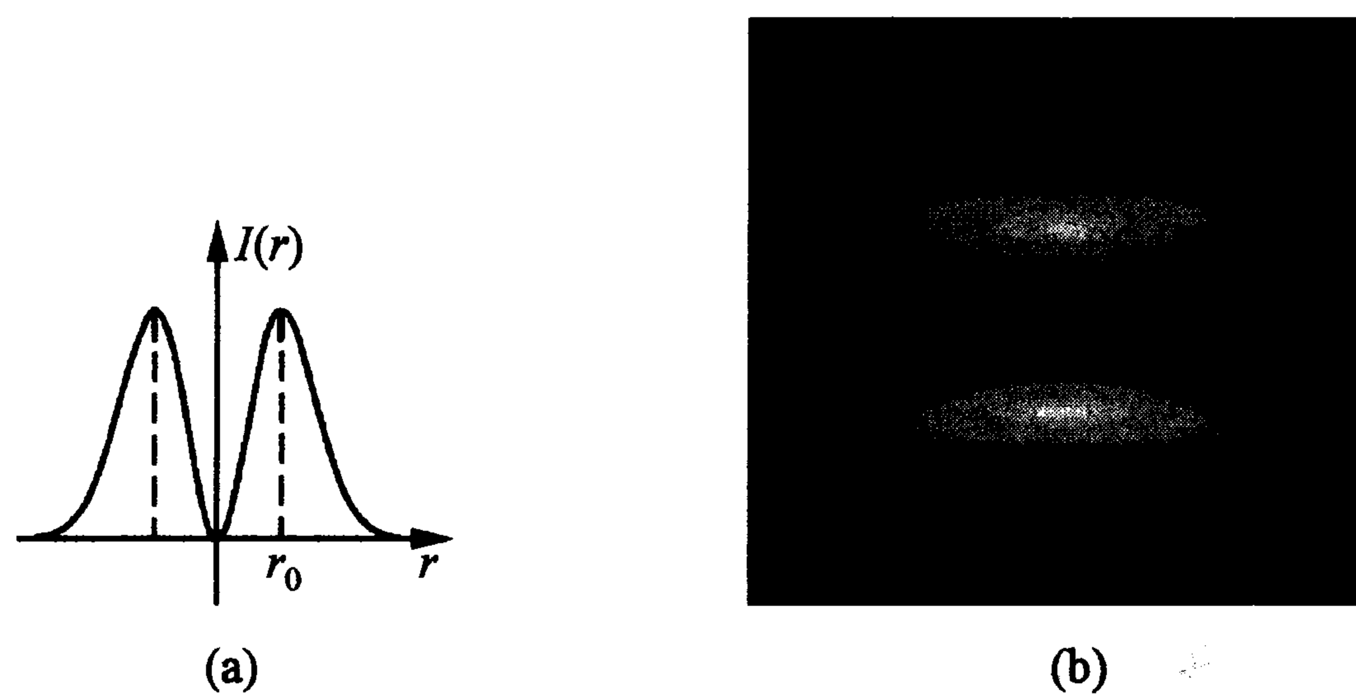


图 8-45　“面包圈”光束横截面上的光强分布(a)和聚焦示意图(b)

(4) 散射力透镜. 用散射力也可以做成原子透镜，其方法是利用四束发散的近共振激光从横向二维照射原子束，如图 8-46 所示[166]. 由于这种光束离光源越远，光强越弱，对于原子束就可近似地形成与 r 成正比的作用力，使原子束聚焦. 用这种方法清晰地分

开两束来自不同束源准直孔的原子束，准直孔成像良好. 束孔的直径为 0.5 mm，成像后的孔径为 1.3 mm，其增大主要来自球面像差和色差以及因散射力的自发辐射性质引起的涨落.

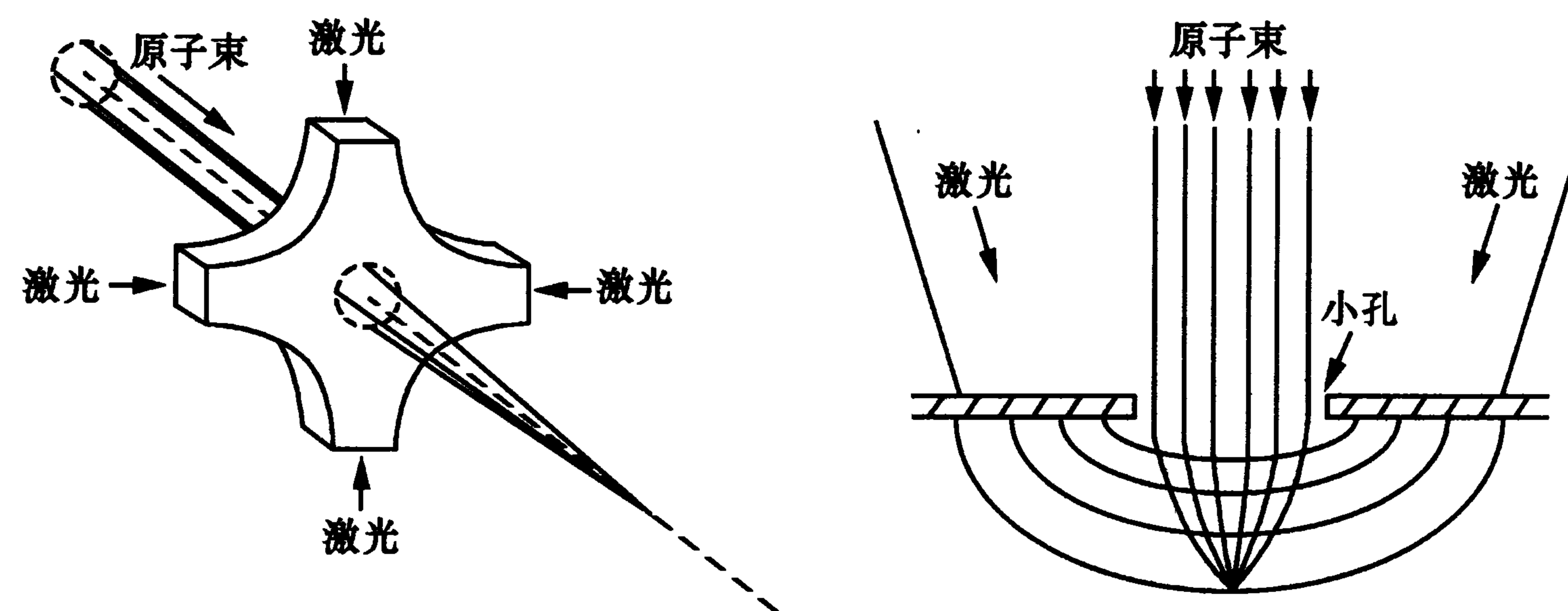


图 8-46　四束发散激光束形成的原子透镜　　图 8-47　有近场光形成的原子透镜

(5) 近场光原子透镜. 近场光是由光在介质表面产生的隐失波形成的光场. 它构成的光斑大小可以超越寻常远场光的衍射极限，因而可得到很小的光斑. 近场光的强度随与介质表面之间的距离成指数衰减，其作用近似地只限于光波长范围内. 当原子束与红失谐的近共振光共轴通过一个小孔时，若孔径小于光波长，小孔附近产生的近场光会造成一个沿轴线上强、边缘弱的光强分布. 原子束通过小孔后，会受到基态能级光位移产生的梯度力使原子束沿光轴聚焦(图 8-47)[167]. 原子焦斑的大小仅为 nm 数量级. 近场光还可以由蓝失谐的光组成，如图 8-48 所示[168]. 两束光分别从左、右两个针尖顶端的小孔输入(针尖孔直径小于光波长)，离针尖越远，近场光越弱，蓝失谐光所造成的梯度力的 $\boldsymbol{F}_g$ 指向如图：接近左边针尖的原子受到指向右边的排斥力的作用；而靠近右边针尖的原子则受到指向左边的力的作用，从而造成原子束聚焦. 焦点原子团的大小也可达到 nm 数量级.

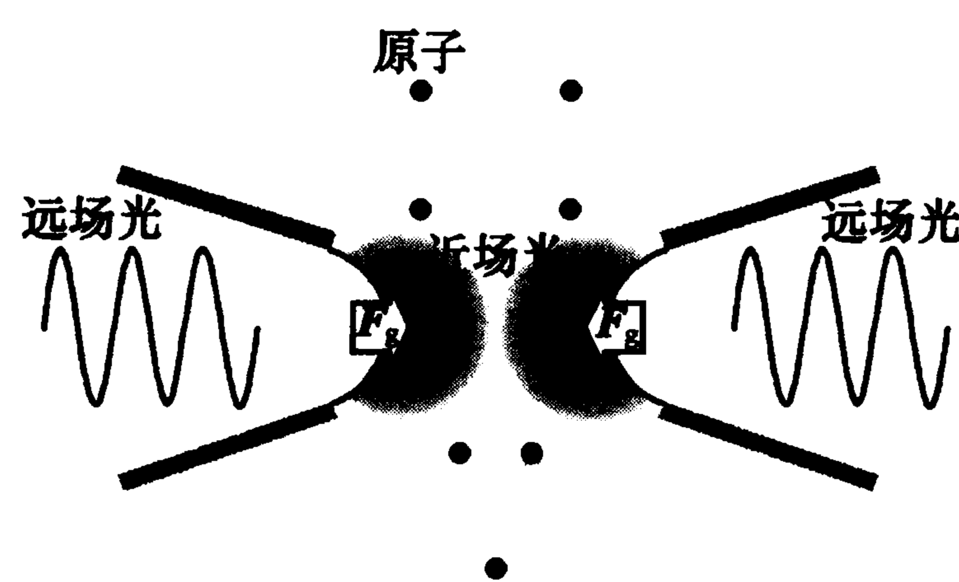


图 8-48 透过针尖的蓝失谐光形成的近场光原子透镜

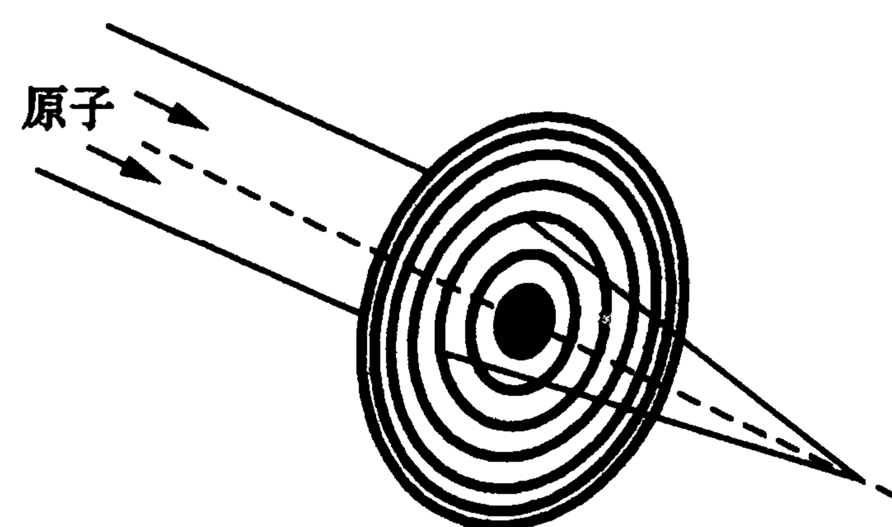


图 8-49 菲涅耳波带板原子透镜

(6) 菲涅耳波带板原子透镜. 和上述几种用几何光学方法实现的透镜不同,菲涅耳波带板法又让我们回到物质波的波动光学领域,它靠的是原子德布罗意波的衍射. 典型的波带板是用极细金属丝做成的同心圆掩模,如图 8-49 所示. 同心圆半径 r_n与从中心算起的圈数 n 的平方根成正比: $r_n=n^{1/2}r_1$(r_1是最内层圆圈的半径). 物质波可以从金属丝间的空隙通过并发生衍射. 从这些同心圆间隙衍射的德布罗意波组成一个个会聚的球面波前,使原子聚焦,焦距为[169]

$$f = r_1^2/m\lambda_{dB} \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots), \qquad (8.4.8)$$

这里 m 表示衍射的级数,λ_{dB}是德布罗意波长. Mlynek 小组的实验展示了这种原子透镜的功效[169]. 实验所用的菲涅耳波带板是用微细加工技术在厚 0.5 μm 的金箔上做成的,其参数是 $r_1=9.38\,\mu m$, $n=128$ 为最大圈数(即波带数),外径约为 210 μm. 用这种波带板聚焦了 2^1S_0和 2^3S_1亚稳态上的氦原子. 氦原子束来自低温控制的超声喷嘴,其速度范围很窄,单色性很好,因而德布罗意波长也十分确定. 原子速度可由喷嘴温度控制,调节范围可使德布罗意波长在 0.055～0.26 nm 变化. 当 $\lambda_{dB}=0.196$ nm(喷嘴温度 $T=20$ K)时,1 级衍射的焦距为 0.45 m. 根据成像公式(8.4.5),物距和像距分别为 $s=0.96$ m 和 $s'=0.84$ m. 像与物之比接近 1∶1. 宽 10 μm 的狭缝成像后,宽度为 18 μm,与计算结果符合. 这个系统的优点

是不用近共振光,因而可适用于多种原子;其缺点是多级衍射的焦距不同,不同级的像会互相重合,使像的对比度降低,而最小的像的大小受到最内圈波带直径的限制.

还有另外一些不太常用的实现原子透镜的方法[160],如大周期的红失谐近共振驻波光等[170],这里不多述.

8.4.4 高强原子束与原子刻印[151,160]

原子透镜的一种重要作用是使原子束聚焦为有高强度的原子源,以满足各种物理实验和工艺技术的需要. 技术上的应用主要有微细沉积和纳米刻印等,它们在微细加工和纳米技术上有广泛用途. 这些应用往往也需要较强的原子束,为此需要对原子束的强度给出明确的衡量标准. 同时,我们还将对取得高强度原子束的方法作个概述.

衡量原子束的强度有以下几个概念: (1) 总流量 Q,即单位时间(1 s)从炉口(或束孔)喷发出来的原子总数;(2) 束流强度 I,即单位时间通过单位束截面 A 的原子数: $I=Q/A$;(3) 束流亮度(brightness)R,即单位时间内通过单位立体角和单位束截面的束流量[151,171],有

$$R = \frac{Q}{A\Delta\Omega}, \qquad (8.4.9)$$

其中 $\Delta\Omega=(\Delta v_\perp/v)^2$ 是原子束所张的立体角(v 是束中原子的平均速度,$\Delta v_\perp$是横向速度宽度). 对于圆形截面束,$A=\pi(\Delta x)^2$(Δx 是束截面半径). 光束还常用光谱亮度的概念,因此相类比也可定义原子束的谱亮度 B(或称耀度(brilliance)). 由于物质波的波长决定于原子的速度,而 $\Delta\lambda_{dB}/\lambda_{dB}=-\Delta v/v$,故每一相对波长间隔内的物质波的谱亮度为

$$B = Rv/\Delta v, \qquad (8.4.10)$$

这里 Δv 是原子纵向速度的离散度,即速度分布宽度. 注意,B 与 R

具有相同的量纲和单位，有时容易混淆①．一般热原子束的束流亮度和谱亮度约为 $10^{16}/(m^2\cdot s\cdot sr)$，激光冷却后的原子束的亮度和谱亮度可分别提高到 $10^{21}/(m^2\cdot s\cdot sr)$和 $10^{23}/(m^2\cdot s\cdot sr)$数量级，这有利于提高原子团的相空间密度，对实现 BEC 很有作用(见第十一章)．

一般原子束从束源[172](如维持一定高温下的炉子)出来总是发散的．产生原子束的方式可通过炉口小孔自然流出(泻流)或从超声喷嘴喷发出来．所谓"小孔泻流"，是指在一定温度下原子按麦克斯韦速度分布自然地从炉口小孔漏出来，而不是靠炉内外的压力差被迫从炉子里通过炉口"挤"出来．这种原子束不但有很宽的速度分布，而且有很宽的角分布(发散性很强)．在原子物理中，常用的另一种超声束则是从炉子里通过特殊的超声喷嘴喷射出来的．这种原子束具有较好的单速性，其速度可通过喷嘴温度来调节(8.4.3 小节已提到过)．不管怎样，要获得很强的原子束，还需采取一些提高原子束流强度的特殊聚束措施．这就是准直．准直可用机械方法，如炉口不用小孔而用细长的毛细管，用以改善原子束的角分布；还可进一步在束通道上设置 1～2 个束拦(准直孔)，把发散的边缘束截去，但这要以牺牲原子的利用率为代价．更进一步地，则要用到激光冷却的准直方法．对此，我们已经在§4.3 和第六章中作为光对原子的作用力的例证介绍过几种方案．不过对实际应用，简单、有效的方法是用二维磁光阱或二维光学黏团的方案．这就是在垂直于原子束的方向施加两对互相正交的负失谐激光束(类似图 8-46 所示，但不一定用发散光束，而可用反射镜产生的对射光束；当然，对磁光阱还需有磁场)，靠散射力和偏振梯度力降低原子的横向速度，使束截面压缩．这种方法的好处是不容易丢失原子．更简单的是直接从磁光阱或光学黏团引出原子束来．例

① 有些文献中把单位立体角中的束流量称为束亮度，因此其单位为 $sr^{-1}\cdot s^{-1}$．后面我们有时也会用到此单位．

如，Riis 等人用所谓"原子漏斗"的方法得到了 $3\times10^{11}/(s\cdot sr)(\approx 10^{16}/(m^2\cdot s\cdot sr))$的束亮度[173]；而卢增天等人则直接从三维磁光阱引出了亮度达 $10^{20}/(m^2\cdot s\cdot sr)$的低速强原子束源(见 8.1.4 小节)铷原子束[60]．

Lison 等人作了一个成功的实验[171]，冷铯原子束的流量达到 2.6×10^{10}/s，耀度提高到 $7\times10^{23}/(m^2\cdot s\cdot sr)$．他们先用改进了出口磁场分布的塞曼减速器把原子束减速到 35～120 m/s 之间(改变激光频率调谐可调节原子束纵向速度)，速度分布宽度小于 1 m/s；横向速度的压缩则依靠两次二维光学黏团和一次六极磁透镜．K. Shimizu 小组[174]则用短期加速的方法从磁光阱引出锂原子束而得到发散度很小的强脉冲束．当速度为 6.5 m/s(调节加速时间可操纵原子束的平均速度)时，1 ms 的脉冲束流达 6.7×10^{12}/s，速度分布宽度为 1.3 m/s，亮度为 $1.1\times10^{15}/(s\cdot sr)$．

除上述方法外，Hoogerland 等人巧妙地使用了类似王育竹小组用于多光束偏转原子束实验装置[175]来进行原子束准直．不过他们使用的一对平面反射镜的间隙不等距(前宽后窄)，呈一定夹角，激光从宽口输入，在镜面空间中进行多次反射，每次反射后光束与原子束的夹角逐渐变大，最后接近 90°[176](见图 8-50)．当原子束穿过此空间时，多普勒频移使光只对有迎面速度成分(即发散)的原子起作用，并随着作用距离的增大而逐渐脱离共振，原子束的横向速度就被压缩．这种方法使亚稳态氖原子束的强度提高了

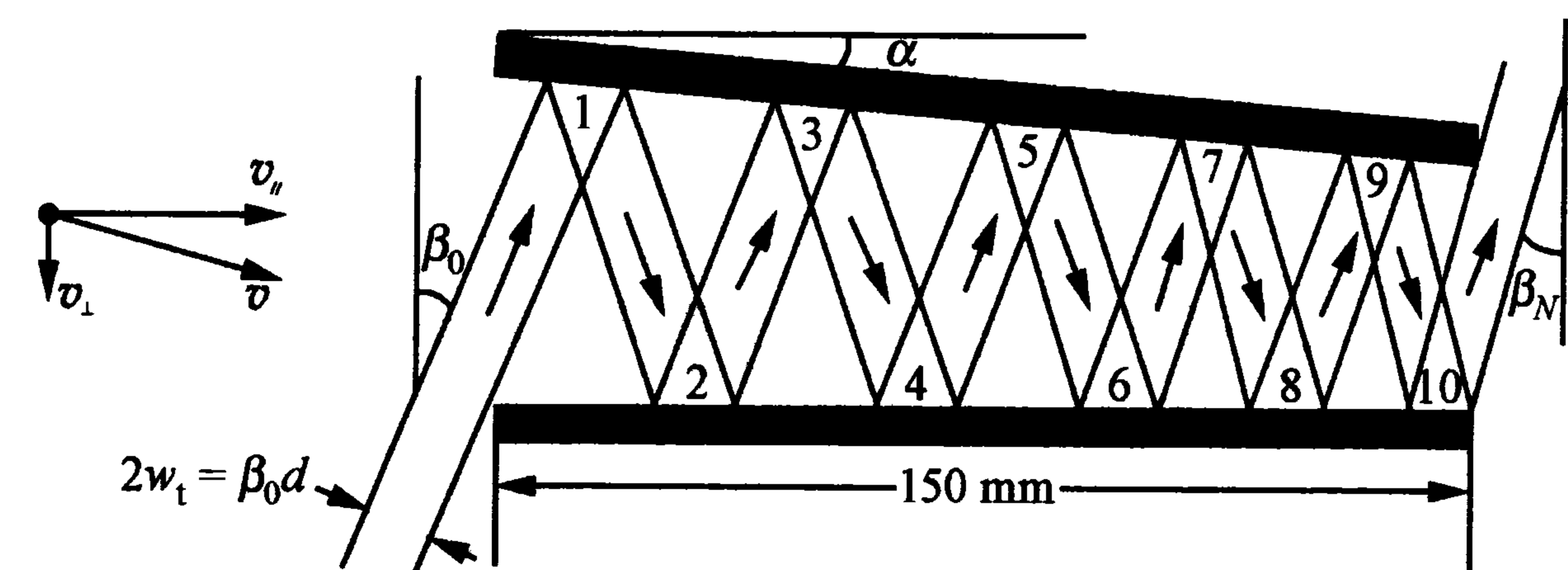


图 8-50　用不平行平面反射镜形成的原子束二维准直器原理图，可见反射角逐次变小的情形[176]

1400 倍.

8.4.3 小节中讨论的聚焦等聚束方法自然是提高原子束强度的更有效方法. 在实用角度上, § 4.4 中叙述的原子束沟道化也是很有用的,这实际上是一种驻波光原子透镜的阵列. 在微细加工和纳米技术上利用沟道化原子直接沉积就可做成光栅等器件. 这种方法应用驻波光对原子的偶极力使原子聚集在波腹或波节上(根据光频率失谐的不同),图 4-29 和 4-30 描述了铬原子沉积形成的栅条,图 8-51 则给出激光沉积的具体装置[160]. 沉积物原子束从炉子出来先经过机械准直(准直缝);再用一维光学黏团准直得到长条状原子束;该光束的频率通过声光调制器被移到负失谐,以便起到冷却和准直作用,然后在基片面上的激光驻波中使原子实现沟道化. 一般驻波光频率调得高于原子共振频率,用蓝失谐光使原子聚集在驻波的波节,并沉积在基片上. 整个实验装置(特别是组成驻波的反射镜面)要严格隔震,稳定到 nm 数量级. 实验中首先用钠原子在硅基片上实现金属栅条[177],形成了以 294.3 nm(钠原子共振光的半波长)为周期的光栅结构. 它由波长短于共振光(570 nm 左右)的光在其上面衍射得到证实. 以后又用扫描隧道显微镜(scanning tunnelling microscope, STM)描绘出这种光栅的条纹结构[178]. 这时驻波光是红失谐的,所以金属沉积在光强最大

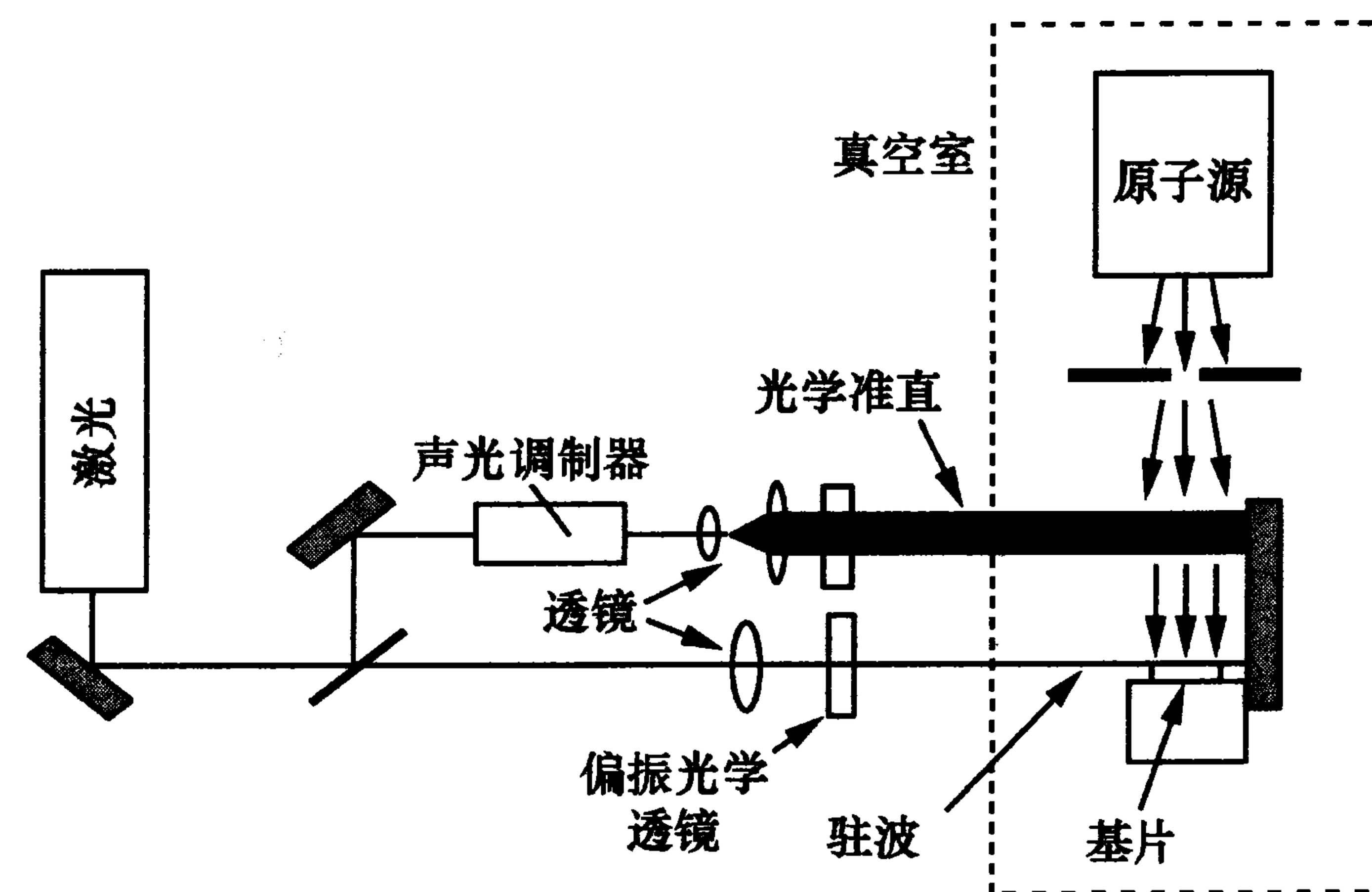


图 8-51 激光准直原子束和直接用驻波光进行沉积的原理装置

的波腹上. 不久,又实现了铬原子的沉积[179];对此采用了波长为 425.43 nm 的铬: 4^7S_3—4^7P_4 共振跃迁实现了准直和原子透镜阵列. 该跃迁的自然线宽为 5 MHz,饱和功率为 8.5 mW/cm^2,铬炉的温度高达 1550 ～ 1650 ℃. 用原子力显微镜(atom force microscope, AFM)得到如图 4-30 的栅条图像,其周期为 212.78 nm(铬原子共振光的半波长). 光栅面积为线长 0.15 mm,总宽度为 1 mm;沉积在氧化硅基片上的铬金属可高达 8～16 nm. 此后铝原子沉积也实现了[180],所用的共振激光为铝: $3^2P_{3/2}(F=4)$—$3^2D_{5/2}(F=5)$ 跃迁的 309.4 nm 紫外光,自然线宽为 13 MHz,饱和功率为 57 mW/cm^2. 该光由染料激光倍频产生. 铬和铝原子在空气中都是稳定的,不会被腐蚀,可用 AFM 显微镜直接观察沉积效果. 铝原子在微电子学集成电路上有重要应用,是连线和引线的主要材料. 铝的结果还可被推广到镓、铟等其他 Ⅲ 族元素[181],它们在半导体生长(如形成量子点、量子线等)中很有用. Ohmukai 等人则使 ^{174}Yb 原子直接沉积在硅基片上[182],所用激光波长为 399 nm ($^1S_0$—$^1P_1$ 跃迁,自然线宽为 28 MHz,饱和功率为 50 mW/cm^2).

除了用一维驻波光形成柱状原子透镜阵列外,还可以用二维驻波构成原子透镜格点[183]. 图 8-52 显示了用两束正交的驻波光形成的硅基片上的铬原子格点的 AFM 图像. 在这种情况下,两束互为垂直的驻波光束必须有严格不变的相位关系,通常采用锁相的办法控制,否则图像就会模糊. 这两束光的偏振也要不同,以免互相干涉. 还可通过三束互为 120°的驻波光束形成六角蜂窝状的格点结构,如图 8-53 所示[184]. 图中 1,2,3 显示在三束光不同交错位置处铬原子格点组态的差异. 此外,用一对"lin⊥lin"对射激光还可使铬原子实现周期为 $\lambda/8$ 的栅条,其间隔仅为 53.2 nm. 这种光的结构在每个波长范围内会产生 7 个光场势,得到 8 个奇数或偶数的极小点,使原子聚集[185].

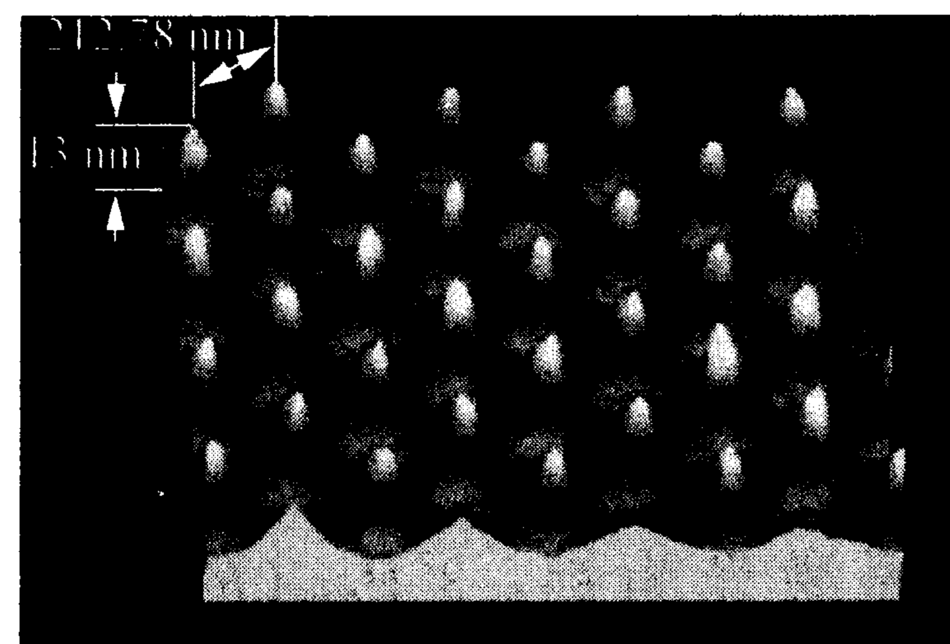


图 8-52 由两束正交驻波光形成的原子格点分布

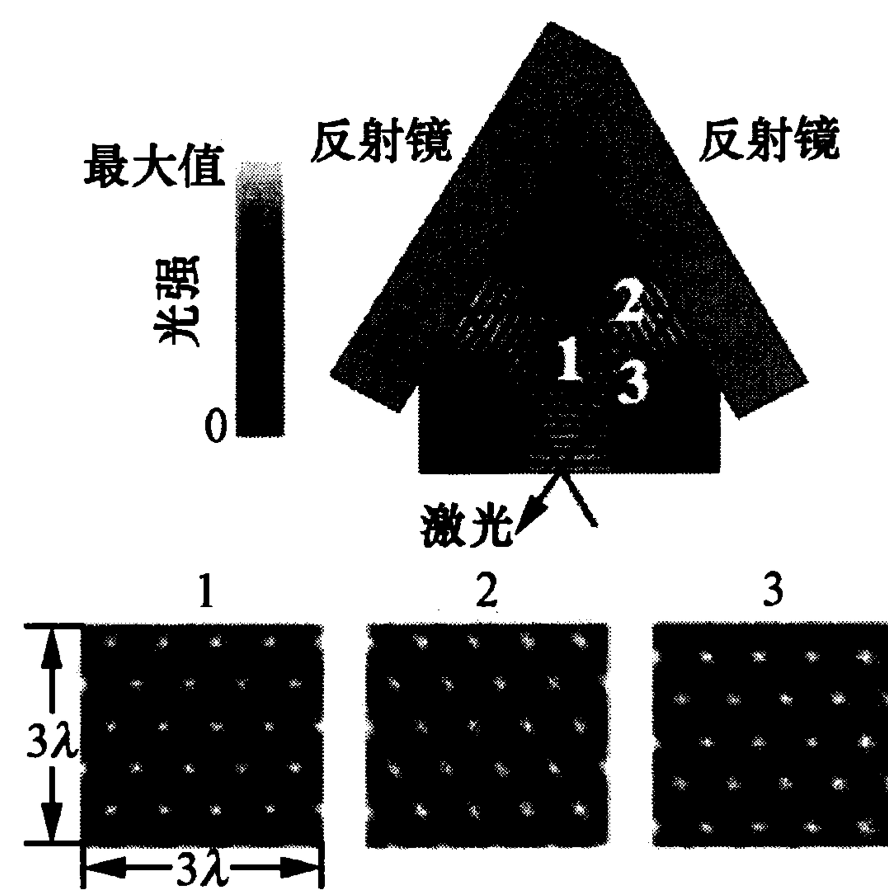


图 8-53 三束驻波光形成的六角格点及不同组态的成因

这些直接沉积的金属栅格还有一些衍生的用处. 例如,可作为纳米模具复制出各种材料(如聚合物薄膜),还可通过斜面溅射来制造纳米磁性导线,制造不同材料的纳米平行线等[160]. 总之,用原子光学沉积的纳米结构具有广泛用途.

直接沉积也可看成是原子刻印的一种特例. 下面将讨论使用掩模的真正意义上的原子刻印. 这种刻印先用一层保护膜覆盖在需加工的衬底材料上;然后用原子取代光、电子或离子把掩模腐蚀掉,使衬底上出现所需的图形以进行印刷或其他操作. 用中性原子的优点是可以利用原子光学,在较大面积上得到更高的纳米级分辨率,原子能量低,可防止衬底的损坏,还可消除衍射和空间电荷的影响等. 所用的原子多为碱金属和亚稳态惰性气体原子. 碱金属原子是激光操控的常用对象,且具有很强的腐蚀性;而亚稳态惰性气体原子则有在光作用下会猝灭而回到基态的优点. 目前这类工作主要还是用热原子束做的,没有真正发挥原子光学的优势. 但是近来已有利用原子光学的起色. 例如,Lison 等人实现了铯原子刻印[186]. 他们在硅晶片上涂敷了厚约 30 nm 的金膜,其上又生成了一层 nonanethiole [$CH_3(CH_2)_8SH$]的自组织单分子层(self-

assembling monolayer, SAM),用类似图 8-51 的方法,先用驻波光作为掩模在单分子层上形成了铯原子的沟道,在有铯原子处自组织单分子层受到化学作用破坏,然后把晶片浸泡到金的腐蚀液中,刻蚀出条形纳米金线. 图 8-54 显示了 AFM 图像,其中白色处为金,黑色处为硅. 用亚稳态惰性气体原子的实验有氩*[187]、氖*[188]、氦*[189]等. 实验方法类似,也是用激光驻波做掩模,在自组织单分子膜上生成条状结构;其特殊之处是亚稳态氩原子在波长为 801.479 nm 的红外光照射下会激发到激发态,而通过自发辐射紫外光回归基态. 这就是光猝灭. 实验用准直原子束垂直照射基片上,在真空中基片会受到残余的碳水化合物或机械泵油污染. 当红外驻波光沿基片表面穿过原子束时,由于波节处光强为零,原子保持亚稳态. 这种亚稳态原子与玷污的基片表面结合会形成一种坚固的碳素化合物膜,它不易被腐蚀液腐蚀掉,从而使基底物质(如金、硅、二氧化硫、砷化镓)保留下来. 而在其他受光作用的地方,亚稳态原子猝灭为基态原子,不发生化学作用,就被腐蚀掉. 这种方法称为污染刻印[160]. 由于光强为零处宽度很小,这种刻印可得宽度仅为 $\lambda/25$ 的细线,而且对比度可达 100∶1,甚至 1000∶1[187]. Engels 等人用亮度为 $1.5\times10^{14}/(\mathrm{s\cdot sr})$的强原子束于刻印[188]. 他们先用塞曼减速器把亚稳态氖原子减速到约 70 m/s,再用二维磁光阱经 68°的大角度偏转进一步减速至 26 m/s;束的纵向速度分布宽度为 1.3 m/s,横向为 6 cm/s(仅比反冲极限 3.1 cm/s 大一倍),束截面直径为 70 μm. 他们也使用过蓝失谐光猝灭法和污染刻印法,并以铬保护的涂金硅片做基底,还试验了多种不同化学材料的掩模,其中有烷烃硫醇自组织单分子层等. 当亚稳态氖原子与自组织单分子层结合成为疏水化合物时,可以抗腐蚀剂. 然后,他们还在此金膜保护下进一步把其他的硅材料腐蚀掉,形成深层沟道(沟深达 800 nm)器件. 图 8-55 是其中之一. Petra 等人则对亚稳态氦原子作了实验. 他们使用了强驻波激光,其好处是可以缩短曝光时间,增加对比度,还可进入深层刻印[189].

王育竹小组也用亚稳态氖原子在硅衬底上通过金属栅网对碳膜进行了微米级原子刻蚀[190].

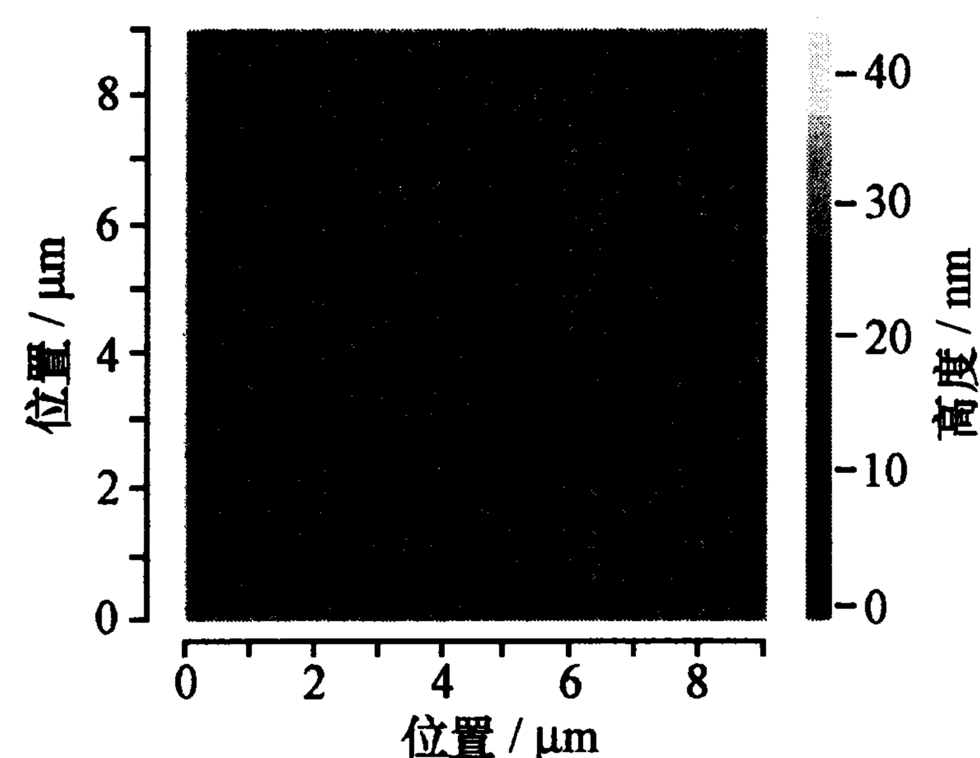


图 8-54　在硅基片上形成的铬原子栅条

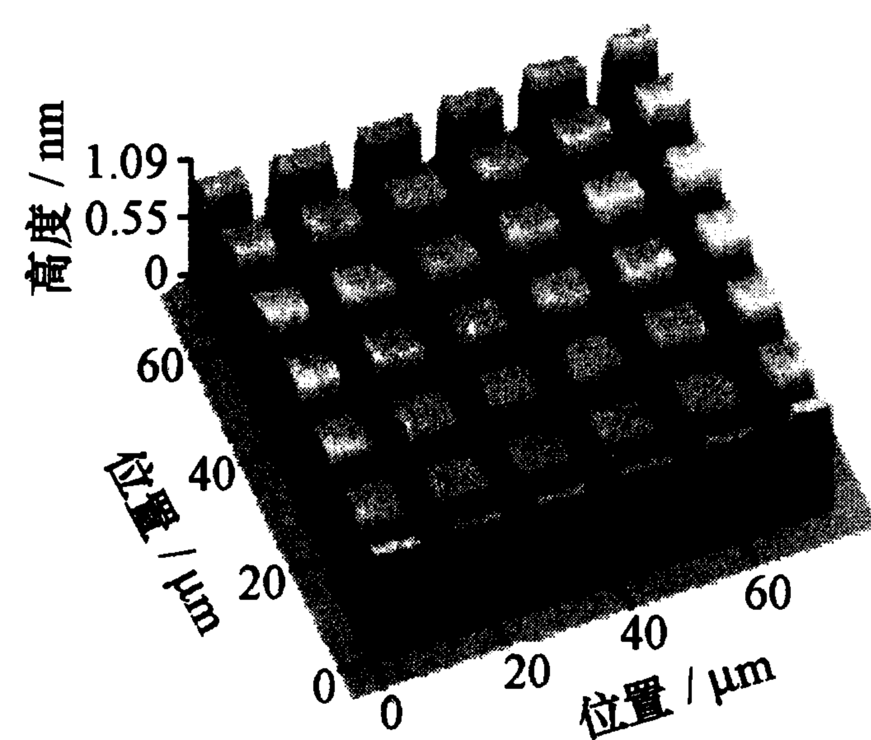


图 8-55　用亚稳态刻印的金掩模腐蚀出来的硅衬底

由于激光操控原子领域与传统的微电子和纳米技术在学科上相距较远，且能够进行激光操控的原子种类还不很多，这就限制了激光原子刻印技术的推广．我们相信随着激光冷却和操控原子技术的进步，这类技术应用将为许多工艺技术人员所掌握．

8.4.5　原子导引

原子导引是按设计的路径把一群原子从一处输运到另一处．在此过程中，要尽可能减少原子的损失，并保持原子的温度不变．因原子与实体物质接触往往会发生黏结和改变性状，原子导引一般是用力场使原子悬浮起来进行输运．这就是在垂直于输运方向的横截面上原子受陷俘力作用悬浮于小区域中，而在纵向则以初速度或在运动黏团驱动下运行．原子光学方法是实施原子导引的主要手段，依靠的主要是电磁力或光作用力，有磁导引和光导引的不同分支（由于一般原子基态不带电偶极矩，所以基本上没有直接用电场导引的）．由于使原子悬浮的作用与原子阱的陷俘作用基本相同，因此许多内容与第七章的光阱和第九章的静磁阱有重叠．下

面仅对一些与原子导引有关的内容重点作些介绍．

磁导引

磁导引主要用磁力把含有磁矩的原子悬浮在载流导线、管子或基片附近进行输运．沿直载流导线附近的输运有两种模式（导线附近的磁力线和磁势分布以及原子运动的轨迹，图 8-56）[191]：(1) 开普勒模式（图 8-56(a)）．载流导线附近产生圆形磁场，磁场强度随与导线的距离 r 成反比，强场趋寻态（strong-field seeker）原子受到指向导线的向心力，原子将沿导线螺旋前进．(2) 侧边模式（图 8-56(b)）．在载流导线外另加一个由一对同向亥姆霍兹线圈产生的垂直于导线的恒定磁场，这个磁场会与导线的圆形磁场在一个点上因方向相反而互相抵消，造成磁场势的谷点，在导线附近的一侧形成一个势阱（详见第九章）．处于弱场趋寻态（weak-field seeker）的原子就会被陷俘在势阱中，并沿着导线运动．实验从有 2×10^7 个锂原子的磁光阱中通过粗 50 μm、长 10 cm 的钨丝引出原子，导线中的电流约为 1 A．图 8-57 显示两种模式的原子导引情况．图 8-57(a)是开普勒模式，原子集中在以导线为中心，中央为磁光阱所在位置，撤除磁光阱（$t=0$）后原子沿导线向两头运动，从

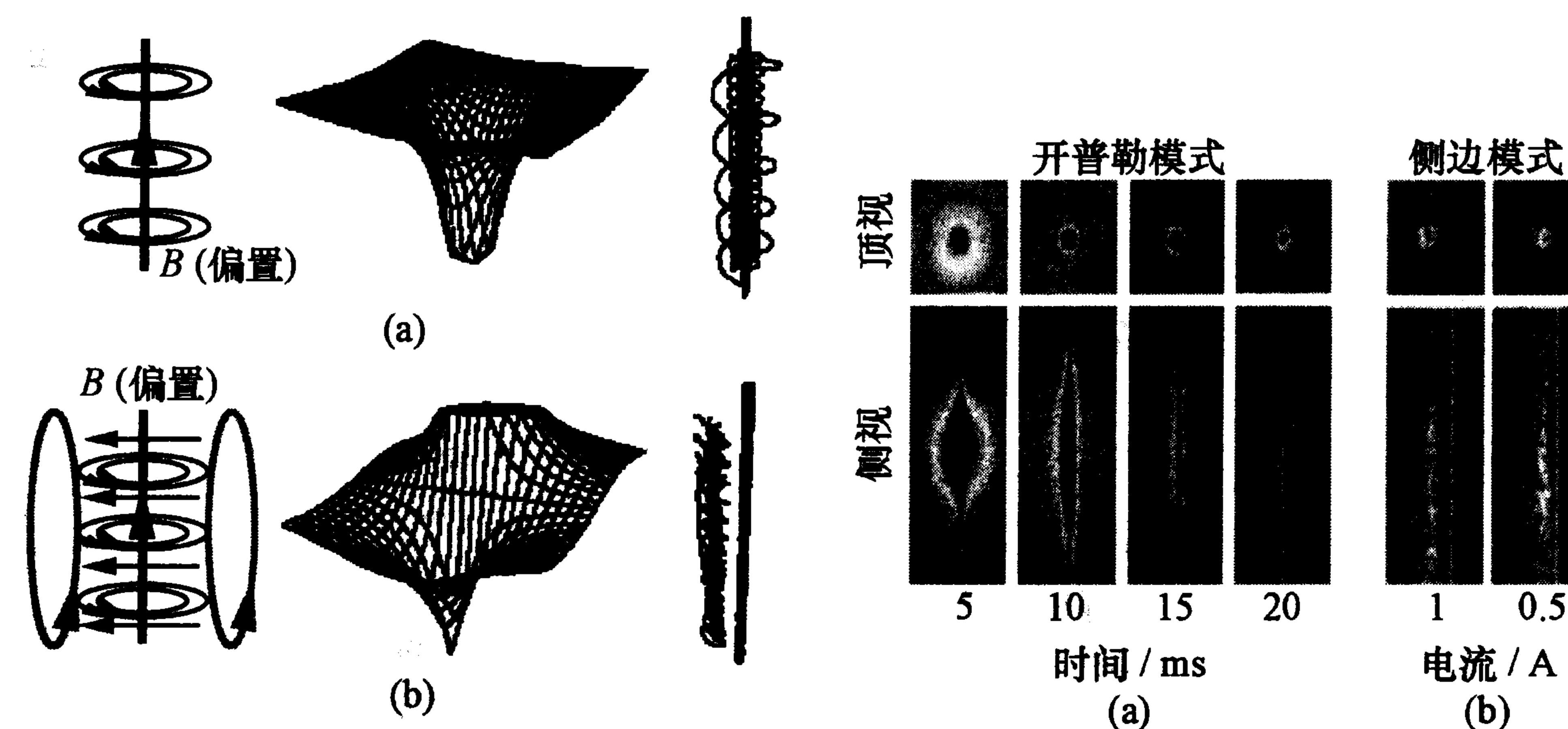


图 8-56　载流导线产生的磁场附近的原子导引
(a) 开普勒模式；(b) 侧边模式．

图 8-57　沿载流导线导引的原子
(a) 开普勒模式，下为撤除磁光阱时间；(b) 侧边模式，下为导线电流．

左到右是随撤除时间 t 的变化. 图 8-57(b)是侧边模式,反映了导线中电流强度不同时导引原子随与导线距离的变化[191].

Goepfert 等人利用径向磁场梯度达 2.8 T/cm 的四极磁铁做成原子导引管,管内径为 10 mm. 正如 8.4.3 小节所说,这种磁场结构使原子向中心聚集. 实验使在塞曼减速器中被减速到 30～70 m/s 的 $F=4, m_F=4$ 态的铯原子在管内输运. 管子还做成 24.5°的圆弧状,使原子轨迹弯曲,如图 8-58 所示[192]. 实验结果表明,在上述速度范围内弯曲的原子通透率达 100%. 四极磁铁是用永久磁铁做的. 二维四极磁场也可用四根装在管子里的载流导线来形成,把这四根导线做成喇叭口形,对接到磁光阱,磁场梯度由弱转强,就可把冷原子引出来. 导线是倾斜的,可利用重力作为冷原子团的定向运动源[193]. 后来,他们又用双导线和一头尖的变形磁铁板相连接的装置实现了导引,磁场梯度也由弱转强(由 10 G/cm 到 kG/cm 数量级)[194],弱的一端与磁光阱对接,原子在两磁铁板间会横向反复反射,曲折运动. 本书作者提出一种用 90°弯曲的不均匀二极磁铁使水平方向慢速铯原子垂直化的导引方案,以实现原子喷泉[61];还提出过用铁磁箔作为基片在其表面上导引原子的方案[195]. 该方案有许多优点: 导引的体积大;磁场变化范围大,可防止原子与表面碰撞;用小电流得到的磁场梯度大,可避免加热效应. Hinds 等人提出在磁化表面实现二维原子导引的方案,被称为表面塞曼阱[196].

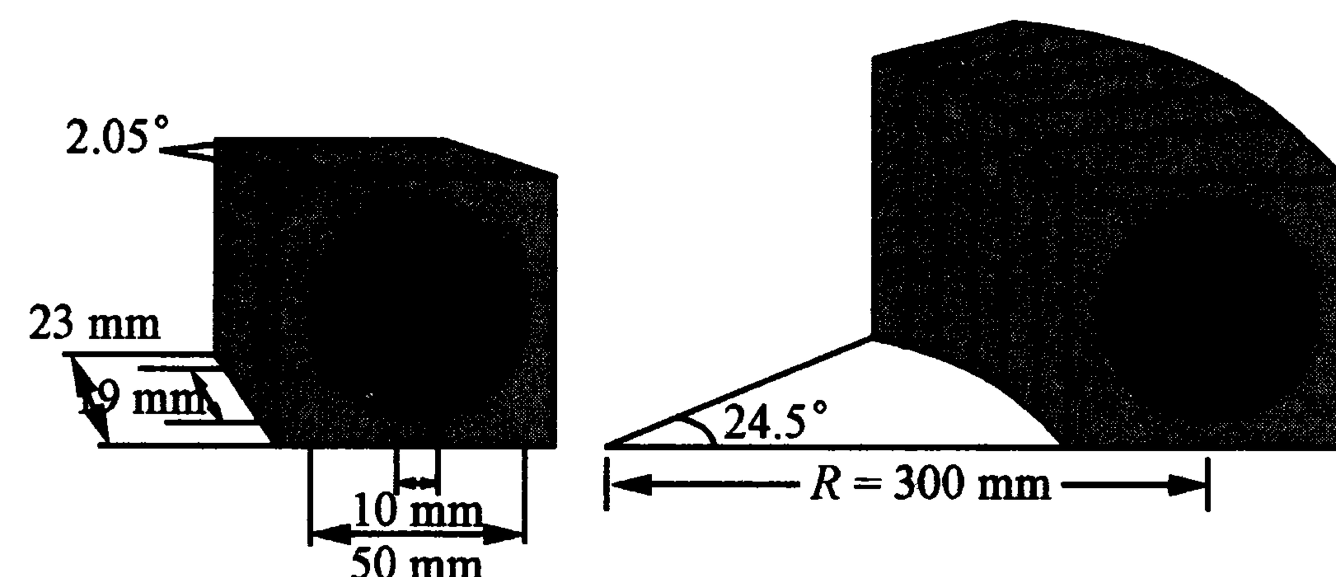


图 8-58 四极磁铁导引原子并使之弯曲的装置

近来利用微细加工形成的原子芯片上的细载流导线进行磁导引的工作逐渐增多(部分内容将在 9.5.2 小节中叙述). 这里只介绍一个用光刻印技术在基片上制成的双导线导引铷原子的实验,其装置见图 8-59[197]. 在磁光阱一侧的反射镜面上钻了一个 500 μm 的小孔,以产生强的低速强原子束源(见 8.1.4 小节),引入导引区. 导线截面为 100 μm×100 μm,电流密度为 3×10^4 A/cm^2. 导引原子经过三个曲率为 15 cm 的弯曲,总长度为 10 cm,原子流强为 2×10^6/s,横向温度为 42 μK.

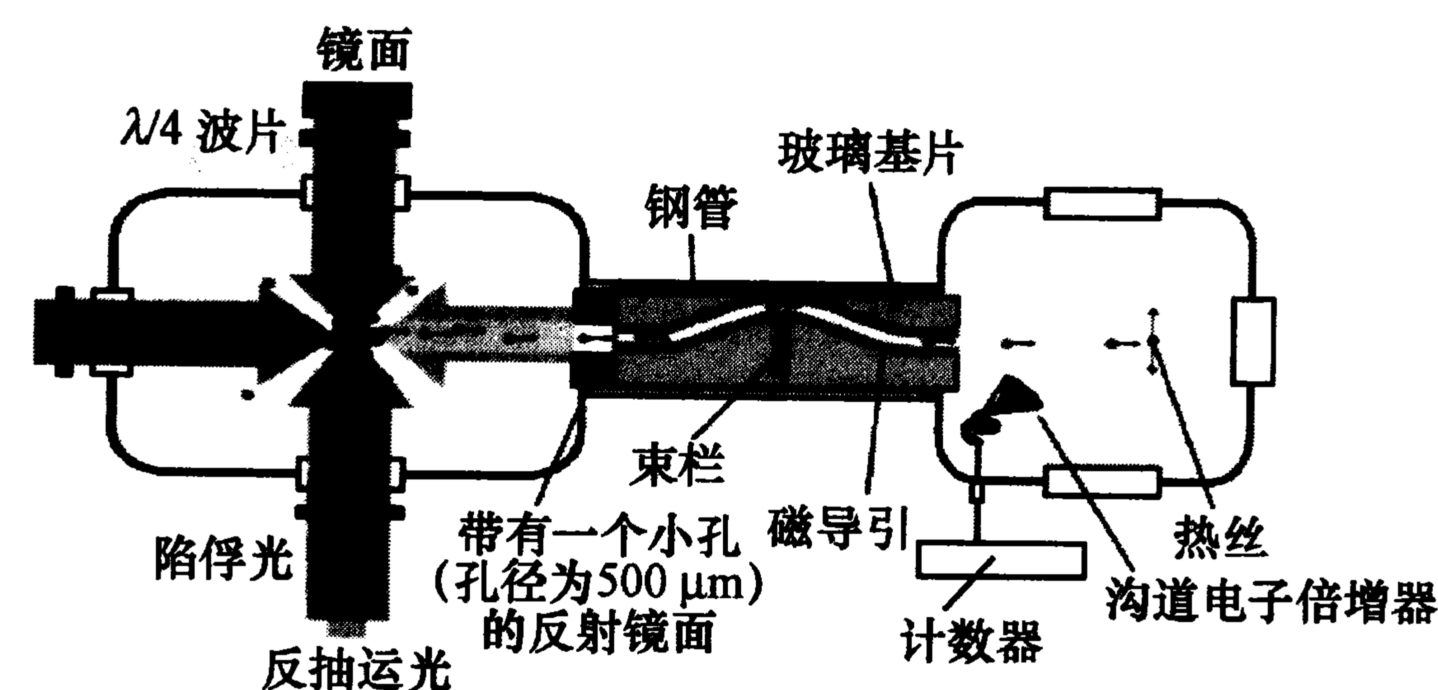


图 8-59 用光刻印制成的双导线导引铷原子装置

光导引

在 7.2.4 小节中曾提到,光导引原子的方法是由 Ol'shanii 等人提出来的[198];后来主要利用空心光纤的隐失波实现[199,200],但实施的方法很多,其中暗中空光束(dark hollow beam, DHB)[165]是印建平等人首先提出来的[201]. 他们的实验方案如图 8-60 所示[202]. 一支蓝失谐的高斯光束通过空心光纤后,经显微透镜准直为发散角更小的暗中空光束(称为 LP_{01} 模,表示光束横截面上径向有一个光强极大而角向是均匀分布的线偏振光),其实就是“面包圈”光束. Ertmer 小组也实现了这类实验[203]. 实验表明,这种光沿着向上(与光束同向)导引的效率要比向下(逆向)导引高一倍多(可达到 50%左右)[165]. 后来,慢速原子连续导引的效率提高到 80%[204]. 有人还提出了“用小于波长的方形截面波导来引导冷原子”的方案[205].

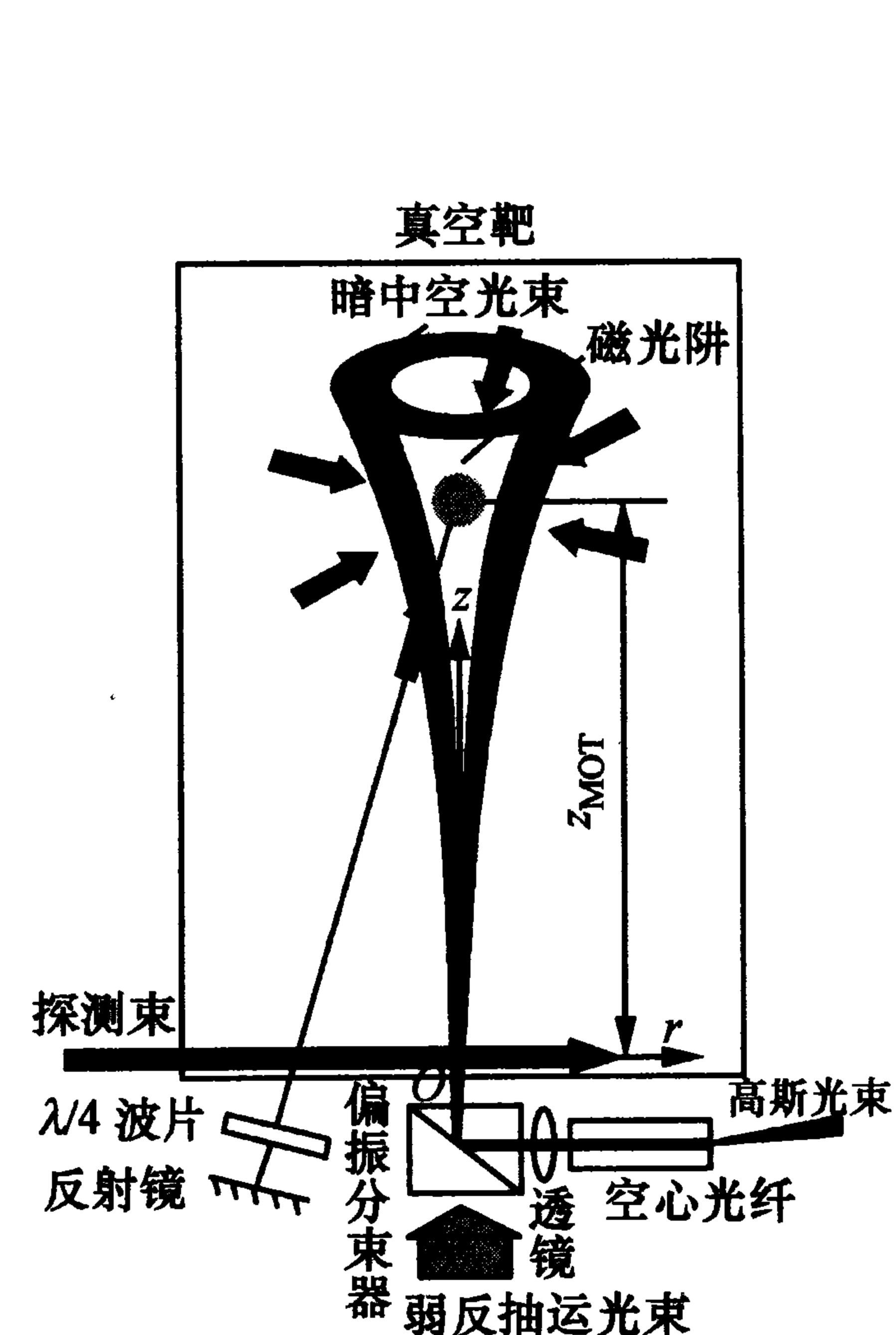


图 8-60 用暗空心光束实现原子导引原理

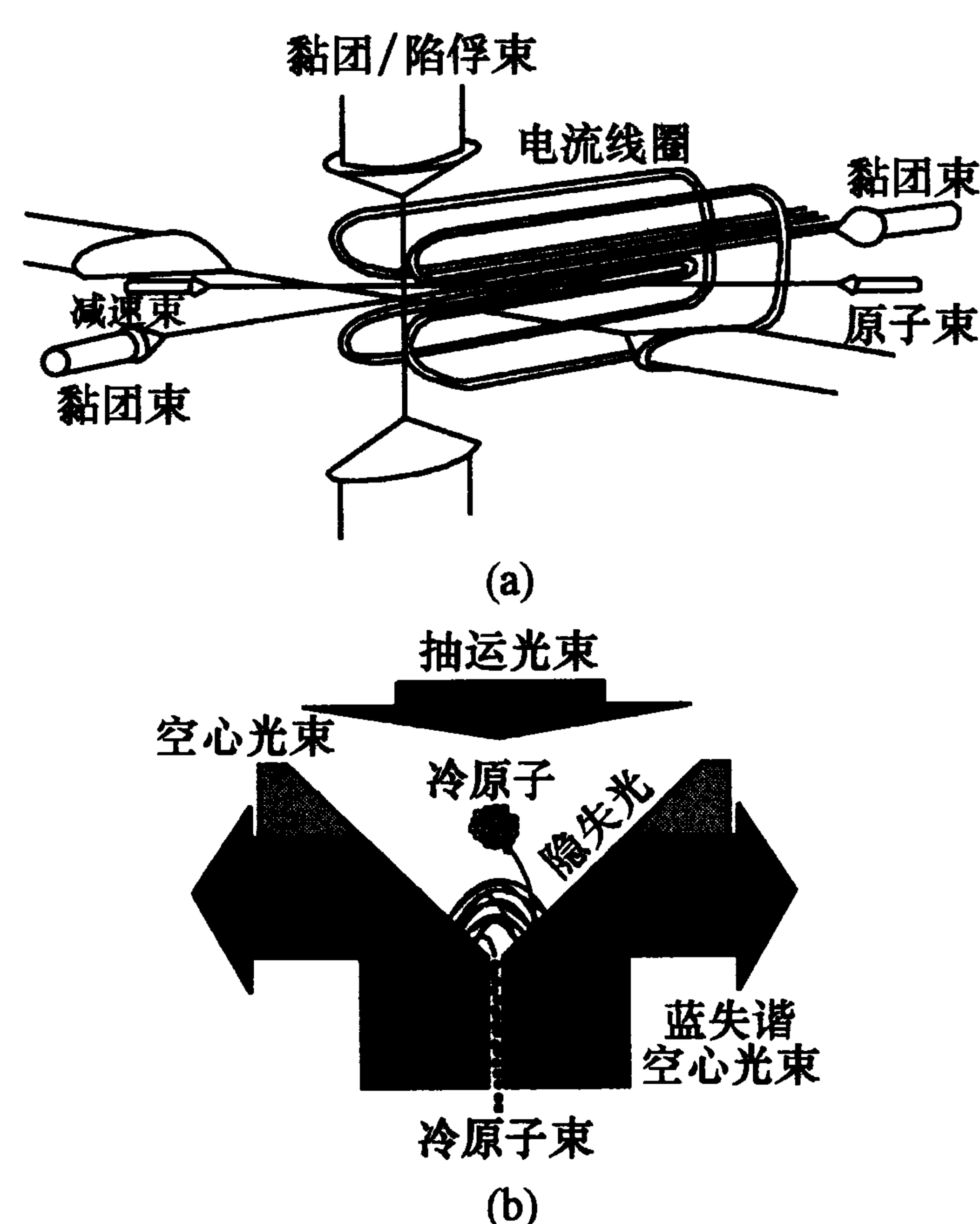


图 8-61 两种典型的原子漏斗装置

Schrader 等人提出了一种移动驻波来传输冷原子的方案，称为原子传输带[206]，可传送 cm 数量级的距离. 这种方案的原理是很容易想到的，这里不多说. 一种特殊的冷原子导引方法称为原子漏斗，已在 7.3.5 小节及上文中提到过. 这是一种从磁光阱中引出强的慢速原子束的方法. "原子漏斗"的概念首先是朱棣文小组提出来的[173]，实际上就是一种二维磁光阱，其装置见图 8.61(a). 这是由四根载流导线做成的发卡型的四极原子漏斗，可直接把冷原子从磁光阱沿着导线的方向引出来. 利用这种装置，导引出了密度为 $10^8/cm^3$、平行速度为 2.7 m/s 的钠原子. 后来 Riis 等人又进一步导引了束强为 7.3×10^8/s 的铷原子束，平均速度为 2～8 m/s，温度为 45～55 μK. 在低速原子情况下，最低温度可达 25 μK，半发散角为 28 mrad，纵向速度离散性 $\Delta v/v=1\%\sim3\%$[207]. 对原子束来讲，这是一个很显著的进步. 后来，又产生了多种实施原子漏斗的方案：有的用隐失波和近场光[168,208]，有的用方形或锥形[209]反射镜做磁光阱形成漏斗(见图 8-61(b))；还有的做成微型导引[210]，这里不细述.

§8.5 光 镊

8.5.1 光镊原理

光能通过与原子的相互作用操控中性原子的运动，那么能否用来操控中性的宏观微粒呢？如果可以，会有重要的实用意义：由于光的操作是非接触式的，因此可以透过真空罩操纵真空中的微型器件，这在微细加工和微电子学工艺上有重要作用；还可用来操纵细胞运动，并透过细胞膜来操纵细胞器，甚至操控单个生物大分子. 这些对生物学以及物理和化学研究有极大的吸引力. 实际上，早在实现激光冷却原子之前的 1970 年，Ashkin 已用光俘获并操控了微粒，使 μm 数量级的高折射率的透明乳胶小球在聚焦高斯光束作用下在水中悬浮起来[211]. 正是在这篇文献中，他指出了用光来操控原子和分子运动的可能性. 次年，Ashkin 等人又实现了用聚焦激光束把玻璃小球悬浮在空气或真空中[212]. 1986 年，他和合作者又在单束高斯光场中把直径从约 25 nm 到 10 μm 的微粒三维俘获并操纵其运动[213]. 1987 年，他们就实现了病毒和细菌的操纵[214]. 此后，这种用于操控微粒的主要依靠梯度力的强聚焦单束光场形成的光阱被称为光镊，获得广泛应用.

光对原子的操控是通过原子能级的跃迁或位移来实现的，即通过原子与光的能量、动量交换实现的，主要依靠散射力和梯度力这两种光场与原子带有共振性质的相互作用力. 尽管在本质上，操控微粒的光作用力还是上述两种力，但由于微粒与光没有这种带有共振性质的相互作用，其具体表现与光对原子的作用有很大区别. 这里，微粒的大小和形状对力的作用有较大的影响，在分析和讨论中常常针对不同具体情况采用不同的理论和方法. 一般可区

别三种情况[215]：微粒直径 d 远大于光波长 λ 的称为米氏情况，这种微粒称为米氏粒子；$d \ll \lambda$ 的称为瑞利情况，这种微粒称为瑞利粒子；再一种则是介于两者之间的中间情况（$d \approx \lambda$）. 现在分别对它们进行讨论.

米氏情况

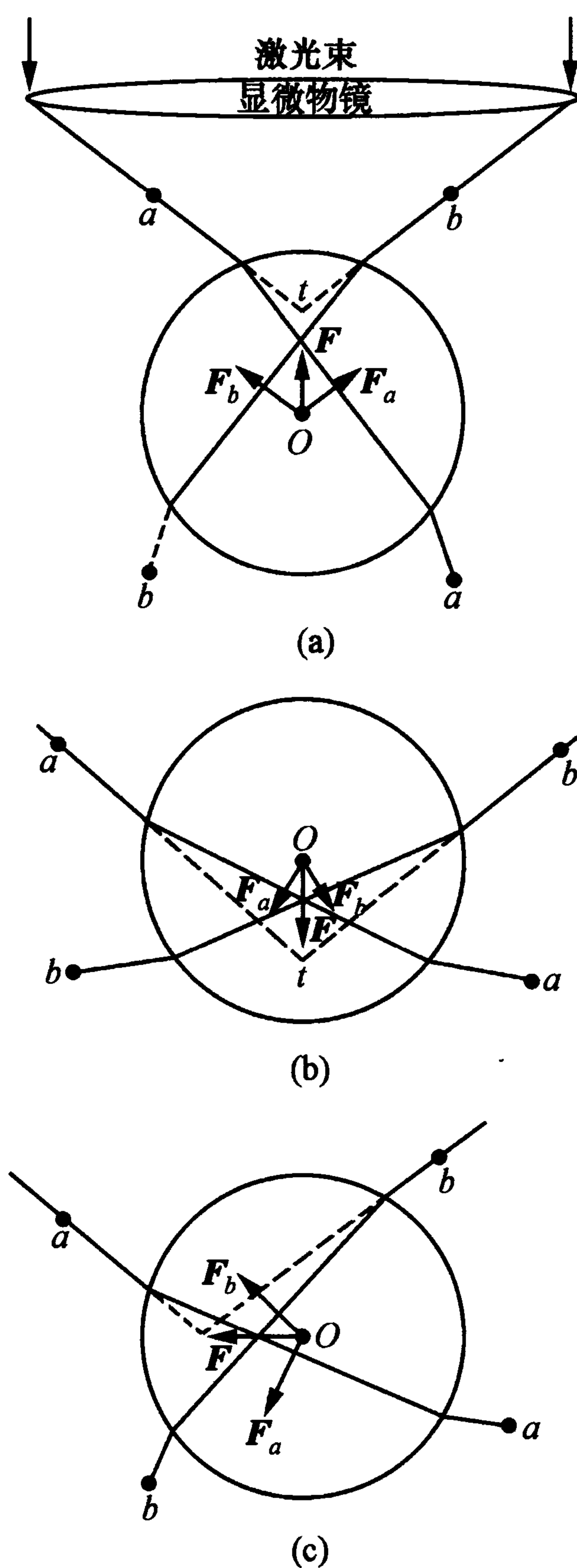


图 8-62　激光照射小球不同位置时不同受力的情况

光作用力的强度、方向都与粒子的形状和介质的折射率有关. 对这种情况的分析可用几何光学的方法. 微粒的受力情况可用图 8-62 来定性描述[215]：用经显微物镜强聚焦的激光束照射透明小球，光在小球表面折射，光子动量发生变化，使小球受到一个反冲力. 当光聚焦在小球中心以上位置（图 8-62(a)）时，若小球介质的折射率高于周围介质，光束边缘的两条光线经折射后偏离光轴，使焦距延长，光子动量变化使介质小球受力. 力的方向如 $\boldsymbol{F}_a$ 和 $\boldsymbol{F}_b$ 所示，其合成使小球受到一个向上的悬浮力. 反之，当光聚焦于小球中心以下的位置（图 8-62(b)）时，折射使光子动量向上弯曲，介质则受到一个向下的合成反冲力. 若光聚焦到小球的一侧（图 8-62(c)），则介质受力的方向指向该侧. 从上述三种情况看，介质小球所受的力均指向激光的焦点. 它完全是由于折射使光子动量改变方向对小球产生的反冲所引起的，因此与

小球的形状与介质折射率有很大的关系. 基于这种分析，可以定量地计算出小球所受的力来.

为了精确计算光对介质小球的作用，需要全面考虑光在介质表面的反射和折射以及偏振方向的变化所引起的光镊作用力. Ashkin 提出了一种光线光学（几何光学）的计算方法[216]，即先把光束的作用分解为若干条光线的作用，分别计算每条光线对介质小球的作用力；然后把所有的作用力叠加起来而得到总的作用力.

我们来分析单条光线对小球作用力. 图 8-63 显示了沿光轴纵向（z 方向）和横向（y 方向）截面上一条光线传播的情况. 由图可见，一条功率为 P 的光线以 θ 角射入介质小球，在介质表面可发生反射和折射，相应于该入射角的菲涅耳反射和透射系数分别为 R 和 T. 小球受到的总的光作用力是功率为 PR 的反射光和经无限次折射、功率逐次递减的透射光的作用力的叠加，后者的功率分别为 PT^2 和 $PT^2R, PT^2R^2, \cdots, PT^2R^n, \cdots$. 这些反射和透射光线与原入射光方向的角度分别为 $\pi+2\theta$ 和 $\alpha, \alpha+\beta, \cdots, \alpha+n\beta, \cdots$. 考虑到每条光的方向变化引起的动量反冲对小球的作用力，可以得到 z 和 y 方向上的两个力. 总的力为复平面上两个力的合成：$F_t = F_z + \mathrm{i}F_y$. 这样，可以得到[216]

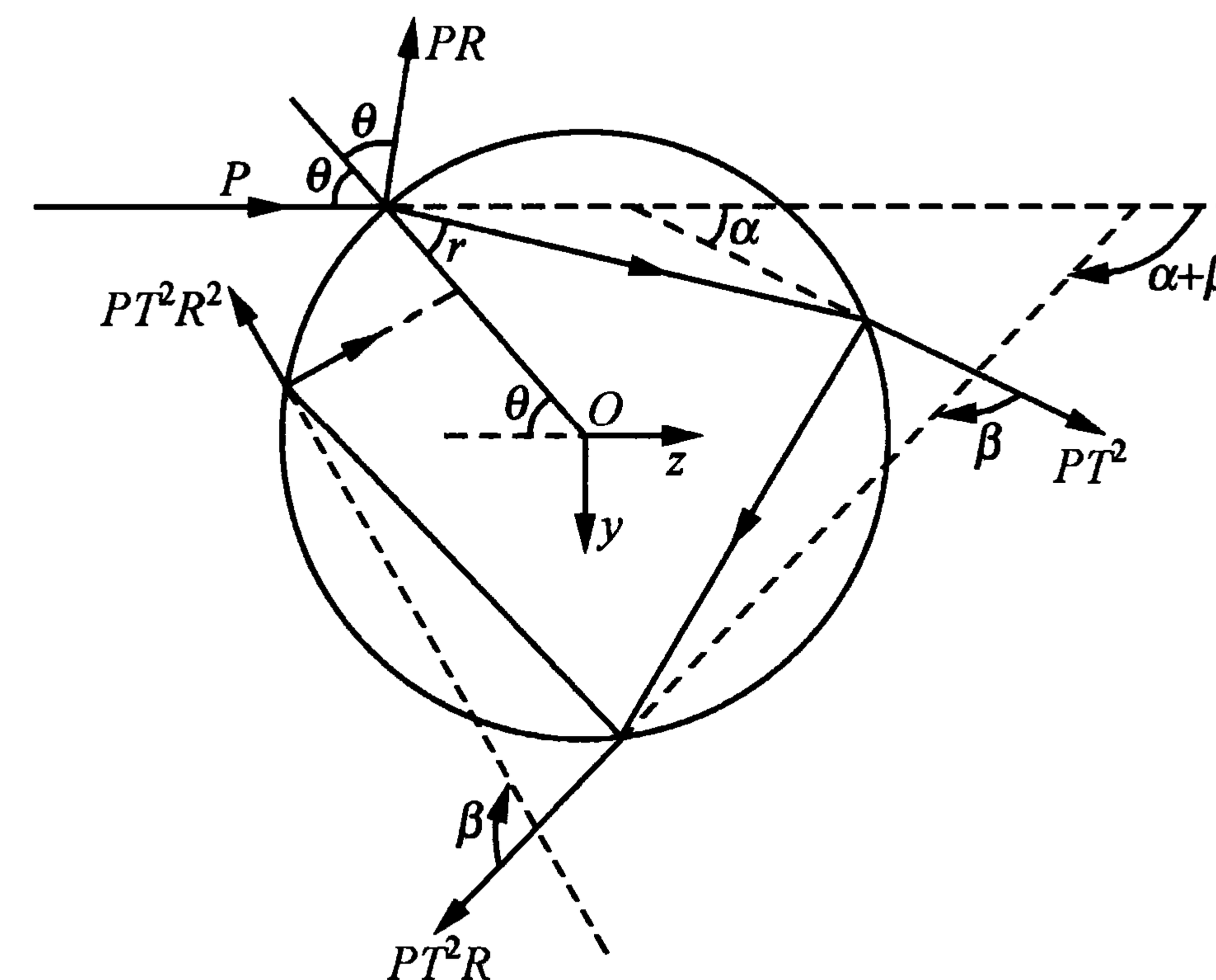


图 8-63　单条光线入射小球的受力分析

$$F_t = F_z + iF_y = F_s + iF_g$$
$$= \frac{nP}{c}(1 + R\cos 2\theta) + i\frac{nP}{c}R\sin 2\theta - \frac{nP}{c}T^2\sum_{n=0}^{\infty} R^n e^{i(\alpha+n\beta)}, \tag{8.5.1}$$

其中 nP/c 则是单位时间的入射光动量，n 为介质的折射率. 上式可改写为

$$F_t = \frac{nP}{c}(1 + R\cos 2\theta) + i\frac{nP}{c}R\sin 2\theta - \frac{nP}{c}T^2 e^{i\alpha}\frac{1}{1 - Re^{i\beta}}. \tag{8.5.2}$$

设折射角为 r，利用 $\alpha = 2\theta - 2r$，$\beta = \pi - 2r$，把上式进行复展开，就得到两种力：(1) 由反射产生的散射力 F_s，它的方向与光的传播方向相同，大小与光强成正比. 这就是光压. (2) 由折射形成的梯度力 F_g，它与光强梯度成正比，方向指向光强处. 这样，可求得该光线作用在小球上的散射力和梯度力分别为[216]

$$F_z = F_s = \frac{nP}{c}\left\{1 + R\cos 2\theta - \frac{T^2[\cos(2\theta - 2r) + R\cos 2\theta]}{1 + R^2 + 2R\cos 2r}\right\}, \tag{8.5.3}$$

$$F_y = F_g = \frac{nP}{c}\left\{R\sin 2\theta - \frac{T^2[\sin(2\theta - 2r) + \sin 2\theta]}{1 + R^2 + 2R\cos 2r}\right\}. \tag{8.5.4}$$

这样，光镊的陷俘力可表示为

$$F = QnP/c, \tag{8.5.5}$$

这里 Q 是一个无量纲的比例系数，称为光阱效率. 因此，计算光镊的陷俘力可归结为针对不同具体情况计算 Q 的数值. 图 8-64 显示了散射力、梯度力和总的光镊作用力与归一化小球位置的关系[216]，其中归一化位置表示小球偏离焦点的距离与小球半径之比. 图 8-64(a)中的 s 表示 z 方向的偏离；图 8-64(b)中的 s' 表示 y 方向的偏离. 该图是把高斯光束分解为一系列平面波通过数值计算叠加的结果，计算中假定小球介质的相对折射率为 $n=1.2$(聚

苯乙烯在水中的相对折射率)，显微镜头的数值孔径 N. A. = 1.25. 文献[217]也提供了一个具体算例，根据这样的计算可以提出光镊实验系统的具体设计.

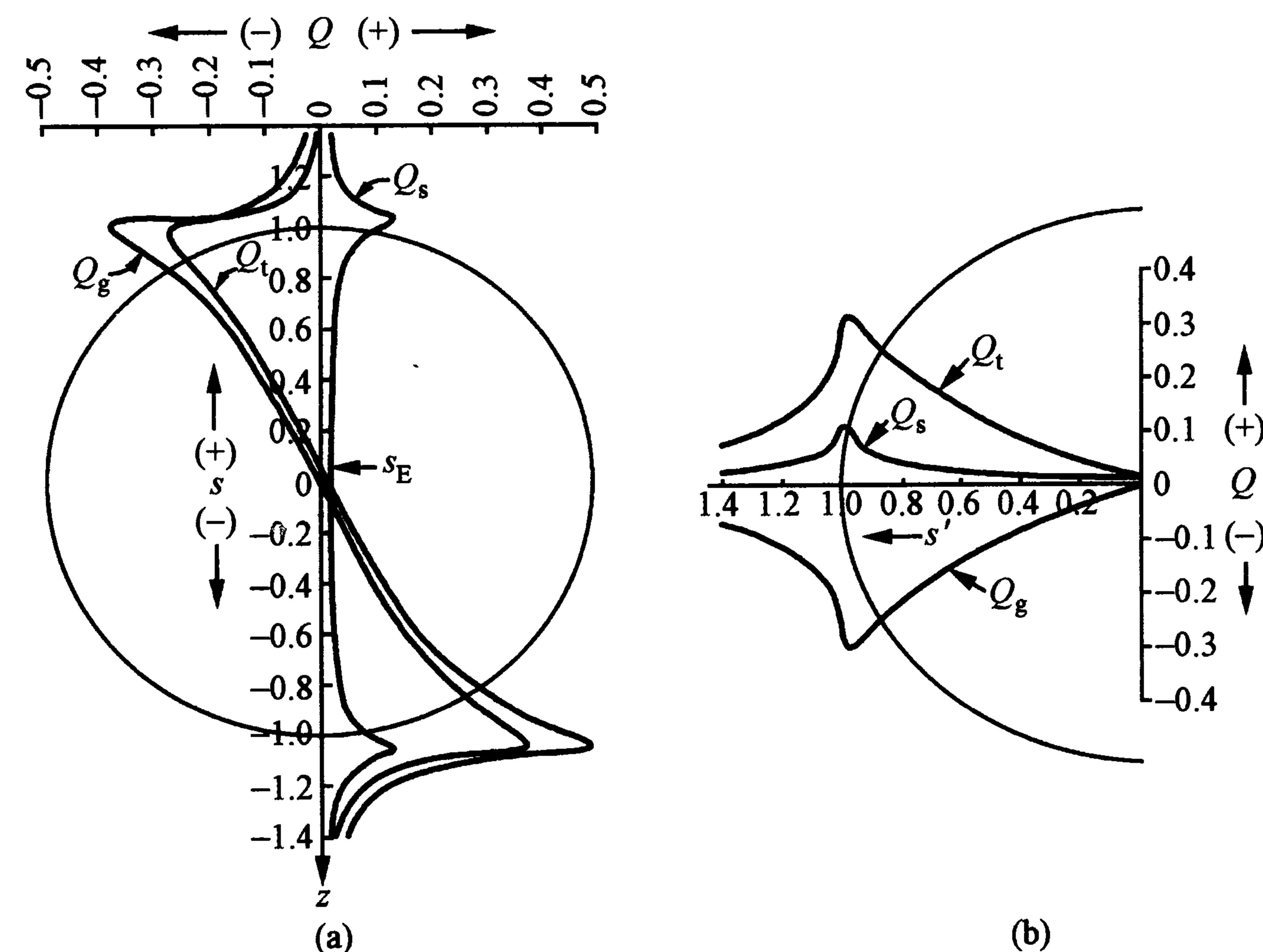


图 8-64 散射力、梯度力和总作用力与归一化小球位置的关系

瑞利情况

在一般情况下，处理光对微粒的作用力需要用电磁场理论. 根据 §3.1，光对微粒的作用力为

$$\langle F\rangle = \left\langle \int_S \boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{T}\mathrm{d}S\right\rangle,$$

其中 $\boldsymbol{T}$ 为麦克斯韦应力张量. 在小球直径 d 远小于波长 λ 的情况下，可用偶极矩模型来近似计算. 在这种模型中，光的电磁辐射场将使粒子产生一个感生偶极矩. 这样，类似第三章中处理光对中性原子的作用力一样，就自然会产生散射力和梯度力：前者由粒子对光的反射或散射(吸收后再辐射)引起的光子动量变化而产生，其大小与入射光强成正比，方向与入射光相同；后者则源于光场梯度与感生偶极矩之间形成的洛伦兹力，其大小与光场梯度成正比，

而方向则指向光强处. 这里,我们不细致推导这两个力的具体表达式(读者可参阅文献[218,219]),只给出结果如下:

散射力为

$$F_s = n_s I_0 \sigma / c, \tag{8.5.6}$$

其中 n_s是周围悬浮介质的折射率,I_0是入射光强(即单位时间内从单位面积上通过的光能量),$n_s I_0/c$ 是单位面积上微粒所受到的光压强,σ 是散射截面:

$$\sigma = \frac{8}{3}\pi(ka)^4 a^2 \left(\frac{m^2-1}{m^2+2}\right)^2, \tag{8.5.7}$$

这里 a 是散射小球的半径,$k=2\pi n_s/\lambda$ 是光的波数,$m=n_p/n_s$是微粒的相对折射率,n_p是微粒介质的折射率,n_s是周围悬浮介质的折射率.

梯度力是感生偶极矩引起的,因此与介质极化率有关,可写为

$$F_g = \frac{\alpha}{2}\nabla\langle E^2\rangle. \tag{8.5.8}$$

它与光强梯度成正比,其中 α 为小球介质的极化率:

$$\alpha = n_s^2 a^3 \frac{m^2-1}{m^2+1}. \tag{8.5.9}$$

可以对各种不同具体光场推导出相应的梯度力公式. 在 $m>1$ 的情况下,当强会聚(或强不均匀光照射)时,微粒会感受到一个强的趋向于焦点(或强光)处的梯度力,它使微粒被俘获在焦点附近,并在光焦点移动时随之运动. 这就是光镊操控微粒的原理.

从上面公式可知,$F_s \propto a^6$,而 $F_g \propto a^3$;它们都与光功率成正比.

中间情况

当微粒的直径与光波长相当,处于米氏粒子和瑞利粒子的中间情况时,也可以被光俘获. 这种情况是生物学研究中最感兴趣的,因为多数生物对象都处在这个范围,其典型的粒子直径约为 $1\sim10\ \mu$m. 但可惜至今还没有一种比较简单的近似处理方法来描述这种情况下光俘获粒子的作用力,而需要直接用电磁场理论求

解麦克斯韦方程组. Tlusty 等人处理了一种特殊情况:当激光束是高度局域化的,且在衍射斑范围 w 之内是十分均匀的,则由于电磁场振幅的急剧变化,可以通过偶极矩近似而求得作用力[220]. 单位时间内的偶极矩相互作用能 W 是小球内功率密度 I 的积分:

$$W = -\alpha \int I \mathrm{d}V, \tag{8.5.10}$$

其中 $\alpha=\varepsilon_p/\varepsilon_s-1$ 反映了微粒与周围介质介电常数之比. 上式意味着光的梯度力是偶极相互作用能随小球坐标变化而产生的. 焦点附近的局域化电磁场可用三维高斯光束来逼近,从而可计算出光束的功率密度为

$$I(r,z) = I_0 \exp\left(-\frac{r^2}{2w^2} - \frac{z^2}{2w^2\varepsilon^2}\right), \tag{8.5.11}$$

这里 w 和 $w\varepsilon$ 分别是横向和轴向的光腰的大小,坐标原点取在光束的焦点上($r=z=0$). 小球的极化形成一个势阱,在阱内产生一个恢复力. 当粒子偏离焦点时,恢复力就会把它拉回到焦点上去. 这个恢复力是

$$F(r) = \frac{\alpha I_0 w^2 4\pi \mathrm{e}^{-(a_1^2+u^2)}}{2[a_1 u\cosh(a_1 u) - \sinh(a_1 u)]}, \tag{8.5.12}$$

这里 $a_1=a/w$,$u=r/w$ 分别是归一化的小球半径和横向坐标. 这样,可近似地求得中间情况下微粒受到的光镊作用力. 此外,对于单一成分的各向同性小球,还可以先通过矢量球形波函数,利用广义洛伦兹-米氏理论(generalized Lorenz-Mie theory, GLMT)求得经过小球的光的散射场的解析表达式;然后把强会聚光分解为许多矢量球形波函数,计算出每一个这种波函数的散射场;再合成总的散射场,求得其动量变化就可得到光镊的作用力[221]. 不过,要算出光镊对微粒的作用力仍需要依靠数值计算.

8.5.2　光镊装置

实用的光镊装置并不复杂,但针对不同的应用功能有许多变

化，并已开发出多种商品可供选择. 光镊的主要应用领域是生物学研究. 本小节将结合生物学应用介绍光镊装置的基本结构.

典型的光镊装置如图 8-65 所示[222]，其基本部件包括陷俘激光、样品平台、观察装置、操控装置等. 一般都用一台经过改装的显微镜作为主要部件，且常用倒置显微镜(见图 8-66). 显微镜筒体中有陷俘光通道，以引入激光；样品平台有弱可见光照明，以便用肉眼观察和 CCD 相机记录图像. 激光进入显微物镜以前，其位置和方向可以调节，而显微镜的样品平台也同样可调节，以对样品进行操控和测量. 下面对主要部件分别进行介绍[223]：

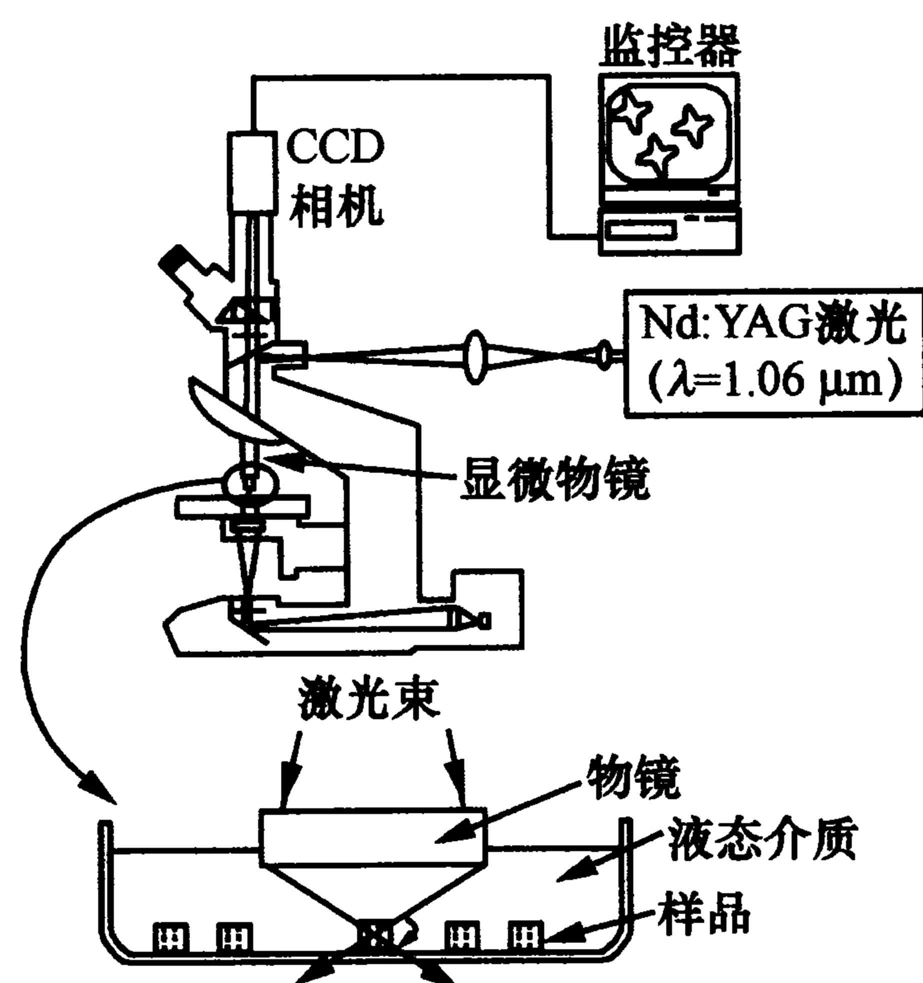


图 8-65 典型的光镊装置示意图[222]

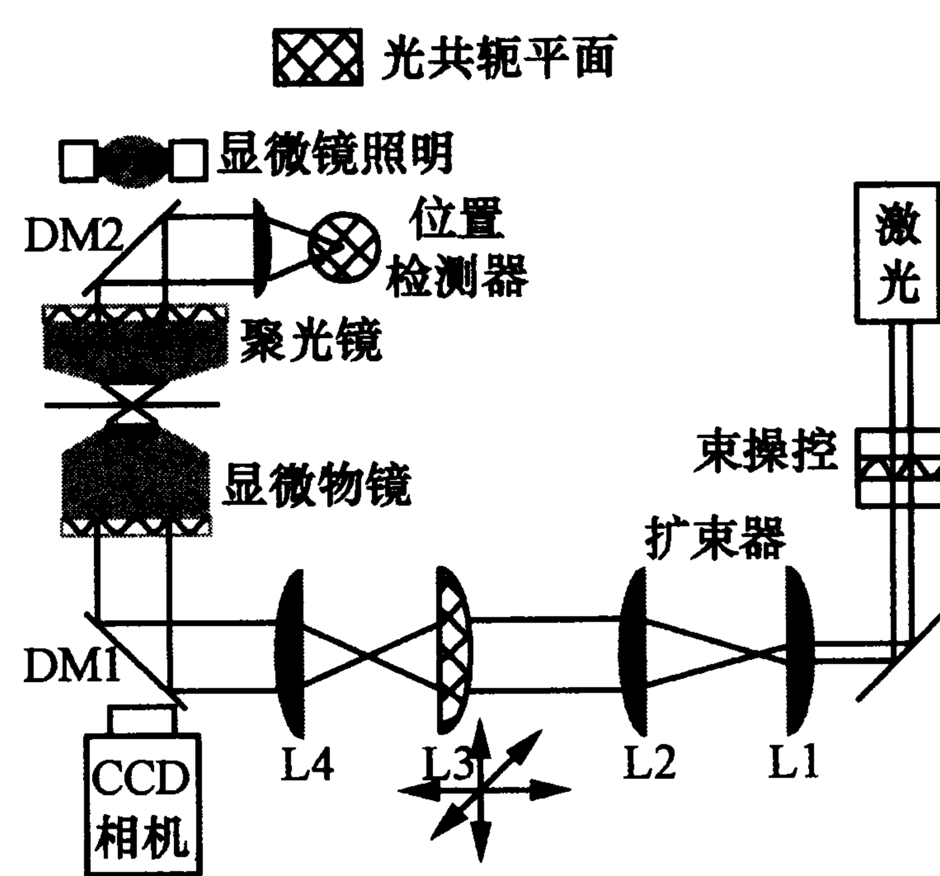


图 8-66 以倒置显微镜为基础的光镊装置示意图[223]

(1) 陷俘激光. 对于生物应用的光镊，一般采用波长为 0.7～1.06 μm 的近红外激光. 这个波段的光对生物体是透明的，吸收很少，不至于发生因微粒吸收光而引起加热效应，使活体受损. 对不同的生物样品，损害最小的激光波长颇不相同，常用的是 Nd：YAG，Nd：YVO_4(掺钕钇原钒酸盐)或 Nd：YLF(掺钕钇氟化锂)激光器，它们的工作波长分别为 1.064，1.053，1.047 μm. 半导体激光抽运的上述固体激光的优点是可提供较大的激光功率(可达 10 W 以上)，光强和光指向的稳定性也比较好；并且，激光电源的

噪声和发热效应可有效隔离(例如用光纤传送激光). 还可用近红外半导体激光，价格低廉，结构紧凑，单模激光功率大体在 25～250 mW 之间；但它有模式不稳定和光斑不圆的问题，需要用精确的温度稳定技术和附加的光学系统来改变光束形状. 钛宝石(Ti：sapphire)激光也可应用，它在 750～950 nm 的近红外波段可连续调谐，因而有根据不同样品选择最佳波长的优势；但其设备比较庞大，价格较高. 选择激光波长时要注意，生物体会强烈吸收可见光，而水会吸收红外光. 此外，还要考虑显微物镜对激光的透过率. 激光是单模输出的，常用的是 TEM_{00} 模的高斯光束，聚焦的光腰极小.

(2) 显微镜. 用于光镊的显微镜与通用显微镜差别不大. 一般在镜筒中装一面二向色镜，使陷俘光从镜筒一侧进入，反射到显微镜光路上，而样品照明光则能透过而进入观察目镜和 CCD 相机(见图 8-65). 所以常用倒置显微镜是因为它的样品平台是固定的，而物镜是可移动的，这样容易稳定地引入陷俘光. 在把陷俘激光引入镜筒之前，要用扩束透镜系统把激光束的截面扩大，使其能充分照射整个物镜. 显微镜还要根据所需的配备可以操控光与样品的装置，以测量样品位置和运动. 这里既包括可以操控陷俘激光的机构，也包括操控样品的机构以及位置和力的检测机构. 例如，样品台可与电机连接，进行自动控制.

(3) 显微物镜. 物镜在光镊中起着得到强聚焦的激光束以俘获被研究样品和显示样品图像的双重作用，是光镊最关键的部件. 显微物镜的数值孔径和透过率决定了陷俘激光系统的效率. 显微物镜的数值孔径要求较大(一般 N. A. =1.2～1.4)，其值接近悬浮液体的折射率，以获得较大的梯度力，形成稳定的光阱. 物镜的工作距离和所用的浸没液体(水、油或甘油)实际上也决定着被俘获样品的深度. 这些液体的折射率在 1.3～1.5 之间. 物镜有球面像差，它会降低光阱的质量. 球面像差随着浸没介质和水性俘获介

质之间折射率差别的增大而增大.数值孔径很大的浸没物镜的工作距离很短,只有约 0.1 mm. 由于一般显微镜是用以观察物体可见光成像的,所以不同的显微物镜对红外光的透过率差别颇大.荧光显微镜的物镜对红外光的透过率普遍较高.

(4) 静态和动态的检测机构.精确测定研究对象的位置是光镊定量应用的核心,力和位移的测量都依靠位置来确定.样品的横向位置主要通过 CCD 相机记录的图像来测量,也可以通过陷俘激光本身的成像来测量(见图 8-66,聚光镜一侧有二向色镜).而动态的测量则常需要计算机的控制,通过压电陶瓷自动移动样品台,从而可测定位移和力.为了便于进行这类操作,常把工作对象黏结在 μm 数量级的介质小球上.这是因为目前光镊只能对球状样品进行精密的位置和力的测定.这种介质小球被称为研究的手柄,这样,可以通过操纵手柄来操纵生物样品,通过测量光镊对手柄小球的作用力来推断生物样品之间的作用力.

此外,为了对生物样品进行某些操作(例如刺破细胞膜,对细胞器进行切割、分离等手术),光镊装置上可添加一些附属工具(如紫外激光刀等),还可以采用动态扫描技术,在多个位置上切换激光,形成几个光镊共同工作的局面.

8.5.3 光镊在生物学上的应用

有大量文献介绍光镊技术及其应用,其中文献[224]提供了一个有 377 篇分门别类文献的基本清单,从中我们可比较全面了解光镊技术及其应用的现状.这里择要介绍一些光镊在生物学上的应用方向及事例,以显示其对生物学研究的各种可能性.

细胞和细胞器的研究

生物学家研究和操控细胞一直是靠玻璃吸管来吸住细胞的.吸管直径一般为几十微米,而多数细胞的大小只有 20～30 μm;而且,吸管吸力较大且不均匀,容易损坏细胞,甚至使细胞死亡.所以这种方法有很大的局限性.光镊则没有这种缺点.通常几毫瓦功率的激光能产生 pN 数量级的陷俘力,足以操控直径为 100 nm～100 μm 的生物粒子.这一范围几乎涵盖了所有细胞、多数细胞器和生物大分子[225].光镊还可透过细胞壁或细胞膜直接操控折射率比细胞质大的细胞器,使细胞器从正常位置移走,从而开启了精确研究细胞功能的大门.自从 1987 年 Ashkin 首先用光镊捕捉到病毒、细菌和血红细胞等生物粒子后,已经在细胞分选、细胞排列,植物细胞和原生动物内移动细胞核和其他细胞器,弯曲细胞骨架,进行细胞组装、细胞融合、剥离细胞膜和测量细胞膜的刚性和流性以及在细胞形态和形变,细胞功能(特别是细胞分裂、活性和游动性)等方面进行了大量研究工作[226,227].下面举几个例证.

在细胞内操控细胞器或其他细胞物质的工作很多.图 8-67 显示了在光镊作用下破裂细胞的一个染色体旋转了 180°,图中箭头表示光镊夹持的地方;所用激光来自 1.06 μm 波长的 Nd: YAG 激光器,功率为 50～100 mW[226].图 8-68 则显示在光镊作用下水绵藻叶绿体从正常位置(图 8-68(a),(b))移动到新部位(图 8-68(c),(d)),其中图 8-68(c)是到了细胞核附近,而图 8-68(d)则是上升到了细胞表面[228].图 8-69(a)则显示了细胞质的弹性黏性性质,光阱先落在大葱细胞的细胞核边上(A 处),然后拉到 B 处,在空胞中形成了一条人造细丝,撤去光阱后细丝收缩回原处,速度为几微米每秒到 100 μm/s.图 8-69(b)则表示水网藻中两个叶绿体 C_1 和 C_2 通过细胞质细丝穿过空胞连接在一起(图上部).随着细丝应力的变化,叶绿体会运动,而光阱把第三个叶绿体 C_3 也引进到空胞,在细胞质上形成了一个突出的颈部.该图也是用 1.06 μm 激光实现的[228],说明光镊改变细胞结构,并使之形成了独特的结构.

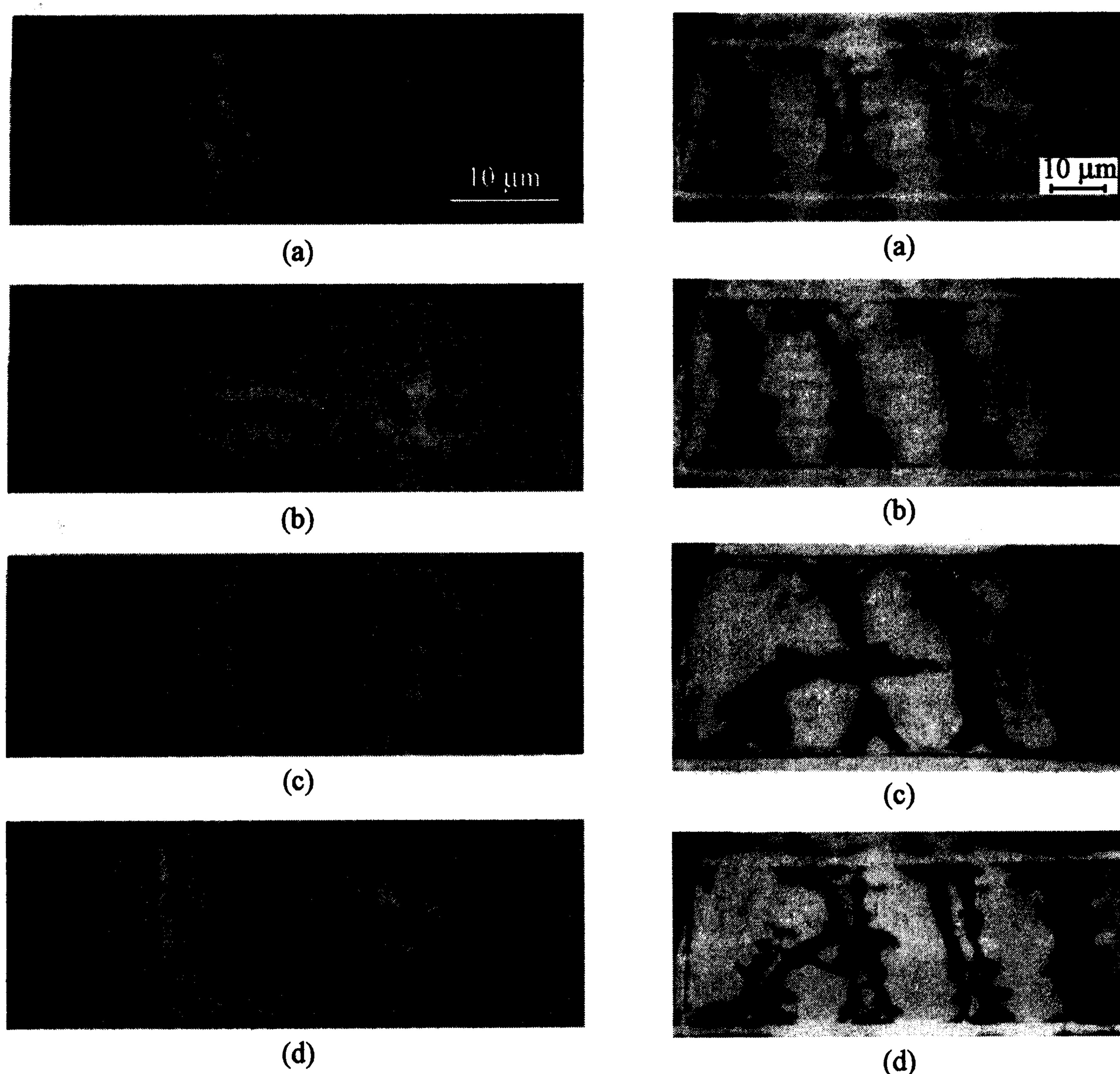


图 8-67　细胞中一个染色体在光镊作用下旋转 180°

图 8-68　水绵藻叶绿体的光镊移位

在细胞力学性质测量和细胞形变方面的典型工作有如图 8-70 所示的研究[229]. 该实验用倒置显微镜改装的光镊设备上进行,两颗硅珠黏附在人体血红细胞的两端:一端固定在玻璃滑片上,另一端则夹在光镊上可以伸长,使细胞从球状变成椭球状;从而可以测定伸张力与形变(一个方向上伸长,另一个方向上压缩)的关系,得到了有无胞质溶胶存在下细胞膜的不同力学性质. 光镊还可使细胞从大量集合中分选出来,并加以识别. 图 8-71 描述光镊和激光刀相结合[230],把弗兰克氏(Frankia)菌囊泡从大量囊泡聚集的结节中分离了出来(图 8-71(b)).

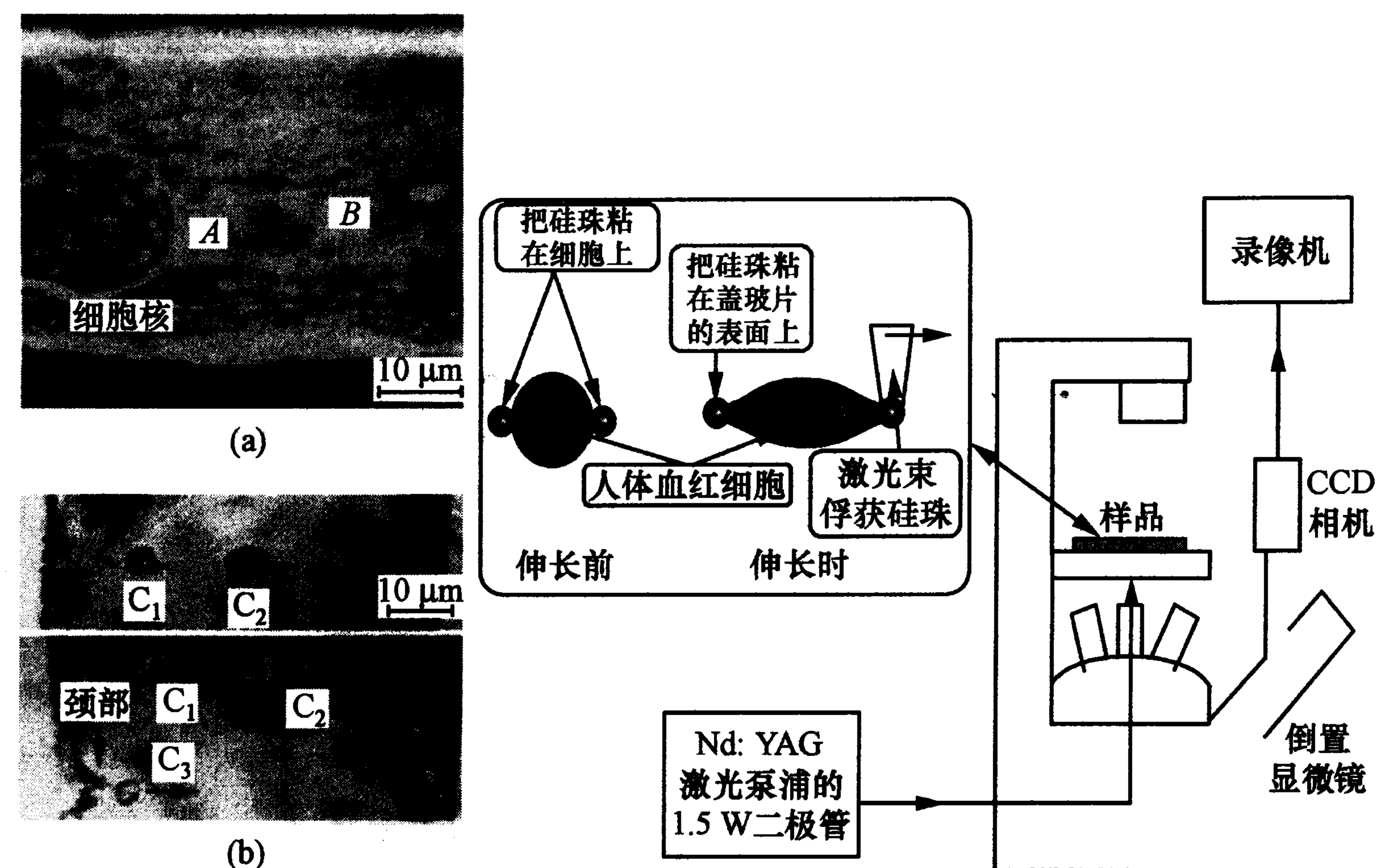


图 8-69　大葱细胞中的人造细胞质丝(a)和水网藻中独特的细胞结构(b)

图 8-70　研究人红血细胞膜弹性的光镊装置和细胞变形示意图

光镊与紫外激光刀结合对细胞的研究开辟了一个广阔前景,可以对细胞进行手术和融合. 高能量的紫外光(波长在 400 nm 以下)可直接破坏生物体的分子链,引起多光子吸收,产生有害的自由基,撕裂生物分子,发生光烧蚀(photoablation)效应,可切除生物组织. 这种光作用往往是脉冲的,作用时间为 ms, μs, ns 乃至 fs 数量级,脉冲宽度越短,对周围组织的影响越小,切除效果也越好. 例如,可以在细胞壁上钻一个小孔,把一些物质灌进细胞中以改变其性能. 激光刀可以和光镊陷俘光一起从显微镜筒导入. 图 8-72 生动地显示了激光刀与光镊结合提供的可能性[231]. 这里用两把激光刀(图中中间两笔状物):一把用于把错误基因(图中左光刀尖端上的小点)清除;另一把在细胞膜上打一个孔,把适宜的基因系列(黑色小点串)引进去. 而两把光镊则把细胞固定住. 这种方法可实现细胞融合、基因克隆和人工授精等. 一个典型例子是用光镊固定细胞,用共线的紫外(366 nm)脉冲激光在细胞膜上打孔,使两个

骨髓瘤细胞融合[232]. 在生殖生物学上，可用紫外微激光束在卵细胞上打孔，在其透明带上形成一条沟，把精子灌注进去，实现人工授精[233]；通过类似方法还可进行基因移植，测量生殖细胞（配子）的活性（如精子的游动能力）等[234].

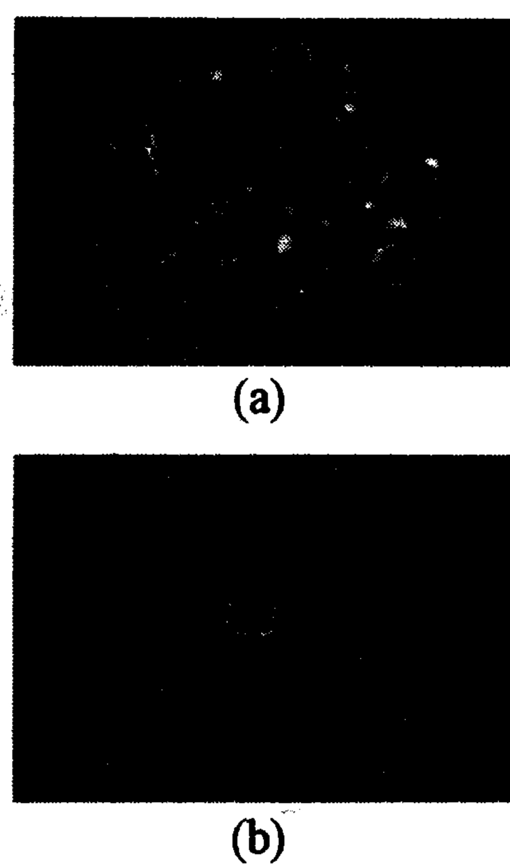


图 8-71　弗兰克氏菌囊泡的分离

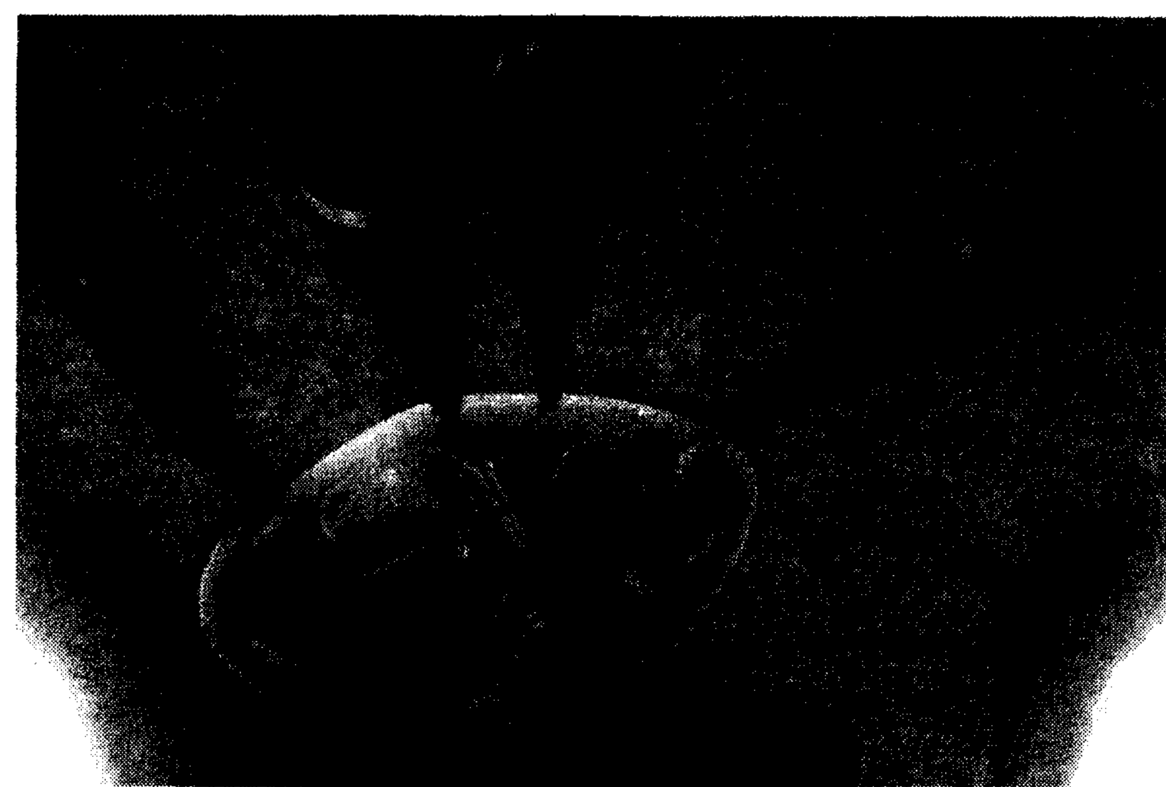


图 8-72　激光刀与光镊连用对细胞实施基因移植手术示意图[231]

分子马达研究[215]

分子马达是生物学的纳米器件，它消耗生物体的能量，使其转化为机械功. 由于转换效率比现有的人造马达要高，所以对分子马达的研究十分热烈. 分子马达是观察蛋白质运动及其形变的最好的模型，是光镊研究的主要对象之一；其中研究得较多的有驱动蛋白（kinesin）、肌球蛋白（myosin）、鞭毛马达和基于核糖核酸（ribonucleic acid，RNA）、DNA 的动力酶等. 这种动力酶与细胞微管或肌动蛋白纤维相互作用会产生使驱动细胞活动、肌肉动作、细胞动力和细胞器运动的力. Block 等人先把驱动蛋白马达分子与小球手柄连接起来，再把小球放到微管上，在那里驱动蛋白分子可用三磷酸腺苷（ATP）激活，可产生力和位移以进行测量[218,236]. Svaboda 等人观察到单个驱动蛋白以 8 nm 为一步沿着微管运动的序列[237]. 后来他们又进一步测量了单个驱动蛋白分子的力与速度随 ATP 浓度变化的完整关系，力的最大值约为 5～6 pN[238].

Finer 等人则利用主动反馈光镊的方法以位置（单位：nm）、力（单位：pN）和响应时间测量分辨率（单位：ms）研究了肌动蛋白和肌球蛋白的相互作用，观察到运动的步长约 11 nm，力约 3～4 pN[239,240]. Nishizaka 等人测量了在没有 ATP 情况下单个肌球蛋白分子和肌动蛋白纤维的解结合力[241]；还曾用双光镊研究了一种称为“肌球蛋白-V”的肌球蛋白，这是一种基于肌动蛋白的队列式的分子马达，其步长可达约 36 nm，相当于肌动蛋白纤维的准重复距离[242,243]. 有人用“手柄”技术研究了当单个 RNA 聚合酶沿着 DNA 分子拉伸以合成一个 RNA 转录时所产生的力[244]. 运动速度很慢，马达表现得非常强健. Block 等人用光反馈技术在改变激光功率而保持分子位置不变的情况下测量了单个聚合酶分子的力及其与速度的关系[245].

以上研究都涉及动力学性质，如力、速度、步长等. 为此，这里对用光镊测量分子力的原理与方法再做一点说明. 力很少直接测量，一般先测量光镊的刚度；然后从测得的距离平衡位置的位移，利用弹簧模型的胡克（Hooke）定理 $F=-\alpha x$，从刚度系数 α 和位移 x 可得到力 F[223]. 这样，测力就归结于标定刚度系数 α 和位移 x. 具体测量都是通过操纵黏结在生物体上的小球（以小球做手柄）来进行的. 标定光镊刚度的方法有多种，大都和微粒在黏性液体中所受的阻力 F_d 相联系，F_d 决定于斯托克斯公式：$F_d=\beta v=6\pi\eta a v$（$\beta=6\pi\eta a$ 是阻力系数，其中 η 是微粒周围液体黏性系数，a 是球状微粒的半径，v 是拖曳速率）[235]. 刚度系数 α 和阻力系数 β 之间的关系可从测量液体布朗运动功率谱等方法中求得，这样就可从胡克定理得到力. 为了有效地测量力，发展了把位置探测与动态控制光束相结合的反馈光镊技术[246]，这可以使陷俘光更牢靠地抓住手柄小球或对小球施加恒定的光阱力.

有关 DNA 的研究

朱棣文等人首先用光镊研究了 DNA 分子，并且正是在这项研究中他们提出了用聚苯乙烯小球做手柄来操纵，并同时观察

DNA 单个分子的技术[247]，后来为光镊的生物研究所广泛使用. 他们首先观察到纠结的单个 DNA 聚合物在稠密的聚合物溶液中呈管状的松弛运动. 图 8-73 显示一个 DNA 分子在流动液体中伸长，当外力撤去后自然松弛，像橡皮筋似地收缩回来，充分展示了分子弹性[248]. 这里，DNA 分子经过染色，能发出荧光，可在显微镜中观察. 图 8-74 则是把一个经过染色的 DNA 分子浸没在稠密纠缠的聚合物溶液中，先用光镊卷曲成“R”形，当除去外力后，分子自然松弛，做管状运动而收缩[249,250]. 这里，DNA 分子也因染色而能发出荧光；而溶液分子则不能. Block 小组用反馈控制的光镊，以 0.1～50 pN 的力把 DNA 分子伸长，分子长度的测量精度可达约 1 μm[251]. 有报道说，光镊在 DNA 测序中可起很大作用[252]. 还有不少其他用光镊研究 DNA 的工作[215].

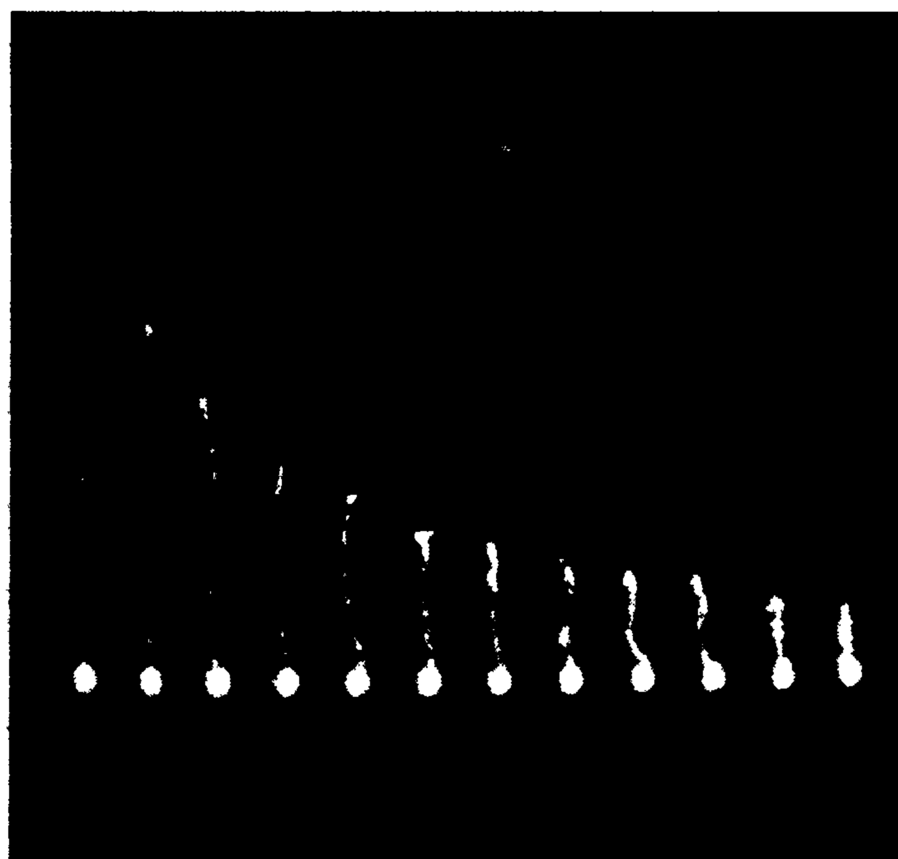


图 8-73　橡皮筋状 DNA 单分子从伸长到回缩

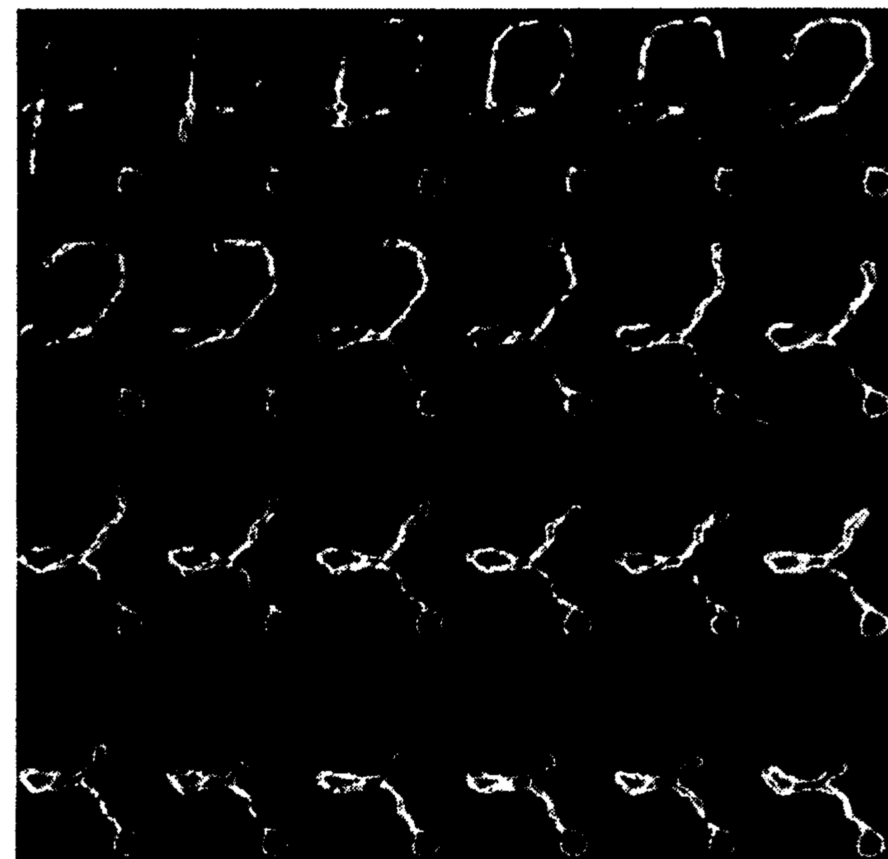


图 8-74　卷曲成“R”形的 DNA 分子的松弛过程

光镊在生物学研究领域的应用远不止这些，还可举出细菌分离、蛋白质折叠与解折叠和生物膜研究等，但从上面这些例证已可见它作为研究工具的效能了.

8.5.4　光镊的其他应用及技术的新进展

除了生物学研究以外，光镊在高分子物理化学、胶体科学、气溶胶研究等方面也有重要应用，因为它不仅能束缚生物粒子，还能陷俘金属粒子. Svaboda 等人实现了直径为几十纳米的金属瑞利粒子的陷俘[253]；Furukawa 等人在水中悬浮了直径为 0.5～3.0 μm 的金微粒[254]. 理论计算表明，在光照射下，金属粒子表面会产生一种隐失波使粒子悬浮起来. 这样，单束光阱也能囚禁金属米氏粒子. Friese 等人报道了用单束光阱囚禁有双折射性质的方解石粒子的实验，光会对粒子产生力矩，随着光的偏振不同，粒子能在偏振面上排列或旋转，3 μm 大的粒子的旋转频率可达 357 Hz[255].

随着对象的多样化和研究的深入，光镊技术也有长足发展. 目前已开发出带有各种不同显微物镜的商品光镊系统，配备了电机控制的样品台和光纤头；还开发出多光束光镊系统，可以快速在多个位置切换光束[256]. 除了用高斯光束的普通光镊外，还有人使用面包圈式的中空的拉盖尔-高斯光束，以囚禁低折射率的粒子，并形成旋转光镊[257]. 高斯光束只能在焦点附近陷俘粒子，一种特殊的贝塞尔光束（光强横向分布满足贝塞尔函数）能在光束传播方向俘获多个粒子[258]. 这种光束在传播过程中受到干扰时还会自行恢复，具有“自愈”功能. 此外，还有与单分子荧光结合的光镊[259]、用全息技术产生多个独立光阱的光镊系统[260]和与微区拉曼光谱相结合形成的拉曼光镊[261]等.

参考文献

[1] Quinn T. Metrologia, 2005, 42: S1.

[2] 王义遒，王庆吉，傅济时，等. 量子频标原理. 北京：科学出版社，1986.

[3] Ramsey N F. Rev. Mod. Phys., 1990, 62: 541; Molecular beams. Oxford: Clarendon Press, 1956; New York: Oxford University Press, 1985.

[4] Forman P. Proc. IEEE., 1985, 73: 1181.

[5] deMarchi A. Metrologia, 1982, 18: 103.

[6] Meystre P, Stenholm S. J. Opt. Soc. Am. B, 1985, 2: 1705.

[7] Beausoleil G, Hänsch T. Phys. Rev. A, 1986, 33: 1661.

[8] Hall J, Zhu M, Buch P. J. Opt. Soc. Am. B, 1989, 6: 2194.

[9] Kasevich M A, Riis E, Chu S, et al. Phys. Rev. Lett., 1989, 63: 612.

[10] 李天初. 计量学报, 2006, 27: 1.

[11] Monroe C, Robinson H, Wieman C. Opt. Lett., 1991, 16: 50.

[12] Clairon A, Salomon C, Guellati S, et al. Europhys. Lett., 1991, 16: 165.

[13] Clairon A, Laurent P, Santarelli G, et al. IEEE Trans. Instrum. Meas., 1995, 44: 128.

[14] Jefferts S R, Meekhof D M, Hollberg L W, et al. Proc. IEEE Intern. Freq. Contr. Symp., 1998: 2.

[15] Weyers S, Bauch A, Hübner U, et al. IEEE Trans. Ultrason. Ferroelect. Freq. Contr., 2000, 47: 432.

[16] Jefferts S R, Meekhof D M, Shirley J H, et al. Proc. Joint Meeting EFTF-IEEE Intern. Freq. Contr. Symp., 1999: 12

[17] Gibble K, Chu S. Phys. Rev. Lett., 1993, 70: 1771.

[18] Wynands R, Weyers S. Metrologia, 2005, 42: S64.

[19] Laurent Ph, Lemonde P, Simon E, et al. Eur. Phys. J. D, 1998, 3: 201.

[20] Donley E A, Heavner T P, O'Brien J W, et al. Proc. IEEE Intern. Freq. Contr. Symp., 2005: 292.

[21] 李天初. 私人通信, 2005.

[22] Weyer S, Hübner U, Fisher B, et al. Metrologia, 2001, 38: 343.

[23] Vanier J, Audoin C. The quantum physics of atomic frequency standards. Bristol, Philadaphia: Adam Hilger, 1989.

[24] Bize S, Sortais Y, Abgrall M, et al. //Gill P. ed. Proc. 6th symp. freq. standards & metrology. Singapore: World Scientific, 2002: 53.

[25] Weyers S, Bauch A, Schröder R, et al. //Gill P. ed. Proc. 6th symp. freq. standards & metrology. Singapore: World Scientific, 2002: 64.

[26] Itano W M, Lewis L L, Wineland D J. Phys. Rev. A, 1982, 25: 1233.

[27] Simon E, Laurent Ph, Clairon A. Phys. Rev. A, 1998, 57: 436.

[28] Tiesinga E, Verhaar B J, Stoof H T C, et al. Phys. Rev. A, 1992, 45: R2671.

[29] Ghezali S, Laurent Ph, Lea S N, et al. Europhys. Lett., 1996, 36: 25.

[30] Vian C, Rosenbusch P, Marion H, et al. IEEE Trans. Instrum. Meas., 2005, 54: 833.

[31] Perira D S F, Marion H, Abgrall M, et al. Proc. IEEE Intern. Freq. Contr. Symp. & Jointly with 17th EFTF, 2003: 55; Bize S, Laurent Ph, Abgrall M, et al. Cold atom clocks and applications [EB/OL]. http://arxivorg/PS_cache/physics/pdf/0502/0502117v1.pdf.

[32] Heavner T P, Jefferts S R, Donley E A, et al. Metrologia, 2005, 42: 411.

[33] Weyers S, Hübner U, Schröder R, et al. Metrologia, 2001, 38: 343.

[34] Levi F, Lorini L, Calonico D, et al. IEEE Trans. Instrum. Meas., 2003, 52: 267.

[35] Szymaniec K, Chalupczak W, Whibberley P B, et al. Metrologia, 2005, 42: 49.

[36] Kurosu T, Fukuyama Y, Abe K, et al. Proc. IEEE Intern. Freq. Contr. Symp. & Jointly with 17th EFTF, 2003: 123.

[37] Jefferts S R, Levi F. Metrologia, 2006, 43: L11.

[38] Bauch A, Schröder R, Weyers S. Proc. IEEE Intern. Freq. Contr. Symp. & Jointly with 17th EFTF, 2003: 191.

[39] Levi F, Lorini L, Calonico D, et al. IEEE Trans. Ultrason. Ferroelect. Freq. Contr., 2004, 51: 1216.

[40] Jefferts S R, Shirley J, Parker T E, et al. Metrologia, 2002, 39: 321.

[41] Clairon A, Ghezali S, Santarelli G, et al. //Bergquist J C. ed.

Proc. 5th symp. freq. standards & metrology. Singapore: World Scientific, 1996: 49; Bulletin du BNM, 1996, 104: 15; Proc. EFTF, 1996: 218.

[42] Guinot B, Arias E F. Metrologia, 2005, 42: S20.

[43] Wallard A. Metrologia, 2005, 42: 59; 2006, 43: 175.

[44] Parker T, Hetzel P, Jefferts S, et al. Proc. IEEE Intern. Freq. Contr. Symp. & PDA Exihibition, 2001: 63.

[45] LNE-SYRTE [EB/OL]. http://lne-syrte.obspm.fr/gen/introduction.html.

[46] Santarelli G, Laurent Ph, Lemonde P, et al. Phys. Rev. Lett., 1999, 82: 4619.

[47] Itano W M, Bergquist J C, Bollinger J J, et al. Phys. Rev. A, 1993, 47: 3554.

[48] Dick G J. Proc. 19th Ann. PTTI System & Application Meeting, 1987: 133.

[49] Dick G J, Prestage J D, Greenhall C A, et al. Proc. 22th Ann. PTTI System & Application Meeting, 1990: 497.

[50] Zhang S. Déplacement de fréquence dû au rayonnement du corps noir dans une fontaine atomique à césium et amélioration des performances de l'horloge. Paris: Université de Paris VI, 2004.

[51] Wang Y, Li Y, Gan J, et al. //Bergquist J C. ed. Proc. 5th symp. freq. standards & metrology. Singapore: World Scientific, 1996: 74.

[52] Ohshima S-I, Kurosu T, Ikegami T, et al. //Bergquist J C. ed. Proc. 5th symp. freq. standards & metrology. Singapore: World Scientific, 1996: 60.

[53] Legere R, Gibble K. Phys. Rev. Lett., 1998, 81: 5780.

[54] Fertig C, Gibble K. IEEE Trans. Instrum. Meas., 1999, 48: 520.

[55] Fertig C, Rees J I, Gibble K. Proc. IEEE Intern. Freq. Contr. Symp. & PDA Exihibition, 2001: 18.

[56] Levi F, Godone A, Lorini L. IEEE Trans. Ultrason. Ferroelect. Freq. Contr., 2003, 48: 847.

[57] Jefferts S R, Heavner T P, Donley E A, et al. Proc. IEEE

Intern. Freq. Contr. Symp. & PDA Exihibition Jointly with17th EFTF, 2003: 1084.

[58] Donley E A, Heavner T P, Tataw M O, et al. Proc. IEEE Intern. Ultrasonics, Ferrelect. Freq. Contr. Joint 50th Anniversary Conference, 2004: 82.

[59] Donley E A, Heavner T P, Jefferts S R. IEEE Trans. Instrum. Meas., 2005, 54: 1905.

[60] Lu Z T, Corwin K L, Renn M J, et al. Phys. Rev. Lett., 1996, 77: 3331.

[61] 王义遒. 波谱学杂志, 1988, 5: 1.

[62] Dudle G, Sagna N, Thomann P, et al. //Bergquist J C. ed. Proc. 5th symp. freq. standards & metrology. Singapore: World Scientific, 1996: 121.

[63] Berthoud P, Fretel E, Joyet A, et al. IEEE Trans. Instrum. Meas., 1999, 48: 316.

[64] Dudle G, Joyet A, Berthoud P, et al. IEEE Trans. Instrum. Meas., 2001, 50: 510.

[65] Joyet A, Mileti G, Thomann P, et al. //Gill P. ed. Proc. 6th symp. freq. standards & metrology. Singapore: World Scientific, 2002: 273.

[66] Rovera G D, Santarelli G, Clairon A. IEEE Trans. Ultrason. Ferrelect. Freq. Contr., 1996, 43: 354.

[67] Gibble K, Chu S. Phys. Rev. Lett., 1993, 70: 1771.

[68] Leo P J, Julienne P S, Mies F H, et al. Phys. Rev Lett., 2001, 86: 3743.

[69] Gibble K, Chang S, Legere R. Phys. Rev. Lett., 1995, 75: 2666.

[70] Gibble K. // Bergquist J C. ed. Proc. 5th symp. freq. standards & metrology. Singapore: World Scientific, 1996: 66.

[71] Kokkelmans S, Verhaar B, Gibble K, et al. Phys. Rev. A, 1997, 56: R4389.

[72] Bize S, Sortais Y, Santos M S, et al. Europhys. Lett., 1999,

45: 558.

[73] Fertig C, Gibble K. Phys. Rev. Lett., 2000, 85: 1622.

[74] Sortais Y, Bize S, Nicolas C, et al. Phys. Rev. Lett., 2000, 85: 3117.

[75] Bize S, Sortais Y, Mandache C, et al. IEEE Trans Instrum. Meas., 2001, 50: 503.

[76] Peil S, Crane S, Swanson T B, et al. Proc. 37th Ann. PTTI Meeting, 2005: 304.

[77] Bize S, Sortais Y, Santos M S, et al. Europhys. Lett., 1999, 45: 558.

[78] Marion H, Perira D S F, Abgrall M, et al. Phys. Rev. Lett., 2003, 90: 150801.

[79] Bize S, Diddams S A, Tanaka U, et al. Phys. Rev Lett., 2003, 90: 150802.

[80] Damour T. C. R.. Acad. Sci. Paris, 2001, Ser. IV 2: 1249.

[81] Bauch A, Weyers S. Phys. Rev. D, 2002, 65: 081101(R).

[82] Clairon A, Laurent Ph, Nadir A, et al. Proc. 6th EFTF, 1992: 27.

[83] Salomon Ch, Dimarcq N, Abgrall M, et al. C. R. Acad. Sci. Paris, 2001, Ser. IV 2: 1313; //Gill P. ed. Proc. 6th symp. freq. standards & metrology. Singapore: World Scientific, 2002: 241.

[84] Laurent Ph, Lemonde P, Simon E, et al. Euro. Phys. J. D, 1998, 3: 201.

[85] Niering M, Holzwarth R, Reichert J, et al. Phys. Rev. Lett., 2000, 84: 5496.

[86] Heavner T P, Hollberg L W, Jefferts S R, et al. //Gill P. ed. Proc. 6th symp. freq. standards & metrology. Singapore: World Scientific, 2002: 253.

[87] Fertig C, Legere R, Rees J I, et al. //Gill P. ed. Proc. 6th symp. freq. standards & metrology. Singapore: World Scientific, 2002: 213.

[88] Klipstein W M, Dick G J, Jefferts S R, et al. Proc. IEEE

Intern. Freq. Contr. Symp. & PDA Exihibition, 2001: 25.

[89] Tremine S, Guerandel S, Holleville D, et al. Proc. 37th Ann. PTTI Meeting, 2005: 111.

[90] Wang H, Buell W F, Iyanu G. Proc. 37th Ann. PTTI Meeting, 2005: 270.

[91] Bian F-G, Wei R, Jiang H-F, et al. Chin. Phys. Lett., 2005, 22: 1645.

[92] Gill P. Metrologia, 2005, 42: S125.

[93] Hollberg L, Oates C W, Wilpers G, et al. J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys., 2005, 38: S469.

[94] Udem T, Reichert J, Holzwarth R, et al. Phys. Rev. Lett., 1999, 82: 3568.

[95] Diddams S, Jones R, Ye J, et al. Phys. Rev. Lett., 2000, 82: 5102.

[96] Ye J, Ma L S, Hall J L. Phys. Rev. Lett., 2001, 87: 270801.

[97] Ma L S, Bi Z Y, Bartels A, et al. Science, 2004, 303: 1843.

[98] Eschner J, Morigi G, Schmidt-Kaler F, et al. J. Opt. Soc. Am. B, 2003, 20: 1003.

[99] Wineland D J, Itano W M, Bergquist J C, et al. Phys. Rev., 1987, 36: 2220.

[100] Diedrich F, Bergquist J C, Itano W M, et al. Phys. Rev. Lett., 1989, 62: 403.

[101] Oskay W H, Diddams S A, Donley E A, et al. Phys. Rev, Lett., 2006, 97: 020801.

[102] Stenger J, Tamm Ch, Harverkamp N, et al. Opt. Lett., 2001, 26: 1589.

[103] Schnatz H, Lipphardt B, Degenhardt C, et al. IEEE Trans. Instrum. Meas., 2005, 54: 750.

[104] Margolis H S, Barwood G P, Huang G, et al. Science, 2004, 306: 1355.

[105] Von Zanthier J, Becker Th, Eichenseer M, et al. Opt. Lett., 2000, 25: 1729.

[106] Hosaka K, Webster S A, Blythe P J, et al. IEEE Trans. Instrum. Meas., 2005, 54: 759.

[107] Oates C W, Curtis E A, Hollberg L. Opt. Lett., 2000, 25: 1603.

[108] NIST: Optical Frequency Measurements [EB/OL]. http://tf.nist.gov/timefreq/ofm.

[109] Takamoto M, Hong F-L, Higashi R, et al. Nature, 2005, 435: 321.

[110] Takamoto M, Katori H. Phys. Rev. Lett., 2003, 91: 223001.

[111] Katori H. //Gill P. ed. Proc. 6th symp. freq. standards & metrology. Singapore: World Scientific, 2002: 323.

[112] Ido T, Katori H. Phys. Rev. Lett., 2003, 91: 053001.

[113] Ido T, Loftus T H, Boyd M M, et al. Phys. Rev. Lett., 2005, 94: 153001.

[114] Pal'chikov V G, Domnin Y S, Novoselov A V. J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt., 2003, 5: S131.

[115] Katori H, Takamoto M, Pal'chikov V G, et al. Phys. Rev. Lett., 2003, 91: 173005.

[116] Courtillot I, Quessada A, Kovacich R P, et al. Phys. Rev. A, 2003, 68: 030501.

[117] Posev S G, Derevianko A, Fortson E N. Phys. Rev. A, 2004, 69: 021403(R).

[118] Hong T, Cramer C, Nagourney W, et al. Phys. Rev. Lett., 2005, 94: 050801.

[119] 王正行. 近代物理学. 北京：北京大学出版社，1995.

[120] Berman P R. ed. Atom interferometry. San Diego: Academic Press, 1997.

[121] Bordé Ch J. Metrologia, 2002, 39: 435.

[122] Kasevich M, Chu S. Appl. Phys. B, 1992, 54: 321.

[123] Arlt J, Birkl G, Rasel E, et al. Adv. At. Mol. Opt. Phys., 2005, 50: 53.

[124] Schmiedmayer J, Chapman M S, Ekstrom Ch R, et al. //

Berman P R. ed. Atom interferometry. San Diego: Academic Press, 1997: 1.

[125] Batelaan H, Bernet S, Oberthaler K, et al. //Berman P R. ed. Atom interferometry. San Diego: Academic Press, 1997: 85.

[126] Sterr U, Sengstock K, Ertmer W, et al. //Berman P R. Atom interferometry. San Diego: Academic Press, 1997: 293.

[127] Ramsey N F. Phys. Rev., 1950, 78: 695.

[128] Adam A G, Gough T E, Isenor N R, et al. Phys. Rev. A, 1986, 34: 4803.

[129] Young B, Kasevich M, Chu S. //Berman P R. ed. Atom interferometry. San Diego: Academic Press, 1997: 363.

[130] Ramsey N F. Molecular beam. Oxford: Oxford University Press, 1955.

[131] Baklanov Y V, Dubetsky B Y, Chebotayev V P. Appl. Phys., 1976, 9: 171.

[132] Bergquist J C, Lee S A, Hall J L. Phys. Rev. Lett., 1977, 38: 159.

[133] Bordé Ch J, Salomon Ch, Avrillier S, et al. Phys. Rev. A, 1984, 30: 1836.

[134] Sengstock K, Sterr U, Müller J H, et al. Appl. Phys. B, 1994, 59: 99.

[135] Kisters Th, Zeiske K, Riehle F, et al. Appl. Phys. B, 1994, 59: 89.

[136] Morinaga A, Riehle F, Ishikawa J, et al. Appl. Phys. B, 1989, 48: 165.

[137] Witte A, Kisters Th, Riehle F, et al. J. Opt. Soc. Am. B, 1992, 8: 1030.

[138] Riehle F, Schnatz H, Lipphardt B, et al. //Bergquist J C. ed. Proc. 5th symp. freq. standards & metrology. Singapore: World Scientific, 1996: 277.

[139] Schnatz H, Lipphardt B, Helmcke J, et al. Phys. Rev. Lett., 1996, 76: 18.

[140] Riehle F, Schnatz H, Lipphardt B, et al. IEEE Trans. Instrum. Meas., 1999, 48: 613.

[141] Riehle F, Wilpers G, Sterr U, et al. //Gill P. ed. Proc. 6th symp. freq. standards & metrology. Singapore: World Scientific, 2001: 339.

[142] Sterr U, Binnewies Th, Degenhardt C, et al. J. Opt. Soc. Am. B, 2003, 20: 985.

[143] Riehle F, Kisters Th, Witte A, et al. Phys. Rev Lett., 1991, 67: 177.

[144] Chu S. Rev. Mod. Phys., 1998, 70: 685.

[145] Kasevich M, Chu S. Phys. Rev. Lett., 1991, 67: 181.

[146] Peters A, Chung K Y, Young B, et al. Phil. Trans. R. Soc. Lond. A, 1997, 355: 2223.

[147] Peters A, Chung K Y, Chu S. Nature, 1999, 409: 849.

[148] McGuirk J M, Foster G T, Fixler J B, et al. Phys. Rev. A, 2002, 65: 033608.

[149] Weiss D S, Young B C, Chu S. Phys. Rev. Lett., 1993, 70: 2706.

[150] Weiss D S, Young B C, Chu S. Appl. Phys., B, 1994, 59: 217.

[151] Metcalf H J, van der Straten P. Laser cooling and trapping. New York: Springer, 1999.

[152] Meystre P. Atom optics. New York: Springer, 2001.

[153] Balykin V I, Letokhov V S. Atom optics with laser light. New York: Harwood Academic Publishers, 1995.

[154] Balykin V I, Jhe W. J. Kor. Phys. Soc., 2000, 37: 654.

[155] Pritchard D E, Cronin A D, Gupta S, et al. Ann. Phys. (Leipzig), 2001, 10: 35.

[156] Berkhout J J, Luiten O J, Setija I D, et al. Phys. Rev. Lett., 1989, 63: 1689.

[157] Rosch T M, Abele H, Boshier M G, et al. Phys. Rev. Lett., 1995, 75: 629.

[158] Cook R J, Hill R K. Opt. Commun., 1982, 43: 258.

[159] Balykin V I, Letokhov V S, Ovchinnikov Yu B, et al. Phys. Rev. Lett., 1988, 60: 2137.

[160] McClelland J J. //Halwa H S. Handbook of nanostructured materials and nanotechnology. San Diego: Academic Press, 2000.

[161] Vanier J, Audoin C. The quantum physics of atomic frequency standards: vol. 1. Bristal: IOP, 1988: 494.

[162] Kaenders W G, Lison F, Richter A, et al. Nature, 1995, 375: 214; Kaenders W G, Lison F, Richter A, et al. Phys. Rev. A, 1996, 54: 5067.

[163] Gordon J P, Zeiger H J, Townes. Phys. Rev., 1955, 99: 1264.

[164] Balykin V I, Letokhov V S. Opt. Commun., 1987, 64: 145.

[165] Yin J, Gao W, Zhu Y. //Wolf E. ed. Progress in optics. Amsterdam: Elsevier, 2003: 45,119.

[166] Balykin V I, Letokhov V S, Ovchinnikov Yu B, et al. J. Mod. Opt., 1988, 35: 17.

[167] Balykin V I, Kaminov V V, Letokhov V S. J. Phys. Ⅱ (France), 1994, 4: 1981.

[168] Ito H, Yamamoto K, Takamizawa A, et al. J. Opt. A: Pure Appl. Opt., 2006, 8: S153.

[169] Carnal O, Sigel M, Sleator T, et al. Phys. Rev. Lett., 1991, 67: 3231.

[170] Sleator T, Pfau T, Balykin V I, et al. Appl. Phys. B, 1992, 54: 375.

[171] Lison F, Schuh P, Haubrich D, et al. Phys. Rev. A, 1999, 61: 013405.

[172] Valvi L. Atom and ion sources. London: John Wiley & Sons, 1977.

[173] Riis E, Weiss D S, Moler K A, et al. Phys. Rev. Lett., 1990, 64: 1658.

[174] Fukuyama Y, Kanou H, Balykin V I, et al. Appl. Phys. B, 1990, 70: 561.

[175] 王育竹，周汝枋，周志尧，等. 中国科学：A辑，1984，5：467.

[176] Hoogerland M D，Driessen J P J，Vredenbregt E J D，et al. Appl. Phys. B，1996，62：323.

[177] Timp G，Behringer R E，Tennant D M，et al. Phys. Rev. Lett.，1992，69：1636.

[178] Natarayan V，Behringer R E，Timp G. Phys. Rev. A，1996，53：4381.

[179] McClelland J J，Scholten R E，Palm E C，et al. Science，1993，262：877；Celotta R J，Gupta R，Scholten R E，et al. J. Appl. Phys.，1996，79：6079.

[180] McGowan R W，Giltner D M，Lee S A. Opt. Lett.，1995，20：2535.

[181] Rehse S J，McGowan R W，Lee S A. Appl. Phys. B，2000，70：657.

[182] Ohmukai R，Urabe S，Watanabe M. Appl. Phys. B，2003，77：415.

[183] Gupta R，McClelland J J，Jabbour Z J，et al. Appl. Phys. Lett.，1995，67：1378.

[184] Drodofsky U，Stuhler J，Schulze Th，et al. Appl. Phys. B，1997，65：755.

[185] Gupta R，McClelland J J，Marte P，et al. Phys. Rev. Lett.，1996，76：4689.

[186] Lison F，Adans H-J，Haubrich D，et al. Appl. Phys. B，1997，65：419.

[187] Johnson K S，Thywissen J H，Dekker N H，et al. Science，1998，180：1583.

[188] Engels P，Sakewski S，Levsen H，et al. Appl. Phys. B，1999，69：407.

[189] Petra S J H，Feenstra L，Hogervorst L，et al. Appl. Phys. B，2004，78：133.

[190] 霍芸生，蔡惟泉，曾庆林，等. 中国激光，2003，30：2204.

[191] Denschlag J，Cassetari D，Schmiedmayer J. Phys. Rev. Lett.，1999，82：2014；Denschlag J，Cassetari D，Chenet A，et al. Appl. Phys. B，1999，69：291.

[192] Goepfert A，Lison F，Schütze R，et al. Appl. Phys. B，1999，69：217.

[193] Teo B K，Raithel G. Phys. Rev. A，2001，63：R031402.

[194] Teo B K，Raithel G. Phys. Rev. A，2002，65：R051401.

[195] Vengalattore M，Rooijakkers W，Prentiss M. Phys. Rev. A，2002，66：053403.

[196] Hinds E A，Boshier M G，Hughes I G. Phys. Rev. Lett.，1998，80：645.

[197] Müller D，Anderson D Z，Grow R J，et al. Phys. Rev. Lett.，1999，83：5194.

[198] Ol'shanii M A，Ovchinnikov Yu B，Letokhov V S. Opt. Commun.，1993，98：77.

[199] Marksteiner S，Savage C M，Zoller P，et al. Phys. Rev. A，1994，50：2680.

[200] Renn M J，Donley E A，Cornell E A，et al. Phys. Rev. A，1996，53：R648.

[201] Yin J，Noh K，Lee K，et al. Opt. Commun.，1997，138：287.

[202] Yin J，Zhu Y，Jhe W，et al. Phys. Rev. A，1998，58：509.

[203] Kuppens S，Raumer M，Schiffer M，et al. Phys. Rev. A，1998，58：3068.

[204] Yan M，Yin J，Zhu Y. J. Opt. Soc. Am. B，2000，17：1817.

[205] Al-Awfi S，Babiker M. Phys. Rev. A，1998，58：4768.

[206] Schrader D，Kuhr S，Alt W，et al. Appl. Phys. B，2001，73：819.

[207] Chen H，Riis E. Appl. Phys. B，2000，70：665.

[208] Takamizawa A，Ito H，Ohtsu M. Jpn. J. Appl. Phys.，2002，41：6215.

[209] Kim K H，Lee K I，Noh H R，et al. Phys. Rev. A，2001，64：013402.

[210] Key M，Hughes I G，Rooijakkers W，et al. Phys. Rev. Lett.，

2000, 84: 1371.

[211] Ashkin A. Phys. Rev. Lett., 1970, 24: 156.

[212] Ashkin A, Dziedzic J M. Appl. Phys. Lett., 1971, 19: 283.

[213] Ashkin A, Dziedzic J M, Bjiokholm J E, et al. Opt. Lett., 1986, 11: 288.

[214] Ashkin A, Dziedzic J M. Science, 1987, 235: 1517; Ashkin A, Dziedzic J M, Yamane T. Nature, 1987, 330: 769.

[215] Ashkin A. IEEE J. Sel. Topics Quantum Electron., 2000, 6: 841; Brown B A, Brown P R. Am. Lab., 2001, 11: 13; 吉望西，王义遒. 物理，1996, 25: 707.

[216] Ashkin A. Biophysics J., 1992, 61: 569.

[217] 孙巍. 实用光钳技术研究. 北京：北京大学电子学系，1999; Sun W, Wang Y Q, Gao C M. Chin. Phys., 2000, 9: 855.

[218] Svoboda K, Block S M. Ann. Rev. Biophys. Struc., 1994, 23: 247.

[219] Harada Y, Asakura T. Opt. Commun., 1996, 124: 529.

[220] Tlusty T, Meller A, Bar-Ziv R. Phys. Rev. Lett., 1998, 81: 1738.

[221] Lock J A. Appl. Optics, 2004, 43: 2532; 2004, 43: 2545.

[222] Hugurashi E, Ukita H, Tanaka H, Ohguchi O. Appl. Phys. Lett., 1994, 64: 2209.

[223] Neuman K C, Block S M. Rev. Sci. Instrum. 2004, 75: 2787.

[224] Lang M J, Block S M. Am. J. Phys., 2003, 71: 201.

[225] Block S M. Nature, 1992, 360: 493.

[226] Berns M W, Wright W H, Tromberg B J, et al. Proc. Natl. Acad. Sci. USA, 1989, 86: 4539.

[227] Wright W H, Sonek G J, Tadir T, et al. IEEE J. Quant. Electron., 1990, 26: 2148.

[228] Ashkin A, Dziedzic J M. Proc. Natl. Acad. Sci. USA, 1989, 86: 7914.

[229] Dao M, Lim C T, Suresh S. J. Mech. Phys. Solids, 2003, 51: 2259.

[230] Leitz G, Lundberg C, Fällman E, et al. FEMS Microbio. Lett., 2003, 224: 97.

[231] Berns M W. Sci. Am., 1998, 278(4): 62.

[232] Steubing R W, Cheng S, Wright W H, et al. Cytometry, 1991, 12: 505.

[233] Schütze A, Clement-Sengewald A, Ashkin A. Fertil. Steril., 1994, 61: 783.

[234] Bonder E M, Colon J M, Dziedzic J M, et al. J. Cell Biol., 1990, 111: 421a.

[235] Huang C-C, Wang C-F, Melta D S, et al. Opt. Commun., 2001, 195: 41.

[236] Block S M, Goldstein S B, Schnapp B J. Nature, 1990, 348: 348.

[237] Svaboda K, Schmidt C F, Schnapp B J, et al. Nature, 1993, 365: 721.

[238] Svaboda K, Block S M. Cell, 1994, 77: 773.

[239] Finer J T, Simmons R M, Spudich J A. Nature, 1994, 368: 113.

[240] Simmons R M, Finer J T, Chu S, et al. Biophys. J., 1996, 70: 1813.

[241] Nishizaka T, Miyata H, Yoshikawa H, et al. Nature, 1995, 377: 251.

[242] Mehta A D, Rock R S, Rief M, et al. Nature, 1999, 400: 590.

[243] Sakakibara H, Kojima H, Sakai Y, et al. Nature, 1999, 400: 586.

[244] Yin H, Wang M D, Svaboda K, et al. Science, 1995, 270: 1653.

[245] Wang M D, Schnitzer M J, Yin H, et al. Science, 1998, 282: 902.

[246] Visscher K, Block S M. Meth. Enzymol, 1993, 298: 460.

[247] Chu S. Science, 1991, 253: 861.

[248] Perkins T T, Quake S R, Smith D E, et al. Science, 1994, 264:

822.

[249] Perkins T T, Smith D E, Chu S. Science, 1994, 264: 819.

[250] Perkins T T, Smith D E, Larson R G, et al. Science, 1995, 268: 83.

[251] Wang M D, Yin H, Landrick R, et al. Biophys. J., 1997, 72: 1335.

[252] Service R F. Science, 1999, 283: 1669.

[253] Svaboda K, Block S M. Opt. Lett., 1994, 19: 930.

[254] Furukawa H, Yamaguchi I. Opt. Lett., 1998, 23: 216.

[255] Friese M E J, Nieminen T A, Heckenberg N R, et al. Nature, 1998, 394: 348.

[256] Visscher K, Brakenhoff G J, Krol J J. Cytometry, 1993, 14: 105.

[257] Dholakia K, Spalding G, MacDonald M. Physics World, 2002, 15: 31.

[258] Garcés-Chávez V, McGloin D, Melville H, et al. Nature, 2002, 419: 145.

[259] Lang M J, Fordyce P M, Block S M. J. Biol., 2003, 2: 6.

[260] Curtis J E, Koss B A, Grier D G. Opt. Commun., 2002, 207: 169.

[261] Ajito K, Torimitsu K. Trends Anal. Chem., 2001, 20: 255.

[262] Wang P, Li R B, Yan H, et al. Chin. Phys. Lett., 2007, 24: 27.

第九章 静 磁 阱

从本章起,叙述的内容将不属于激光冷却和陷俘原子的一般范围,而主要是介绍激光冷却和陷俘原子的最重要的应用及其成果——玻色-爱因斯坦凝聚(BEC)的实现.为此,需要了解实现BEC的重要实验技术,即静磁阱和蒸发冷却.不过,要实施这两种技术,往往也需要激光冷却原子作基础.本章先讨论静磁阱.

§9.1 静磁阱的一般介绍

一些中性原子(例如碱金属原子)的基态具有磁矩,根据电磁场理论,在不均匀磁场中它们会受到力的作用.如同§7.2所述,光场梯度与原子感应电偶极矩相互作用会引起偶极力,从而可形成光阱,对具有磁矩的原子也可构建静磁阱,用以捕获和囚禁中性原子.当然,如同光场会影响原子能级,磁场也不可避免地会对所研究的原子能级发生影响.在不希望光场干扰的情况下,静磁阱是一种可能的选择.静磁阱只靠具有特殊空间拓扑结构的磁场来产生空间一系列封闭的势能曲面,其能量向内逐层减小.这种势能就是磁偶极子与外磁场的相互作用能U.从经典图像看,有

$$U = -\boldsymbol{\mu}\cdot\boldsymbol{B} = -\mu B\cos\theta,$$

表示磁矩μ绕着磁场轴向作快速运动,其夹角θ是常数.从量子力学看,它就是磁场中原子能级的能量

$$E(m_F) = g\mu_B m_F B,$$

这里g是朗德g因子(对原子,$g>0$),m_F是总角动量F在磁场方向上的量子数,μ_B是玻尔磁子,能量是量子化的.经典情况下的$\cos\theta$对应于量子条件下的m_F/F,经典图像中的常角度θ等价于

系统保持在同一 m_F 磁量子态的稳态，由此引起的内向力

$$\boldsymbol{F} = -\nabla U = \nabla[\mu \cdot \boldsymbol{B}(r)]$$

与原子能级（基态、激发态、超精细能级、塞曼能级等）有关.不同能级的磁矩大小和方向可能不同；而磁场强度则必须随坐标变化，才能产生随空间变化的势能和力，形成阱.

当原子磁矩与磁场同方向时，相互作用能量最低（其值为负），原子就会受到一个趋向高场的力；如果两者方向相反，这个力就指向低场.或者说，对 $gm_F>0$ 的态，其能级的能量随磁场的增强而升高，力趋向于磁场弱的地方.这种能态称为弱场趋寻态，它们是磁阱中的陷俘态或束缚态.而对 $gm_F<0$ 的态，能级的能量随磁场的增强而降低，力趋向于强场处.这种能态称为强场趋寻态.电磁场理论指出，自由空间不存在磁场有最大值的点，所以对这样的原子不允许构建原子阱.在磁阱中，它们是逃逸态或驱逐态.因此，构建原子阱就是要求造成这样一个局部环境，使束缚态原子的能量 $E(m_F)$ 有一个局域的最小值.

磁阱的深度决定于磁场与原子相互作用能 μB，其中原子磁矩的大小 μ 是玻尔磁子 μ_B 的数量级：

$$\mu_B = e\hbar/2m_e = 9.274 \times 10^{-24}\ \mathrm{J/T};$$

换成温度单位就是 0.67 K/T.在一般的实验条件下，$B \ll 1$ T，因此磁阱的深度比 1 K 要小得多.这样，磁阱还是比较浅的（远浅于磁光阱），动能稍大一些的原子就不可能受陷；往往需要先用激光减速原子束，或者用磁光阱收集和冷却原子到 mK 数量级，或者用光学黏团冷却到几十、上百微开（μK）数量级，然后才能使用静磁阱.目前已实现的大多数 BEC 都是在这样的条件下使用磁阱的；而第一个静磁阱就是在激光冷却的基础上做出来的[1].在 BEC 实验中，静磁阱的主要作用就是先装载预冷却的原子团，然后通过对阱的压缩以及有效的蒸发冷却尽可能降低原子温度，提高原子密度，以达到实现 BEC 所需的相空间密度[2].

对于捕获与囚禁原子的磁阱的构形，基本上可以分为两类：（1）具有零点的四极型阱.最简单的静磁阱就是一对反向亥姆霍兹线圈形成的四极型阱，其囚禁力强且囚禁时间可以很长.但是，由于线性的四极势在中心处磁场为零，其附近磁场方向变化剧烈，当原子经过这个零点时，它的磁矩相对于磁场的取向可能发生变化，原来的陷俘态原子反而成为逃逸态，原子就可以逃离原子阱.因此，我们必须进行补漏，去掉磁场零点.为此，人们想出各种各样的方法，如时间旋转势（time-orbiting potential，TOP）阱、光学塞阱等.（2）具有非零极小值的 Ioffe-Pritchard 型阱.这种阱也有很多类型（例如 Ioffe 阱、四叶阱等），它们在轴向极小值点附近磁场随空间位置的变化基本都是抛物线型的.目前，有一种结构比较简单的 Ioffe-Pritchard 型阱被称为 QUIC（quadrupole-Ioffe-configuration）阱.从 1985 年诞生第一个静磁阱以后，人们做成了很多类型的阱.现在，利用微电子工艺的刻蚀技术，在几平方厘米的芯片上刻蚀出金属导线，通电细导线和外部磁场结合也可构成静磁阱（称做微磁阱），这样就可以应用芯片上的微结构阱来捕获、囚禁、操纵甚至导引中性冷原子.本章将围绕以上内容进行介绍.

§9.2 四极型阱[3~5]

最简单和常用的磁阱是四极型阱（也称 Paul 阱）.它由两个相同的线圈组成，线圈内流过的电流大小相等、方向相反（见图 9-1）.显然，这种阱在 Oxy 平面上有轴对称性，z 轴为对称轴.若沿 x，y 轴方向的磁场梯度 $B'=A$（A 是常数）[3]，由于 $\nabla \cdot \boldsymbol{B}=0$，沿 z 轴方向的磁场梯度必为 $-2A$.这个磁场有一个中心，该处的磁场强度为零，且随着离开中心的距离增加，磁场强度线性增大，有

$$\boldsymbol{B} = A(x\boldsymbol{e}_x + y\boldsymbol{e}_y - 2z\boldsymbol{e}_z), \qquad (9.2.1)$$

其大小 $B=A(x^2+y^2+4z^2)^{1/2}$.所以，四极型阱通常是用磁场梯度

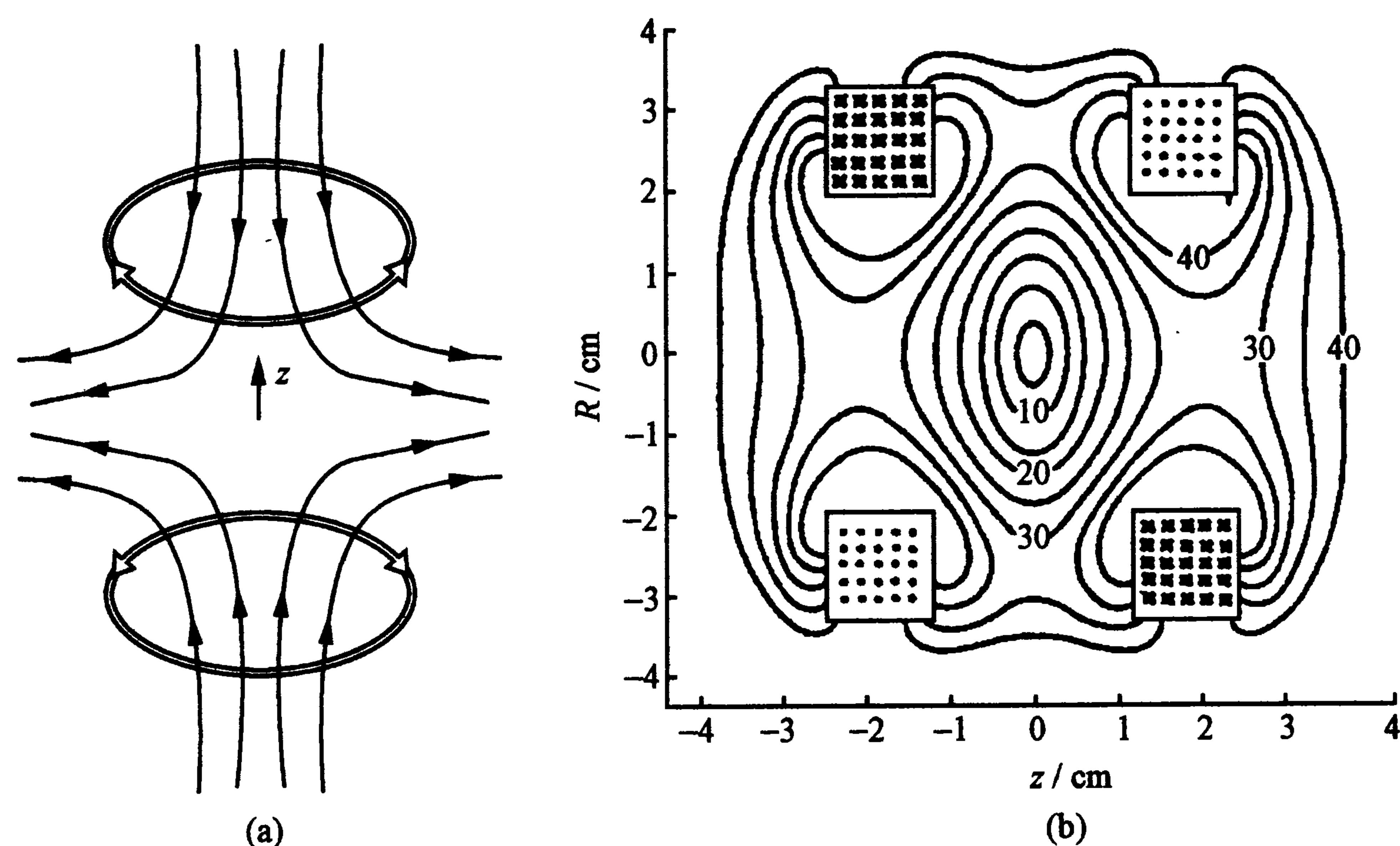


图 9-1 四极型阱的线圈布置(a)及磁力线分布和等势面(b)

$B'=A$ 表征的线性阱.这种由反向亥姆霍兹线圈形成的四极型阱,其陷俘力很强,囚禁时间也可以很长.和磁场与坐标呈抛物线形变化的阱(称做抛物线阱)相比,其约束能力通常会大一个数量级.设线圈的间距 $d=2R$(R 为线圈半径),则线圈产生的磁场梯度和曲率分别约为

$$B' \approx B/R, \quad B'' \approx B/R^2.$$

为了和后面讲到的抛物线阱相比较,在磁场梯度为 B' 的线性阱中,大小为 r 的原子团可以等效为陷俘于曲率为 B'/r 的抛物线阱中同样大小的原子团.定义线性阱的有效曲率

$$B''_{\text{eff}} = B'/r = B''R/r,$$

它是抛物线阱曲率的 R/r 倍.因 $r \ll R$,所以线性阱的约束要远大于抛物线阱.当 $d=1.25R$ 时,阱的轴向(z 轴)和径向(x,y 轴)阱深相等.四极型阱还有一个好处是便于通光.第一个静磁阱实验是在激光冷却条件下对钠原子作的,用的就是这样的阱.囚禁时间长于 1 s,主要受残余气体碰撞限制;由于各方向磁场梯度不同,阱中囚禁原子所受的力既非中心力,亦非谐振子力,而且各处角动量不

守恒.这些都使阱中原子的运动情况相当复杂,难以简单描述.

虽然线性阱有很强的约束力,但由于存在零点,却遇到了困难.这是因为原子在阱中运动时必须保持其能级状态;否则就有可能从陷俘态转变为驱逐态,从阱中逃逸出去.从经典观点看,这就意味着运动中原子磁矩与磁场方向的夹角要保持不变;而阱中的磁场方向是处处变化的,这样原子运动过程中磁矩方向也要跟着变化.只有运动速度足够慢,才能满足浸渐条件,保持能级状态不变;否则,原子就会产生能级跃迁(即马约拉纳跃迁).设四极型阱中原子在 $z=0$ 的平面上作圆周运动,其角频率为 ω_{Q},原子在磁场中的拉莫尔进动频率为 ω_{L}.为满足浸渐条件,必须有[4]

$$\omega_{\mathrm{L}} = \mu B/\hbar \gg \omega_{\mathrm{T}}. \tag{9.2.2}$$

对绕中心的圆轨道运动,$\omega_{\mathrm{Q}}=v/\rho$($v$ 是原子运动的线速度,ρ 为轨道半径).在梯度不变的线性磁场中,我们有

$$\omega_{\mathrm{Q}} = \frac{v}{\rho} = \left|\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\right| \Big/ B. \tag{9.2.3}$$

当原子在 $z=0$ 平面上作圆周运动时,由磁场来维持向心力

$$F = \mu \nabla B = mv^2/\rho = ma, \tag{9.2.4}$$

式中 a 为向心加速度:

$$a = \mu \nabla B/m,$$

故

$$v = \sqrt{\rho a}, \quad \omega_{\mathrm{Q}} = \sqrt{a/\rho}.$$

若磁阱深度为几百高斯,阱线度为几厘米,则 $a \approx 250\,\mathrm{m/s^2}$;若最快速度约为 1 m/s 数量级,则 $\omega_{\mathrm{Q}}/2\pi \approx 20$ Hz.一般说来,越是处在低轨道(半径小),频率越高.为满足式(9.2.2)的浸渐条件,要求

$$\rho \gg a\hbar^2/(\mu B)^2.$$

因 $\mu B = \mu \nabla B \rho$,由式(9.2.3),要求

$$\rho \gg \left(\frac{\hbar^2}{m^2 a}\right)^{1/3} \approx 1\,\mu\mathrm{m}, \quad v \gg \left(\frac{\hbar a}{m}\right)^{1/3} \approx 1\,\mathrm{cm/s}.$$

这是相对于寻常阱中磁场梯度而言的. 一般地,磁场梯度 $A\approx 1\,\mathrm{T/cm}$,所以不满足浸渐条件的区域是很小的,要求的原子速度也很低. 这就保证阱中绝大部分地方都能满足浸渐条件的要求,但中心附近除外.

正是因为零点附近原子的逃逸,使得在进行 BEC 实验中无法有效实施蒸发冷却. 为此,我们分析一下原子在磁场零点附近的逃逸速率. 原子在磁场中的拉莫尔进动频率 $\omega_L=\mu_B B'\rho/\hbar$. 设原子从中心零点到 P 点的距离是 ρ,则所需时间是 ρ/v,而空间变化频率 $\omega_Q\simeq v/\rho$,当 ρ 短到不满足 $\omega_Q<\omega_L$ 时,陷俘原子的拉莫尔进动速度跟不上空间运动速度,就会发生跃迁. 所以我们可以求得磁场零点附近的逃逸半径(令 $\omega_Q=\omega_L$)

$$\rho_0=\sqrt{\hbar v/\mu_B B'}. \tag{9.2.5}$$

设每秒进入逃逸球的原子数为

$$-\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}=\rho_0^2 vn=\rho_0^2 v\frac{N}{l^3}=\alpha N,$$

我们可得

$$N=N_0\mathrm{e}^{-t/\tau_0},$$

这里

$$\tau_0=\frac{1}{\alpha}=\frac{\mu_B B' l}{mv^2}\frac{ml^2}{\hbar}\approx\frac{ml^2}{\hbar},$$

即逃逸球面上的势能等于动能. 对于铷原子,$m/\hbar\approx 10^5\,\mathrm{s/cm^2}$,当 $l=0.2\,\mathrm{mm}$ 时,$\tau_0=40\,\mathrm{s}$. 但随着蒸发冷却时原子温度进一步降低,原子团变小,原子在零点位置的机会增大,原子的逃逸就会很快使得蒸发冷却无法进行下去. 因此,去掉磁场零点对实现 BEC 具有重要意义.

由于阱中运动的复杂性,不能用解析式来表达原子运动状况,需要对具体情况进行数值计算. 总的来说,根据式(9.2.1),除了沿着 $x=0$ 和 $z=0$ 的线上以外,力都不是中心的. 这样,原子运动轨迹只有少量是封闭的,多数是开放的. 图 9-2 给出了这种原子的若干轨迹[5].

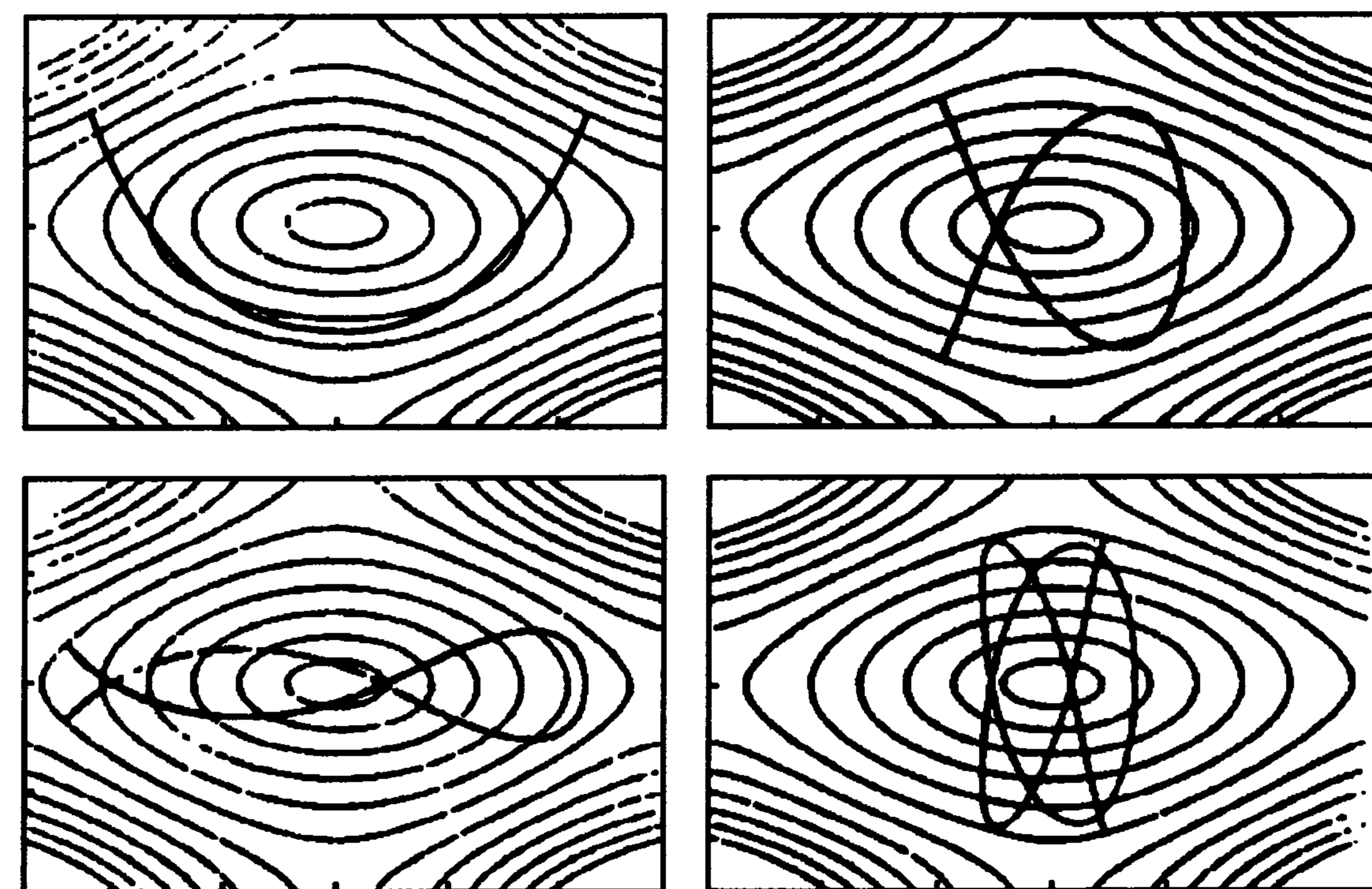


图 9-2 经典运动方程解出的四极型阱中若干原子运动轨迹

当原子运动速度很低,其物质波的德布罗意波长与运动范围都处于微米量级时,原子运动要用量子力学描述,在四极型阱中想象的圆运动的角动量量子化条件应为

$$m\rho^2\omega_Q=n\hbar, \tag{9.2.6}$$

式中 n 表示量子数. 由此得到相应的能级能量为

$$E_n=(3/2)E_1 n^{3/2}, \tag{9.2.7}$$

其中

$$E_1=(ma^2\hbar^2)^{1/3}\approx 5\,\mathrm{kHz}. \tag{9.2.8}$$

激光冷却的原子速度约为几厘米每秒,相当于 $n\approx 10\sim 100$;而蒸发冷却可达到的速度为 $1\,\mathrm{mm/s}$ 数量级,相应地,$n\approx 1$. 容易得到 $\omega_z=n\omega_Q$,因此浸渐条件的成立相当于 $n\gg 1$. 低轨道的原子位于接近原点处,在运动中很容易不满足条件(9.2.2)而发生马约拉纳跃迁,被逐出阱外;而高能状态则更符合浸渐条件,因为那里磁场强,拉莫尔进动频率高.

现在我们来讨论如何去掉磁场零点,以避免原子发生马约拉纳跃迁而改变能态造成磁阱漏失原子的问题. 对于四极型阱,可以

采用磁场来消除零点或光场来避免原子进入零点. 在用磁场解决问题时,当然不能简单地用加一个直流磁场来解决. 最早实现 BEC 的采用了时间旋转势阱的补救办法[8];后来则专门设计了多种其他类型的静磁阱.

TOP 阱是在四极型阱上加一个小的横向旋转磁场,如图 9-3,它由两对相互垂直的亥姆霍兹线圈通入振荡电流产生,如式(2.1.10)所示. 设在 $z=0$ 的平面内加入了旋转磁场 $B_b(x,y,z,t)=B_0[\cos(\omega_b t)\boldsymbol{e}_x+\sin(\omega_b t)\boldsymbol{e}_y]$,故瞬时磁场为

$$B(x,y,z,t)=[-xB'+B_0\cos(\omega_b t)]\boldsymbol{e}_x+[-yB'+B_0\sin(\omega_b t)]\boldsymbol{e}_y+2zB'\boldsymbol{e}_z. \tag{9.2.9}$$

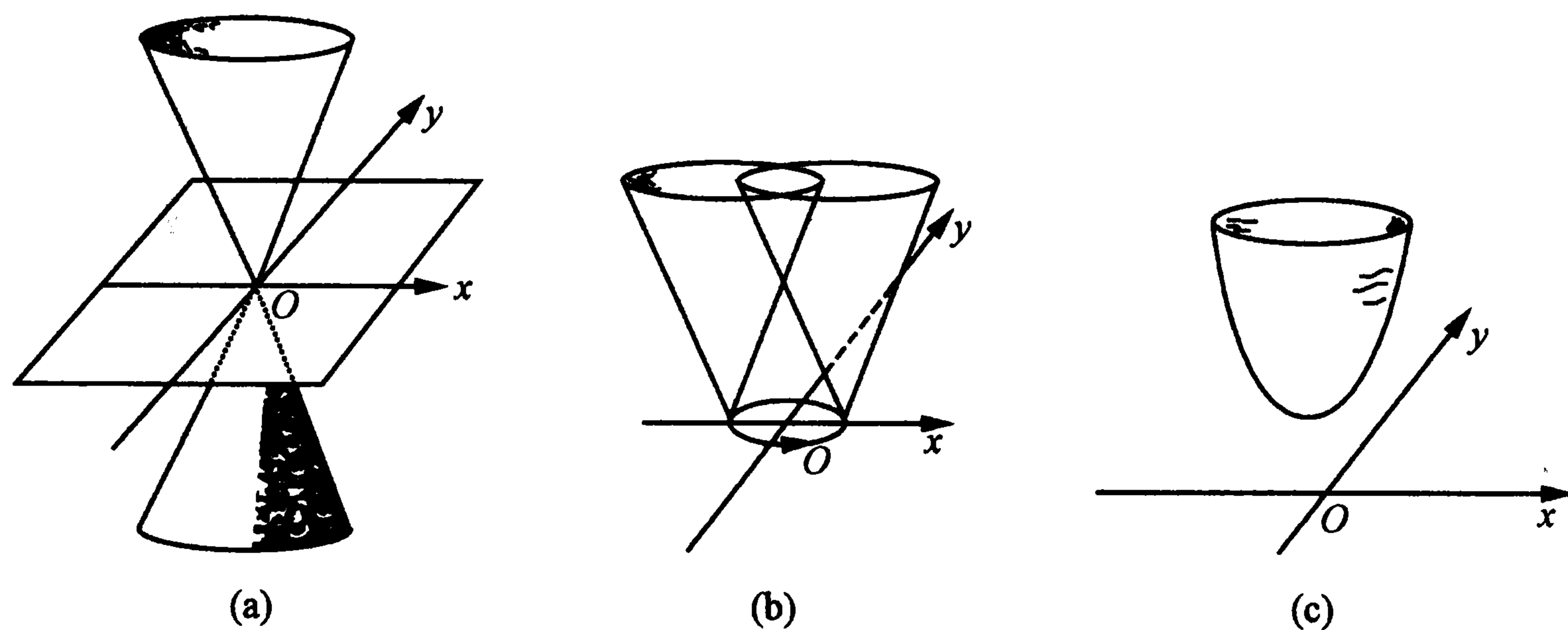


图 9-3 时间旋转势阱的构成

这样,振荡偏置场的效果就是移动磁场零点的位置,其瞬时位置是旋转的. 旋转频率要选得比磁子能级之间的跃迁频率低,保证原子在不同瞬时的磁场下还能处于同一量子态,而不会跃迁到其他磁子能级而从阱中逃逸. 如果偏置场旋转频率选得远高于原子的运动频率,原子就感到是在瞬时势的时间平均形成的有效场中运动. 实验中,原子运动的典型频率大约是几百赫,而磁子能级间的跃迁频率大约是 MHz 数量级,偏置场的旋转频率约为 10 kHz.

在磁场极小值点附近的区域($r\ll|B_0/B'|$)内,将式(9.2.9)展开,利用

$$(1+x)^{1/2}=1+\frac{1}{2}x-\frac{1\times1}{2\times4}x^2+\frac{1\times1\times3}{2\times4\times6}x^3-\cdots,$$

且只考虑等号右边前两项,可以得到

$$B(t)\approx B_0+B'[x\cos(\omega_b t)+y\sin(\omega_b t)]+\frac{B'^2}{2B_0}\{x^2+y^2+4z^2-[x\cos(\omega_b t)+y\sin(\omega_b t)]^2\}, \tag{9.2.10}$$

其中 ω_b 为偏置场的旋转频率. 在一个周期内,旋转场的大小

$$\langle B\rangle_t=\frac{\omega_b}{2\pi}\int_0^{2\pi/\omega_b}B(t)\mathrm{d}t\approx B_0+\frac{B'^2}{4B_0}(x^2+y^2+8z^2), \tag{9.2.11}$$

势能为

$$U_{\mathrm{TOP}}(r,z)=\mu_B B_0+\frac{\mu_B B'^2}{4B_0}(r^2+8z^2). \tag{9.2.12}$$

上式表明磁场在中心位置将不再有一个"洞",而是具有旋转偏置场的磁场 B_0. 这样,偏置场就将四极型阱中原点附近的线性势阱变成一个没有零点的呈抛物面势的谐振子 TOP 阱,在三个方向上的角频率分别为

$$\omega_x^2=\omega_y^2=\frac{\mu_B B'^2}{2mB_0},\quad \omega_z^2=8\frac{\mu_B B'^2}{2mB_0}. \tag{9.2.13}$$

它可以通过选择偏置场的旋转轴很方便地改变不同方向的转速比. 原子在 Oxy 平面上所受的力 $F=\mu_B B'^2r/2B_0$,这个阱把场强零点移到一个半径 $r_0=B_0/B'$ 的"死圈"上. 通过增大 B_0 或减小 B' 都可以增大"死圈"半径 r_0,但会降低阱的约束,使 TOP 阱的阱深降低为

$$U_{\mathrm{TOP}}(r_0)=\mu_B B_0/4.$$

在上面的讨论中,我们没有考虑重力的影响. 重力是线性势,重力对 TOP 阱形成的谐振子势的影响就是改变了势能极小值在重力方向上的位置. 设重力方向为 y 轴正方向,有 $m\omega_y^2\Delta y=mg$,势

阱极小值处的位移为

$$\Delta y = g/\omega_y^2. \tag{9.2.14}$$

我们知道，在 TOP 阱"死圈"半径 r_0 以外的区域，偏置场的影响很小. 如果重力大到将势阱极小值点偏移到大于 r_0 处，势能就需要在新的极小值展开. 可以看到，竖直方向上磁阱的频率越高；也就是说，对原子的约束越强，重力的影响就越小. 所以实验中，通常将磁阱约束最强的方向选在重力方向上，要求 $|\mu_B B'| \geqslant mg$.

为了去除磁阱中心的磁场零点，还采用过激光的方法，即用一束蓝失谐的强激光照射阱中心(称为光塞)，原子在光场偶极力作用下被排斥离开阱的中心. 美国 MIT 的第一个钠原子 BEC 就是用此法实现的[9].

§9.3 Ioffe-Pritchard 阱

上述四极型阱还可用四条载流直导线形成，但这只能是二维的，而在沿导线方向场是开放的. 为了使势能在两端封闭，又放置了两个带有同方向电流的线圈. 这种阱被称为 Ioffe-Pritchard 阱或 Ioffe 阱，如图 9-4 所示.

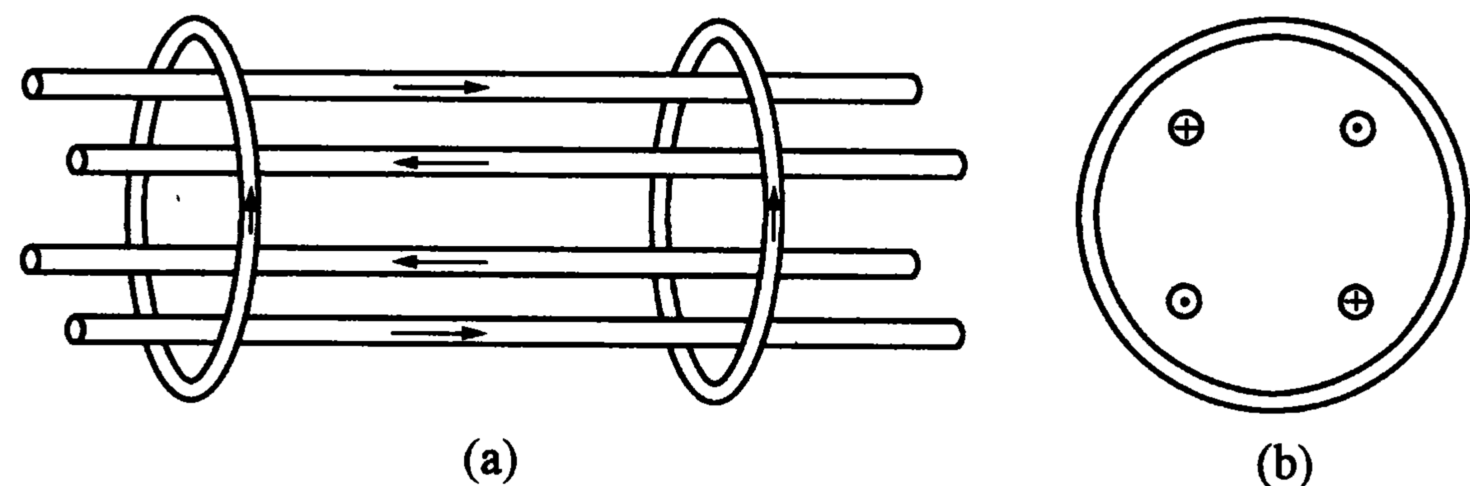


图 9-4 Ioffe-Pritchard 阱的组成

Ioffe-Pritchard 阱当然也具备消除磁场零点的条件，其最低磁场值可通过改变四条直线和两端线圈中的电流来调节. 此外，也有用永久磁铁来做磁阱的[10]，但不能改变和关闭磁场. 磁阱还有许多变形，例如图 9-5(a)表示一种垒球线阱，它可看成是由三个

线圈(见图 9-5(b)，(c))组成，其中两对相邻导线上的电流方向相反. 这种阱的变形，如一对四极型阱再加一个驱除磁场零点的 Ioffe 线圈，则形成 QUIC 阱(见图 9-6(a)，后面有详述). 德国 Hänsch 小组用这种阱有效地实现了小型的铷原子 BEC[11]. 还有一种四叶草阱(图 9-6(b)表示它的构形和阱的实际装置)，MIT 小组用这种阱实现了钠原子的 BEC[12]. 这些静磁阱都没有中心零磁场点，不致造成原子泄漏；它们还比较利于通光，并存在一个确定的量子化轴，便于利用确定偏振的激光实现循环跃迁，保证光冷却的作用. 这些阱的构形和外部线圈的复杂程度很不相同，我们先以 Ioffe-Pritchard 阱为代表来讨论阱势的情况.

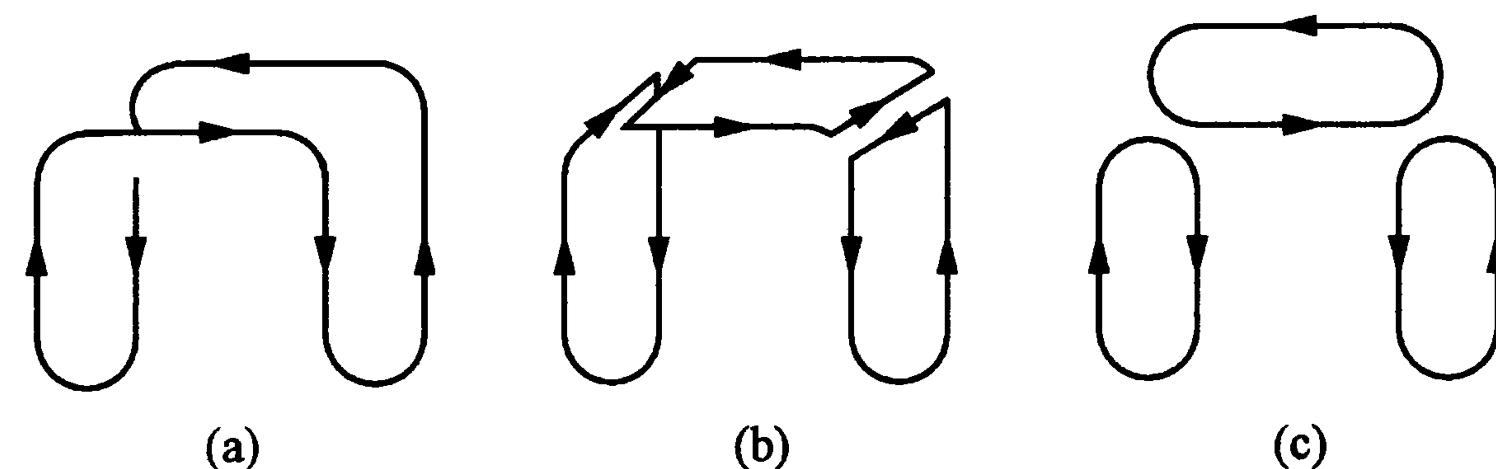


图 9-5 垒球线阱的组成

传统的 Ioffe-Pritchard 阱由一对亥姆霍兹线圈和四根长直导线构成. 亥姆霍兹线圈的 z 方向称为轴向，垂直于 z 轴的 Oxy 平面称为径向. 四根长直导线等间距地平行于 z 轴，与亥姆霍兹线圈对称轴的间距也相等. 相互邻近的导线的电流方向相反，在径向上构成四极磁场结构；在中央附近的磁场分布为抛物线型. 我们先来讨论如何进行磁场的计算.

根据电磁场和电动力学的知识，对于线圈半径为 R、电流大小为 I、中心位于 z 轴上 z_0 点的线圈，在柱坐标系中的场点 $P(\rho,z)$ 处产生的矢势 $\boldsymbol{A}$ 为

$$A_\varphi = \frac{\mu I}{4\pi}\oint\frac{\mathrm{d}s_\varphi}{r} = \frac{\mu I}{2\pi}\int_0^\pi \frac{R\cos\varphi\mathrm{d}\varphi}{[R^2+\rho^2+z^2-2R\rho\cos\varphi]^{1/2}}. \tag{9.3.1}$$

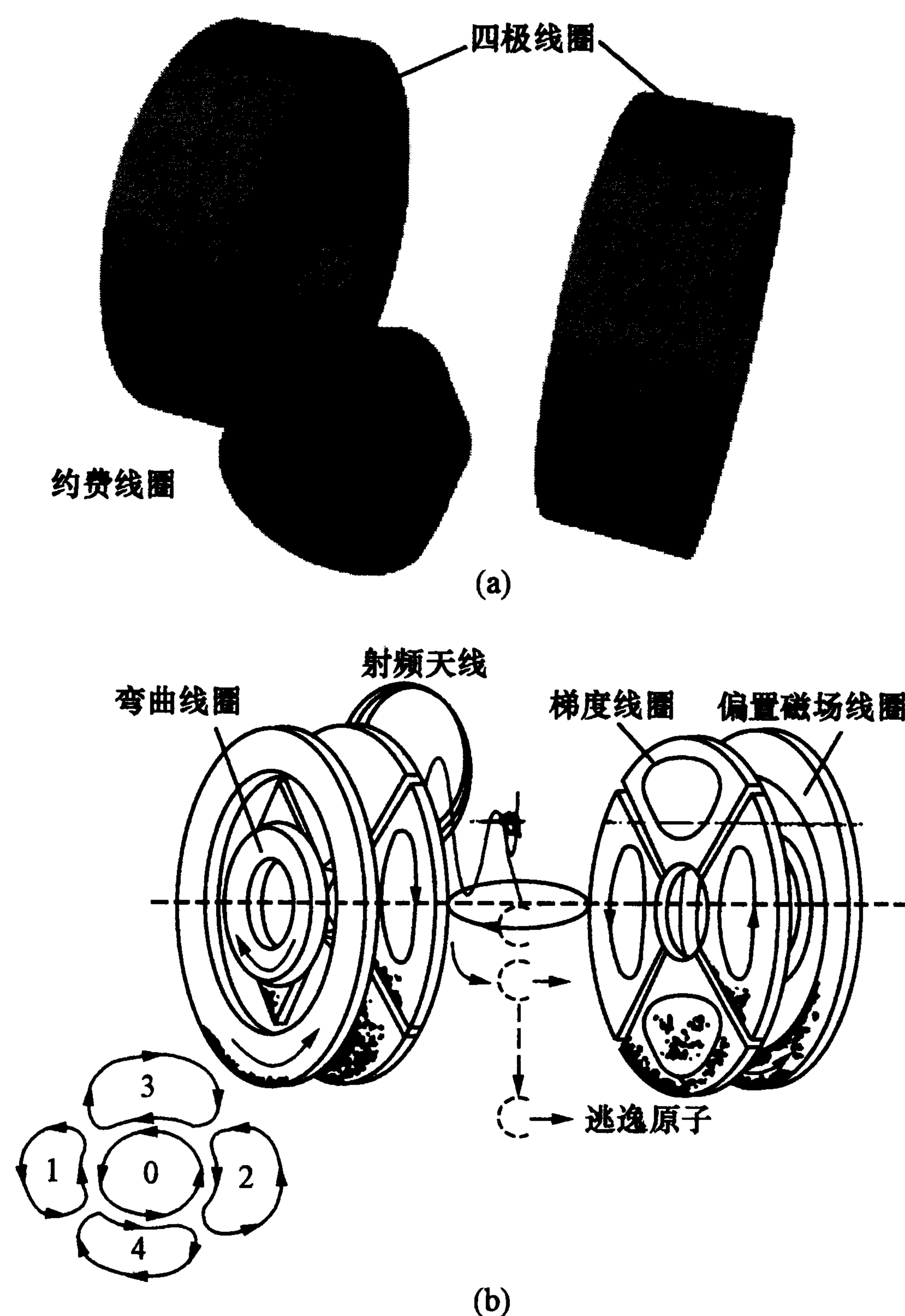


图 9-6　QUIC 阱装置(a)和四叶草阱(b)的构图与装置

因为 $\boldsymbol{B}=\nabla\times\boldsymbol{A}$,磁场 $\boldsymbol{B}$ 的各分量分别为[3]

$$B_\rho=\frac{\mu I}{2\pi}\frac{z-z_0}{[(R+\rho)^2+(z-z_0)^2]^{1/2}}\cdot\left[-K(k^2)+\frac{R^2+\rho^2+(z-z_0)^2}{(R+\rho)^2+(z-z_0)^2}E(k^2)\right],\tag{9.3.2(a)}$$

$$B_z=\frac{\mu I}{2\pi}\frac{1}{[(R+\rho)^2+(z-z_0)^2]^{1/2}}$$

$$\cdot\left[K(k^2)+\frac{R^2-\rho^2-(z-z_0)^2}{(R-\rho)^2+(z-z_0)^2}E(k^2)\right],\tag{9.3.2(b)}$$

$$B_\varphi=0,\tag{9.3.2(c)}$$

这里 $\mu=\mu_0=4\pi\times10^{-7}$,$K(k^2)$和 $E(k^2)$分别为第一类和第二类完全椭圆积分,其中

$$k^2=\frac{4R\rho}{(R+\rho)^2+(z-z_0)^2}.$$

以上是计算单线圈磁场的基本公式.当线圈有很多匝,特别是理论计算真实磁场时,要先考虑单根导线磁场的大小,然后将所有线圈产生的磁场相加,就可以得到整个阱精确的磁场分布.这里要注意各种线圈具有不同的对称轴,在处理时需进行坐标变换.这样,就可简单地计算阱的深度和场的空间分布.另外,在对给定的阱的构形进行对称性分析以及计算经典原子轨道时,需要知道空间许多点的磁场梯度.因此,我们常采用多极子展开的近似表达式,即无源磁场的多极子多项式展开.

对于无源磁场,根据拉普拉斯定理,标势 ψ 满足

$$\nabla^2\psi=\frac{\partial^2\psi}{\partial\rho^2}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial\psi}{\partial\rho}+\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}=0.\tag{9.3.3}$$

磁场

$$\boldsymbol{B}=\nabla\psi=\frac{\partial\psi}{\partial\rho}\boldsymbol{e}_\rho+\frac{1}{\rho}\frac{\partial\psi}{\partial\phi}\boldsymbol{e}_\phi+\frac{\partial\psi}{\partial z}\boldsymbol{e}_z,$$

其解可以用球谐函数来表示:

$$\psi=\sum_{L=0}^{\infty}\sum_{M=-L}^{L}a_{LM}r^L\mathrm{Y}_{LM}.\tag{9.3.4}$$

这就是多极子势的表达式,其中 Y_{LM}是球谐函数,每一项均相当于一个磁多极子.可以证明[3],对于上式中某一个 L,M 的多极子,对具有正塞曼系数的原子,当 $M=0,L>1$ 时产生束缚场,而对于 $M\neq0$,至少有一条通过原点的直线,其周围的场是非束缚的.与 z 轴共轴的线圈产生的场与 ϕ 无关,就只存在多极子的 $M=0$ 成分的场.当 $M=L=1,2,3$ 时,对应的场在原子束中分别叫做偶极、

四极和六极偏转和会聚场；而后两种阱就是常被我们用做横向约束的中性原子阱——四极型阱和六极型阱.这样，我们所关心的主要就是 $M=0$ 和 $M=L$ 两种情况[13].

对于 $M=0$ 和 $|M|=L$ 的多极子项，用勒让德(Legendre)多项式更合适，它们可以分别写成 ρ 和 z 的多项式：

$$\psi_{L0}=a_{L0}r^L\mathrm{P}_{L0}(\cos\theta)=a_{L0}\mathrm{P}_L(\rho,z)=a_{L0}\sum_{k=0}^{L}s_{LK}\rho^kz^{L-k}, \tag{9.3.5}$$

$$\psi_{LL}=a_{LL}r^L\mathrm{P}_{LL}(\cos\theta)\mathrm{e}^{\mathrm{i}L\phi}=a_{LL}(L-1)!!\rho^L\mathrm{e}^{\mathrm{i}L\phi}, \tag{9.3.6}$$

系数 s_{Lk} 可以从标准的勒让德多项式展开得到.这里特别注意，为了保证 $\nabla^2\psi$ 在 $\rho\to0$ 时不发散，关于 ρ 的奇次幂项都为 0，只要计算 ρ 的偶数幂项即可.

对于上面两种情况，可以把 ψ 重新写为

$$\psi=\sum_n[b_{n-1}p_n(\rho,z)+c_{n-1}\rho^n\cos(n\phi)+d_{n-1}\rho^n\sin(n\phi)]/n\quad(n=1,2,\cdots); \tag{9.3.7}$$

相应的磁场分布为

$$B_z=\frac{\partial\psi}{\partial z}=\sum_{n=0}b_nB_{zn}, \tag{9.3.8(a)}$$

$$B_\rho=\frac{\partial\psi}{\partial\rho}=\sum_{n=0}b_nB_{\rho n}+\sum_{n=0}\rho_n\{c_n\cos[(n+1)\phi]+d_n\sin[(n+1)\phi]\}, \tag{9.3.8(b)}$$

$$B_\phi=\frac{\partial\psi}{\rho\partial\phi}=\sum_{n=0}\rho^nb_n\{-c_n\sin[(n+1)\phi]+d_n\cos[(n+1)\phi]\}. \tag{9.3.8(c)}$$

这是多极子展开的磁场公式.如果线圈都以 z 轴为对称轴，则 c_n 和 d_n 的系数均为零；b_n，c_n 或 d_n 对应于 $L=n+1$ 的多极子.表 9-1 给出了 B_z 和 B_ρ 展开的多项式表达式.

表 9-1 $B_z=\sum\limits_{n=0}b_nB_{zn}$ **和** $B_\rho=\sum\limits_{n=0}b_nB_{\rho n}$ **展开式中的多项式项**

n	B_{zn}	$B_{\rho n}$
0	1	0
1	z	$-\rho/2$
2	$z^2-\rho^2/2$	$-\rho z$
3	$z^3-3z\rho^2/2$	$-3\rho z^2/2+3\rho^2/8$
4	$z^4-3z^2\rho^2+3\rho^4/8$	$-2\rho z^3+3\rho^3z/2$
5	$z^5-5z^3\rho^2+15\rho^4z/8$	$-5\rho z^4/2+15\rho^3z^2/4-5\rho^5/16$
6	$z^6-15z^4\rho^2+45z^2\rho^4/56-5\rho^6/16$	$-33z^6+15\rho^3z^3/2-15\rho^5z/8$

由于用多极矩的多项式求 Ioffe-Pritchard 阱的磁场分布时，起作用的是较低阶的几项，一般用它们来描述阱势就足够了.两个同向电流的线圈产生的磁场对应于原点附近 $L=1$，$M=0$ 和 $L=3$，$M=0$ 的多极子.所以式(9.3.7)可以表示为

$$\psi=b_1r\mathrm{P}_1(\cos\theta)+b_3r^3\mathrm{P}_3(\cos\theta)=b_1z+b_3\left(\frac{5}{2}z^3-\frac{3}{2}zr^2\right)=b_1z+b_3\left(z^3-\frac{3}{2}z\rho^2\right). \tag{9.3.9}$$

将式中的 z 换成 $z-z_0$，可以求得一对线圈在 z_0 点处产生的磁场

$$B_z=b_0+b_2[(z-z_0)^2-\rho^2/2], \tag{9.3.10(a)}$$

$$B_\rho=-b_2(z-z_0)\rho, \tag{9.3.10(b)}$$

$$B_\varphi=0, \tag{9.3.10(c)}$$

这里 $b_0=B_0$ 对应于磁场的偏置值，$b_2=B_z''/2$(B_z'' 是磁场在 z 轴的曲率).

对上述 Ioffe-Pritchard 阱在径向上构成的四极磁场结构，对应于 $L=2$，$M=2$，我们有

$$\psi=\frac{\rho^2}{2}(c_1\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\varphi}+c_1^*\mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\varphi}), \tag{9.3.11}$$

这里的 c_1 由四根长直导线的电流和它们的构形决定.如果四根等间距的长直导线被平行地放置在亥姆霍兹线圈的轴向上，与线圈

对称轴的间距也相等,则 c_1 是实数. c_1 实际上就是磁场在这一点上的梯度 B',四根导线形成的磁场为

$$B_z = 0,\quad B_\rho = B'\rho\cos(2\phi),\quad B_\phi = -B'\rho\sin(2\phi). \tag{9.3.12}$$

将式(9.3.10)和(9.3.12)相加,就得到 Ioffe-Pritchard 阱的磁感应强度[3,13,14,15]

$$B = \left\{\left[B_0 + \frac{B_z''}{2}(z-z_0)^2\right]^2 + \left[B'^2 - \frac{B_z''}{2}B_0 + B'B_z''(z-z_0)\sin(2\phi)\right]\rho^2 + \frac{B_z''^2\rho^4}{16}\right\}^{1/2}. \tag{9.3.13}$$

将上面的表达式在阱中心附近($[B(\rho,\phi,z)-B_0]/B_0 \ll 1$)展开,可以将上式用各向异性谐振子势表示为

$$B(\rho,z) = B_0 + \frac{1}{2}\left(\frac{B'^2}{B_0} - \frac{B_z''}{2}\right)\rho^2 + \frac{1}{2}B_z''z^2; \tag{9.3.14}$$

同时可以将势阱表示为

$$U = \mu(\omega_\rho^2\rho^2 + \omega_z^2z^2)/2.$$

从式(9.3.14)可以看到,在 $z=z_0$ 的平面内,如果 $B'^2 > B_z''B_0/2$,场就是约束的,这里的近似区域限于 ρ_h 之内:

$$\rho_h = \frac{B_0}{B'}\left(1 - \frac{B''B_0}{2B'}\right)^{-1/2}.$$

在谐振子势阱中,原子按谐振频率振荡. 谐振频率可从谐振子的弹性恢复力系数得到,在这个区域得到磁阱的谐振角频率为

$$\omega_z = \sqrt{\frac{\mu_B g_F m_F B_z''}{m}},\quad \omega_x = \omega_y = \sqrt{\frac{\mu_B g_F m_F}{m}\left(\frac{B'^2}{B_0} - \frac{B_z''}{2}\right)}. \tag{9.3.15}$$

Ioffe-Pritchard 阱有两种不同的工作状态: 在低温下,$k_BT < \mu B_0$,原子团受到一个三维各向异性的谐振子势作用;而当

$k_BT > \mu B_0$ 时,阱势在径向基本上是线性的($U_\rho \propto \mu\rho$),而轴向则是谐振子型的($U_z = \mu B''z^2/2$). 一般说来,线性阱比谐振势阱具有更强的约束力. 由于 Ioffe-Pritchard 阱在较高温度(即原子有较大动能)下具有线性阱的特点,因此它陷俘原子的能力也不差. 但这种阱有一个特点,即过了一定的轴向位移处,径向约束消失,这是由于径向曲率部分与径向梯度部分互相干涉而引起的. 从式(9.2.14)可求得这个非稳定点的位置

$$z_{\text{inst}} = \pm\left(\frac{B'}{B''} - \frac{B_0}{2B'}\right). \tag{9.3.16}$$

这在具体工作中需加注意. 特别要指出的是,当径向曲率 $B'' \leqslant 0$ 时,根本不可能有径向约束,也就没有阱了.

如上所述,第一个阱的囚禁时间仅 1 s,原子密度仅 $10^3/\text{cm}^3$,这是因为阱的真空度不高,受背景气体频繁碰撞限制. 后来提高了真空度,囚禁时间增加到 2 min[6]. 在 Ioffe 阱中还作了射频谱和光谱实验: 从射频磁共振谱可测量阱中各点磁场强度和原子分布,这有些类似核磁共振成像;而用吸收光谱可分析不同磁场处的原子数,图 9-7 反映了这种情况[7].

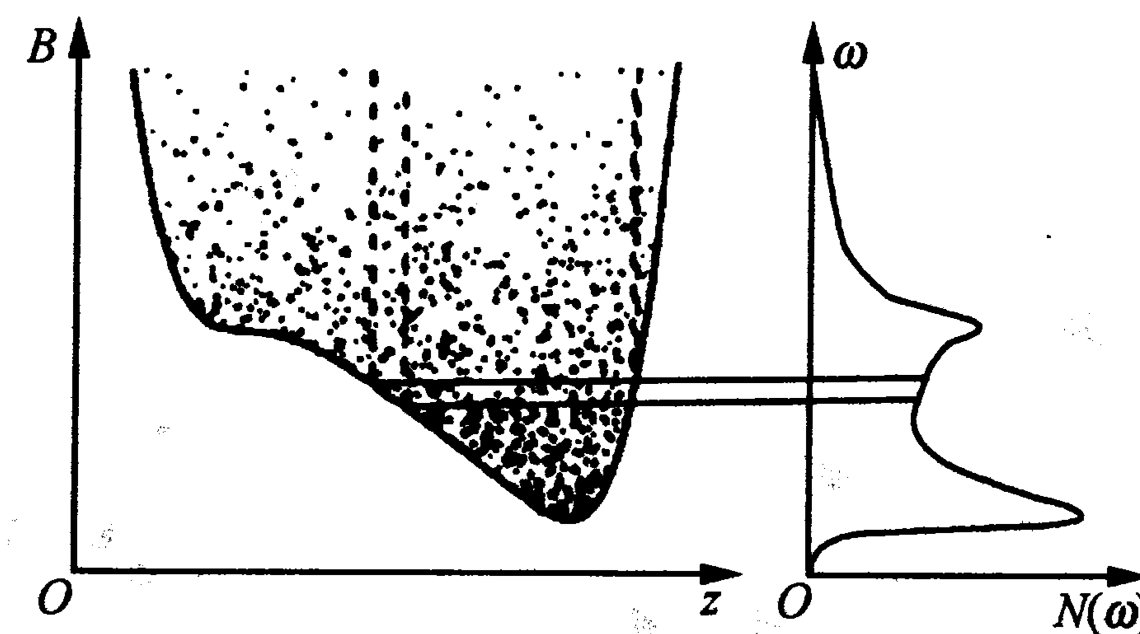


图 9-7 Ioffe-Pritchard 阱中沿 z 轴的磁场分布及吸收谱

§9.4 QUIC 阱

对于上面提到的磁阱,为了能对原子进行有效的陷俘,通常要

求线圈通过的电流很大(一般在几百安以上).这给控制带来很多不便;特别是散热、噪声、电流关断等因素都对实验的重复性和操控性造成麻烦.

在 BEC 的静磁阱中,目前结构最简单、最稳定的静磁阱是 QUIC 阱.它由一对反向的亥姆霍兹线圈和一个与其垂直方向(轴向)的偏置线圈(称为 Ioffe 线圈)组成.开始时,Ioffe 线圈的电流比较小,阱是线性的;但随着 Ioffe 线圈的电流增大,磁场的最小值逐渐偏离原点.当三个线圈的电流一致时,形成稳定的抛物线型势阱,阱的极小点远离四极型阱的中心,这就保证了有足够多的原子约束在阱中.下面以北京大学小组的 QUIC 阱为例来说明[14].

磁阱结构图如 9-8 所示.QUIC 磁场由两组四极线圈和一组 Ioffe 线圈所组成,每组线圈都由很多圈导线绕成的.为简单起见,我们将每组线圈都看做一个半径为 R、到中心距离为 z_0 的中心线圈,这样共有三个线圈.此外,为了调节下面所说的偏置磁场 B_0 与 Ioffe 线圈同轴,一般还设置一对磁场补偿线圈(也称偏置线圈),这样就共有五个线圈.

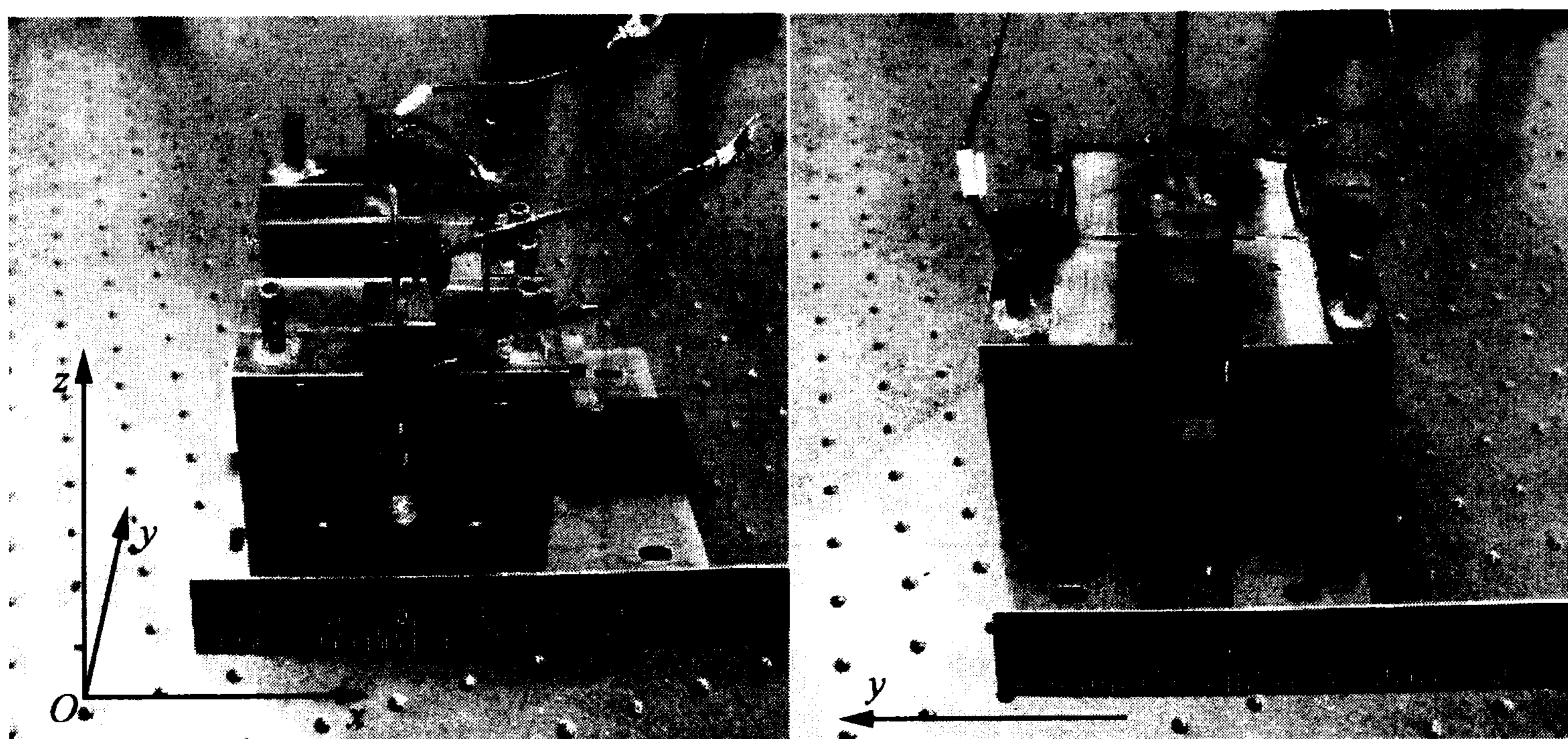


图 9-8 北京大学小组的 QUIC 阱实物图(偏置线圈不在图中)

根据 § 9.3 所述,对于这样一个半径为 R、位于 z 轴上 z_0 点、电流大小为 I 的理想线圈,在场点 $P(\rho,z)$ 点的磁场为 $\boldsymbol{B}(\rho,z)$.因

为关于 z 轴对称,所以 $B_\varphi=0$,我们有[3]

$$\begin{aligned}\boldsymbol{B}&=B_z\boldsymbol{e}_z+B_\rho\boldsymbol{e}_\rho\\&=(b_0+b_1z+b_2z^2)\boldsymbol{e}_z+\left[-\frac{b_1}{2}\rho-b_2\rho z\right]\boldsymbol{e}_\rho,\end{aligned}\tag{9.4.1}$$

这里

$$b_0=\frac{\mu IR^2}{2(R^2+z_0^2)^{3/2}},\quad b_1=\frac{3z_0}{R^2+z_0^2}b_0,\quad b_2=\frac{3(4z_0^2-R^2)}{2(R^2+z_0^2)^2}b_0.$$

这相当 Ioffe 线圈产生的磁场,记为 B_1.而根据式(9.3.8)和表 9-1,一对半径为 R、位于 $\pm z_0$ 点的反向四极电流线圈所形成的低阶磁场为

$$\boldsymbol{B}=b_1'z\boldsymbol{e}_z-\frac{b_1'}{2}\rho\boldsymbol{e}_\rho.\tag{9.4.2}$$

这对四极线圈产生的磁场记为 B_2,其中

$$b_1'=\frac{3\mu IR^2z_0}{(R^2+z_0^2)^{5/2}}=2b_1.$$

所以 QUIC 阱的磁场分布是上述 B_1 和 B_2 的合成.但是,在合成中,我们以 Ioffe 线圈的坐标为基准,所以要对四极线圈磁场公式(9.4.2)进行坐标变换.这样可得

$$B=B_1+B_2\approx B_0+\frac{B'}{2B_0}\rho^2+\frac{B_z''}{2}z^2,\tag{9.4.3}$$

这里略去了涉及坐标 3 次方和 4 次方的项,其中

$$B_0=b_0=\frac{\mu IR^2}{2(R^2+z_0^2)^{3/2}},\tag{9.4.4(a)}$$

$$B'=\frac{3}{2\sqrt{2}}b_1=\frac{9\mu IR^2z_0}{2\sqrt{2}(R^2+z_0^2)^{5/2}}=\alpha,\tag{9.4.4(b)}$$

$$B_z''=b_2=\frac{3(4z_0^2-R^2)}{2(R^2+z_0^2)^2}b_0=\beta.\tag{9.4.4(c)}$$

因此,也可以将式(9.4.3)写成

$$B\approx B_0+\frac{\alpha^2\rho^2}{2B_0}+\beta z^2,\tag{9.4.3$'$}$$

其中略去了 $4b_0$ 因子，α 代表磁场的径向梯度，β 代表轴向曲率.

对两个反向亥姆霍兹线圈，当线圈电流分别为 1.25，2.3 A 时，磁场的梯度值相应为 8.9，16.5 G/cm，它们可供给用于形成 BEC 的下磁光阱（北京大学小组的 BEC 装置用了上、下两个磁光阱）与压缩磁光阱. 当两个线圈分别通过 10 A 和 25 A 的电流时，磁场的梯度值相应为 72，160 G/cm，可供给静磁阱及压缩静磁阱. 阱的压缩是为了通过提高磁场梯度来缩小阱区范围以增大原子密度，从而可提高原子碰撞效率，使蒸发冷却更加有效. 压缩过程还是绝热（浸渐）的，使阱中原子不致丢失. 这对实现 BEC 十分重要.

从四极型阱转变到 QUIC 阱，是通过逐渐增大 Ioffe 线圈电流的绝热过程实现的. 图 9-9 给出了系统在四极型阱电流为 25 A，对应不同 Ioffe 电流下形成的阱势分布. 图中曲线对应 $I=10, 20, 25$ A 的情况，从图中可以看出，随着电流增大，曲线上的零点由一个变成两个，且两个零点的位置随着电流的增大不断靠近. 当电流达到 25 A 的时候，阱在 x 方向没有零点，其最小值就是上面所说的 B_0. 这个偏置磁场 B_0 的作用是避免磁场零点造成马约拉纳跃迁. 分析表明，产生这种跃迁的区域是很小的，相应的原子动能也是很低的，因此对偏置磁场的数值要求不高（一般有 1 G 左右就可

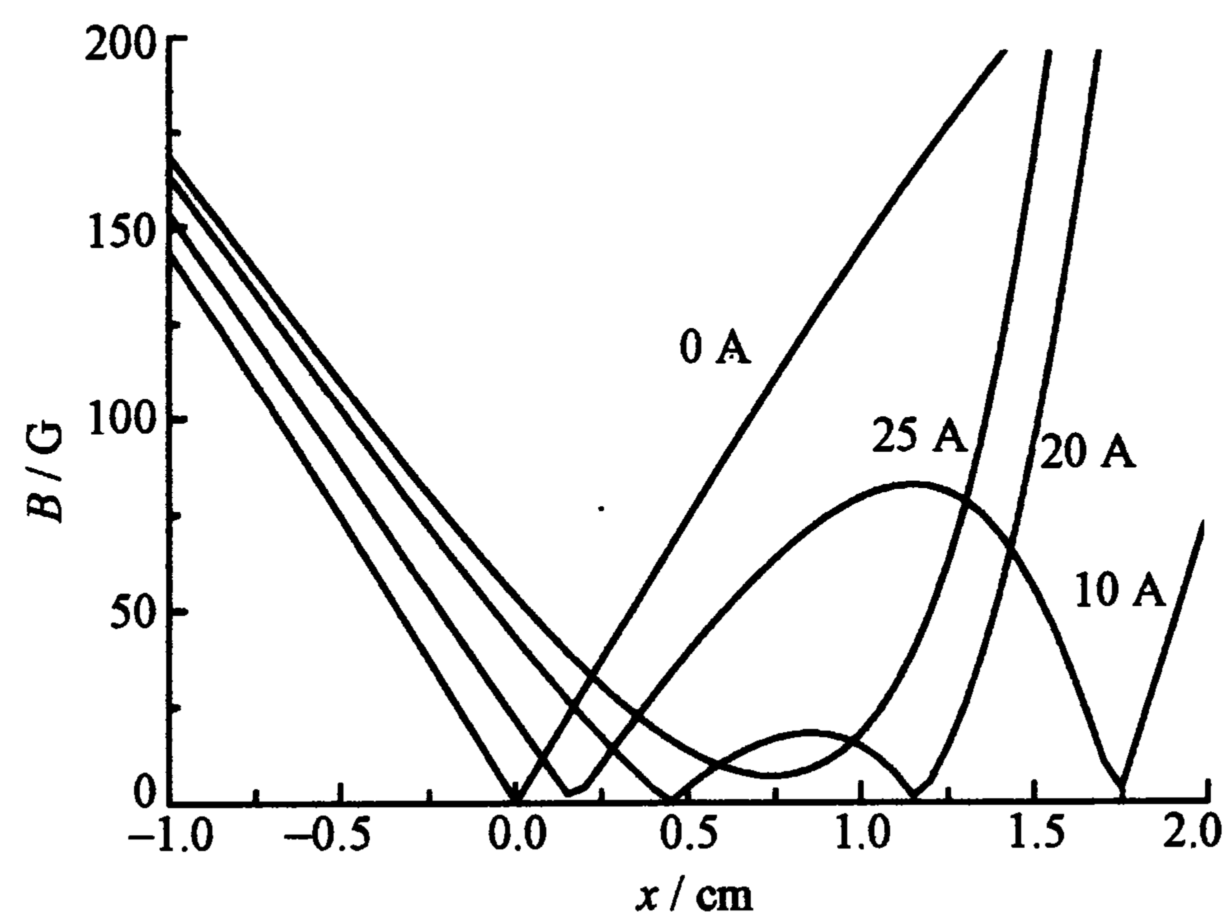


图 9-9 不同 Ioffe 电流下四极型阱 x 方向的磁场分布（阱电流为 25 A）

以了，小的甚至只有 0.4 G）. B_0 越小，径向束缚力越大. 这样，就形成稳定的 QUIC 阱. 为了更全面地了解阱势分布，图 9-10 给出了 Oxz 平面内的投影图.

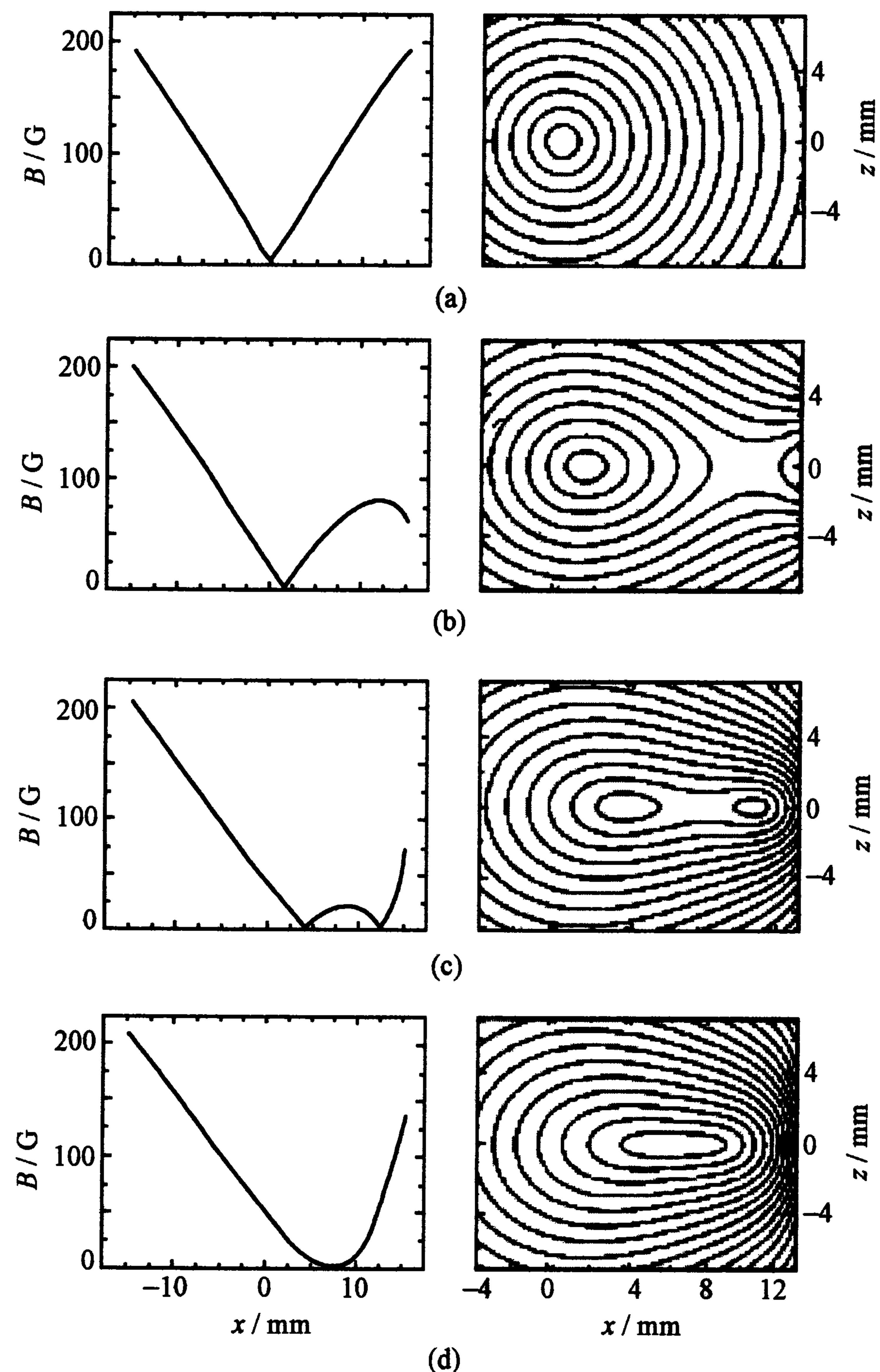


图 9-10 从四极型阱到 QUIC 阱的磁场转变中 Oxz 平面的投影图

下面我们总体描述一下北京大学小组 BEC 实验的磁场系统. 冷原子由上、下两个磁光阱产生：当上磁光阱的电流为 2 A 时，磁

场梯度为 10 G/cm 左右，其作用是从蒸气室中俘获冷原子. 下磁光阱则是为了进一步降低原子温度，增加其密度，其磁场线圈用直径为 1.6 mm 的导线缠绕 18 圈，与中心的距离为 19～49 mm（厚度），半径为 17～39.8 mm，共 12 层，每个线圈共 210 圈. 从四极型阱到 QUIC 阱的转变是通过 Ioffe 线圈电流形成的，该线圈长 17～53 mm，中心孔半径为 3 mm，整个线圈半径为 16.5 mm，锥形部分为 8 层（共 35 圈），柱体部分为 9 层，每层 16 圈（共 144 圈），总共有 179 圈[7]. 实际上，线圈半径及中心距离将直接影响到最后阱的大小和形状. 为了补偿地磁场的影响，我们在玻璃管周围加了三对同向的亥姆霍兹线圈；同时，为了可以调整 QUIC 阱 B_0的大小，我们在 Ioffe 线圈的轴向上（x 轴方向）也加了一对亥姆霍兹线圈. 表 9-2 给出磁阱的一些测量参数，其中描述磁阱性能的主要参数是两个频率.

表 9-2 磁阱的测量参数

I/A	20～25	轴向频率/Hz	2π×(18～21)
径向梯度/G·cm^{-1}	200～220	径向频率/Hz	2π×(180～210)
轴向曲率/G·cm^{-2}	240～260	关断时间/μs	10～100
B_0/G	2.6～0.5(可调)		

§9.5 微 磁 阱

大多数静磁阱是由大型通电线圈做成的. 微磁阱则利用微电子工艺的刻蚀技术，在几平方厘米的芯片上刻蚀出金属导线，利用芯片上的通电细导线和外部的偏置场相结合，构成我们需要的静磁阱. 这种结构的突出优点在于，用不大的电流就可以产生很可观的磁场梯度，而且囚禁势阱也比较灵活，可以做成各种不同的形式. 带有微磁阱的芯片就叫做原子芯片，可用来操纵原子. 随着各种不同原子芯片的出现，操纵原子的方式也开始多种多样，这里给出几种原子芯片的介绍. 本节的插图主要来自德国海德堡大学 Schmiedmayer 小组.

9.5.1 微磁阱技术的基本原理

一根通电直导线和一个偏置场构成一个最基本的微磁阱模型[16,17]. 无穷长直导线产生的磁场可用下式计算：

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}\boldsymbol{e}_\varphi, \tag{9.5.1}$$

这里 $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ A·m·T 或 $4\pi/10$ A·cm·G. 这是一个磁力线为同心圆的磁场（图 9-11(a)）；再和导线一侧的一个均匀偏置

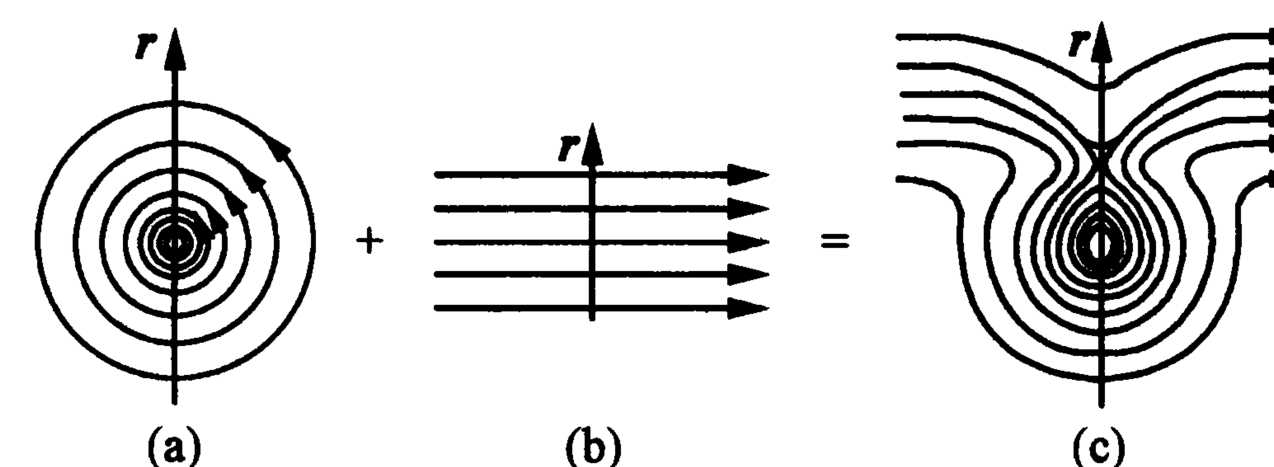


图 9-11 微磁阱基本原理示意图

磁场（图 9-11(b)）相结合，场分布有如图 9-11(c)所示. 这个磁场具有零值点，其位置在 $r_0 = \mu_0 I/2\pi B_0$（B_0 为外加均匀偏置场的大小）. 可见，零值点距直导线的位置随偏置场的增大而减小. 处于束缚态的原子会被限制在磁场零点附近，成一条与导线平行的直线. 磁场零点位置（$r = r_0$）的磁场梯度为

$$(\nabla B)_{r=r_0} = \frac{2\pi}{u_0}\frac{B_0^2}{I} = \frac{B_0}{r_0}.$$

由此可见，r_0 越小，磁场梯度越大. 对于一般的原子芯片，r_0 约为几十微米，B_0 约为几高斯，这就能产生较大的磁场梯度. 当电流为 1 A、外加磁场为 10 G 时，磁场梯度为 500 G/cm，这已经是比较大的磁场了. 原子芯片的另一个优势是可以容易产生大梯度的磁场. 图 9-12 表示出这种微磁阱的模型及其阱势构形.

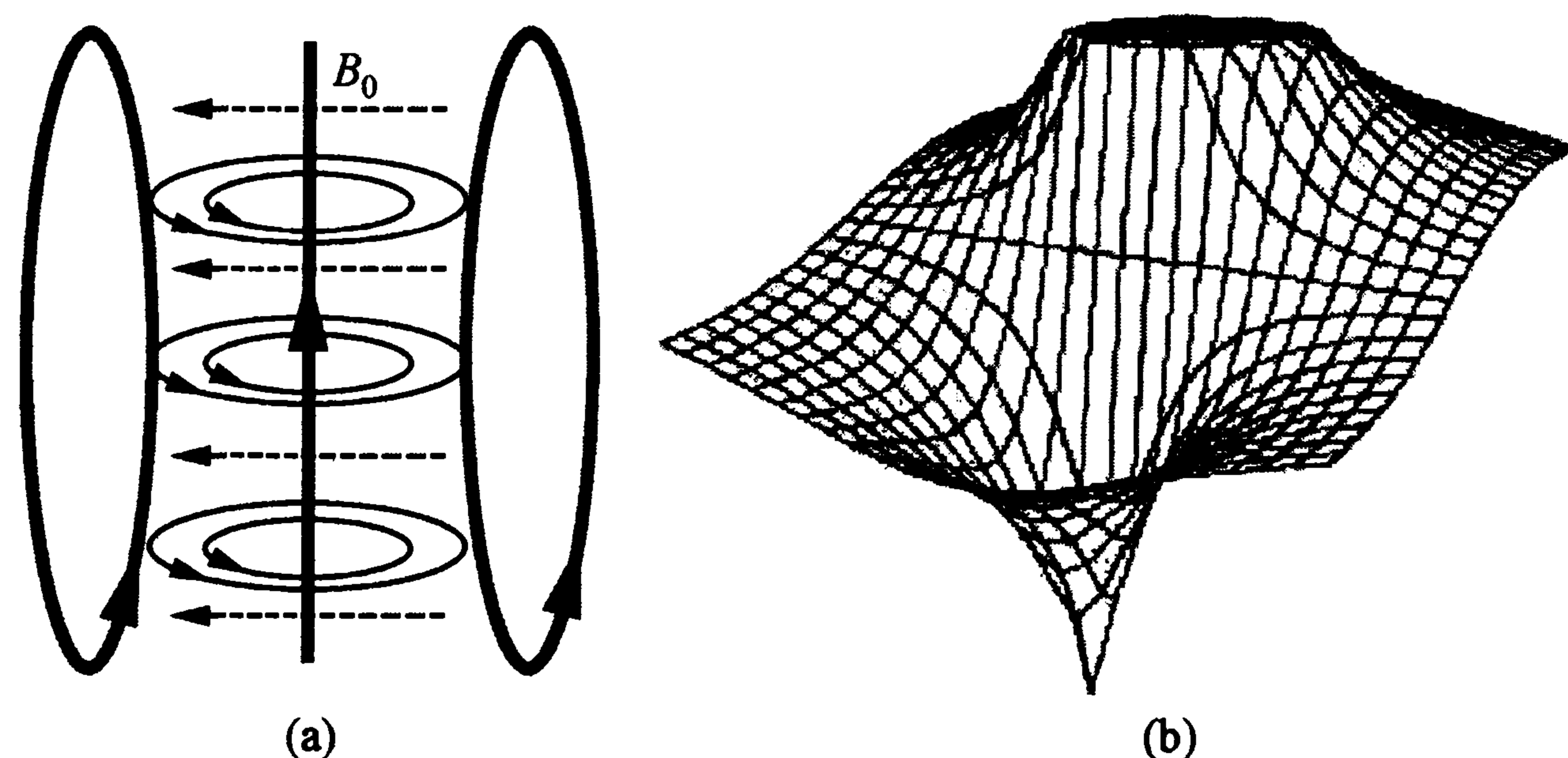


图 9-12 通电直导线和偏置场构成最基本的微磁阱模型(a)及其阱势构形(b)

零值点的存在使囚禁原子会因马约拉纳跃迁被激发到其他能态而逃逸. 为克服这个问题,可以加一个平行于导线的磁场 B_{IP}来移走磁场的零点,从而减少原子的流失. 这样形成的势阱类似 Ioffe-Pritchard 阱. 这种阱有效减少了原子流失,但俘获原子能力则有所下降.

在谐振子势近似下,阱的频率可以表示为[18]

$$\omega=\sqrt{\frac{u_{\mathrm{B}}g_F m_F}{m}\frac{\mathrm{d}^2B}{\mathrm{d}r^2}}\propto\frac{B_0}{r_0}\sqrt{\frac{1}{mB_{\mathrm{IP}}}}. \tag{9.5.2}$$

原子芯片上可以刻蚀出各种不同形状的导线,通电流以后可以形成花样繁多的磁场结构,不仅可陷俘,还可导引原子. 这里,有用对射的双导线组成剖面如图 9-13 的磁场,其极小值点在距两线中点附近. 这样的二维阱可以在垂直于纸面的直线上导引原子. 附着在芯片上的导线可以在平面上灵活弯曲成"U"或"Z"形等,而垂直于平面则施加一个均匀的偏置场,这就可以形成各种相当于四极型阱和 Ioffe-Pritchard 阱的微磁阱(导线间距一般在 mm 数量级).

图 9-14 显示了一个"U"形导线与一个均匀偏置场形成的磁阱. "U"形导线两臂电流方向相反,加上均匀偏置场后,磁场有零值点. 势阱类似四极型阱的磁阱,阱的底部位于"U"形顶上.

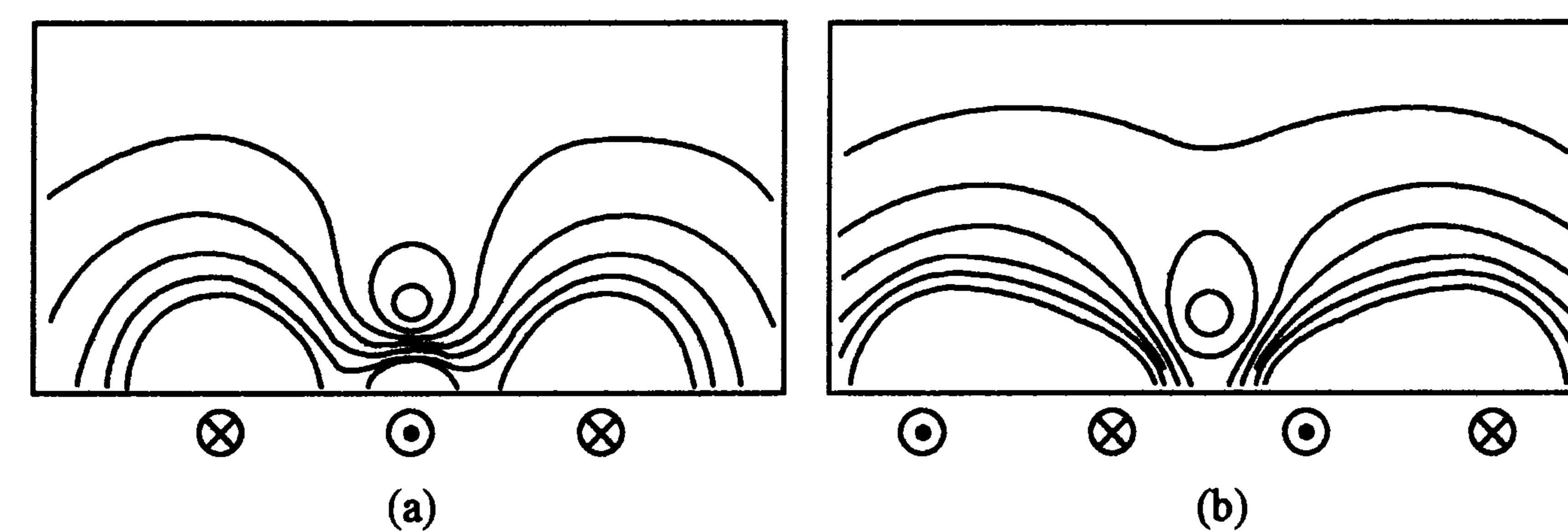


图 9-13 用对射的双导线导引的原子芯片剖面原理图

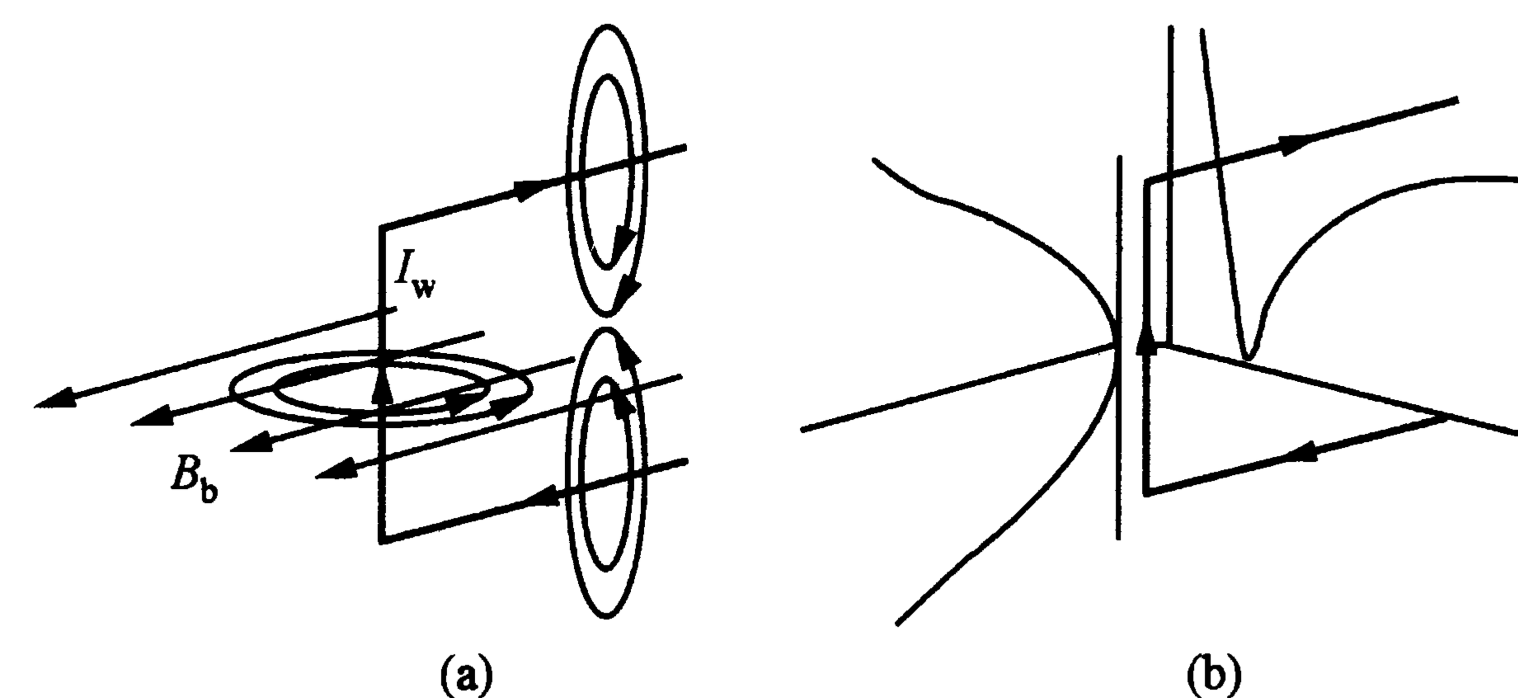


图 9-14 "U"形导线(a)与四极型阱(b)

图 9-15 则表示"Z"形导线结构,其势阱形状与 Ioffe-Pritchard 阱类似. 磁场最低点的位置在"Z"形导线的正上方或正下方,同时满足与偏置场方向相反的条件. 从图中可以看出,"Z"形导线没有磁场零值点,取而代之的是最低点附近的反抛物线形

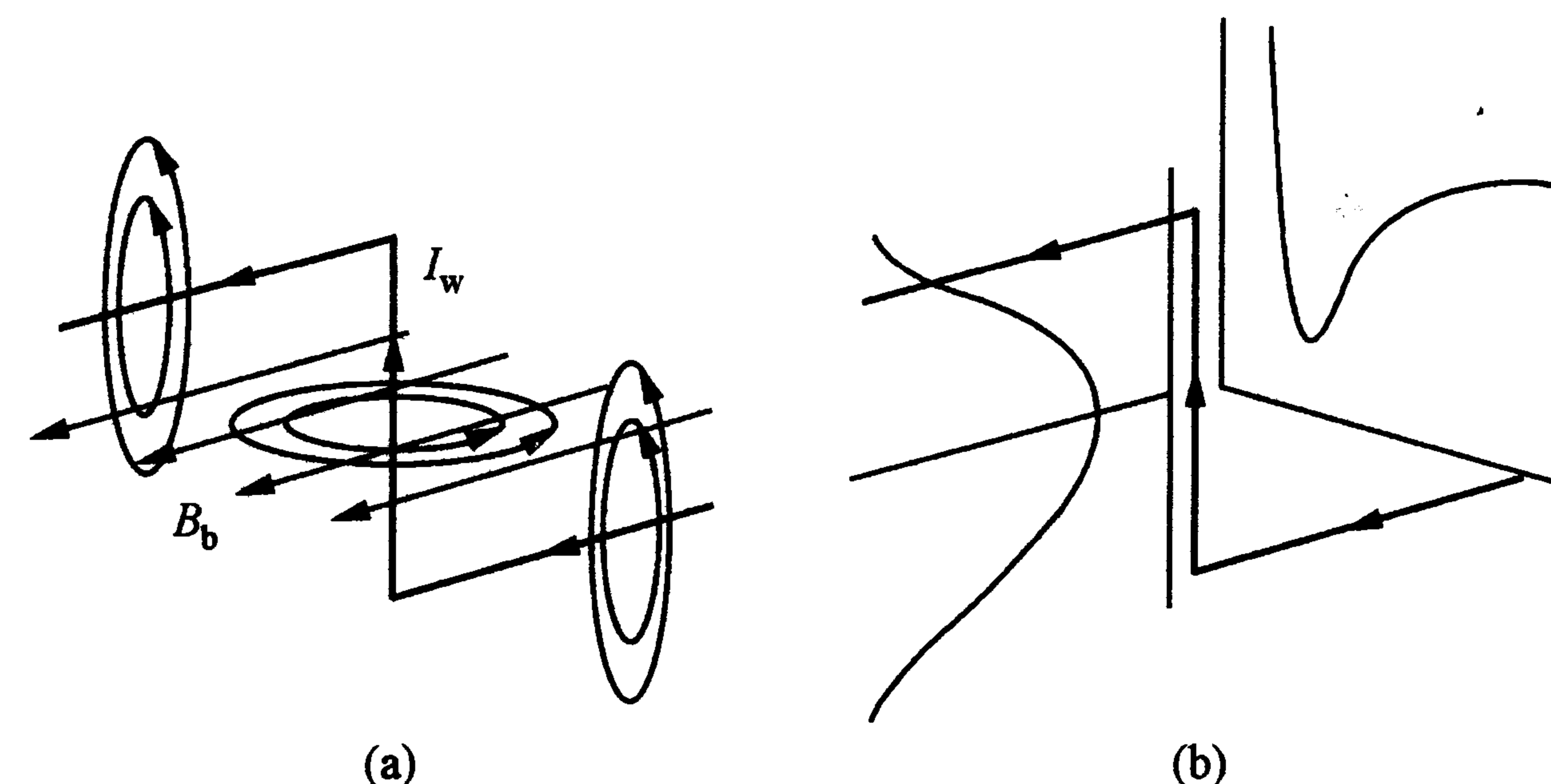


图 9-15 "Z"形导线的位置图

的势阱.

9.5.2　原子芯片的实现

用微电子技术将导线刻蚀在半导体芯片上的微磁阱结构非常坚固、完整.现代微电子技术完全可以把微结构做到 μm 数量级，进一步实现小型化.半导体芯片的良好散热性可以让我们放心地加大电流密度，举例来说，Schmiedmayer 小组制作的微结构正常情况下可以承载的电流密度高达 10^6 A/cm^2.

在原子芯片的制作上，各研究小组的工艺与性能大同小异.以 Schmiedmayer 小组的芯片为例，最简单的芯片的构造如图 9-16 和 9-17 所示，主要参数如下：

(1) 600 μm 厚的砷化镓半导体衬底；

(2) 2.5 μm 厚的金原子层既可作为镜面(用于磁光阱反射光)，又可刻蚀出通电导线；

(3) 通电导线是宽 10 μm 的刻蚀线；

(4) 粗通电导线宽 200 μm；

(5) 细通电导线宽 10 μm；

(6) 各通电电极各自独立，经过不同的组合可形成不同的微磁阱.

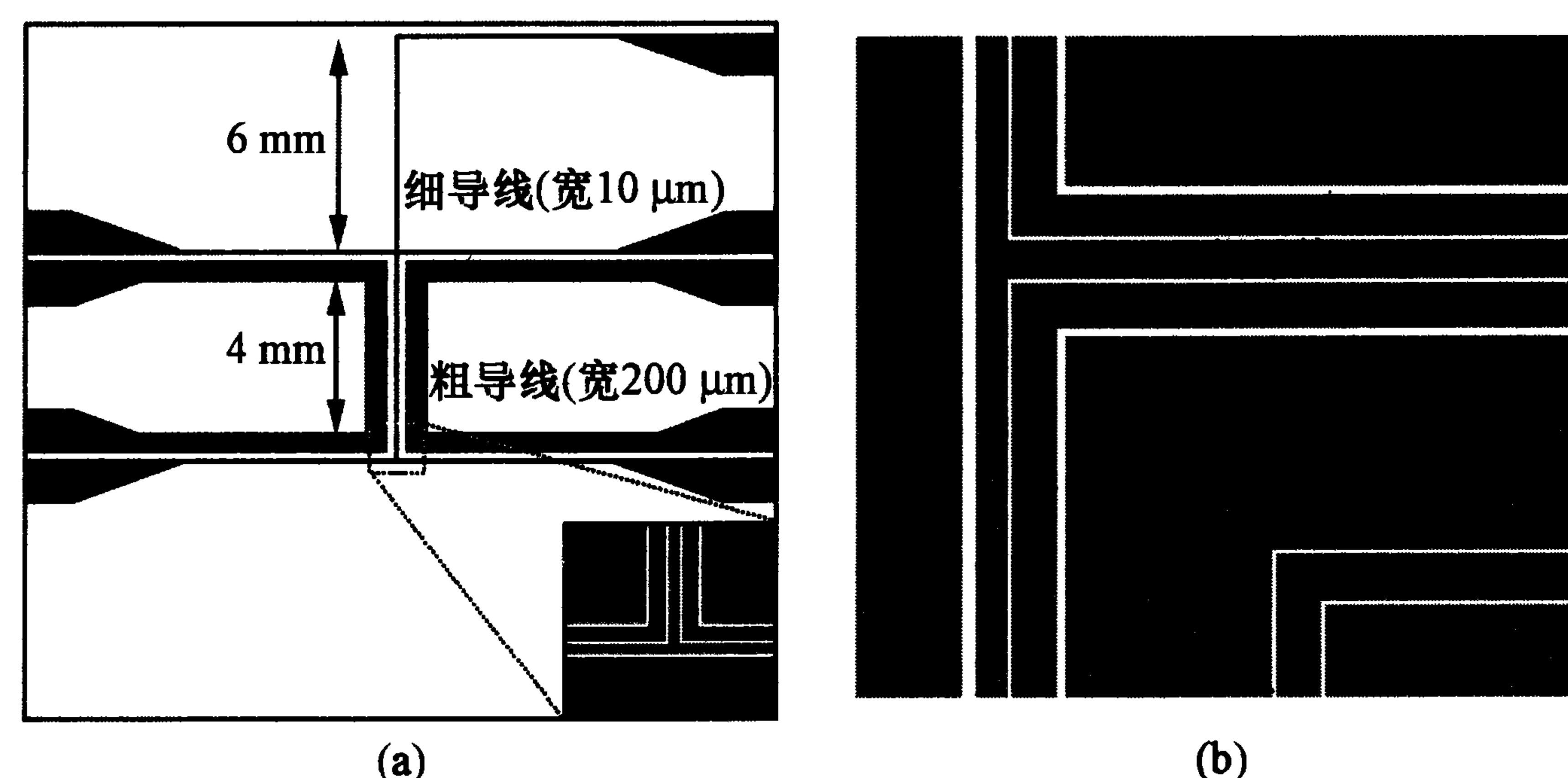


图 9-16　原子芯片的刻蚀技术

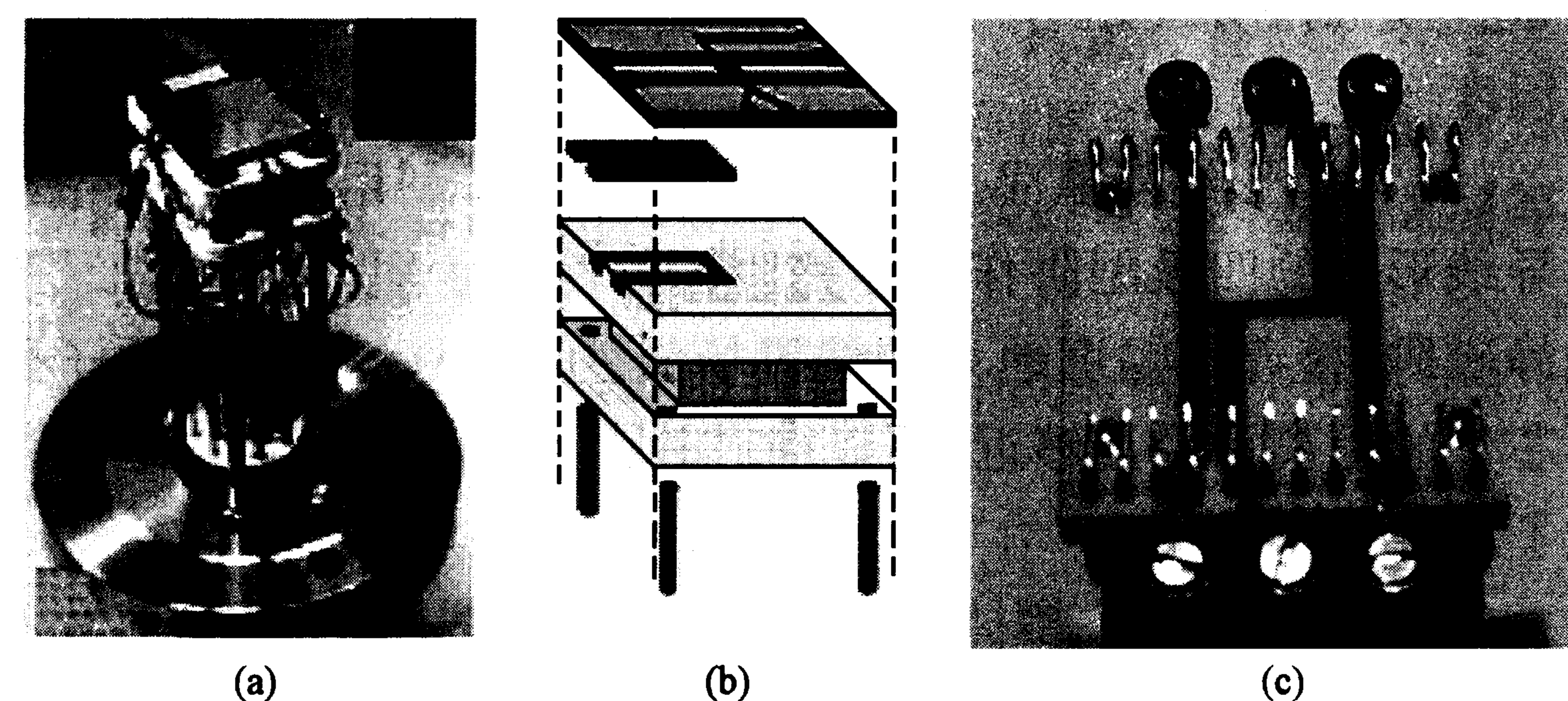


图 9-17　原子芯片的芯片部分构造示意

下面我们介绍中性原子在原子芯片上的装载，即实现芯片微磁阱，把原子装载到阱中.这需要一系列外部设备与时序控制.我们将依照实验装置图，一步一步地阐述原子在芯片上的装载过程：

(1) 镜面磁光阱.一般在原子芯片设备真空腔外都有一对大的四极线圈和四束激光，以形成一个大范围的磁光阱，使芯片处在预先俘获和冷却原子的环境中.由于部分陷俘光束由芯片的镜面反射形成，所以叫做镜面磁光阱.

(2) "U"形线磁光阱.如图 9-18，芯片下面装有一个"U"形导线，利用它产生的四极型阱势和四束陷俘激光可构成"U"形线磁光阱.当镜面磁光阱俘获了足够多的原子之后，先撤掉外部四极线圈的电流，将芯片下面的"U"形导线加上 16 A 的大电流；再加上 8 G 的偏置场，并逐步增加偏置场的强度，把磁光阱的中心拉近芯

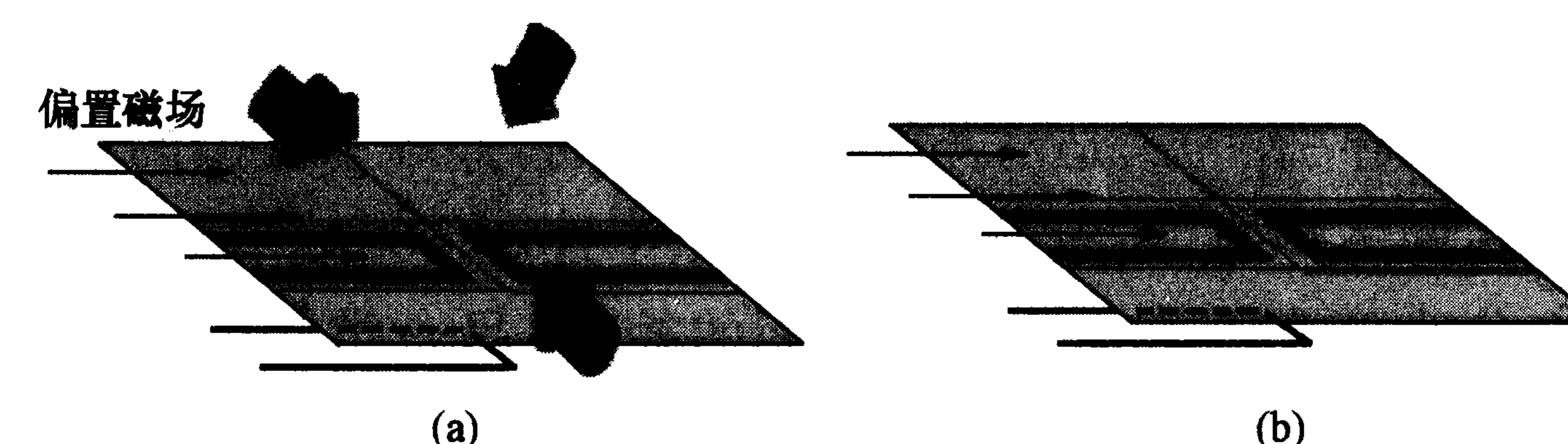


图 9-18　芯片下的"U"形线磁光阱和"U"形线静磁阱

片(通常达到 2 mm 左右)；然后调整激光的失谐进一步冷却原子，使温度低于 200 μK.

(3)“U”形线静磁阱. 先关闭囚禁激光束，利用芯片下面“U”形导线形成的四极型阱作为静磁阱囚禁冷原子团，即形成“U”形线静磁阱. 接着大幅度地增加偏置场强度至 19 G，此时冷原子团到芯片的距离已经足够近，可以向芯片上的微磁阱的势阱进行装载了.

(4) 芯片的装载. 撤掉芯片下面“U”形导线的电流，给芯片上 200 μm 宽的“U”形刻线通上 2 A 的电流，这时，冷原子团进一步向芯片表面靠近，通常的距离为几百微米左右.

(5) 原子的储存. 把 200 μm 宽的导线的电流撤掉，同时给 10 μm 宽的“Z”形刻线通上 300 mA 的电流. 这时，原子团就可以稳定地被囚禁在距芯片几十微米处. 这样就完成了原子芯片的装载，经过装载的原子芯片也就可以按照芯片上微磁阱的构造进行原子操纵和导引的实验了.

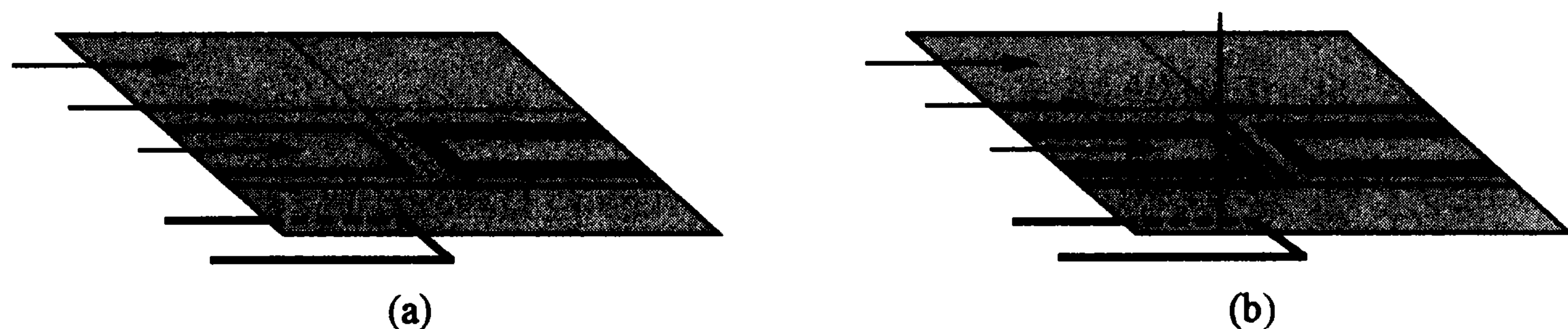


图 9-19　芯片的装载

9.5.3　原子芯片对原子的操纵和导引[5,12,13,14]

完成原子装载之后，就可利用原子芯片的微磁阱对囚禁原子进行操纵和导引. 为了适应不同的实验目的，操纵和导引的方式当然也是多种多样的. 在原子芯片上操纵中性原子可以有多种方案，大体上分为两类：一类是依赖空间的控制；另一类是依赖时间的控制. 依赖空间的控制主要依靠微磁阱的磁势结构，使原子团依靠自身的扩散作用和势阱的高低趋势导引原子在势阱中定向运动.

这种控制方式是被动的，这是它的不足；其优点是运动的绝热性好，不会引入对原子团的加热效应，因此对原子干涉等实验有重要应用. 依赖时间的控制则需要对磁阱导线的电流和偏置磁场等各种参数进行时序控制.

下面简单介绍几种原子操纵器，其中既有依赖空间控制的，也有依赖时间控制的：

(1) 原子分束器.

利用原子芯片上的磁势导引，可实现原子分束. 我们只介绍“Y”形通电导线分束器，即先从其中间直导线输入原子，再从左、右两臂的导线分束输出. 由于在分束之前必须要有冷原子装载的过程，所以这根“Y”形导线可以直接装在原子芯片上. 如图 9-20(a)所示，“Y”形导线直接和芯片中的导线连接在一起，“Y”形线宽为 10 μm，左、右两臂分开 15°，横向磁场为 8 或 12 G，分别对应不同的磁场梯度. 在实验中，我们还要在入射方向加上 3 G 的纵向磁场，使得第三维度也有同向磁场，以构成 Ioffe 磁阱而避免四极型阱的原子泄漏问题. 图 9-20(b)～(e)为芯片上的原子沿“Y”形线自行扩散的结果.

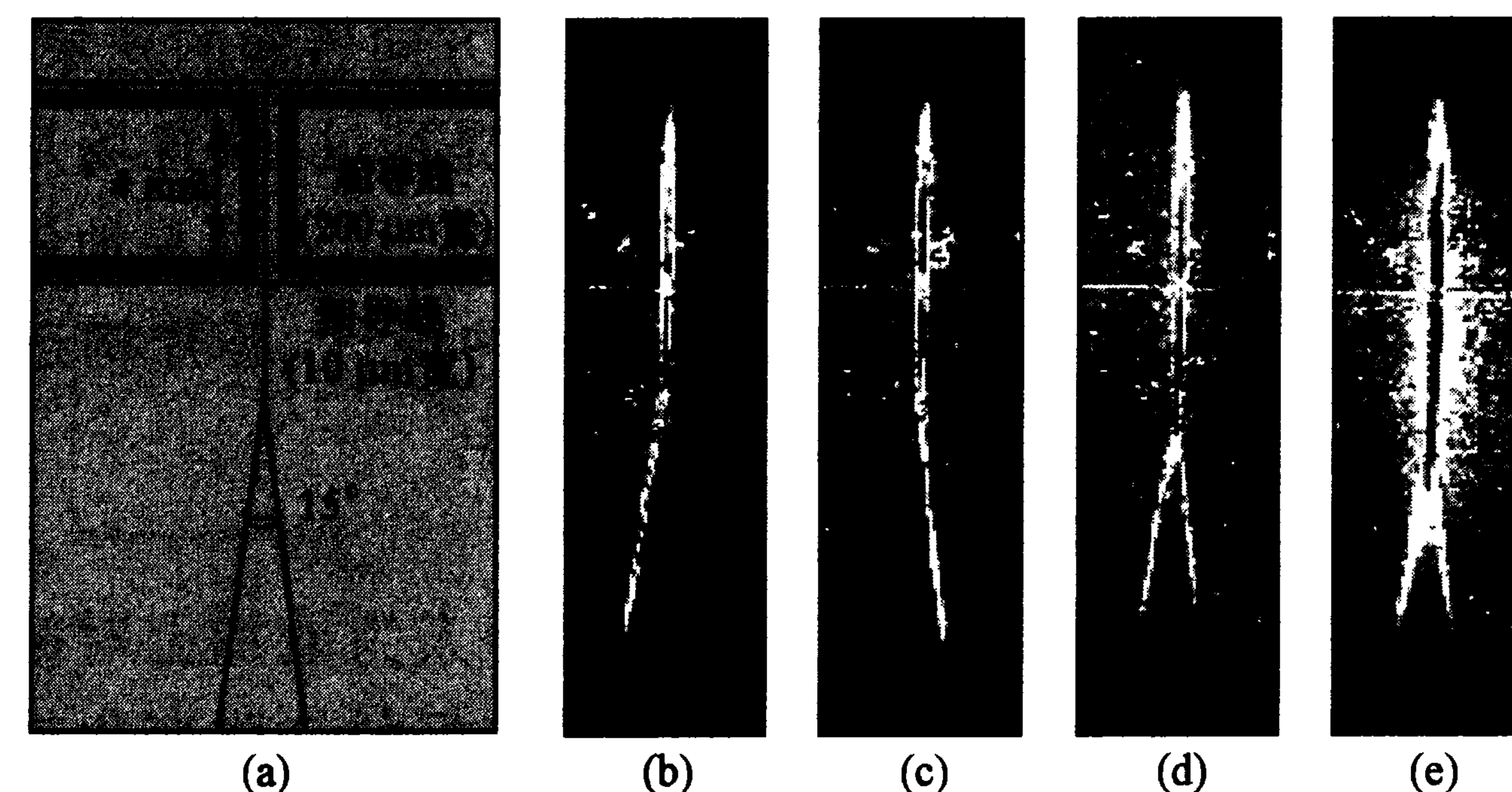


图 9-20　原子分束器的实验装置(a)和实验结果(b)～(e)

由于存在横向磁场，对称性被破坏，在左、右两臂电流相同的情况下，分向两条路径的原子数并不相等. 这时，我们需调整两臂

的电流比来改变分束比.一幅典型的实验图像如图 9-21(b).将原子分束器反过来使用,可以用做原子外态干涉的合束器.将原子从图 9-21(a)下方的左、右两臂送入,如果两臂的原子具有确定的相位差,就可以在合束之后观察到干涉现象.

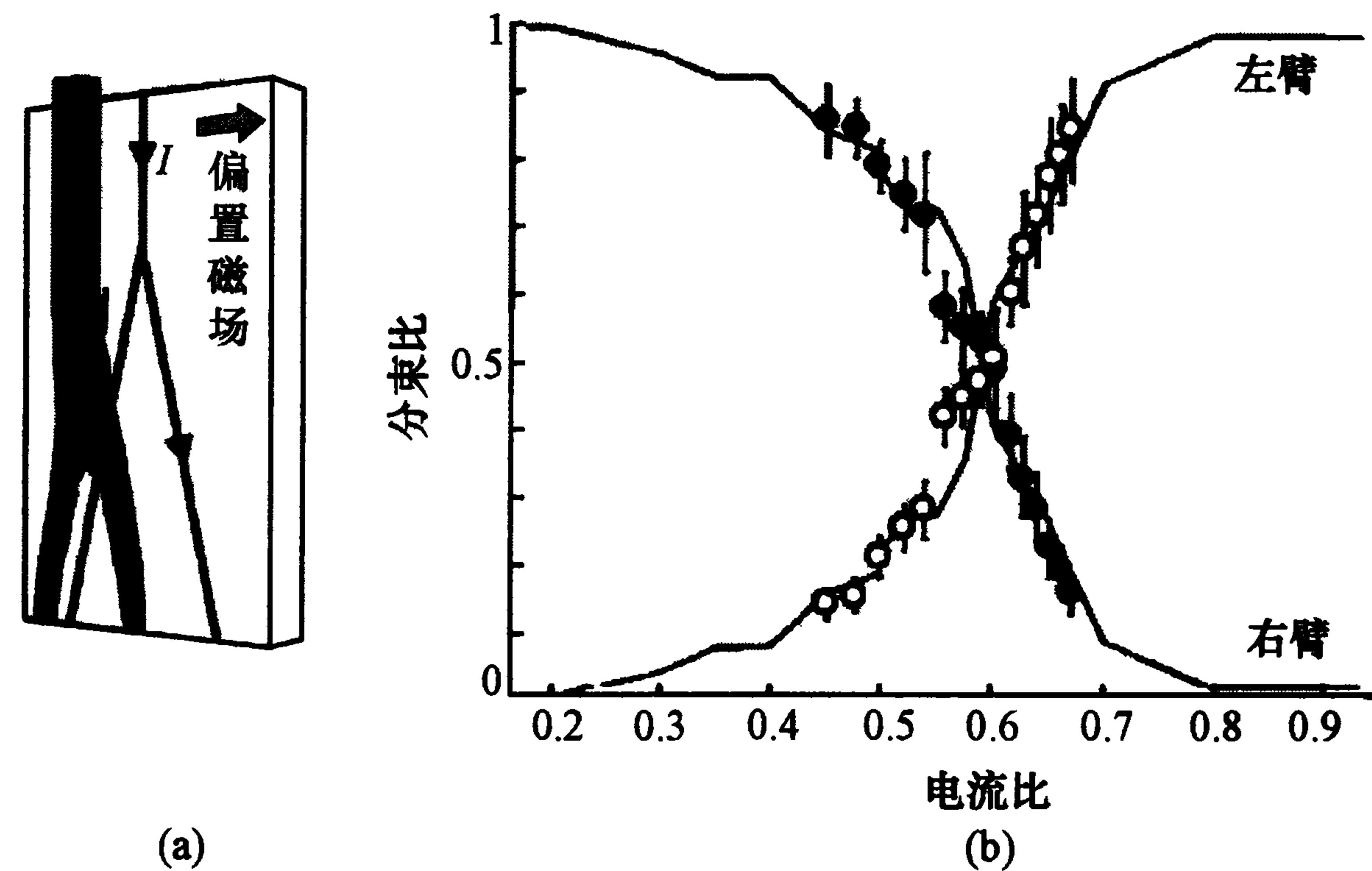


图 9-21 原子分束器(a)和典型实验图像(b)

(2) 原子螺旋器.

在很多情况下,我们希望芯片上的原子可以沿任意方向传输,而不只限于一条直线上,这样,偏置场平行于芯片表面的设计就无能为力了.为了展示原子可以被操纵沿任意方向传输的现象,我们可看图 9-22 的设计.这种结构在前面已经提到过,偏置场是垂直于芯片表面的.由于两根导线的电流方向相反,可以容易地做成往返结构,大大方便了沿任意方向导引原子的设计.芯片构造如图 9-22(b)所示.这种结构可以叫做原子螺旋器.

(3) 原子马达.

依赖时间控制的构造,主要是在时域上人为地加上对微磁阱电流或其他参量的控制,使原子团沿着设定好的势阱变化趋势运动,从而达到主动导引冷原子团的目的.这一主动控制的方式是很诱人的;但缺点是很容易造成原子团的加热效应,不容易保证原子团在运动过程中的各个方向都保持绝热状态,必须经过精心的设

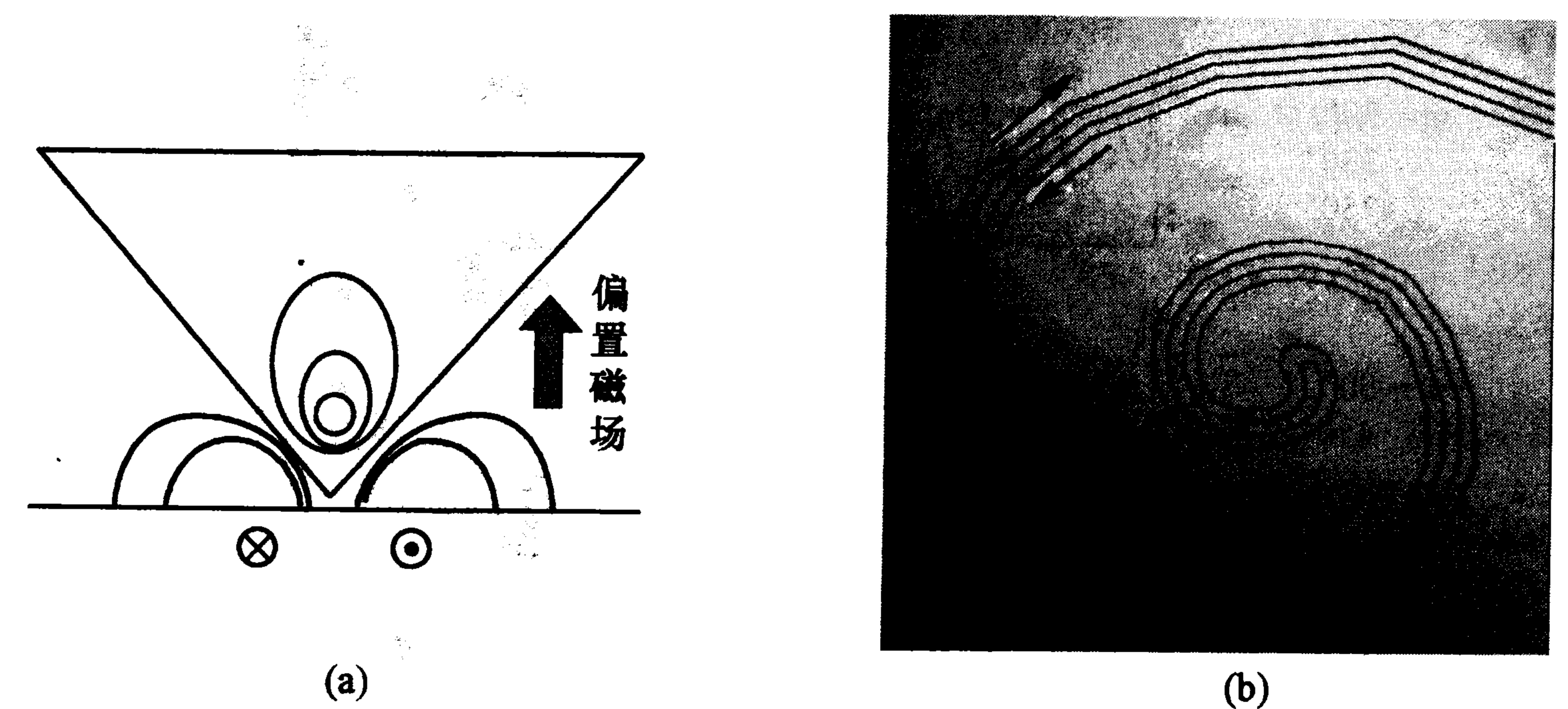


图 9-22 原子螺旋器的示意图(a)和芯片构造(b)

计和精确的控制,才能达到绝热的效果.

对于这种时间控制的结构,我们叫做原子马达(也叫做原子传输带).原子马达的核心思想是:空间错开的一对齿状导线,通过相差 $\pi/2$ 的交流电,使得固定的导线产生移动的磁场,即空间磁场的极小值点随时间缓慢移动,从而推动原来静止在阱底的原子行进.导线组合的具体结构如图 9-23 所示,其中 $I_0=2\ \mathrm{A}$,$I_{\mathrm{M1}}=(1\ \mathrm{A})\cos\Phi$,$I_{\mathrm{M2}}=(1\ \mathrm{A})(-\sin\Phi)$,偏置磁场为 $\boldsymbol{B}_0=(7\ \mathrm{G})\boldsymbol{e}_x+(16\ \mathrm{G})\boldsymbol{e}_y$.若取 $\Phi=2\pi t/(150\ \mathrm{ms})$,可得到原子运动的平均速度为 $\bar{v}=5.3\ \mathrm{mm/s}$.图 9-24 就是原子马达的具体传输过程.

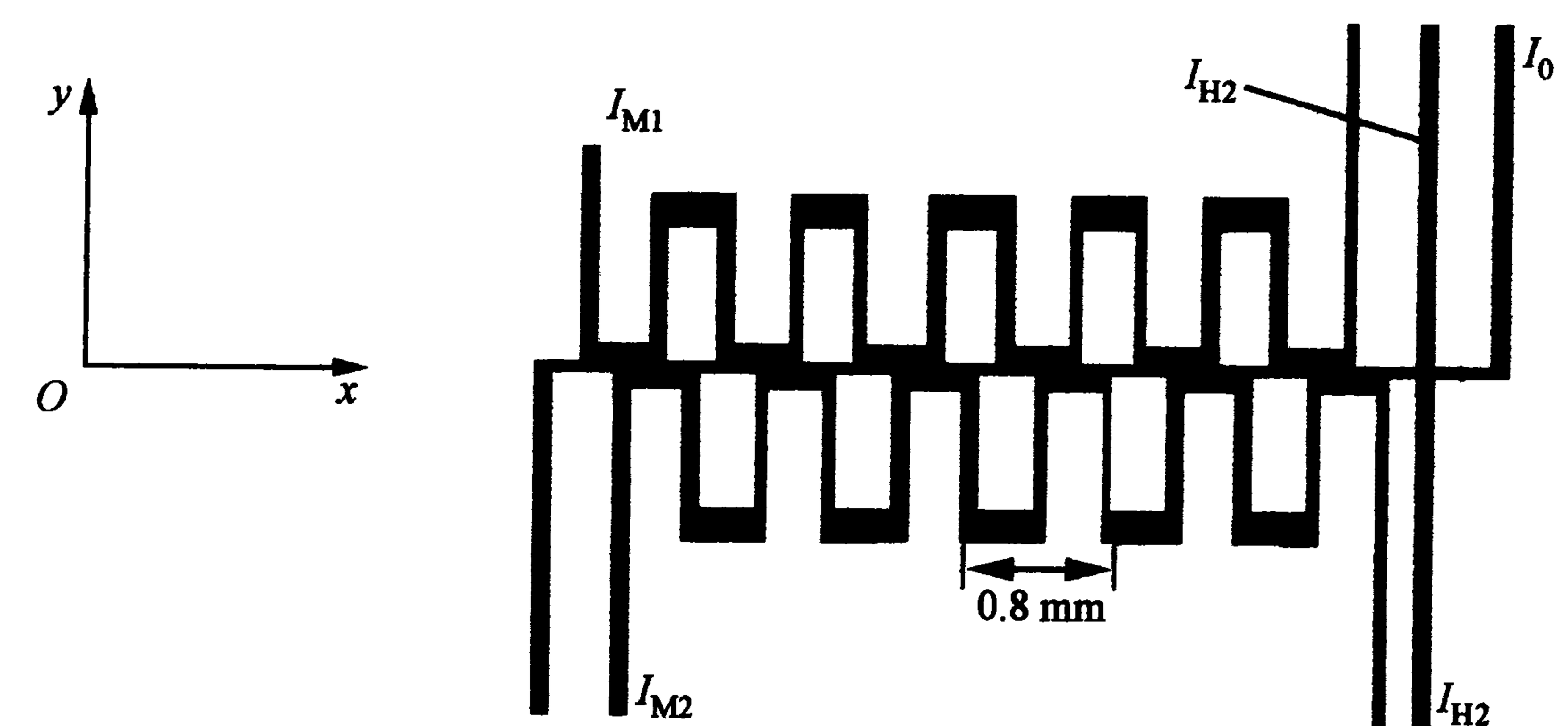


图 9-23 原子马达的导线组合示意图

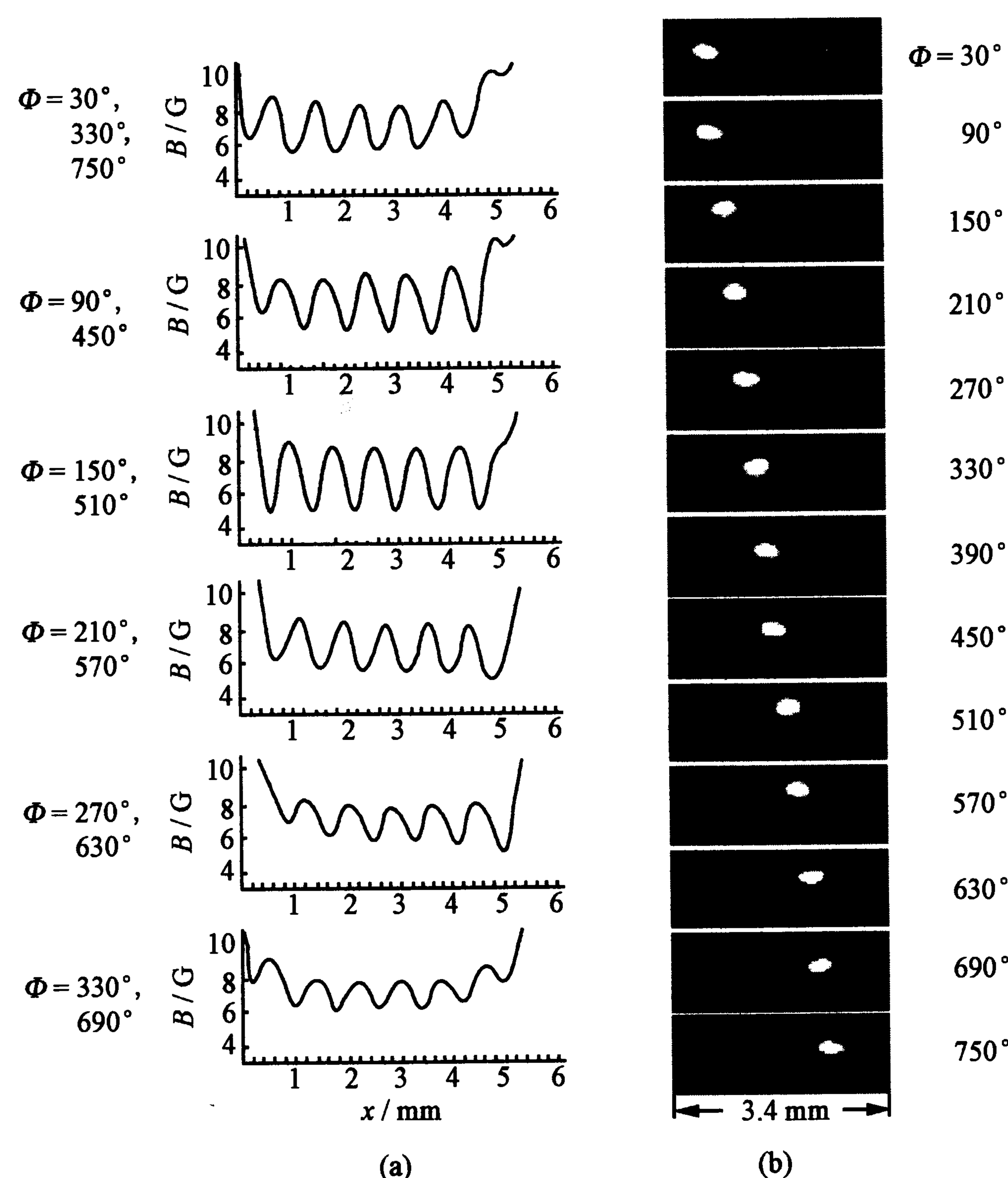


图 9-24 原子马达的具体传输过程

参 考 文 献

[1] Migdall A, Prodan J, Phillips W, et al. Phys. Rev. Lett., 1985, 54: 2596.

[2] Ketterle W, Durfee D S, Stamper-Kurn D M. Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates [EB/OL]. http://arxiv.org/PS_cache/cond-mat/pdf/9904/9904034v2.pdf.

[3] Bergman T, Erez G, Metcalf H J. Phys. Rev. A, 1987, 35: 1535.

[4] Metcalf H J, Philips W D. Metrologia, 1986, 22: 271.

[5] Metcalf H J, Von der Straten P. Laser cooling and trapping. New York: Springer, 1999.

[6] Bagnato V, Lafyatis G, Martin A, et al. Phys. Rev. Lett., 1987, 58: 2914.

[7] Helmerson K, Martin A, Pritchard D E. J. Opt. Soc. Am. B, 1992, 9: 1988.

[8] Petrich W, Anderson M H, Ensher J R, et al. Phys. Rev. Lett., 1995, 74: 3352.

[9] DavisK B, Mewes M-O, Andrews M R, et al. Phys. Rev. Lett., 1995, 75: 3969.

[10] Tollett J J, Bradley C C, Sackett C A, et al. Phys. Rev. A, 1995, 51: R22.

[11] Esslinger T, Bloch I, Haensch T W. Phys. Rev. A, 1998, 54: R2664.

[12] Mewes M-O, Andrews M R, Vandruten N J, et al. Phys. Rev. Lett., 1996, 77: 416.

[13] Pethick C J, Smith H. Bose-Einstein condensation in dilute gases. Cambridge, New York: Cambridge University Press, 2002.

[14] 周小计. 玻色-爱因斯坦凝聚的相干性理论研究和实验系统. 北京：北京大学电子学系，2003.

[15] Schmiedmayer J. Phys. Rev. A, 1995, 52: R13.

[16] Folman R, Krueger P, Schmiedmayer J. Adv. At. Mol. Opt. Phys., 2002, 48: 263.

[17] Reichel J, Haensel W, Haensh TW. Phys. Rev. Lett., 1999, 83: 3398.

[18] Weinstein J D, G. Libbrecht K. Phys. Rev. A, 1995, 52: 4004; Denschlag J, Cassettari D, Schmiedmayer J. Phys. Rev. Lett., 1999, 82: 2014.

[19] Folman R, Krueger P, Cassettari D, et al. Phys. Rev. Lett., 2000, 84: 4749.

[20] Haensel W, Reichel J, Hommelhoff P, et al. Phys. Rev. Lett.,

2001，86：608.

[21] Schneider S，Kasper A，vom Hagen Ch，et al. Phys. Rev. A，2003，67：023612.

[22] Berman P R. ed. Atom interferometry. San Diego：Academic Press 1997.

[23] Haensel W，Reichel J，Hommelhoff P，et al. Phys. Rev. A，2001，64：063607.

第十章 蒸发冷却

§10.1 引 言

激光冷却与原子阱为实现玻色-爱因斯坦凝聚(BEC)准备了必要的条件. 下面将讲到，BEC 是气体原子的一种相变，其条件是原子气体中的相空间密度 ρ 要满足以下条件：

$$\rho = n\Lambda^3 \approx 2.612, \tag{10.1.1}$$

其中

$$\Lambda = h\Big/\sqrt{2\pi m k_B T} \tag{10.1.2}$$

是平均热德布罗意波长，n 是气体密度. 在普通温度和压力下，ρ 为 10^{-6}数量级，离实现 BEC 相差 6 个数量级. 为了实现 BEC，需要降低温度，提高密度. 激光冷却的方法虽可将温度最低降到 nK，甚至 pK 数量级(见 §6.5)，但往往只是一维的，而且所得的原子密度极低. 用共振光冷却不可能得到温度低于 μK 数量级而同时又保持高密度的原子气体，其原因有三个：(1) 在高密度下，原子系统成为光密介质，共振光难以深入气体内部. (2) 高密度原子散射的光将被另一原子吸收，使原子之间产生排斥力，影响气体密度的提高. (3) 光吸收使原子激发，激发态原子与基态原子碰撞是非弹性碰撞，会导致加热效应，并使阱中的原子变为非捕获态而逸出阱外. 这两者都极不利于相空间密度的增加. 蒸发冷却的方法因此应运而生.

蒸发是液体转化为气体的过程. 蒸发冷却在日常生活中常见，如开水冷却的过程可描述如下：液体中的原子速度按麦克斯韦分布，总存在高速部分(速度分布尾部)，它们的动能高，可能逸出液

体表面而蒸发.剩下的原子系统平均动能降低,由于碰撞可得到一个新的热平衡分布(称为热弛豫),温度降低.新的平衡分布下又会得到一些动能很高而处于麦克斯韦速度分布尾部的原子,随即又蒸发出去.这样温度进一步降低,如图 10-1 所示,图中 T'和 n'代表冷却以后的相应参数.所以这种降低温度以损失少数原子为代价,但因高能原子跑掉后剩下的原子所占的体积减小,密度反而会增加.

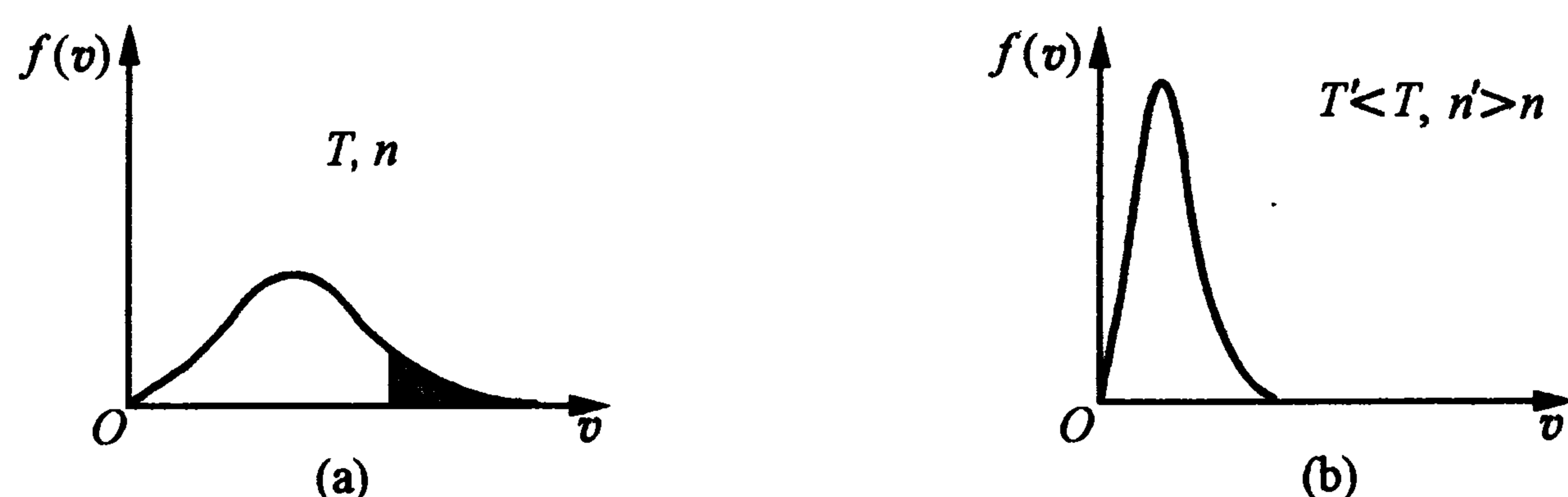


图 10-1 蒸发冷却前(a)、后(b),原子系统温度 T 和密度 n 的变化

Hess 在 1985 年首先提出了"对磁阱中原子采用蒸发冷却方法"的建议[1],三年后在自旋极化的氢原子中得到实现[2].他们利用不断降低阱的深度来强迫一部分动能高于阱深的原子蒸发出去,剩下的原子由于弹性碰撞而重新进行热平衡分布并逐步冷却.这种方法称为强迫蒸发.在磁阱中实现强迫蒸发的一种有效办法是利用射频场使原子产生磁共振,使它们从磁场束缚态转变为逃逸态,逸出阱外.由于塞曼磁共振频率与磁场强度成正比,在设定一个较高的共振频率的情况下,只有处在与该频率相应的磁场位置上的原子才能发生共振,产生跃迁而逃逸出阱.阱底部磁场强度小,原子势能低;而周边磁场强度大,原子势能高,只有动能足够大的原子才能到达那里.在磁阱边上设置射频线圈,其射频场频率调到相当于阱边磁场的共振频率,原子到达该处即发生共振跃迁,逸出阱外.逐步降低射频场频率,等效于逐步降低势阱的阱深,就可使阱中原子的温度不断下降.这里一个重要问题是,当一部分高能原子跑出阱外时,阱中原子要能及时完成新的热平衡,不断产生

新的高能原子.这主要取决于弹性碰撞的速率.研究蒸发冷却问题,主要就是研究降低阱深与重新热平衡过程之间的速度关系、各种碰撞的作用和它们对降低温度与增加密度的影响以及达到最佳冷却的条件.

§10.2 理论模型

在磁阱中蒸发冷却的过程中,依靠磁共振使一部分能量高的原子通过共振跃迁逸出阱外而使剩余原子气体的温度降低.这相当于把气体系统中能量高于某一值的原子从系统中驱赶出去,亦即在麦克斯韦速度分布曲线上截取速度(动能)高于某一值 ε_t 的部分,让剩下的原子重新分布.这个截取能量的下限称为截断能量(见图 10-2).问题是:我们需要不断把具有多高能量的原子驱赶出去,蒸发冷却才最有效,才能最大地提高原子系统的相空间密度?为此,要研究气体不断达到热平衡的过程以及过程中相关物理参量的变化,从而优化蒸发冷却过程.

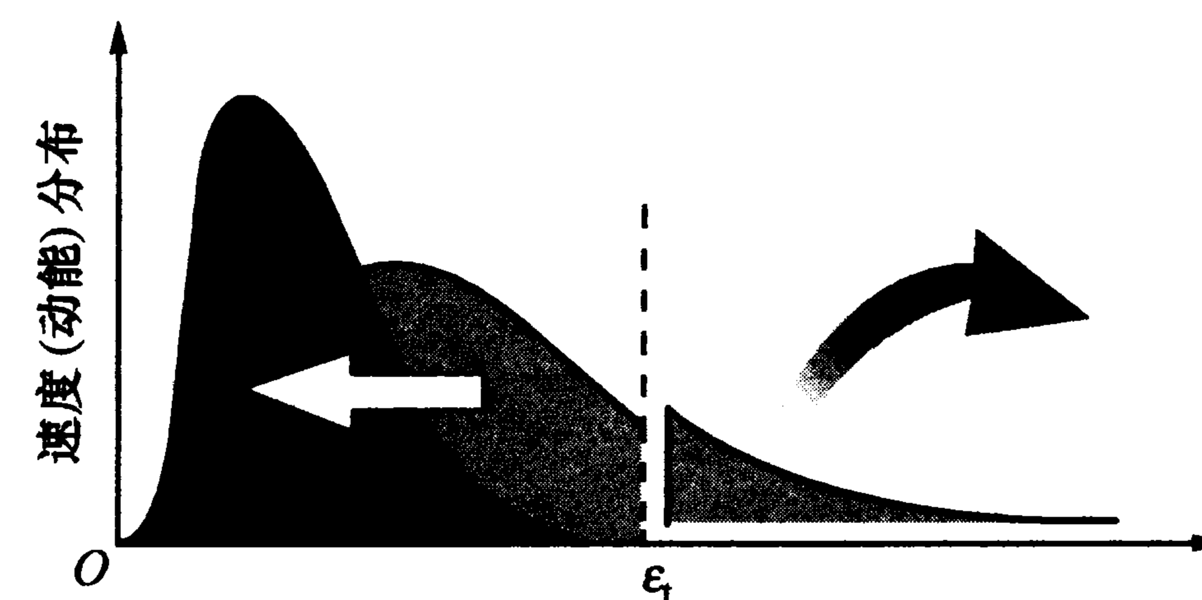


图 10-2 能量的截尾图

截取尾部能量后,原子通过热弛豫达到新的热平衡.

10.2.1 热平衡下陷俘原子气体的性质[3]

我们所研究的是陷俘在势阱 $U(r)$ 中的稀薄气体系统,可以不考虑原子间的相互作用.为描述处于温度 T 的热平衡下由 N 个

全同玻色子组成的气体的性质，需用到下面一些物理量：

(1) 能态密度 $\rho(\varepsilon)$. 根据统计物理，由于在相空间中一个量子态的体积元为 $h^3=(2\pi\hbar)^3$，相空间中能量可看成是连续的，$\varepsilon\sim\varepsilon+\mathrm{d}\varepsilon$ 间的能态密度为 $\rho(\varepsilon)\mathrm{d}\varepsilon$，其中

$$\rho(\varepsilon)=\frac{1}{(2\pi\hbar)^3}\int \mathrm{d}^3r\mathrm{d}^3p\delta\left[\varepsilon-U(r)-\frac{\boldsymbol{p}^2}{2m}\right],\quad(10.2.1)$$

$\varepsilon=U(r)+|\boldsymbol{p}^2|/2m$，$p$ 是动量.

(2) 分布函数 $f(\varepsilon)$，即能级 ε 的占据概率，实际上就是该能级上分布的原子数：

$$f(\varepsilon)=\frac{1}{\mathrm{e}^{(\varepsilon-\mu)/k_BT}-1}=\frac{1}{Z^{-1}\mathrm{e}^{\varepsilon/k_BT}-1}=\sum_{l=1}^{\infty}z^l\mathrm{e}^{-l\varepsilon/k_BT},\quad(10.2.2)$$

其中 μ 是化学势，表示一个原子参加到由 N 个原子组成的系统所需要的能量，$Z=\exp(\mu/k_BT)$ 是统计物理上的逸度. 这就是著名的玻色子的能量统计分布律.

(3) 原子数. 在体积 V 中的原子数为

$$N=\int_0^{\infty}\mathrm{d}\varepsilon\rho(\varepsilon)f(\varepsilon).\quad(10.2.3)$$

将式(10.2.1)和(10.2.2)代入上式，利用对 p 的积分

$$\int \mathrm{d}^3p\mathrm{e}^{-lp^2/2mk_BT}=I_xI_yI_z=I_x^3=\sqrt{2\pi mk_BT/l}$$

和对 $\boldsymbol{r}$ 的空间积分，可把式(10.2.3)写成

$$N=\int \mathrm{d}^3rn(r),\quad(10.2.4)$$

其中空间密度

$$n(r)=g_{3/2}[z\mathrm{e}^{-U(r)/k_BT}]/\Lambda^3,\quad(10.2.5)$$

$\Lambda=(2\pi\hbar^2/mk_BT)^{1/2}$ 为热德布罗意波长，函数 $g_\alpha(x)=\sum\limits_{l=1}^{\infty}x^l/l^\alpha$ (这里 $\alpha=3/2$).

(4) 简并参量. 设在 $r=0$ 处，我们有 $U(0)=0$，由式(10.2.4)

得到

$$n(0)\Lambda^3=g_{3/2}(z),\quad(10.2.6)$$

其中 $g_{3/2}(z)$ 称为陷俘气体的简并参量，代表阱中心 Λ^3 体积内所含的原子数. 一般情况下，$T\gg T_c$ (T_c 为 BEC 的相变临界温度)，由式(10.2.4)给出的 $\mu<0$，因此式(10.2.2)中的分母永不为零，这时 $z\ll1$，$g_{3/2}(z)\approx z$. 因此，

$$g_{3/2}(z)=n(0)\Lambda^3\approx z=\mathrm{e}^{\mu/k_BT}.\quad(10.2.7)$$

化学势 μ 就可用简并参量的函数来表示：

$$\mu\approx k_BT\ln n(0)\Lambda^3.\quad(10.2.8)$$

当 N 固定，T 降低，μ 增加到零时，则式(10.2.2)中的分母在 $\varepsilon=0$ 时为零；式(10.2.3)所表示的连续近似不再成立，需要用分立值求和，从而可以在基态上得到一个宏观布居. 这就是 BEC. 当 $\mu=0$，$z=1$ 时，式(10.2.6)给出 $g_{3/2}(1)=n(0)\Lambda^3=2.612$. 这就是凝聚阈值下的简并参量值. 因此 BEC 就是基态成为可占有大量原子的简并态.

(5) 非简并情况. 对于 $z\ll1$ 的非简并情况，保留式(10.2.2)指数展开中的第一项，并利用式(10.2.7)，我们就得到了气体原子能量的玻尔兹曼分布律. 另外，我们看到 $\rho(\varepsilon)$ 与简并参量无关；可以进一步将粒子总数(式(10.2.3))表示为

$$N\approx z\int_0^{\infty}\mathrm{d}\varepsilon\rho(\varepsilon)\mathrm{e}^{-\varepsilon/k_BT}=z\zeta(T)=n(0)\Lambda^3\zeta(T),\quad(10.2.9)$$

其中

$$\zeta(T)=\int_0^{\infty}\mathrm{d}\varepsilon\rho(\varepsilon)\mathrm{e}^{-\varepsilon/k_BT}\quad(10.2.10)$$

是配分函数. 若 N 个原子的空间密度为常数，且阱中原子密度为 $n(0)$；有 $N=n(0)V_e$，通过和式(10.2.9)对比，可知它们所占的有效体积

$$V_e=\Lambda^3\zeta(T).\quad(10.2.11)$$

这样，配分函数 $\zeta(T)$ 就是有效体积 V_e 和 Λ^3 之间的比例系数. 而系统的总能量(内能) E 则可以表示为

$$E=\int_0^{\infty}\varepsilon\rho(\varepsilon)f(\varepsilon)\mathrm{d}\varepsilon=n(0)\Lambda^3k_BT^2\frac{\mathrm{d}\zeta(T)}{\mathrm{d}T};\quad(10.2.12)$$

考虑到式(10.2.9)，可以进一步表示为

$$E=Nk_BT\frac{\mathrm{dln}\zeta(T)}{\mathrm{dln}T}.\quad(10.2.13)$$

(6) 指数规律描述的陷俘势函数. 陷俘原子的性质与阱势状况有关，从第九章叙述可见，陷俘势 $U(r)$ 与 r 的关系一般可用指数来描述：

$$\begin{aligned}U(x,y,z)&=\varepsilon_1\left|\frac{x}{a_1}\right|^{s_1}+\varepsilon_2\left|\frac{y}{a_2}\right|^{s_2}+\varepsilon_3\left|\frac{z}{a_3}\right|^{s_3}\\&=a\,|x|^{1/\xi_1}+b\,|y|^{1/\xi_2}+c\,|z|^{1/\xi_3},\end{aligned}\quad(10.2.14)$$

式中 a_i 是 i 方向上阱的特征长度，s_i 是该方向势能的指数，ξ_i 为一描述阱势的参数($i=x,y,z$). 通常令 $\xi=\xi_1+\xi_2+\xi_3$，即

$$\begin{aligned}\xi&=1/s_1+1/s_2+1/s_3\\&=\begin{cases}0 & (\text{方势阱}),\\3/2 & (\text{抛物线性阱(简谐振动阱)}),\\2 & (\text{二维线性阱}),\\3 & (\text{三维线性阱}).\end{cases}\end{aligned}\quad(10.2.15)$$

根据式(10.2.1)，利用

$$\begin{aligned}&\delta(\varepsilon-U(r)-p^2/2m)\\&=\frac{\sqrt{2m}}{2\sqrt{\varepsilon-U(r)}}\{\delta(p-\sqrt{2m[\varepsilon-U(r)]})\\&\quad+\delta(p+\sqrt{2m[\varepsilon-U(r)]})\},\end{aligned}$$

对动量积分后，可得到囚禁势 $U(x,y,z)$ 中的原子态密度 ρ 的一般表达式：

$$\rho(\varepsilon)=\frac{2\pi(2m)^{3/2}}{(2\pi\hbar)^3}\int_{U(r)\leqslant\varepsilon}\mathrm{d}^3r\sqrt{\varepsilon-U(r)}.\quad(10.2.16)$$

通过变换

$$\zeta_1^{1/\xi_1}=x^{1/\xi_1}/\varepsilon,\quad\zeta_2^{1/\xi_2}=y^{1/\xi_2}/\varepsilon,\quad\zeta_3^{1/\xi_1}=z^{1/\xi_3}/\varepsilon,$$

并将式(10.2.15)代入式(10.2.16)，可以得到态密度 ρ 与 ε 以 $\xi+1/2$ 为指数的指数关系[3]：

$$\rho(\varepsilon)=A_{PL}\varepsilon^{\xi+1/2},\quad(10.2.17)$$

其中

$$\begin{aligned}A_{PL}=&2\pi\frac{(2m)^{3/2}}{(2\pi\hbar)^3}\iiint_{U(r)\leqslant\varepsilon}\mathrm{d}\zeta_1\mathrm{d}\zeta_2\mathrm{d}\zeta_3\\&\cdot\sqrt{1-(a\,|\zeta_1|^{1/\xi_1}+b\,|\zeta_2|^{1/\xi_2}+c\,|\zeta_3|^{1/\xi_3})}\end{aligned}\quad(10.2.18)$$

是与 a,b,c 有关的常数. 例如，对于谐振子势，$U(r)=m\omega^2r^2/2$，则有

$$\rho(\varepsilon)=\frac{\varepsilon^2}{2(\hbar\omega)^3}.\quad(10.2.19)$$

在势阱中，配分函数可写为

$$\zeta(T)=\int_0^{\infty}\mathrm{d}\varepsilon\rho(\varepsilon)\mathrm{e}^{-\varepsilon/k_BT}=A_{PL}\Gamma(\xi+3/2)(k_BT)^{\xi+3/2},\quad(10.2.20)$$

其中

$$\Gamma(x)=\int_0^{\infty}u^{x-1}\mathrm{e}^{-u}\mathrm{d}u$$

为完备伽马函数. 由 $\Lambda=(2\pi\hbar^2/mk_BT)^{1/2}$ 和式(10.2.11)，(10.2.20)可得

$$V_e=\Lambda^3\zeta(T)=A_{PL}\left(\frac{2\pi\hbar^2}{m}\right)^{3/2}k_B^{\xi}\Gamma(\xi+3/2)T^{\xi},\quad(10.2.21)$$

所以

$$V_e\propto T^{\xi}.\quad(10.2.22)$$

它给出了陷俘势对有效体积 V_e 和温度 T 之间关系的影响.

由式(10.2.20)有

$$\ln\zeta(T) = \text{常数} + (\xi + 3/2)\ln T,$$

则式(10.2.12)表示的系统总能量

$$E = N(3/2 + \xi)k_B T. \quad (10.2.23)$$

它的物理意义是,每一个陷俘原子有平均动能$(3/2)k_B T$和平均势能$\xi k_B T$.从这个结论还可得到原子在动量空间所占有的体积

$$V_p = \sqrt{\langle p_x^2\rangle\langle p_y^2\rangle\langle p_z^2\rangle} = m^{3/2}(k_B T)^{3/2}.$$

(7) 阱中各物理量与总粒子数N和温度T的关系.在上面讨论的问题中有两个独立变量N和T.当以指数律描述阱势时,每一个物理量都可以用与N和T有关的这种规律来描述.表10-1给出了几个物理量的指数关系.

表10-1 阱中各物理量与N和T的指数关系

物理量	比例关系
空间体积	$V_e \propto T^{\xi}$
动量空间体积	$V_p \propto T^{3/2}$
空间密度	$n = N/V_e \propto NT^{-\xi}$
相空间密度	$\rho \propto N/V_e V_p \propto NT^{-(3/2+\xi)}$
平均速率	$v \propto \sqrt{k_B T/m} \propto T^{1/2}$
弹性碰撞率	$K_e = n\sigma v \propto NT^{(1/2-\xi)}$(当$T\to 0$时$\sigma$与$T$无关)

10.2.2 蒸发冷却的理论模型

本小节将给出一个用统计物理方法处理蒸发冷却问题的理论模型.这个模型基于以下假设[4]:

(1) 气体原子是各态历经的,即在相空间(包括坐标与动量)中原子的分布只决定于它们的能量和阱的性质.

(2) 气体性质可用经典统计描述,原子的相空间密度离发生BEC转变的要求相距尚远.

(3) 原子碰撞纯属s波散射过程(角动量量子数$l>0$的原子态不参与),其他分波很少参与,即主要是弹性碰撞,非弹性碰撞过程可忽略.碰撞截面$\sigma=8\pi a^2$(a是s波的散射长度).

(4) 蒸发过程不破坏热平衡,即热弛豫速率远大于冷却速率.

(5) 从阱中逸出的原子不再与阱中原子碰撞或交换能量,即完全蒸发.

这里我们根据文献[4]建立的模型以及Ketterle[5,6],Metcalf[4]的评论来阐述.

蒸发冷却过程可以这样定性描述:假定原子体系起初有原子数为N,温度为T,处于无穷深的阱中.选择一个截断能量为$\varepsilon_t=\eta k_B T$($\eta=\varepsilon_t/k_B T$为截断参量)(如图10-2),能量高于ε_t的原子就可逸出阱外,原子碰撞使系统达到新的热平衡.因蒸发走的原子能量比截取尾部前的系统平均能量高,系统的温度减低,相空间密度就得以提高.强迫蒸发过程逐步进行,每一步都使温度降低.重复这个过程,系统温度会越来越低.优化蒸发冷却过程,就是要从势阱特性出发,适当选择参量η,达到最有效地提高相空间密度的目的.

设原子经历一步蒸发后,阱中的原子数由N减少到N',温度由T下降到T'.在这个过程中,只需要两个参量就可以全面描述系统的热力学性质:

$$\nu = \frac{N'}{N},\quad \gamma = \frac{\ln(T'/T)}{\ln(N'/N)} = \frac{\ln(T'/T)}{\ln\nu}; \quad (10.2.24)$$

它们分别表示蒸发后阱中原子数的减少和温度的降低.由此可见,降低温度是以损失原子数为代价的,γ反映了两者之间的关系.这两个参数也体现了蒸发冷却过程的效率.下面我们将证明它们完全取决于蒸发冷却的截断参量η和势阱参量ξ.

根据式(10.2.3)和(10.2.2)(后者只取展开式等号右边的第一项),阱深截取$\eta k_B T$后仍留在阱中的原子数比例是

$$\nu = \frac{1}{N}\int_0^{\eta k_B T} \rho(\varepsilon)e^{-(\varepsilon-\mu)/k_B T}d\varepsilon. \quad (10.2.25)$$

阱中原子的能态密度$\rho(\varepsilon)$由式(10.2.17)和(10.2.18)给出.为求

式(10.2.25)，需要确定化学势 μ. 当 $\eta\to\infty$ 时，$\nu=1$，这样就可通过配分函数(10.2.20)从式(10.2.25)求得与 μ 有关的函数. 这里有

$$\nu = 1 = \frac{e^{\mu/k_BT}}{N}A_{PL}\int_0^\infty \varepsilon^{\xi+1/2}e^{-\varepsilon/k_BT}d\varepsilon.$$

引入约化能量 $\bar{\varepsilon}=\varepsilon/k_BT$，上式化为

$$1 = \frac{e^{\mu/k_BT}}{N}A_{PL}(k_BT)^{\xi+3/2}\int_0^\infty \bar{\varepsilon}^{\xi+1/2}e^{-\bar{\varepsilon}}d\bar{\varepsilon}$$

$$= \frac{e^{\mu/k_BT}}{N}A_{PL}(k_BT)^{\xi+3/2}\Gamma(\xi+3/2). \qquad (10.2.26)$$

这样，上式第一个等号右侧积分号以外的项为

$$\frac{e^{\mu/k_BT}}{N}A_{PL}\,(k_BT)^{\xi+3/2} = \frac{1}{\Gamma(\xi+3/2)}.$$

对式(10.2.25)作约化能量的变换(实际上就是把式(10.2.26)中的积分上限改成 η)，并利用上式，得到

$$\nu = \int_0^\eta \Delta\bar{\varepsilon}e^{-\bar{\varepsilon}}d\bar{\varepsilon}, \qquad (10.2.27)$$

式中

$$\Delta\bar{\varepsilon} = \frac{\bar{\varepsilon}^{\xi+1/2}}{\Gamma(\xi+3/2)} \qquad (10.2.28)$$

称为约化密度. 以上两式说明蒸发前后的系统原子数之比完全由截断参量 η 和阱势参量 ξ 所决定. 计算表明，对不同的 ξ，约化密度变化不大[5].

式(10.2.27)还可用不完备伽马函数 $\Gamma_{inc}(x)$ 表示：

$$\nu = \frac{\Gamma_{inc}(\xi+3/2,\eta)}{\Gamma(\xi+3/2)}. \qquad (10.2.29)$$

这样，蒸发冷却以后阱中剩下的原子数就完全决定于两个参量 η 和 ξ.

下面通过系统总能量求 γ：令截取阱深后系统的总能量为 $\alpha(\eta)Nk_BT$，则由式(10.2.12)和用约化能量表示的式(10.2.27)，有

$$\alpha(\eta) = \int_0^\eta \bar{\varepsilon}\Delta\bar{\varepsilon}e^{-\bar{\varepsilon}}d\bar{\varepsilon}. \qquad (10.2.30)$$

根据式(10.2.23)，当 $\eta\to\infty$ 时，有

$$\alpha(\infty) = 3/2+\xi. \qquad (10.2.31)$$

根据定义，有

$$\alpha(\eta)Nk_BT = \alpha(\infty)N'k_BT',$$

因此

$$\frac{T'}{T} = \frac{\alpha(\eta)/\alpha(\infty)}{N'/N} = \frac{\alpha(\eta)}{\alpha(\infty)v(\eta)}, \qquad (10.2.32)$$

$$\gamma = \frac{\ln(T'/T)}{\ln(N'/N)} = \frac{\ln\left[\frac{\alpha(\eta)}{\alpha(\infty)v(\eta)}\right]}{\ln v(\eta)}. \qquad (10.2.33)$$

为计算不同的 ξ 对应的 γ，需要求得 $\alpha(\eta)$ 和 $v(\eta)$ 的值. 表 10-2 给出了不同 ξ 下的 $v(\eta)$ 和 $\alpha(\eta)$[5].

表 10-2　不同的 ξ 对应的 $v(\eta)$ 和 $\alpha(\eta)$

ξ	$v(\eta)$	$\alpha(\eta)$
3/2	$1-\frac{2+2\eta+\eta^2}{2e^\eta}$	$3-\frac{6+6\eta+3\eta^2+\eta^3}{2e^\eta}$
2	$\frac{-2\eta^{1/2}(15+10\eta+4\eta^2)}{15\pi^{1/2}e^\eta}+\mathrm{erf}(\eta^{1/2})$	$-\frac{2\eta^{1/2}(105+70\eta+28\eta^2+8\eta^3)}{15\pi^{1/2}e^\eta}-\frac{7}{2}\mathrm{erf}(\eta^{1/2})$
3	$\frac{-2\eta^{1/2}(105+70\eta+28\eta^2+8\eta^3)}{105\pi^{1/2}e^\eta}+\mathrm{erf}(\eta^{1/2})$	$-\frac{\eta^{1/2}(945+630\eta+252\eta^2+72\eta^3+16\eta^4)}{105\pi^{1/2}e^\eta}+\frac{9}{2}\mathrm{erf}(\eta^{1/2})$

设每个被蒸发出去的原子所带走的能量为 $\varepsilon_{eff}k_BT$，则

$$\varepsilon_{eff} = \frac{\alpha(\infty)-\alpha(\eta)}{1-v(\eta)}. \qquad (10.2.34)$$

利用式(10.2.30)，可以进一步将上式表示为

$$\varepsilon_{eff} = \left(\xi+\frac{3}{2}\right)\frac{1-\nu^{\gamma+1}}{1-\nu}. \qquad (10.2.35)$$

对于比较大的 $\eta(\eta\gg\xi+3/2)$，$v(\eta)=N'/N\approx1$. 这时 $1-v(\eta)$ 是一

个小量,通过求极限可得到

$$\gamma=\frac{\varepsilon_{\text{eff}}}{\xi+3/2}-1. \tag{10.2.36}$$

这样,ν 和 γ 两个参量完全由蒸发过程中所选的 η 和阱势 ξ 决定.

在蒸发冷却过程中,T 与 N 以指数律相联系,我们有

$$N'=\nu N,\quad T'=T\nu^{\gamma},\quad 即\quad \frac{T'}{T}=\left(\frac{N'}{N}\right)^{\gamma}. \tag{10.2.37}$$

如果 $\gamma\gg1$, $N'/N=1/10$,则 $T'/T=(1/10)^{\gamma}\ll1/10$. 所以,蒸发冷却是十分有效的.

从这里还可分别推得其他一些热力学参量,即体积、空间密度、相空间密度和弹性碰撞速率,以阱中原子数减少参量 ν 为基底的标度关系:

$$\frac{V'}{V}=\left(\frac{T'}{T}\right)^{\xi}=\nu^{\gamma\xi},\quad \frac{n'}{n}=\frac{N'/V'}{N/V}=\nu^{1-\gamma\xi},$$

$$\frac{\rho'}{\rho}=\frac{n'\Lambda'^3}{n\Lambda^3}=\nu^{1-\gamma(\xi+3/2)},$$

$$\frac{K_e'}{K_e}=\frac{n'\sigma v'}{n\sigma v}=\frac{n'}{n}\left(\frac{T'}{T}\right)^{1/2}=\nu^{1-\gamma(\xi-1/2)},$$

等等,这里 $v=\sqrt{2\eta k_BT/m}$ 表示能量为 ηk_BT 的原子的速率. 如果把 q 作为热力学参量 X 的标度指数,写成 $X'=X\nu^q$,可得表 10-3 的关系.

表 10-3 阱中原子热力学参量与 ν 的标度关系

热力学参量	标度指数 q
原子数 N	1
温度 T	γ
体积 V	$\gamma\xi$
密度 n	$1-\gamma\xi$
相空间密度 ρ	$1-\gamma(\xi+3/2)$
弹性碰撞率 K_e	$1-\gamma(\xi-1/2)$

图 10-3 显示对不同势阱(不同的 ξ)用上述模型计算的蒸发冷却的结果. 即 $\gamma, N, T, n, \rho, K_e$ 与 η 的关系. 由图可见,除方箱形阱外,结果与阱势关系不大;但阱势强(ξ 值较大),随着温度的降低,密度增加变快,同样,弹性碰撞率也增大. 这有利于热弛豫,对实现 BEC 有利.

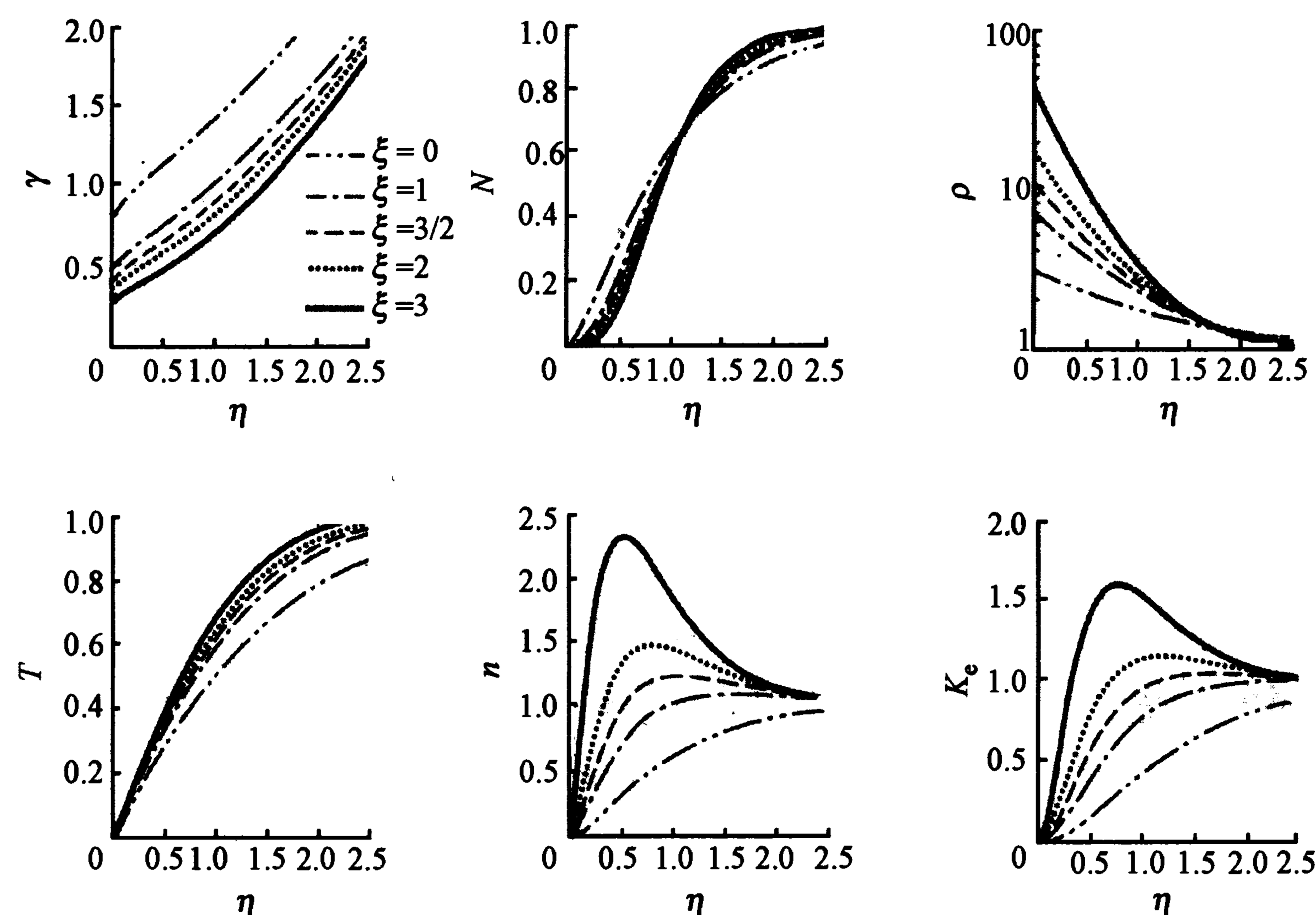


图 10-3 对不同势阱(不同的 ξ)用理论模型计算的蒸发冷却的结果

10.2.3 蒸发冷却的运动论模型

上面介绍的理论模型比较简单,可以定性分析一些实验结果,但不能很好地描述蒸发冷却中热平衡的时间演化过程. 本小节将结合 QUIC 阱简单介绍蒸发冷却的运动论模型,它可以描述蒸发冷却的演化过程,对实验有一定指导作用[7,8]. 该理论从弹性刚球碰撞模型出发,研究气体热平衡过程. 模型假设分子是弹性刚球,碰撞时两球的相互作用力处在其球心连线上. 这样,原子系统的相空间密度分布函数的演化就可以用玻尔兹曼方程来描述. 基于这

种理论的计算比较简单;缺点是与实际气体分子的性质仍相差较远,其中最主要的局限之处就是只能考虑平动能在原子间的交换,不能考虑平动能与转动和振动能之间的转换.模型同时假定气体比较稀薄,三个或三个以上的分子同时碰撞的概率非常小(三体复合较弱),只考虑两体碰撞.该理论从玻尔兹曼方程导出原子系统能量的时间演化方程,从而可以求得蒸发冷却过程原子数、温度等热力学参数的变化.具体推导过程见文献[7,8],这里只介绍一些结果:

在蒸发冷却过程中,阱中原子系统的温度 T 和原子数 N 的演化分别遵从下列微分方程:

$$\dot{T}=\frac{\dot{E}_{ev}-\mu\dot{N}_{ev}}{C}, \tag{10.2.38}$$

$$\dot{N}=\dot{N}_{ev}, \tag{10.2.39}$$

这里 $C\equiv(\partial E/\partial T)_N$ 是系统热容量,$\mu\equiv(\partial E/\partial N)_T=E/N$ 是化学势,$\dot{E}_{ev}$和 $\dot{N}_{ev}$分别表示蒸发过程中阱中内部能量和原子数的变化率:

$$\dot{E}_{ev}=\dot{N}_{ev}\left(\varepsilon_t+\frac{W_{ev}}{V_{ev}}k_BT\right), \tag{10.2.40}$$

$$\dot{N}_{ev}=-n_0^2\sigma\bar{v}e^{-\eta}V_{ev}, \tag{10.2.41}$$

ε_t 就是截断能量,n_0 是初始原子密度,σ 是弹性碰撞截面,$\bar{v}=\sqrt{8k_BT/\pi m}$是原子的平均速度,

$$V_{ev}=\frac{\Lambda^3}{k_BT}\int_0^{\varepsilon_t}d\varepsilon\rho(\varepsilon)[(\varepsilon_t-\varepsilon-k_BT)e^{-\varepsilon/k_BT}+k_BTe^{-\eta}] \tag{10.2.42}$$

是蒸发过程中陷俘原子系统的有效体积,而 $W_{ev}=V_{ev}-X_{ev}$,其中

$$X_{ev}=\frac{\Lambda^3}{k_BT}\int_0^{\varepsilon_t}d\varepsilon\rho(\varepsilon)[k_BTe^{-\varepsilon/k_BT}-(\varepsilon_t-\varepsilon+k_BT)e^{-\varepsilon_t/k_BT}]. \tag{10.2.43}$$

式(10.2.38)中的化学势 μ 可由式(10.2.26)计算得到,而热容量也与阱势有关[7]:

$$C=C_\infty\frac{\Gamma_{inc}(\xi+5/2,\eta)}{\Gamma_{inc}(\xi+3/2,\eta)}\left[\left(\frac{5}{2}+\xi\right)\frac{\Gamma_{inc}(\xi+7/2,\eta)}{\Gamma_{inc}(\xi+5/2,\eta)}-\left(\frac{3}{2}+\xi\right)\frac{\Gamma_{inc}(\xi+5/2,\eta)}{\Gamma_{inc}(\xi+3/2,\eta)}\right], \tag{10.2.44}$$

这里 $\Gamma_{inc}(x)$是不完备伽马函数,η 和 ξ 分别是蒸发冷却的截断参量和阱势参量,而 $C_\infty=(\xi+3/2)Nk_B$.

计算式(10.2.38),涉及势阱的具体性质.从§9.4可知,QUIC 阱的阱势可以描述为

$$U(x,y,z)=\sqrt{\alpha^2(x^2+y^2)+(U_0+\beta z^2)^2}-U_0, \tag{10.2.45}$$

其中 α 和 β 为阱势参量.将上式代入式(10.2.16),通过积分计算可得到能态密度 $\rho(\varepsilon)$.对 QUIC 阱,能态密度

$$\rho(\varepsilon)=\frac{(2\pi^2m)^{3/2}}{2(2\pi\hbar)^3\alpha^2\sqrt{\beta}}(\varepsilon^2+U_0\varepsilon^2)=A_{QC}(\varepsilon^2+U_0\varepsilon^2) \tag{10.2.46}$$

由能量 ε^2 所决定,其中

$$A_{QC}=\frac{(2\pi^2m)^{3/2}}{2(2\pi\hbar)^3\alpha^2\sqrt{\beta}}$$

与 α 和 β 有关.

对于 QUIC 阱,还可算得

$$V_{ev}=6A_{QC}(k_BT)^4\Lambda^3\left[\eta-5+\frac{2}{3}\eta\zeta-\frac{8}{3}\zeta+e^{-\eta}\left(\frac{1}{24}\eta^4+\frac{1}{3}\eta^3+\frac{1}{9}\eta^3\zeta+\frac{3}{2}\eta^2+\frac{2}{3}\eta^2\zeta+4\eta+2\eta\zeta+\frac{8}{3}\zeta+5\right)\right], \tag{10.2.47}$$

$$W_{ev}=6A_{QC}(k_BT)^4\Lambda^3\left[\eta-6+\frac{2}{3}\eta\zeta-\frac{10}{3}\zeta\right.$$

$$+ e^{-\eta}\left(\frac{1}{120}\eta^5+\frac{1}{12}\eta^4+\frac{1}{36}\eta^4\zeta+\frac{1}{2}\eta^3+\frac{2}{9}\eta^3\zeta+2\eta^2 + \eta^2\zeta+\frac{8}{3}\zeta\eta+5\eta+\frac{10}{3}\zeta+6\right)\Bigg], \qquad (10.2.48)$$

式中 $\zeta=U_0/\varepsilon_t,\eta=\varepsilon_t/kT$.

这样,利用上面这些公式我们就可根据具体势阱 ξ 选定截断参量 η,计算蒸发冷却过程阱中原子系统热力学参数的演化,从而判断蒸发过程的质量. 图 10-4 给出了截断参量 η(代表温度的倒数)和在阱中的原子比例 N/N_0 随着时间 t/t_0 的变化. 这里,特征时间

$$t_0=\frac{12}{\pi}\frac{N_0}{V}\left(\frac{2\varepsilon_t}{m}\right)^{1/2}\sigma, \qquad (10.2.49)$$

N_0 是初时时刻的原子数,V 是在 $U(r)=\varepsilon_t$ 表面所形成的体积. 图中曲线是根据微分方程得到的数值积分,而各个点是依据运动方程得到的能量演化的拟合. 两者的一致表明在蒸发冷却过程中玻尔兹曼分布的截断假设是合理的.

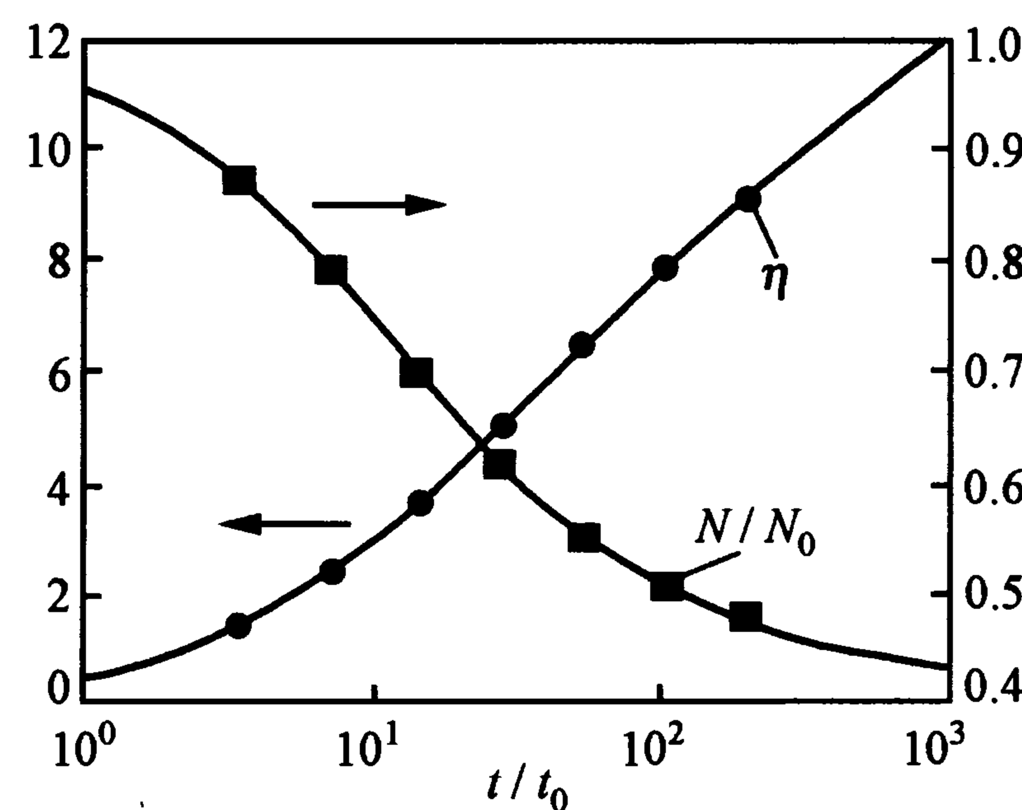


图 10-4 截断参量 η 和在阱中的原子比例 N/N_0 随时间 t/t_0 的变化

在北京大学小组的实验中,QUIC 阱的磁场分布参量有

$$\alpha^2=\mu^2(c_1^2-b_0b_2),\quad \beta=|\mu|b_2,\quad U_0=|\mu|b_0;$$

散射截面为 $\sigma=8\pi a^2$. 磁光阱转化为静磁阱(磁阱压缩)后,温度约

为 200 mK. 在三个线圈电流都是 25 A 时,径向梯度 $\alpha=220\,\text{G/cm}$,轴向曲率 $\beta=260\,\text{G/cm}^2$. 偏置场为 2 G. 设射频场频率 f 扫描的形式为 $f=(f_1-f_b)\exp(-t/\tau_0)+f_b$,扫频的特征时间可表述为

$$T_0=-T_s\Big/\lg\left(\frac{f_2-f_b}{f_1-f_b}\right), \qquad (10.2.50)$$

其中 T_s 为扫频所需的时间,f_1 为射频场扫频的起始频率,f_2 为射频场扫频的终止频率,f_b 为调节扫频的函数形式的一个参数(它要选得合适;也可为负值). T_0 的选取使用了数学中的自适应方法,即无论怎么选取 f_1,f_b,f_2,T_s,只要扫频时间 t 达到 T_s,此时的频率一定就是我们所需要的终止频率(即 f_2). 图 10-5 是选取不同的扫描频率的形式之间的比较,其中 $f_1=20\,\text{MHz}$,$f_2=0.9\,\text{MHz}$,$T_s=20\,\text{s}$.

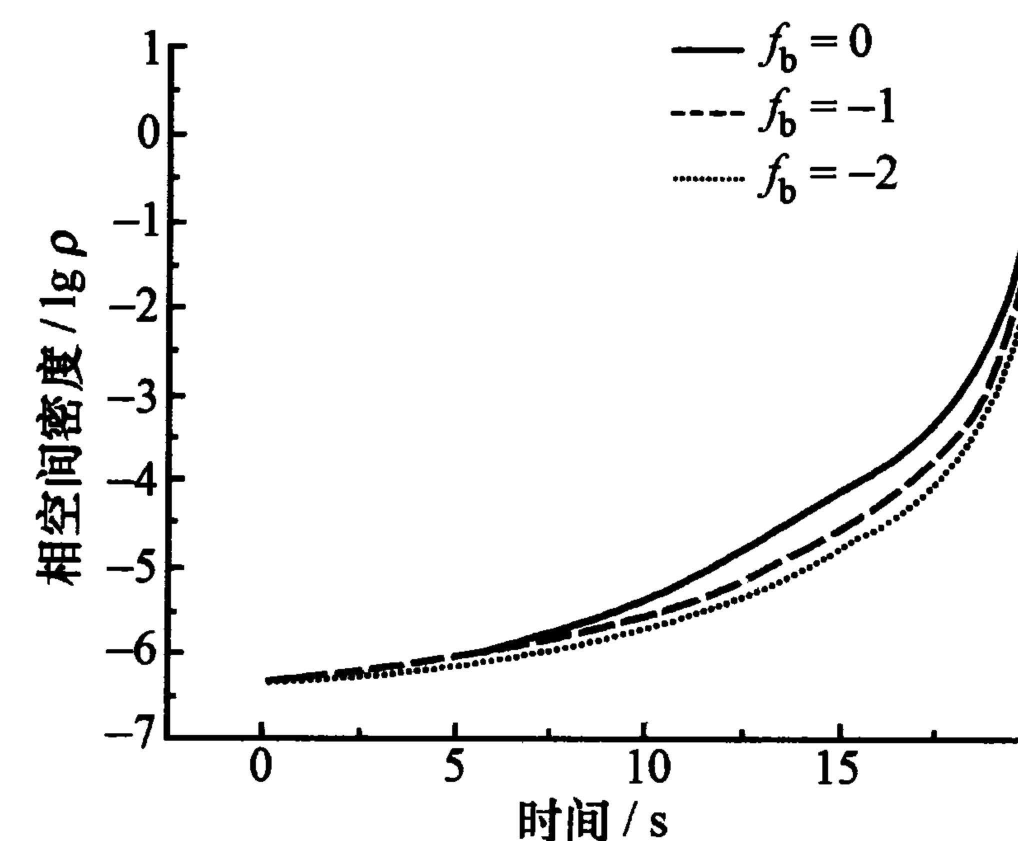


图 10-5 扫描时相空间密度随时间的变化

图 10-6 是射频频率线性扫描和指数扫描的对比. 从图中可知,指数扫描和线性扫描各有优点:初期,由于指数扫描下降得很快,原子数损失比较多,但是相空间密度增加快;后期,由于线性扫描下降得快,而指数下降趋于平缓,所以线性扫描的相空间密度增加很快. 我们在实验中可根据实际情况选取两者结合,即初期使用指数扫描,后期使用线性扫描.

蒸发冷却理论还有用蒙特卡罗法[9]和比较复杂的量子模型[10,11]，由于涉及较多的专门知识，这里不再讨论，有兴趣的读者可参看相关文献.

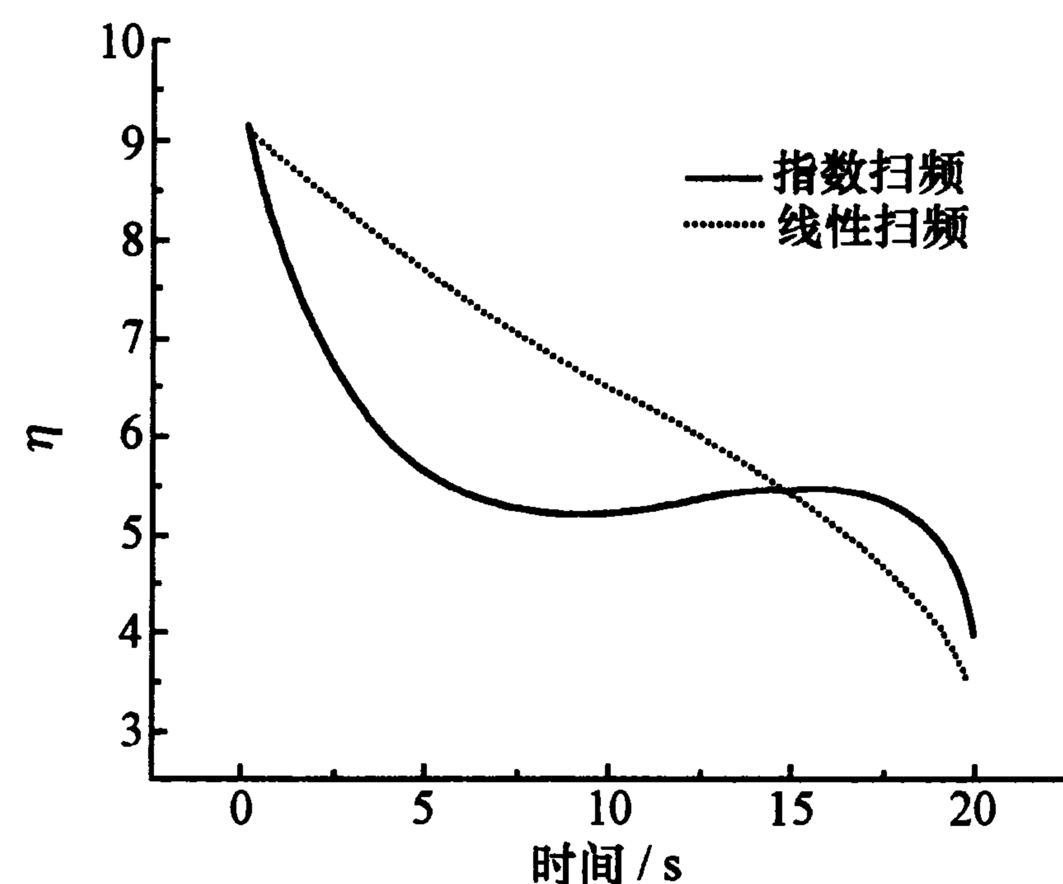


图 10-6 射频频率线性扫描和指数扫描的对比

§ 10.3 蒸发冷却速率[4,6]

在 § 10.2 的讨论中没有涉及蒸发冷却的速率，而这是一个重要的问题. 那里我们认为，在强迫蒸发下，阱势从无穷大降低到一个定值 $\eta k_B T$，系统温度降低；也就是说，热弛豫并不改变原子速度（能量）分布的形状. 要做到这一点，就有一个热弛豫速率问题. 如果阱深下降过快，新的热平衡来不及建立，就不会得到有效冷却；如果阱深下降过慢，就会有许多非弹性碰撞产生，起到破坏冷却的作用.

蒸发冷却速率可用细致平衡原理求得[5]. 根据这个原理，在单位时间内弹性碰撞产生能量高于 $\eta k_B T$ 的原子数（即高能量原子的产生率），等于能量高于该值的原子数除以平均弹性碰撞的时间间隔. 该能量的原子速率为

$$v = \sqrt{\frac{2\eta k_B T}{m}} = \sqrt{\pi\eta}\,\frac{\bar{v}}{2},$$

这里 $\bar{v}$ 为给定温度下原子的平均速度. 根据式(10.2.3)，在麦克斯韦-玻尔兹曼分布下，当 η 很大时，约化能量 $\varepsilon>\eta$ 的原子比例为

$$f(\varepsilon > \eta) = 2\mathrm{e}^{-\eta}\sqrt{\eta/\pi}. \tag{10.3.1}$$

因在截断能量下弹性碰撞率为 $K_e = n\sigma v$（n 是阱中平均原子密度），则原子蒸发率

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -Nf(\varepsilon > \eta)K_e = -n\sigma\bar{v}\eta\mathrm{e}^{-\eta}N = -\frac{N}{\tau_{ev}}, \tag{10.3.2}$$

这里有

$$\tau_{ev} = \frac{1}{n\sigma\bar{v}\eta\mathrm{e}^{-\eta}}. \tag{10.3.3}$$

平均弹性碰撞率取决于原子的相对速率，而不是原子速率，所以平均弹性碰撞率不是 $n\sigma v$，而是

$$K_e = 1/\tau_e = \sqrt{2}\,n\sigma\bar{v}. \tag{10.3.4}$$

因此，蒸发时间与弹性碰撞时间之比为

$$\lambda = \frac{\tau_{ev}}{\tau_e} = \frac{\sqrt{2}\,\mathrm{e}^{\eta}}{\eta}. \tag{10.3.5}$$

这个比值随 η 的增长而指数增长，这完全可以理解. 所以 η 小，易于蒸发. 这个公式对所有阱势都适用.

上述弹性碰撞率只适用于阱中心. 如果对整个原子团求平均，则对抛物面阱应除以一个因子 $2\sqrt{2}$，对线性阱应除以 8[6].

对碱金属原子，原子从阱中消失主要是由于与背景气体的碰撞[6]. 为了持续蒸发，一个重要条件是要不断提高碰撞率，至少维持不变. 根据表 10-3 和式(10.3.2)，碰撞率的变化为

$$\frac{1}{K_e}\frac{\mathrm{d}K_e}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(n\sigma v)}{(n\sigma v)\mathrm{d}t} = \frac{1}{\tau_e}\left[\frac{\gamma(\xi - 1/2) - 1}{\lambda} - \frac{1}{R}\right], \tag{10.3.6}$$

其中 R 是阱中俘获时间内的弹性碰撞数. 在蒸发冷却中弹性碰撞被认为是好的碰撞，而非弹性碰撞被认为是坏的碰撞. 所以 R 是

好坏碰撞数之比，等于弹性碰撞率与非弹性碰撞率之比

$$R = \frac{K_e}{K_{ine}} = \frac{\tau_1}{\tau_e}, \qquad (10.3.7)$$

这里非弹性碰撞主要是与背景气体的碰撞，它决定于背景气体的密度、速度及碰撞截面. 为了维持持续的加速蒸发(即逃逸蒸发，run-away evaporation)，式(10.3.6)必须不小于零，即满足

$$R \geqslant R_{min} = \frac{\lambda}{\gamma(\xi - 1/2) - 1}. \qquad (10.3.8)$$

图 10-7 描述抛物面阱和线性阱为维持加速蒸发在陷俘时间内所需的最少弹性碰撞次数 R_{min}与截断参量 η 的关系. 这是阿姆斯特丹小组的研究结果[8]. 图中也显示了用简单模型从关于 γ 和 ζ 的式(10.2.36)和(10.3.5)得到的结果(点横线)(这两个公式只对大的 η 值才成立). 由图可见，线性阱具有明显的优点. 为了得到加速蒸发，线性阱所需的最低好坏碰撞比为抛物面阱的 1/3 左右，这是因为线性阱的压缩效应强，使原子密度增加快.

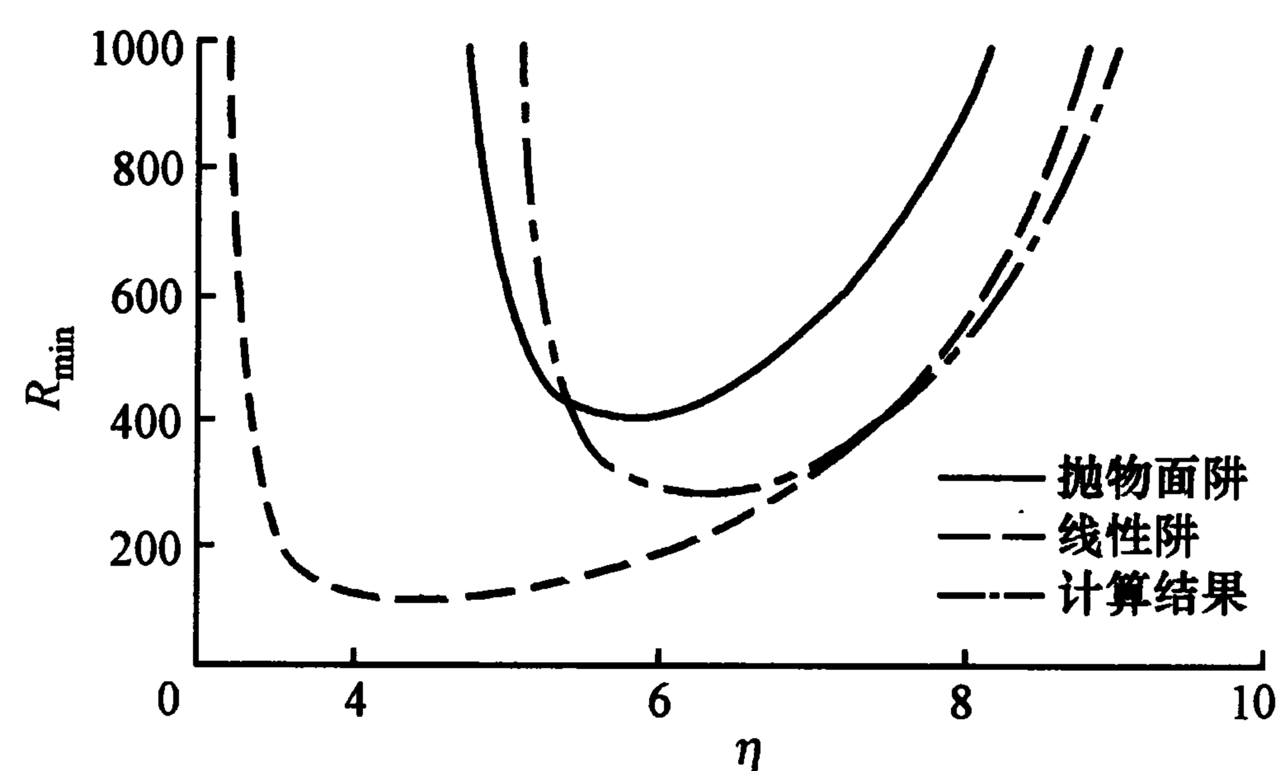


图 10-7 蒸发冷却所需的最低好坏碰撞比与 η 的关系

相空间密度随时间的增加率可表示为[6]

$$\beta = 100\tau_e \frac{d}{dt}(\lg\rho) = \frac{100}{\ln 10}\left[\frac{\gamma(\xi + 3/2) - 1}{\lambda} - \frac{1}{R}\right]. \qquad (10.3.9)$$

它表示每 100 次弹性碰撞时间内相空间密度的增加(数量级). 图 10-8 表示在 R 取不同值时 β 随 η 的变化. 当 R 小，η 大时，$\beta<0$，

这是因为与背景气体的碰撞太快，不能补偿蒸发冷却. 随着 η 变小，β 增大；在快速蒸发的情况下，相空间密度的增加速率可能很大，但由于密度减小更快，R 变小，冷却过程变慢而失效.

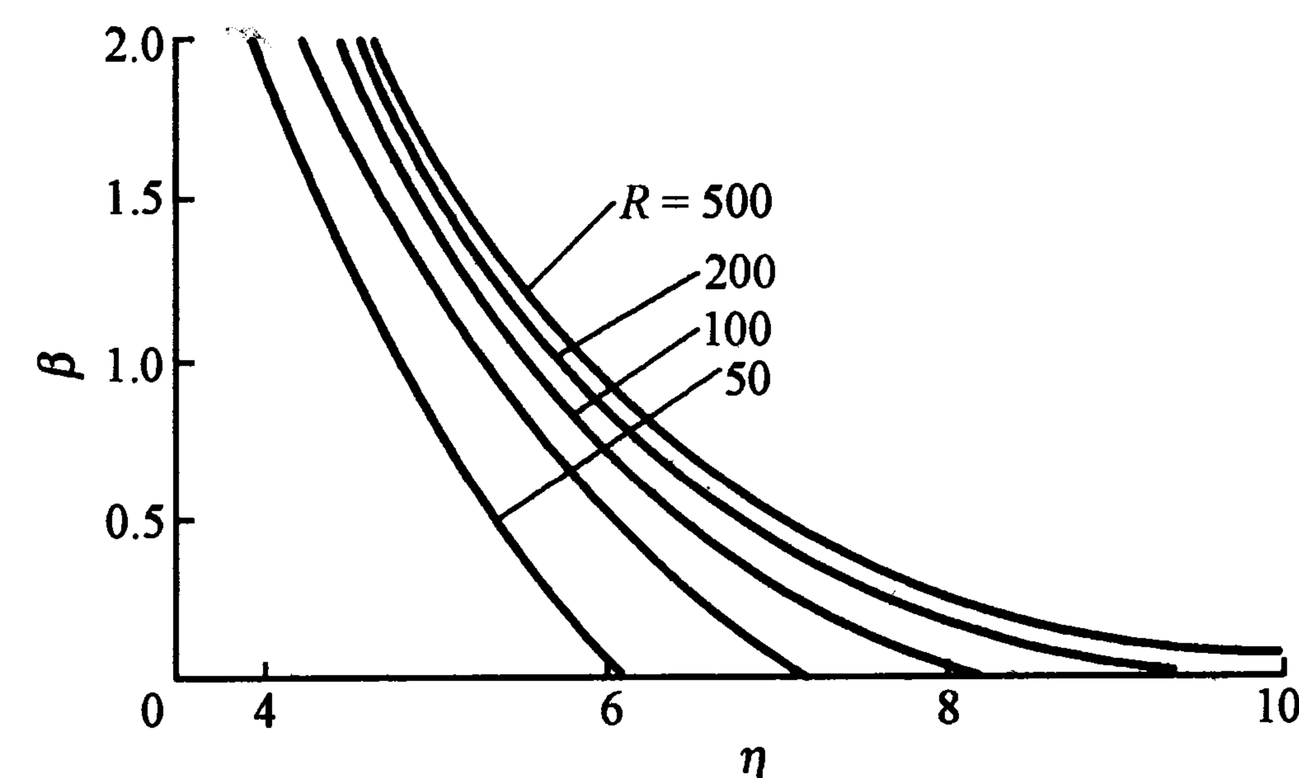


图 10-8 在 R 取不同值时 β 随 η 的变化

γ 只反映冷却过程中温度的变化；而我们更关心相空间密度的变化. 为此，引入随冷却过程中原子数减少而使相空间密度相对增加的参量：

$$\chi = -\frac{d(\ln\rho)}{d(\ln N)} = \frac{\gamma(\xi + 3/2)}{1 + \lambda/R} - 1. \qquad (10.3.10)$$

而对原子阱中的蒸发冷却更重要的参量要能反映以最小的原子数损失来获得最大的相空间密度的增加；也就是说，要能使总参量

$$\chi_t = \frac{\ln(\rho_f/\rho_i)}{\ln(N_f/N_i)} \qquad (10.3.11)$$

最大. 为了使这个总参量达到最佳化，要求式(10.3.10)在每个时刻都达到最佳；这就要求在每一步中 R 达到最大，从而使蒸发过程中留下的原子数最多.

§ 10.4 蒸发冷却的极限[4]

蒸发冷却过程中原子数的减少有以下几种情况，如图 10-9 所示：(1) 因蒸发而带走的原子数. 根据 10.2.3 小节的模型讨论，蒸

发带走的原子数由式(10.2.41)表示,前面已经进行了讨论,这里不再细说.(2) 因势阱深度的减小,引起在势阱边缘的原子的逸出.随着射频场频率降低,势阱深度也随着降低,处在势阱边缘的一部分粒子就会不经过弹性碰撞而直接从磁阱逸出,从而对冷却没有起到作用.这种逸出还有其他可能,例如势阱的几何形状发生变化;又如在蒸发冷却过程中,磁阱线圈的电流也可随时间变化①.这种情况引起的原子数变化为 $\dot{N}=\rho(\varepsilon_t)f(\varepsilon_t)\varepsilon_t(\varepsilon_t=\eta k_BT)$.(3) 原子间的碰撞损失机制.非弹性碰撞不仅影响蒸发冷却的速率,还决定了冷却温度极限.非弹性碰撞会引起两方面的问题:一是使原子系统加热;二是使原子改变内部能量状态,从束缚态变成非束缚态,逸出阱外.这两个因素是有联系的:一般在原子密度大的地方,非弹性碰撞概率大,因此在阱中心此概率最大;而该处势能很低,原子因非弹性碰撞改变状态而带走的能量往往低于平均动能,结果系统的温度反而升高.

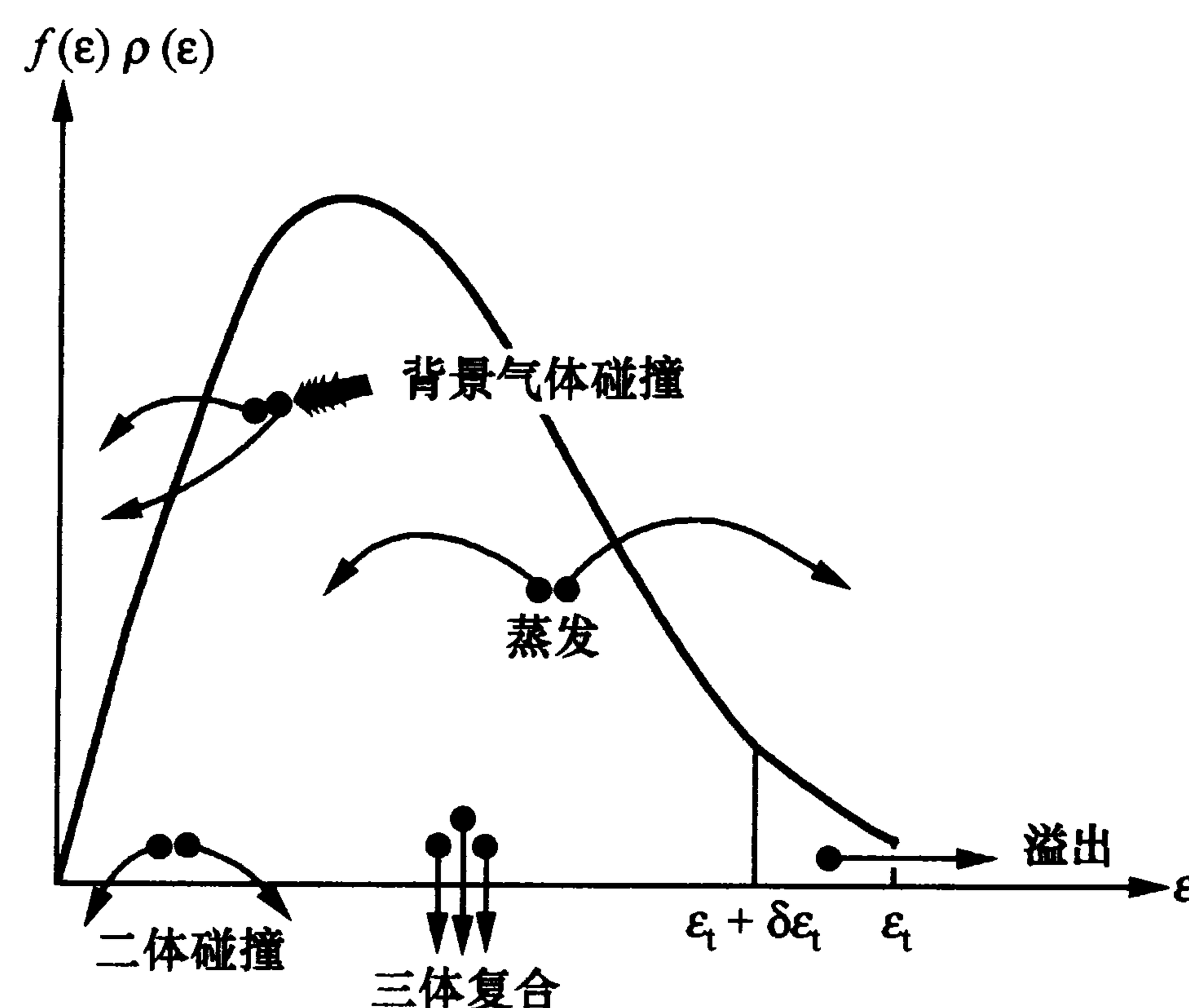


图 10-9 蒸发冷却的粒子数损失情况

非弹性碰撞除了表现为与背景气体碰撞以外,在磁阱中还有

① 在北京大学小组的实验中,磁阱线圈电流在蒸发冷却过程中是不变的.

自旋弛豫、偶极弛豫(这两者为两体碰撞)和三体复合三类.自旋弛豫率较高,典型数据为 10^{-12} cm^3/s.它表现为电子自旋与核自旋的交换.但这种过程一般只在注入到阱中的初期才显著,后来就比较稳定.发生这种交换的概率很小,因为一般阱中的 k_BT 远小于超精细结构分裂值;但自旋仍可通过与轨道角动量的耦合而发生方向变换.这称为偶极弛豫,其弛豫率为

$$K_{2c}=G_2\int n^2(r)\mathrm{d}r/N=G_2\langle n\rangle,$$

这里 G_2 为两体弛豫率,比自旋弛豫要低三个数量级(一般为 10^{-15} cm^3/s 数量级),但在阱中它却是主要的.三体复合的弛豫率为

$$K_{3c}=G_3\int n^3(r)\mathrm{d}r/N=G_3\langle n^2\rangle,$$

这里 G_3 为三体复合率.因此,要进行有效的蒸发冷却,弹性碰撞的弛豫率 K_e必须远大于非弹性碰撞的弛豫率,即满足

$$K_e\gg K_{bg},\quad K_e\gg K_{2c},\quad K_e\gg K_{3c},\tag{10.4.1}$$

式中 K_{bg}为与背景气体碰撞引起的弛豫率.这三个条件不仅要在蒸发冷却的开始阶段(刚从磁光阱转化为静磁阱)满足,而且在蒸发冷却的后期,也就是当相空间密度和密度变得更大,速度变得更小时,也应该满足;否则随着密度增大,非弹性碰撞带来的加热效应就不能避免,以至于不能达到蒸发冷却的效果.

但是,随着温度降低到接近零,偶极弛豫率趋近于一个常数,而弹性碰撞截面也趋近于常数.因此,好坏碰撞率之比

$$R=\frac{\sqrt{2}\,n\sigma\bar{v}}{nG_2}=\frac{\sqrt{2}\,\sigma\bar{v}}{G_2}.\tag{10.4.2}$$

它随着温度的降低而减小.当温度降低到使 $R=1$ 时,冷却就不再可能,这就决定了蒸发冷却的极限.由 $\bar{v}=(8k_BT/\pi m)^{1/2}$可得冷却极限温度 T_e:

$$k_BT_e=\frac{\pi mG_2^2}{16\sigma^2}.\tag{10.4.3}$$

对碱金属,这个值约为 1 nK 数量级,随着 σ 和 G_2 的不同而变化. Luiten 等人指出[8],在抛物面阱中,最低温度要比这个数值大三倍. 但实际上,G_2/σ 远大于 1,所以极限冷却温度常比 T_e要大 1000 倍左右.

三体复合是限制蒸发冷却的最后一个因素. 它是两个正在碰撞的原子和第三个原子一起碰撞,碰撞率为 n^2L(L 是一个与弹性碰撞截面有关的系数). 蒸发冷却要尽可能避开三体复合.

§10.5 实验技术

蒸发冷却的技术可分成几个步骤: 先对原子系统进行预冷却;然后把它们装载到原子阱;再实行蒸发冷却. 对碱金属原子,预冷却都采用激光冷却. 标准的方法是先在气室中把原子装载到磁光阱中;然后关闭磁场,在光学黏团中进行偏振梯度冷却,使原子气体的温度降到 100 μK 数量级或更低. 这里,一个重要的诀窍是采用暗磁光阱和暗偏振梯度冷却技术[13]. 这种技术使原子在一段时间内处于不吸收光的"暗"超精细能级上,从而可提升原子数和密度,使之分别达到 10^{10},10^{12}/cm^{3}数量级. 其他超冷原子技术(如相干布居数囚禁和拉曼冷却等)很少用,因为它们难以达到很高的原子密度.

原子阱多数采用静磁阱. 人们也提出过一些偶极光学阱的建议(例如试图用于凝聚铯原子[14]);在个别实验室还实现了用激光阱的 BEC[15]. 这些阱都是保守力阱,在这些阱中还可以利用激光冷却,进一步降低温度,提高原子密度.

提高阱中原子密度的一种有效方法是采用绝热压缩技术. 这种技术比较简单,就是通过改变磁场电流来增加磁场梯度或激光组态来压缩阱势范围. 这种方法不可能提高相空间密度,因为温度和密度同时提高了;但由于提高密度后弹性碰撞率增加,好坏碰撞率之比提高,对蒸发冷却很有好处. Davis 等人用此办法使弹性碰撞率提高了 20 倍[16]. 压缩的极限是不发生三体复合;当密度过大,三体复合率很高时,就要停止继续压缩了.

对碱金属原子所采用的蒸发冷却,主要是用射频场强迫蒸发的方法. 这种方法由 Pritchard 在 1989 年首先提出[17],被称为辐射蒸发法;其方法是用射频场使处在磁阱边上能量较高处的原子产生塞曼跃迁,使它们从磁场捕获态转变为非捕获态,从而逸出阱外. 由于这些原子带有较大的动能,它们跑掉后剩下的原子温度就降低了. 由于在静磁阱中捕获的往往是原子基态超精细结构能级中能量最高的能级,当这些原子到达磁阱边缘磁场最强处时,那里的塞曼跃迁频率 $\nu_Z=g\mu_B B/h$ 最高(g 为原子的 g 因子,B 为磁场强度). 它们跃迁到非束缚态,就会带走较高的能量,使系统温度降低. 这样,逐步降低 ν_Z,等效于在能量分布曲线的尾部逐步截取越来越低的能量. 此法称为射频切削法. 在此过程中,η 可近似不变,因温度下降,截断能量 $\epsilon_t=\eta k_B T$ 也下降,就可逐步降温. 这种辐射蒸发有三个优点: (1) 无需改变阱的状态,不影响原子的囚禁; (2) 原子逸出阱外的速率及逸出原子的能量可通过调节射频场功率、频率来控制; (3) 因为磁阱周边势能高,逸出原子处在原子团的外层,不致影响陷俘原子的状态.

在进行辐射蒸发的具体过程中,还要考虑并非只用一次跃迁就能把原子从磁场束缚态转变成逃逸态的情况. 图 10-10 表示 $F=2$ 的原子各塞曼子能级在抛物面磁场中能量随位置变化的情况. 由图可见,从最上部的一个趋向低场的束缚态过渡到趋向高场的逃逸态,至少要经过三次跃迁. 而原子在走过某一磁场值处停留的时间很有限,因此就要考虑跃迁速率的问题. 在实验中,需要精细调节射频场的功率,以得到最佳跃迁概率. 此外,还应注意,磁共振跃迁要求射频磁场的方向与陷俘的静磁场的方向垂直. 这在安置射频线圈时需要考虑.

此外,在蒸发冷却中,还要考虑到除了陷俘磁场外,实际上还存在着重力场,即对原子还有另一种势能的作用. 重力使原子团下

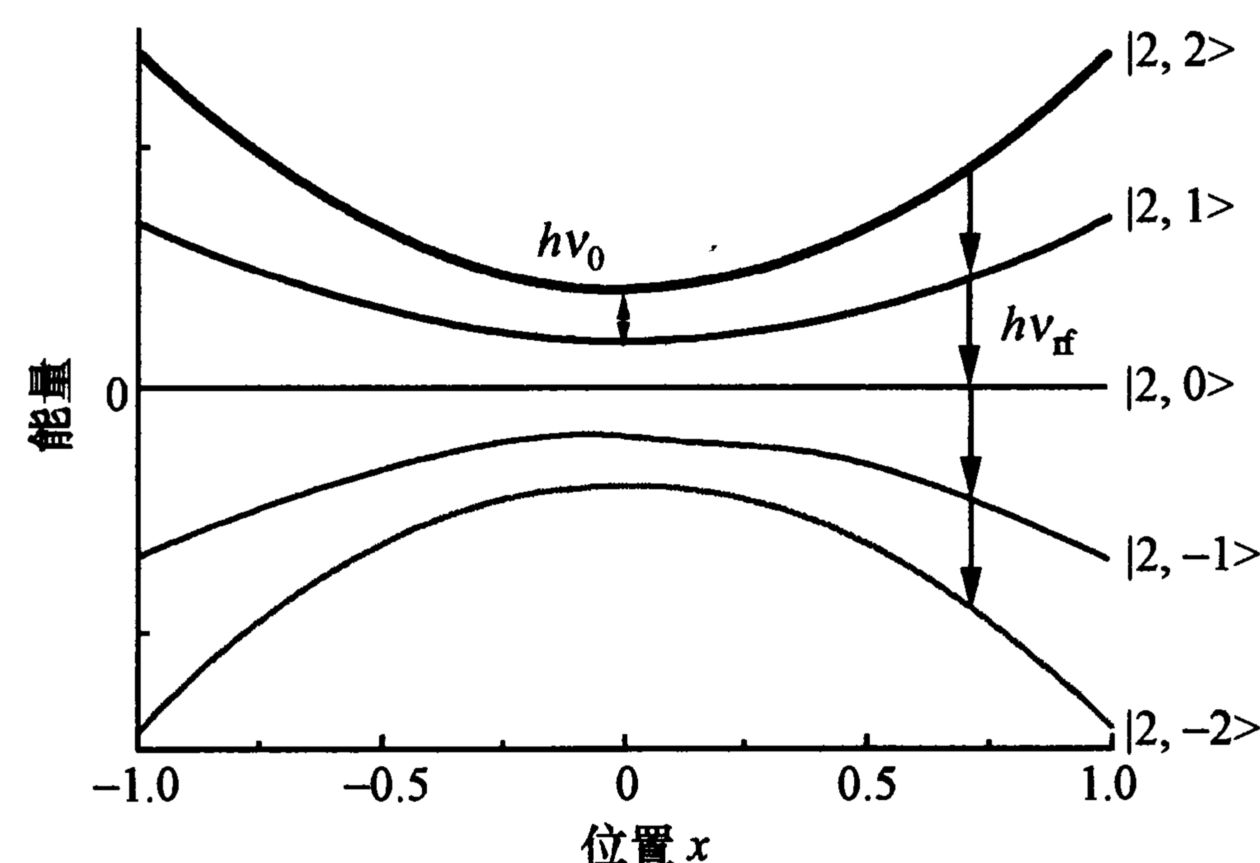


图 10-10　在四极型阱中 $F=2$ 原子的能级

坠,这会改变阱的合成等势面的组态,影响悬浮在阱中的原子的运动和原子团的形状.蒸发冷却是将原子团沿着等势面由外向内逐层削去原子,因此重力场对蒸发冷却有影响.这些问题不细述.

现在,静磁阱和辐射蒸发冷却技术几乎已成为实现 BEC 的标准技术,绝大多数 BEC 实验都使用了这些技术.表 10-4 列出了在最初三组成功实现 BEC 的实验中所用的蒸发冷却的参数,以示其效果.这些实验证明,用射频切削法抛掉高能原子比冷却它们更容易.

表 10-4　最初三组 BEC 实验所用蒸发冷却的结果*

实验小组	原子	$N/10^6$	$n/(10^{12}\cdot\mathrm{cm}^{-3})$	$T/\mu\mathrm{K}$	$\rho/10^{-6}$	η
Rice	^{7}Li	200	0.07	200	7	1.7
		0.1	1.4	0.4		
MIT	^{23}Na	1000	0.1	200	2	1.9
		0.7	150	2		
JILA	^{87}Rb	4	0.04	90	0.3	3.0
		0.02	3	0.17		

*:每个实验小组的数据中,第一行为起始数据,第二行为终止数据.

在北京大学小组的实验[18]中,装载到 QUIC 阱中的初始原子数为 8.4×10^7,相空间密度为 7×10^7,原子的弹性碰撞截面 $\sigma=4\pi a^2\approx4.0\times10^{-12}\,\mathrm{cm}^2$;初始装载到 QUIC 阱中的原子的弹性碰撞率 $K_e\approx24\,\mathrm{Hz}$,好坏碰撞数之比 $R=K_e/K_{bg}\approx1200$.蒸发冷却的起始频率选择需要满足逃逸蒸发的条件;实验中如何进行判断,将在 §11.2 中有详细的分析.

在原子装载到磁阱中后,用射频场驱动的蒸发冷却继续对冷原子进行降温.一般来说,根据式(10.2.50),为了保证在蒸发冷却过程中势阱的截断参量 η 近似不变,射频场的扫描曲线近似设置为负指数形式,即从 0 时刻开始,到 t 时刻射频信号的频率为

$$\nu_{RF}=(\nu_i-\nu_b)\mathrm{e}^{-t/t_0}+\nu_b, \tag{10.5.1}$$

t_0 为扫描的特征时间,其形式为

$$t_0=-t_s\Big/\lg\left(\frac{\nu_f-\nu_b}{\nu_i-\nu_b}\right), \tag{10.5.2}$$

其中 t_s 为射频信号扫描所需要的时间(即蒸发冷却时间);ν_i 为射频场扫描的起始频率,ν_f 为扫描的终止频率;ν_b为调节扫描频率函数形式的一个参数(可以在实验中适当选择).需要说明的是,扫描曲线特征时间 t_0 是由参量 ν_i,ν_f,ν_b和 t_s 决定的,只要选定这几个参量,扫描曲线的形状就最终决定了.在实验中,实际的蒸发冷却射频场频率扫描曲线并没有采用负指数的形式,而是采用多段线性扫描来大体上模拟负指数形式,这主要是由于计算机控制系统的 GPIB 通信总线的限制决定的.射频场扫描的起始频率选为 30 MHz,对应的磁阱深度和温度分别约为 21.4 G 和 1.4 mK.由于最终装载到 QUIC 磁阱的冷原子温度约为 200 μK,此时蒸发冷却截断参量为 $\eta\approx7$.经过 15 s 的时间,射频场的频率从 30 MHz 扫描到 1.1 MHz,对应的 QUIC 阱的中心偏置磁场为 1.55 G.

如果改变射频场的扫描方式,即由多段线性扫描变为单一的线性扫描,在蒸发的初期,就可以看到光学厚度增大,这标志着满足逃逸蒸发冷却的条件,相空间密度也在增大.到了蒸发冷却的后期,光学厚度不升反降;同时,相空间密度的增加也变得缓慢,直到停止增加;而阱中剩余的原子数在此期间也急剧下降,在相空间密

度达到 10^{-3}的水平时，所剩余的原子数已经少于 10^5，使蒸发冷却无法有效地继续进行. 这是因为在冷却的后期，射频场频率扫描曲线的斜率过大，使得冷却的截断参量 η 减少；最后导致 η 过小，将过多能量并不是很高的原子推出阱外，从而降低原子的空间密度，使弹性碰撞率下降，原子团来不及进行热弛豫，从而导致冷却终止.

§10.6 和应冷却

我们知道，蒸发冷却是实现 BEC 的一种非常有效的方法. 然而，并非所有原子都能用蒸发冷却来实现 BEC，如弹性碰撞截面很小的气体[19]、费米气体[20]等；也就是说，用这种方法来实现 BEC 需要一些基本的前提条件(如原子密度较高、原子数较大、弹性碰撞率较高[21]等)，只有很少一部分原子才能满足. 和应冷却(sympathetic cooling)提供了一种很好的解决办法.

假设在势阱中存在两种以上的原子(或同种原子的不同量子态[22])，其中一种可用激光冷却和蒸发冷却等方法直接冷却(称为缓冲原子)，另一种则不能直接通过蒸发冷却来实现 BEC，而是通过与缓冲气体的热接触来实现冷却(称为目标原子). 由于两种原子之间有碰撞(热接触)，目标原子可以通过与缓冲原子的热接触而间接冷却. 这就是和应冷却. 利用和应冷却，可以大大拓宽激光和蒸发冷却的应用范围，例如使两种不同的同位素同时冷却；又如使难以激光冷却的分子实现冷却，甚至还能冷却费米原子. 在低温下，费米子之间的弹性碰撞概率很小，但通过与玻色子的碰撞可以实现冷却，而且能得到简并的费米原子气体. 和应冷却首先是在离子阱中对镁离子实现的[23]，后来被推广到用来冷却与离子阱中直接冷却的离子相混合的原子体系[24]. Myatt 等人首先在中性原子体系中实现了和应冷却[22]. 他们是对两种处在基态超精细结构能级 $F=2, m_F=2$(记做 $|2,2\rangle$)和 $F=1, m_F=-1$(记做 $|1,-1\rangle$)的

^{87}Rb 原子进行冷却的. 直接冷却的是 $F=1, m_F=-1$ 原子；间接冷却的是处在 $F=2, m_F=2$ 能级上的原子. 用这种办法，他们同时实现了两种 BEC，研究了这种两相 BEC 之间的相互作用. 此外，用和应冷却方法还使钾原子气体实现了 BEC[25].

中性原子的和应冷却比离子要困难. 首先是因为离子间的强库仑作用使它们有较好的热接触；而中性原子之间的相互作用比较小，因而冷却效率较低. 其次，如果和应冷却在两种不同的自旋态之间进行，则由于自旋交换作用可能造成较大的损失或加热；若在两种不同的同位素之间进行，则光的同位素位移对中性原子要比离子小很多，难以进行激光选择冷却.

Myatt 等人的实验是这样进行的：在弱磁场中，铷原子的 $F=2$ 和 $F=1$ 态各塞曼子能级与磁场强度的关系如图 10-11(a)所示. 从图中能级曲线的斜率可知，$|2,2\rangle$能级有磁矩为 $\mu_2=\mu_B$，$|1,-1\rangle$能级的磁矩为 $\mu_1=\mu_B/2$；但相邻两塞曼能级间的间距则都是 $\Delta\mu|B|=\mu_B|B|/2$. 在给定射频场频率 ν 的情况下，蒸发的截断磁场强度为 $|B|=B_c=h\nu/\Delta\mu$，相应的截断能量为 $E_c=\mu(B_c-B_0)$(B_0为磁阱中心磁场值). 对$|2,2\rangle$能级，$\mu=\mu_2$；对$|1,-1\rangle$能级，$\mu=\mu_1$. 因此，在同样的射频场作用下，两种不同能级的原子截断磁场值相同，但截断能量不同，$|1,-1\rangle$态只有$|2,2\rangle$态的一半，如图

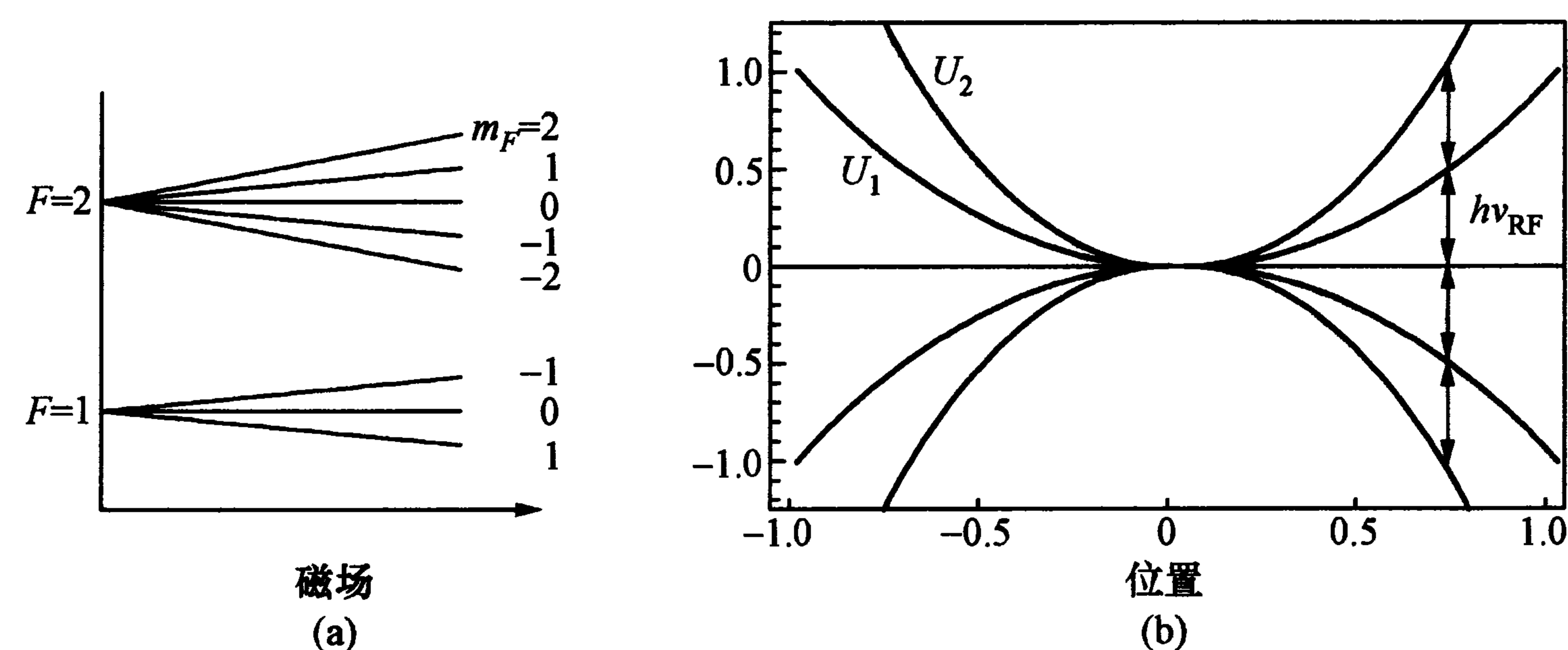


图 10-11 弱磁场下铷原子两基态超精细结构能级能量与磁场的关系(a)以及磁阱中两个态的势能曲线(b)

10-11(b)所示(U_1,U_2 分别表示$|1,-1\rangle$态和$|2,2\rangle$态的势能). 这样,$|1,-1\rangle$态的原子就容易被蒸发出去,造成该态原子的优势蒸发冷却. 但由于两种不同状态原子间的弹性碰撞,$|2,2\rangle$态的原子最终还是通过热接触而得到和应冷却,达到相同温度.

在实验过程中,他们通过间断使用反抽运光,使铷原子气体中两种状态的原子都能囚禁在磁光阱中. 开始时,$|1,-1\rangle$与$|2,2\rangle$态的原子数之比为 500 : 1. 然后进行蒸发冷却,达到 700 nK 的低温. 此时,由于$|1,-1\rangle$态的原子大量蒸发,两种状态的原子数比例也比较接近.

我们还可通过扩展 10.2.3 小节中 Luiten[7]所建的模型,对和应冷却作出定性的理论解释,并求得原子数和温度随时间的变化[8]. 这里只给出一些结果. 图 10-12 分别给出了和应冷却过程中缓冲原子和目标原子的原子数随时间的变化,其中以 ^{87}Rb 的$|1,-1\rangle$和$|2,2\rangle$态原子分别为缓冲原子和目标原子.

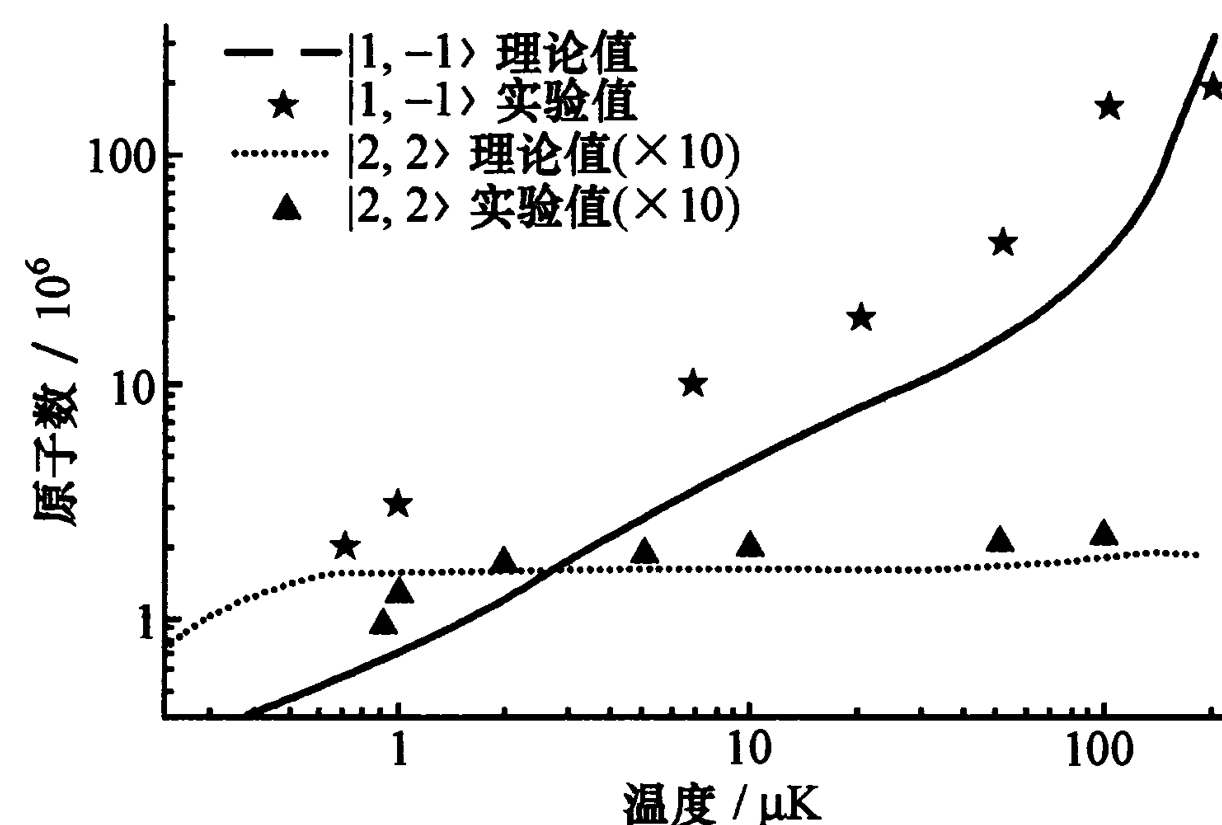


图 10-12 和应冷却过程中缓冲原子和目标原子的原子数随时间的变化

我们还可以在缓冲气体原子和目标原子质量之比不同的情况下,讨论相空间密度和温度随时间的变化关系. 如果缓冲气体和目标气体不是同一种原子,比如缓冲气体仍为铷原子的$|1,-1\rangle$态,而目标原子为钠原子的$|2,2\rangle$态,通过计算可以发现,在相同条件下,铷原子的冷却效率要比钠原子高. 这可从图 10-13 看出. 因此,如果目标原子和缓冲原子的质量相近,和应冷却的效率就会较高;也就是说,当我们想通过和应冷却方法来冷却不能直接蒸发冷却的某种原子(也就是我们所说的目标原子)时,应选择质量与其尽量接近的原子作为缓冲原子. 这样,和应冷却的效率就会更高.

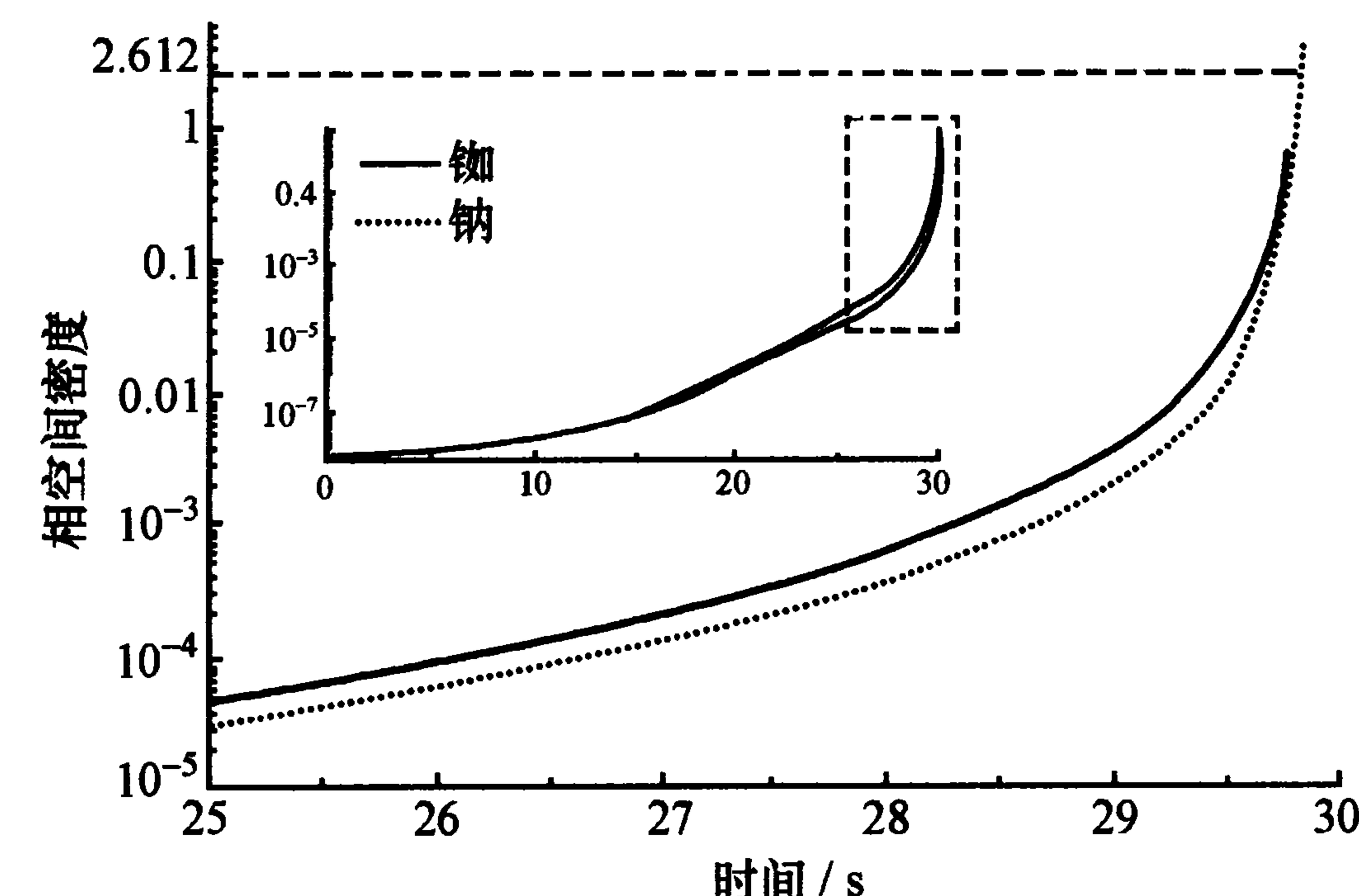


图 10-13 当目标原子分别为铷和钠时,相空间密度随时间的变化

参考文献

[1] Hess H F. Phys. Rev. B, 1996, 34: 3476.

[2] Masuhara N, Doyle J M, Sandberg J C, et al. Phys. Rev. Lett., 1988, 61: 935.

[3] Cohen-Tannoudji C N. 蒸发冷却导论. 王义遒, 译. 北京大学内部讲义.

[4] Metcalf H J, von der Straten P. Laser cooling and trapping. New York: Spinger, 1999.

[5] Davis K B, Mewes M-O, Ketterle W. Appl. Phys. B, 1995, 60: 155.

[6] Ketterle W, van Druten N J. Adv. At. Mol. Opt. Phys., 1996, 37, 181.

[7] Luiten O J, Reynolds M W, Walraven J T M. Phys. Rev. A,

1996，53：381.

[8] 孙亚亚. QUIC 阱中的玻色-爱因斯坦凝聚中蒸发冷却及相关实验研究. 北京：北京大学信息科学技术学院，2004.

[9] Huang W，Arimondo E，Foot C J. Phys. Rev. A，1997，56：560.

[10] Yamashita M，Koashi M，Mukai T，et al. Phys. Rev. A，1999，59：2243.

[11] Gardiner CW，Zoller P. Phys. Rev. A，1997，55：2902.

[12] Bagnato V，Pritchard D E，Kleppner D. Phys. Rev. A，1987，35：4354.

[13] Ketterle W，Davis K B，Joffe M A，et al. Phys. Rev. Lett.，1993，70：2253.

[14] Yin J P，Gao W J，Wang Y Q. // Xu Z Z，Xie S W，Zhu S Y，et al. ed. Frontiers of laser physics & quantum optics. Berlin：Springer，2000：467.

[15] Barrett M D，Sauer J A，Chapman M S. Phys. Rev. Lett.，2001，87：010404.

[16] Davis K B，Mewes M-O，Andrews M R，et al. Phys. Rev. Lett.，1995，75：3969.

[17] Pritchard D E，Helmerson K，Martin A G. //Haroche S. ed. Proc. atomic physics 11. Singapore：World Scientific，1989：179.

[18] Fried D G，Killian T C，Willmann L，et al. Phys. Rev. Lett.，1998，81：3811.

[19] Cornish S L，Claussen N R，Roberts J L，et al.，Phys. Rev. Lett.，2000，85：1795.

[20] DeMarco B，Jin D. Science，1999，285：1703.

[21] Myatt C J，Burt E A，Ghrist R W，et al. Phys. Rev. Lett.，1997，78：586.

[22] Drullinger R E，Wineland D J，Bergquist J C. Appl. Phys.，1980，22：365.

[23] Larson D J，Bergquist J C，Itano W M，et al. Phys. Rev. Lett.，1986，57：70.

[24] Modugno G，Ferrari G，Roati G，et al. Science，2001，294：1320.

第十一章 稀薄气体中玻色-爱因斯坦凝聚的实现

§11.1 BEC 及其研究简史

有了前面的准备知识，本章我们就可以来探讨稀薄气体中玻色-爱因斯坦凝聚的实现了. 玻色-爱因斯坦凝聚(BEC)是爱因斯坦(1925)所预见到的一种由玻色子(自旋角动量量子数为整数的粒子)组成的粒子体系在低温下聚集到动量空间最低能态的现象[1]. 此前，年轻的印度科学家玻色用一种不同于经典统计方法的光子统计法推导出了普朗克黑体辐射公式. 这在当时是一件大事，因为用经典统计方法推导普朗克公式遇到极大的困难，成为当时物理学的一大难题. 玻色把论文寄给爱因斯坦，爱因斯坦敏锐地把这种方法推广到具有质量的、分立能级的粒子体系，得到了后来称为玻色-爱因斯坦分布的玻色子的能量统计分布规律[2]：

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{\mathrm{e}^{(\varepsilon-\mu)/k_B T} - 1}, \tag{11.1.1}$$

式中 μ 是化学势. 对光子，$\mu=0$，上式就是普朗克分布；对任意能量 ε，总有 $\mu<\varepsilon$；对理想气体，$\mu<0$. 在高温下，这个分布就转变为麦克斯韦-玻尔兹曼分布，如式(10.2.25)的指数项所示.

根据式(11.1.1)的分布，可得到由理想玻色子组成的量子体系的总粒子数[3~5]

$$N = N_0(T) + \int_0^\infty f(\varepsilon)\rho(\varepsilon)\mathrm{d}\varepsilon, \tag{11.1.2}$$

式中 $\rho(\varepsilon)$为态密度函数，如式(10.2.1)所示，但这里 $U=0$，故

$$\rho(\varepsilon) = 2\pi V\,(2m)^{3/2}\varepsilon^{1/2}/h^3,$$

V 是气体体积，N_0 为动能为零的基态的粒子数，在高温下这一项可忽略. 随着温度的降低，化学势 μ 增大，最终可达到 $\mu=0$. 我们可把式(11.1.2)改写成

$$N = N_0(T) + \frac{V}{\Lambda^3} g_{3/2}(z), \tag{11.1.3}$$

式中 $\Lambda = h/(2\pi m k_B T)^{1/2}$ 是热德布罗意波长，而

$$g_n(x) = \frac{1}{\Gamma(n)} \int_0^\infty \frac{x^{n-1}\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x/z - 1} \quad (0 \leqslant z \leqslant 1) \tag{11.1.4}$$

称为玻色函数，$z = \exp(\mu/k_B T)$ 为气体的逸度. 当温度降低时，$\mu \to 0$，$z \to 1$，$g_{3/2}(1) = 2.612$. 这时，进一步降低温度，增加密度，气体中原子数的增加只能来自式(11.1.3)等号右边的第一项(即动能基态项). 这就是 BEC. 因此，形成 BEC 的条件可写成无量纲的相空间密度

$$\rho_{ps} = n\Lambda^3 = \frac{N}{V}\Lambda^3 \geqslant 2.612. \tag{11.1.5}$$

由此，可得到形成 BEC 的条件分别是

$$T_c = \frac{h^2}{2\pi m k_B}\left(\frac{n}{2.612}\right)^{2/3}, \tag{11.1.6}$$

$$n_c = 2.612\left(\frac{2\pi m k_B T}{h^2}\right)^{3/2}, \tag{11.1.7}$$

这里 T_c 和 n_c 分别被称为转变温度和临界密度. 对碱金属原子气体，T_c 一般为几十到数百纳开(nK)数量级，n_c 为 $10^{11} \sim 10^{12}$ 数量级. 当温度低于转变温度时，有大量原子聚集于动能基态. 由式(11.1.3)和(11.1.6)，(11.1.7)可得，此时凝聚基态的原子数与总原子数之比为

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \frac{2.612V}{\Lambda^3 N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^{3/2}. \tag{11.1.8}$$

上述条件是在自由空间中得到的；而实际上，BEC 是在原子阱中形成的. 根据势阱的不同，式(11.1.3)～(11.1.8)都要作一些修改. 一般地，式(11.1.8)可写为[4,5]

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^{\alpha}. \tag{11.1.9}$$

表 11-1 列出在不同势阱的陷俘势能 U(式(10.2.14))下转变温度与式(11.1.9)中指数 α 的变化[5]. 由表可见，实现 BEC 的转变温度随势阱不同而变. 阱越强，越容易得到 BEC；但不管阱的形式如何，只要满足条件(11.1.5)，就会出现 BEC. 这个条件说明，当形成 BEC 时，在原子热德布罗意波长的体积范围内大约只有一个原子，即原子的物质波波长大于原子间距. 整个原子体系成为一个整体，物质波互相覆盖，可用统一的波函数描述. 这是 BEC 最主要的特征. 图 11-1 形象地描绘出不同温度下原子的波动性表现. 由于阱中各处势能不同，开始时只有阱底的原子密度才满足产生 BEC 的条件，阱的作用是使原子集中到这个密度处. 在转变温度以下，随着温度降低，BEC 的成分按式(11.1.5)增加. 对抛物面型谐振势阱，$\alpha=3$. 图 11-2 显示了理论曲线与在谐振势阱中得到的铷原子 BEC 实际情况的比较[6]，两者符合较好.

表 11-1　BEC 参数与势阱囚禁势 U 的关系

	U	T_c	α
一维线性阱	$U(z)=\begin{cases}\varepsilon_3(z/a) & (z>0),\\ \infty & (z<0)\end{cases}$	$\left[\frac{h^3N}{1.4Sk_B^{5/2}(2\pi m)^{3/2}}\right]^{2/5}\left[\frac{\varepsilon_3}{a}\right]^{2/5}$ *	$\frac{5}{2}$
一维抛物线阱	$U(z)=\varepsilon_3\left(\frac{z}{a}\right)^2$	$\left[\frac{h^3N}{\sqrt{2}\,Sk_B^2\pi^4m^{3/2}}\right]^{2/5}\left[\frac{\varepsilon_3}{a^2}\right]^{1/4}$ *	2
二维抛物面阱	$U(z)=\varepsilon_1\left(\frac{r}{a}\right)^2$	$\left[\frac{h^3N}{1.202\pi^3k_B^3(2m)^{3/2}}\right]^{1/3}\left[\frac{\varepsilon_1}{a^2}\right]^{1/2}$	3
三维抛物面阱	$U(z,\rho)=\varepsilon_1\left(\frac{z}{a}\right)^2+\varepsilon_2\left(\frac{\rho}{b}\right)^2$	$\left[\frac{h^3N}{1.202\pi^3k_B^3(2m)^{3/2}}\right]^{1/3}\left[\frac{\varepsilon_1}{a^2}\right]^{1/6}\left[\frac{\varepsilon_2}{b^2}\right]^{1/3}$	3
三维盒子	—	$\left[\frac{h^3N}{2.612k_B^{3/2}(2\pi m)^{3/2}V}\right]^{2/3}$	$\frac{3}{2}$

*：S 为面积.

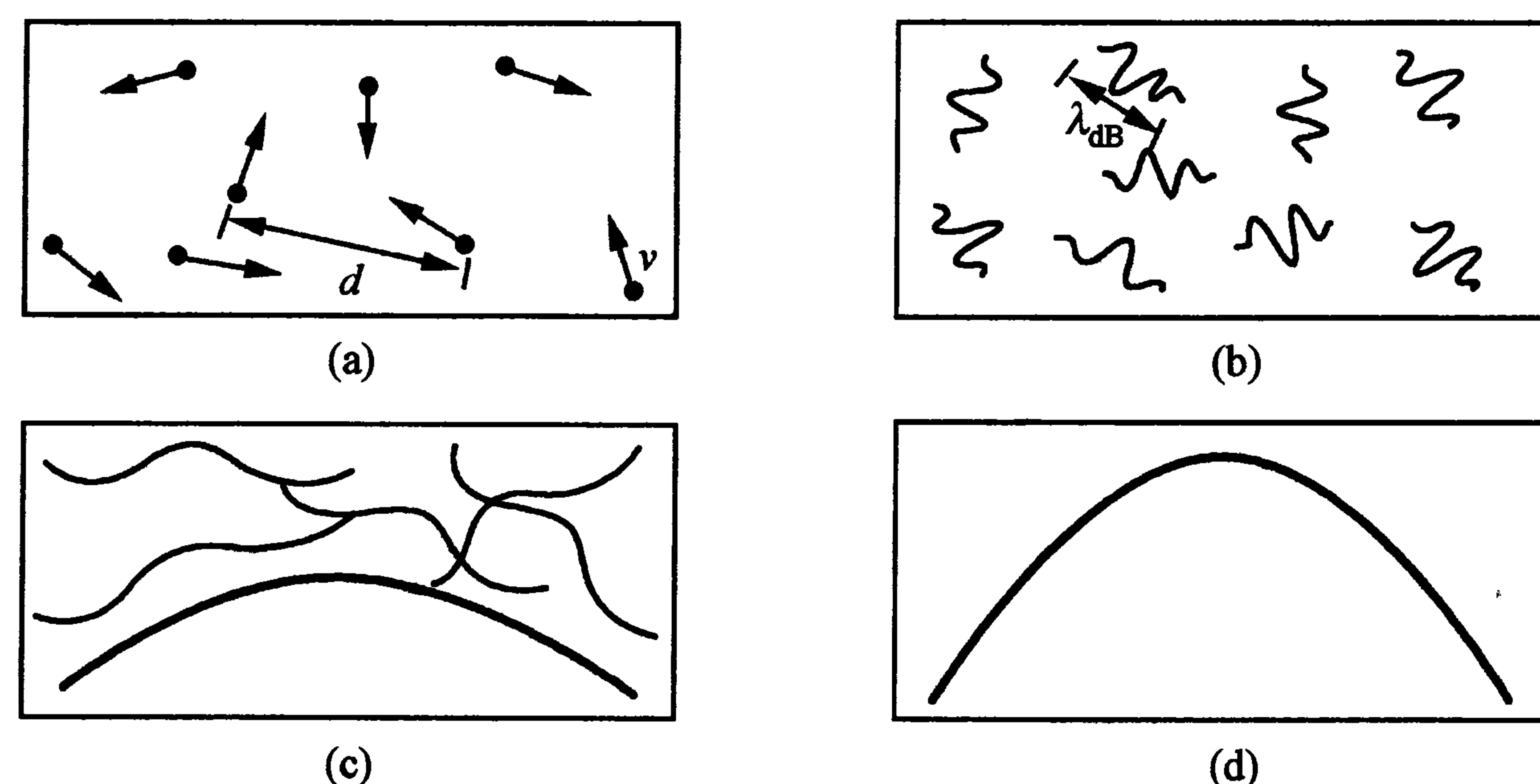


图 11-1　实现 BEC 的判据：原子的粒子性与波动性随温度变化[30]
(a) 高温 T：热速度为 v，密度为 d^{-3}——"台球"；(b) 低温 T：德布罗意波长 $\lambda_{dB}=h/mv\alpha T^{-1/2}$——"波包"；(c) 临界温度 T(BEC)：$\lambda_{dB}=d$——"物质波重叠"；(d) $T=0$：纯玻色子凝聚——"巨物质波".

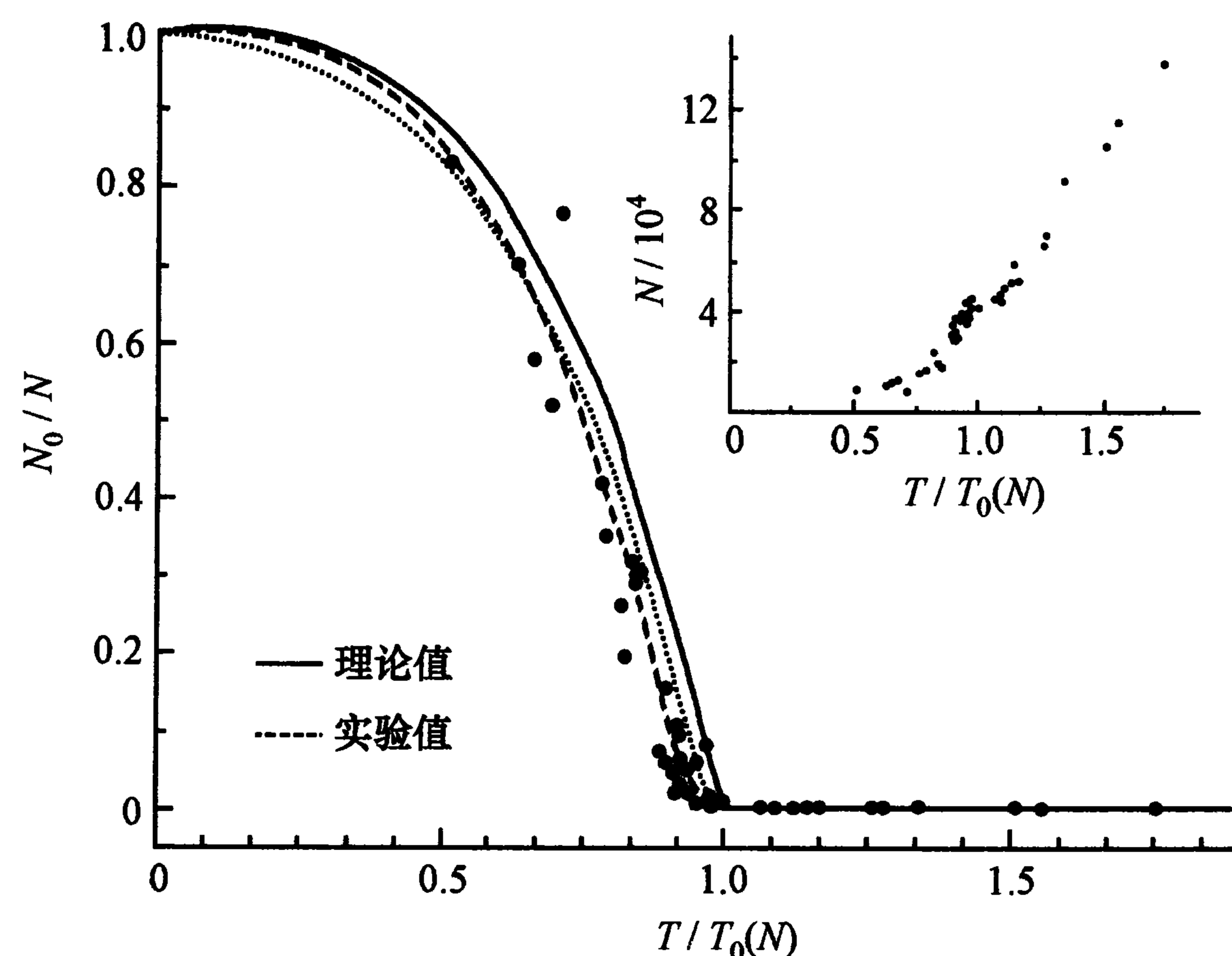


图 11-2　转变温度以下原子体系中凝聚态成分的增长
内插图为总原子数 N 随温度 T 变化.

以上是理想气体的情况.实际气体有微弱的相互作用，可用平均场近似来考虑两个原子间的相互作用.这时，阱中原子的哈密顿

量 H 中出现了与原子的局部密度 $n(r)$ 成正比的一项[5]：

$$H(p,r)=p^2/2m+U(r)+\gamma n(r),\qquad(11.1.10)$$

式中 γ 为相互作用常数.在低温下，只有 s 波散射才在原子相互作用中有重要贡献，γ 只与一个散射长度参量 a 有关.这时，原子间相互作用势可写成 $V_0=4\pi\hbar^2a/m$，则有

$$\gamma=2\pi\hbar^2a/m.\qquad(11.1.11)$$

a 可正可负：当 $a>0$ 时，为排斥；当 $a<0$ 时，为吸引.BEC 一般形成于排斥势，因为吸引势会使原子结合成分子或凝结成液体，使 BEC 坍塌，只在特殊情况下可形成 BEC(如锂原子；见后).考虑原子间相互作用后，形成 BEC 的转变温度等参量都有一些变化，但差值不很大(仅为百分之几)，随势阱不同而异.

在平均场近似下，考虑到原子之间的相互作用，对于纯的 BEC 中的原子运动可用 Gross-Pitaevskii(GP)方程来描述，它可写为[7]

$$\left[\frac{\hbar^2}{2m}\nabla_r^2+U(r)+\frac{4\pi\hbar^2aN}{m}|\Psi(r)|^2\right]\Psi(r)=E_N\Psi(r),\qquad(11.1.12)$$

这里 $\Psi(r)$ 描述由 N 个原子组成的凝聚体系中原子的波函数.BEC 中的原子都用这个统一的波函数来描述.这意味着 BEC 是一种宏观量子态，是物质的一种新的特殊的状态.式(11.1.12)是一个非线性方程，其中 $|\Psi(r)|^2$ 代表原子密度，这一项反映相互作用.讨论 BEC 基态理论的文献差不多都是从这个方程出发的.下面根据 GP 方程对谐振子阱中 BEC 基态的一些特征量进行说明：

对于一维谐振子势阱，当不考虑原子间相互作用时，由不确定关系可以得到系统的能量

$$E_i=\frac{m\omega_0^2R^2}{2}+\frac{\hbar^2}{2mR^2},\qquad(11.1.13)$$

这里 R 是原子团的大小.当 R 较小的时候，动能占优势，$E_i\propto R^{-2}$；而当 R 较大时，上式等号右边第一项(势能项)占优势，能量主要

由 R^2 决定.当两者平衡的情况下,得到原子团的特征长度

$$a_{osc} = R = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega_0}}. \qquad (11.1.14)$$

这是在不考虑原子相互作用下由量子力学所决定的谐振子势阱中 BEC 的特征长度.

现在进一步考虑原子间的相互作用,设原子密度为 N/R^3.当原子间的相互作用势为排斥势($a>0$)时,方程(11.1.13)等号右边将附加一个 R^{-3}的能量项,使总能量向更大的 R 值移动.此时,原子团的大小 $R \propto a_{osc}(Na/a_{osc})^{1/5}$.$Na/a_{osc}$可看做是表征原子间相互作用强度的一个无量纲量(一般远大于 1).实验中,$|a| \approx 10$ nm,$a_{osc} \approx 1$ μm,$N=10^4 \sim 10^6$,$R/a_{osc} \approx 2.5 \sim 6$.当原子间的相互作用为吸引势($a<0$)时,在方程(11.1.13)等号右边将附加一个 $-R^{-3}$能量项.当粒子数比较小时,原子间相互作用势低于阱中能级间隔,原子间相互作用可被气体动能抵消,形成亚稳态 BEC.对于粒子数较大的情况,在 $a_{osc}/|a|=1$ 时存在一个临界值 N_c;也就是说,对吸引相互作用的原子,凝聚体存在临界值,超过这个原子数,凝聚体就会坍塌[4,8].例如对于锂原子,$a=-27.6a_0=-27.6 \times 0.0529$ nm $=1.46$ nm,在 $\omega_0=100$ Hz 的情况下,$N_c \approx 10^3$.

对于三维的情况,利用变分法,可以求得 BEC 的波函数

$$\psi(r) = \frac{\sqrt{N}}{\pi^{3/4}\,(b_1 b_2 b_3)^{1/2}} \left(\frac{Na}{\bar{a}}\right)^{2/5} \hbar\bar{\omega}, \qquad (11.1.15)$$

这里原子团的特征长度、阱的频率和原子团的大小分别为

$$\bar{a} = \left(\frac{\hbar}{m\bar{\omega}}\right)^{1/2}, \quad \bar{\omega} = (\omega_1\omega_2\omega_3)^{1/3}, \quad b_i = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/10} \left(\frac{Na}{\bar{a}}\right)^{1/5} \frac{\bar{\omega}}{\omega_i}\bar{a}.$$

此外,一般情况下还可通过托马斯-费米近似(即忽略动能项),求得原子的化学势与阱的频率之间的关系:

$$\mu = \frac{15^{2/5}}{2} \left(\frac{Na}{\bar{a}}\right)^{2/5} \hbar\bar{\omega}, \qquad (11.1.16)$$

由此可得到 BEC 的一些性质.

BEC 实际上是存在于自然界的一种普遍物理现象,在气体、液体、固体中,在核物理、高能物理和天体物理研究中,都会涉及这个问题.但是,实验研究在相当长的时间里进展迟缓,主要是因为所研究的体系都是液体和固体,粒子间存在很强的相互作用,掩盖了 BEC 的一些真实特性.例如,最早认为液态氦中的超流现象和金属中的超导现象是 BEC 的表现[9],但由于粒子间相互作用太强,难以作为纯粹 BEC 现象透彻研究.半导体中激子的行为也有 BEC 的表现,这里虽然相互作用较弱却难以理解.自旋极化的氢原子是一个比较理想的体系,但实验上成功观察到这个体系中的 BEC,已是激光致冷碱金属气体实现 BEC 以后的事情了[10].

1995 年,JILA,Rice 大学和 MIT 小组先后分别对铷、锂和钠原子实现了稀薄气体中的 BEC,依靠的都是激光陷俘与冷却原子技术、静磁阱和蒸发冷却技术.此后,碱金属稀薄气体中 BEC 的研究成为热点,并带动了整个 BEC 研究的新潮流.到目前为止,除了上述三种原子以外,氢、钾、铯等元素也观察到了 BEC,全世界已有 40 余家实验室实现了 BEC[11].我国上海光机所[11]、北京大学[12]和武汉物理与数学所等也先后实现了铷的 BEC;此外,山西大学等也在开展这方面的工作.

§11.2　碱金属稀薄气体中实现 BEC 的实验综述

为了实现 BEC,首先要把原子气体的相空间密度 ρ 提高到 2.612.常温下,对一般气体,$\rho \approx 10^{-8} \sim 10^{-6}$;而碱金属蒸汽因气压低,则为 10^{-13}数量级.当温度降低到 μK 数量级,ρ 可提高 $10^{12} \sim 10^{15}$数量级;但由于降温过程中一般原子密度也在下降,要把 ρ 提高,达到 1 的数量级是不容易的.通常的办法是先用磁光阱在室温下捕获冷原子,再用光学黏团使之冷却到几十至几百微开(μK)数量级;然后把冷原子团装载到静磁阱中,利用蒸发冷却方法把气体进一步冷至 100 nK 数量级,达到 BEC 转变温度.在这一过程中,

通常还采用绝热压缩技术来提高原子密度.当温度足够低,原子密度达到临界值时,就有 BEC 出现.一般采用近共振光探测吸收成像法(简称吸收成像法)来检测阱中原子数的空间分布并探测 BEC.这是破坏性的探测,所以在每一步实验中都要重复上述从磁光阱捕获到激光冷却及蒸发冷却的步骤,取得超冷原子.后来则多用色散成像法就地检测.具体实验装置及探测技术各有不同,本节将主要叙述首先实现 BEC 的几家实验室的做法,适当补充后来的改进.

Cornell 和 Wieman 所在的 JILA 小组利用玻璃气室做成的磁光阱首先把铷原子捕获并冷却到约几百纳开.具体步骤如下[13]:(1) 用暗磁光阱[14]从室温下约 10^{-11} Torr 的铷蒸汽中捕获铷原子,得到的原子数约为 10^7.此过程占 300 s.(2) 调节磁场梯度和激光频率,使原子团迅速压缩并冷却到 20 μK.(3) 加一小的偏置磁场以确定原子的量子化轴,再用一圆偏振脉冲激光把原子抽运到 $F=2, m_F=2$ 的态.这是在磁阱中具有最大陷俘力的自旋态.(4) 去掉激光,只剩下一个四极磁阱;再加一小的横向旋转磁场,以形成时间旋转势(TOP)阱(见 § 9.2)[15],旋转频率为 7.5 kHz,时间为 1 ms.(5) 迅速提高四极磁场值进行绝热压缩,使弹性碰撞率提高 5 倍.此时得到的原子数约为 4×10^6,温度为 90 μK.所用 TOP 阱为谐振势阱,轴向、径向振荡频率分别约为 120,42 Hz.原子团平均密度为 $2\times10^{10}/\text{cm}^3$,弹性碰撞率约为 3 /s,比损耗率大 200 倍.此后,在 70 s 内进行蒸发冷却.在此过程中,用射频切削法逐步降低阱深,同时也降低 TOP 横向场的场强.实验中射频频率从 4.7 MHz 逐步降到 4.06 MHz.每降一次频率,用 $F=2\rightarrow F'=3$ 共振光和 CCD 相机作一次吸收成像,测量原子团的空间分布.每次测量需 2 s 时间,以使原子团达到平衡.这实际上就是飞行时间法测量.由于原子的扩散运动,空间分布即代表速度分布.图 11-3(a)表示在不断减低射频频率的情况下原子团的空间分布.在频率降到 4.25 MHz 以下时,原子团中心部分开始冒出强的尖峰,表示

BEC 形成;此时原子密度约 $2.6\times10^{12}/\text{cm}^3$.此后,随着射频频率降低,中央峰越来越纯尖锐,这意味着 BEC 越来越纯.当射频频率低于 4.1 MHz 后,中心峰值降低,表示"射频刀"已"切削"到 BEC 本身了.当频率为 4.71,4.25,4.06 MHz 时,相应的温度分别为 1.6 μK,170 nK,20 nK.此时,原子密度也降低到 $10^{11}/\text{cm}^3$ 数量级.BEC 在实验上戏剧性的漂亮表现使科研人员非常兴奋和激动,正像 Kleppner 所说,BEC 不是"隐藏在数据堆里需要煞费苦心寻找的线索",而更像是"从海上冒出的维纳斯"[108].

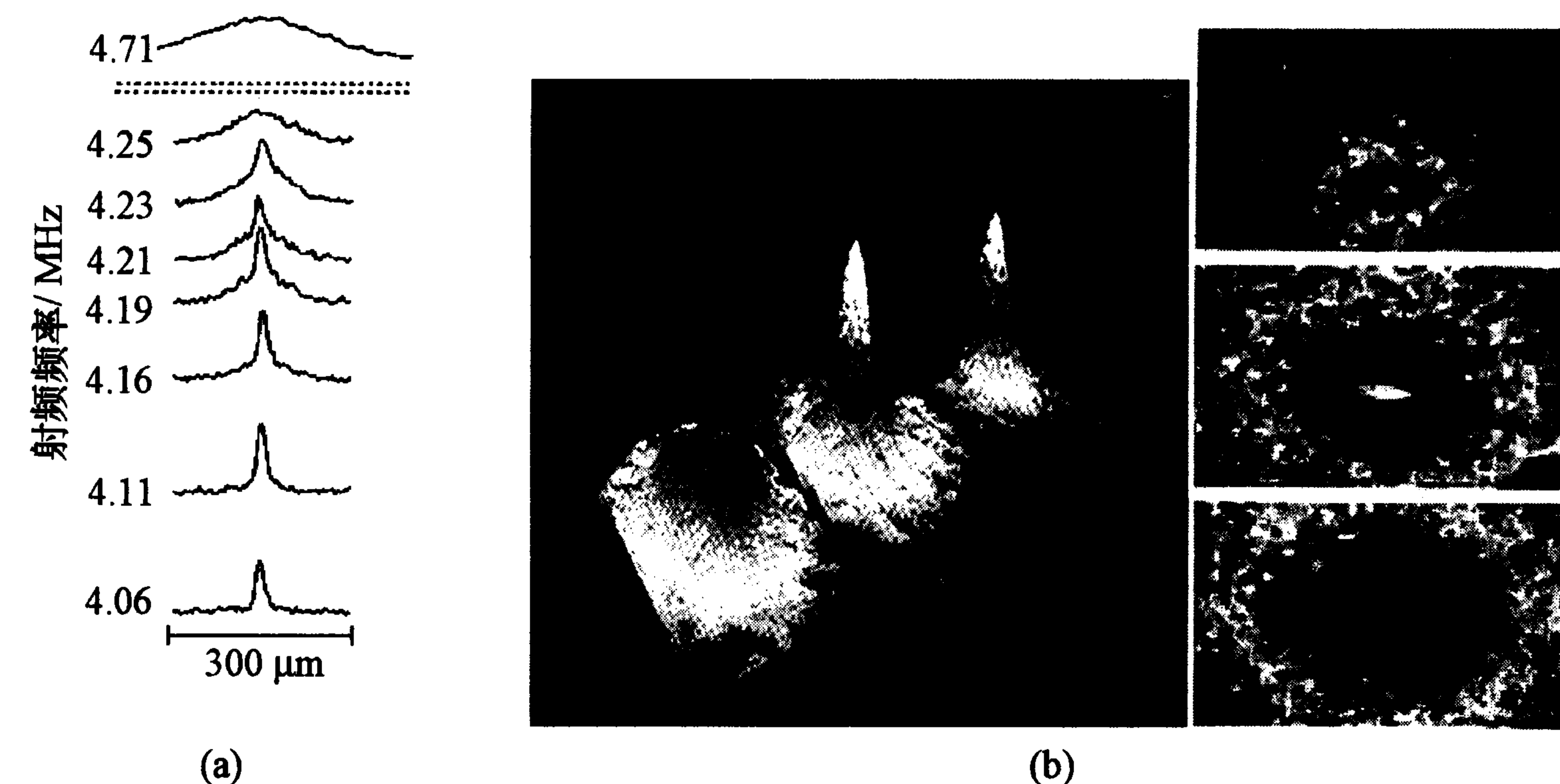


图 11-3 BEC 的形成

(a) 原子团空间分布随着射频切削频率降低的变化;(b) CCD 成像及其三维像.

MIT 小组则对钠原子进行了实验[16,17].他们所用的磁阱有更强的捕获与约束能力.与 JILA 小组用 TOP 来避免阱中心原子因马约拉纳跃迁而漏失不同,他们采用光塞来堵住漏洞.光塞是远离共振的蓝失谐高斯光束,沿着四极阱 y 方向照射阱中心,由于偶极力作用使原子推斥出阱中心.图 11-4 显示由四极阱、光塞和蒸发冷却的射频场合成的阱中势能曲线.中心附近的势能呈谐振势,三个方向的谐振频率分别为

$$\omega_y^2=\frac{\mu' B'}{2mx_0},\quad \omega_x^2=\omega_y^2[4x_0^2/w_0^2-1],\quad \omega_z^2=3\omega_y^2, \qquad (11.2.1)$$

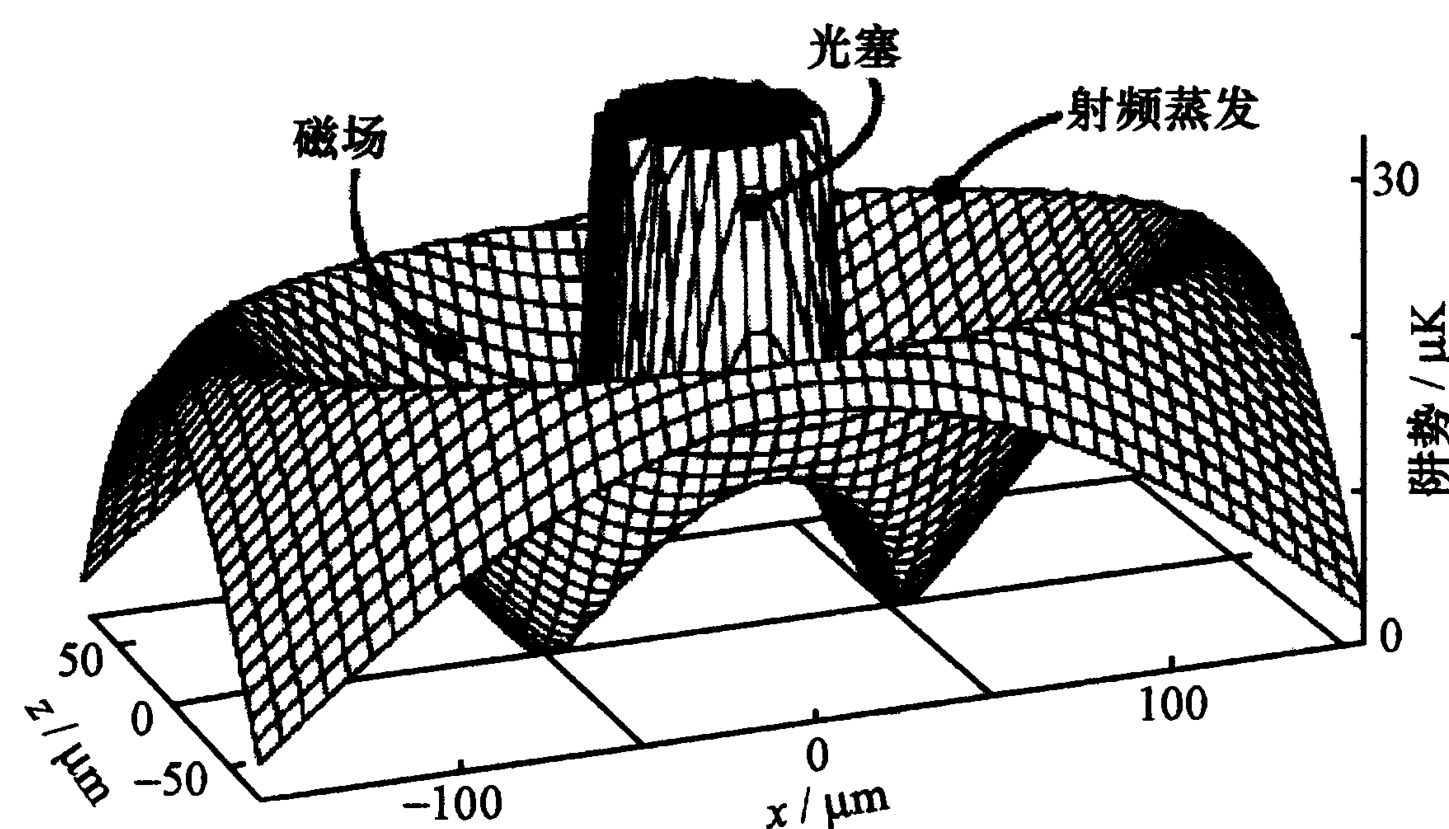


图 11-4　由光塞、四极阱和射频蒸发合成阱势

这里 $B'=180\,\mathrm{G/cm}$ 是轴向磁场梯度，$x_0=50\,\mu\mathrm{m}$ 是沿 x 方向从中心到势能极小点的距离，$w_0=30\,\mu\mathrm{m}$ 是光塞的腰. y,z,x 方向的谐振频率分别为 235，410，745 Hz. 蒸发冷却前，先关闭磁场，用暗偏振梯度冷却到约 100 μK；然后在磁阱中用射频切削，频率从 30 MHz 开始扫描，直到约 1 MHz，磁场梯度则从 550 G/cm（以加强初始弹性碰撞率）降至 180 G/cm（避免高密度引起的非弹性碰撞）. 囚禁态为 $F=1, m_F=-1$ 态. 吸收成像法检测则用 $F=2$ 态，因此从陷俘致冷到检测要用激光把原子从 $F=1$ 态抽运到 $F=2$ 态. 当射频频率降至 0.7 MHz 时，开始出现 BEC，此时温度为 2 μK，原子密度为 $1.5\times10^{14}/\mathrm{cm}^3$. 进一步降低射频频率，可得到图 11-5 所示的景象. 凝聚体寿命为 1 s，受三体碰撞所限制.

以后不少研究小组重复了铷和钠原子的 BEC 实验，在装置和技术上的主要改进是：(1) 用特殊的磁阱以避免阱中心零场引起的自旋取向反转，这些阱的形式有四叶草阱[18]、垒球线阱[18]、Ioffe-Pritchard 阱[19]、QUIC 阱[20]等；(2) 用双磁光阱分别进行冷原子捕获冷却与蒸发冷却[21]. 这种方法的优点是可以使较多的原子囚禁在低气压的阱中；一般是上、下两个磁光阱，中间用细长的管子连接以分开两个真空度不同的气室，上磁光阱的真空度约为 10^{-9} Torr 数量级，下磁光阱则为 10^{-11} Torr 数量级.

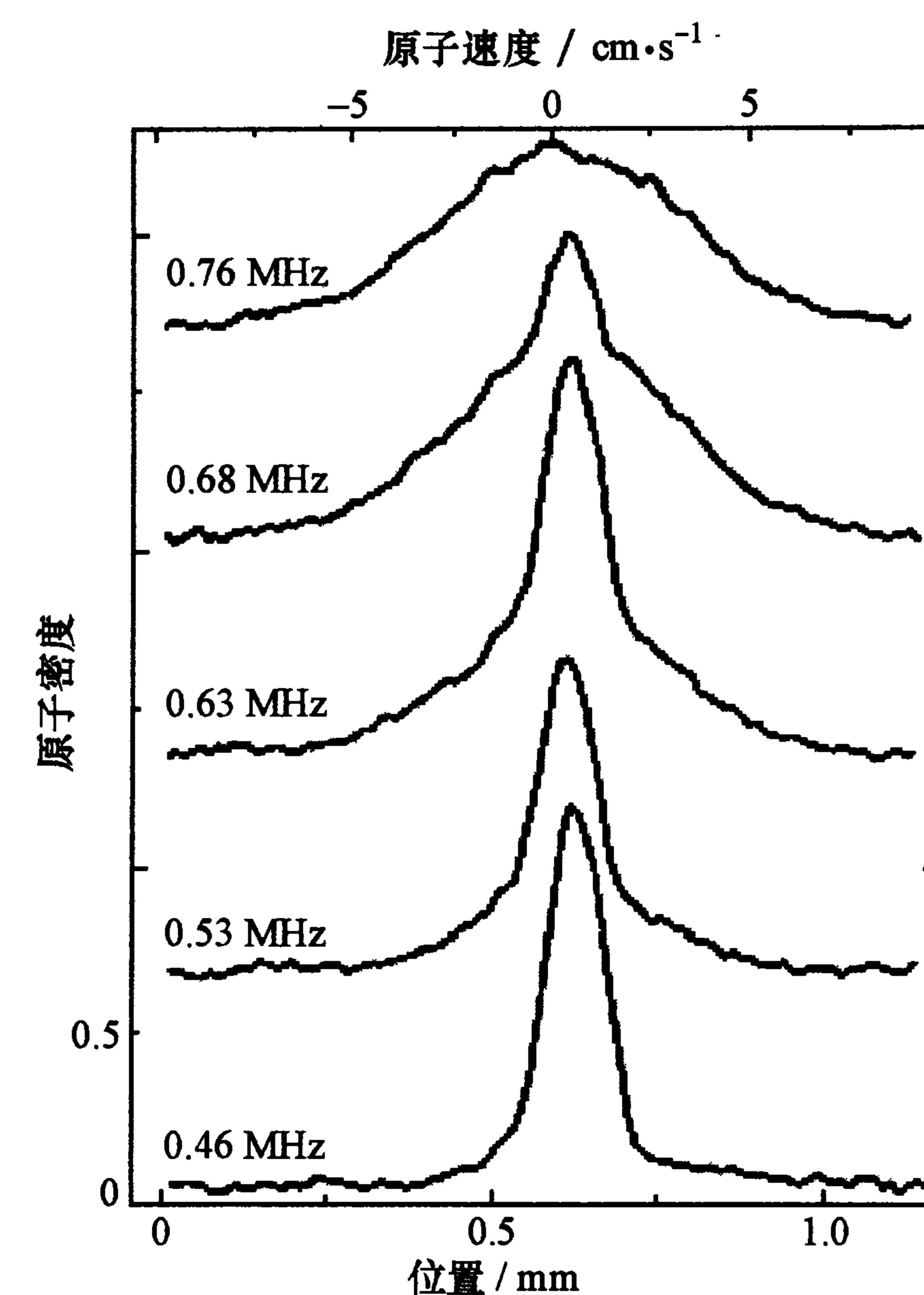


图 11-5　MIT 小组的钠原子 BEC 的形成

这里，我们着重叙述几个例子：MIT 小组的四叶草阱实验[18]，JILA 小组的垒球线阱和双磁光阱实验[21,21]，欧洲第一个 BEC 实验[23]，Hänsch 小组的 QUIC 阱[24]和微阱实验[25]. 他们的共同之处是都不用旋转磁场（TOP 阱）或光塞等方案来避免磁阱中心零场的影响.

MIT 小组的四叶草阱共有 12 个线圈（如图 9-6 所示）. 一方面，调节线圈电流，可以独立调节势阱的三个重要参量，即轴向偏置场、轴向场曲率和径向场梯度；调节 x,y,z 方向的偏置场，可使阱的光中心和磁场中心重合. 另一方面，在 Oxy 平面允许全角度通光，便于实验进行. 这一点比 Ioffe-Pritchard 阱好. 此阱约束紧密，用蒸发冷却得到了 5×10^6 个 BEC 原子，比原来用光塞实验多一个数量级.

JILA 小组的垒球线阱和双磁光阱装置的结构如图 11-6 所

示[26]. 这是一个上、下双磁光阱系统，其中下磁光阱用玻璃真空室，垒球线阱的线圈由三个绕组组成. 上磁光阱的铷蒸汽压为 2×10^{-9} Torr，下磁光阱气压低于 10^{-11} Torr. 两者中间用长 40 cm、直径为 1 cm 的细管连接. 磁光阱囚禁的铷原子可为 $|2,2\rangle$ 态或 $|1,-1\rangle$ 态，随所用激光而定. 上磁光阱在 1 s 内捕获约 10^7 个原子，然后用推斥光把原子团推向下磁光阱. 这样重复上百次，使下磁光阱积累到约 10^9 个原子；随即增加磁光阱的磁场梯度使原子团压缩，并撤去磁场，打开约 1 G 的偏置磁场，再进行光抽运使原子集中到上述两态之一. 然后把垒球线磁场电流加足(200 A)，而亥姆霍兹线圈电流则在 2 s 内逐渐加大，使偏置场降低到 1 G，而原子团则继续压缩，温度升高到约 250 μK，于是进行蒸发冷却，并用 CCD 成像进行 BEC 探测. 如上所述，Myatt 等人用和应冷却方法使 $|2,2\rangle$ 和 $|1,-1\rangle$ 态都形成了 BEC，从而实现双 BEC 的重叠.

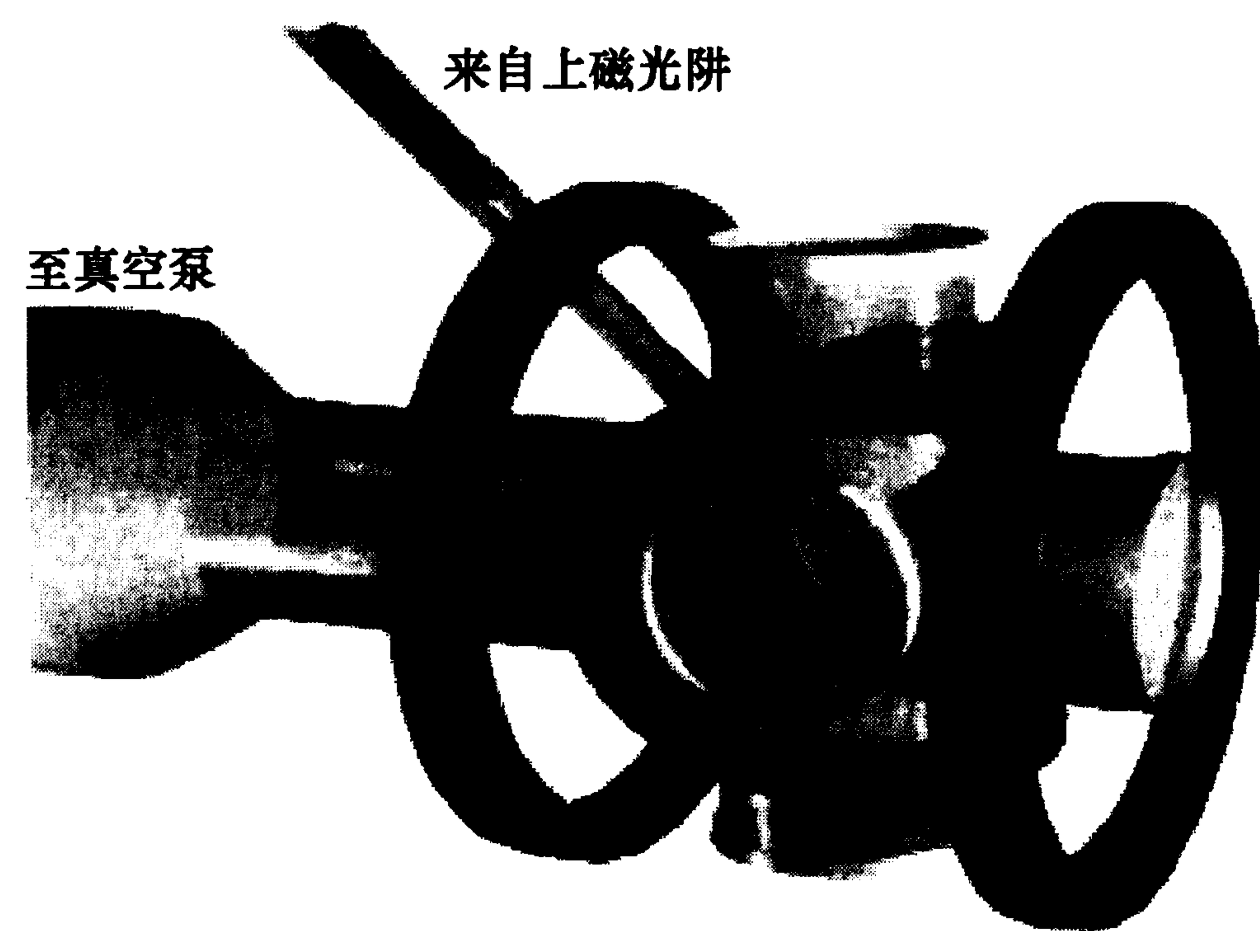


图 11-6　JILA 小组的垒球线阱和双磁光阱 BEC 装置

从上述 1995 年的工作以后，差不多有两年停顿，1997 年后又掀起了一波 BEC 高潮，至今不衰. 欧洲第一个 BEC 是 Rempe 小组采用纯 Ioffe-Pritchard 阱囚禁铷原子而实现的[23]. 他们也用了上、下双磁光阱，其中下磁光阱和 BEC 的装置示于图 11-7. 线圈共有 5 个，用通水铜管弯成，其中回纹针式的四极线圈由 6 圈绕成，

电流可达 575 A，产生径向磁场梯度为 275 G/cm. 上下磁光阱用 20 cm 长，1 cm 直径的细管连接. 当上磁光阱在 500 ms 内装满原子后，用激光束把它们赶向下磁光阱，重复上百次，便能收集到 10^9 个原子. 然后加大磁场梯度，压缩原子团体积，再用光学黏团进一步冷却. 这里的一个重要问题是要把重新加上的磁阱势中心与光学黏团冷却后的原子团中心位置重合，叫做模式匹配. 此后才能进行蒸发冷却. 他们的转变温度为 550 nK，阱中原子数为 10^6，得到的纯 BEC 原子数为 10^5，峰值原子密度超过 $4\times10^{14}/\mathrm{cm}^3$.

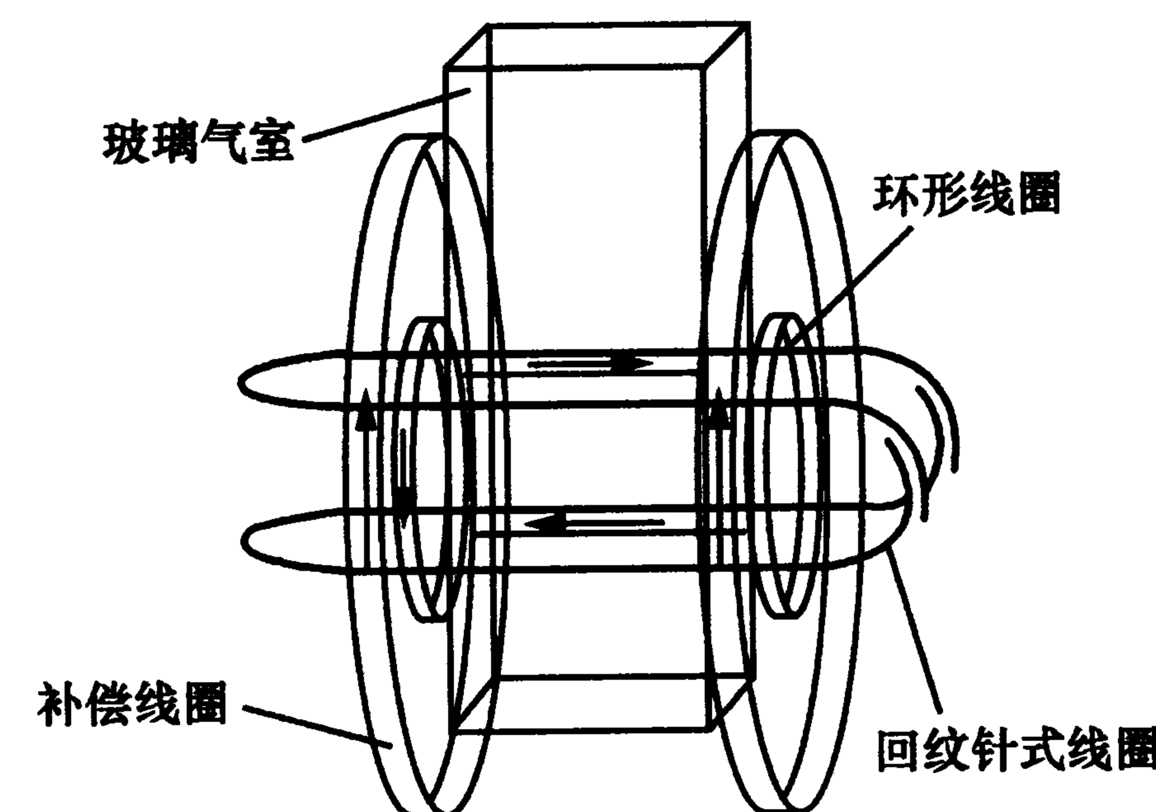


图 11-7　纯 Ioffe-Pritchard 阱 BEC 装置

德国马普量子光学研究所 Hänsch 小组的工作采用了如图 9-6 所示的 QUIC 阱[20]囚禁铷原子. 这种阱的最大优点是简单易行；所用电流也不大(25 A)，可产生 220 G/cm 的径向磁场梯度和 260 G/cm² 的轴向曲率. 他们也用上、下双磁光阱，通过运动光学黏团法将上磁光阱的原子赶向下磁光阱. 蒸发冷却的射频频率在 1.35 MHz 时产生 BEC 相变，此时温度为 500 nK.

该研究小组[24,25]和图宾根大学小组[27]还几乎同时独立地进行有意思的微阱 BEC 实验并取得了成功. 微阱是通过微电子技术用光刻或电镀把金丝、铜丝(厚约几微米，宽约几至几十微米)镀在氧化铝(或其他绝缘材料)衬底上，通过电流形成磁阱，例如“U”形导线可形成四极阱，而“Z”形导线则形成 Ioffe-Pritchard 阱[24]. 当

然，两者都是表面势阱，工作时把这种集成微阱(也可称为原子芯片[28])装在极高真空的容器中，真空度达 $10^{-11}\sim10^{-9}$ mbar. 两个小组的磁阱在形式上很不同，图宾根大学小组的势阱比较复杂. 图 11-8 展示的是 Hänsch 小组的微阱及其在导线中电流 $I_0=2$ A 时 x,z 两个方向上的阱势. 用这种微阱，两个小组分别凝聚了几千(Hänsch 小组)至 10^5 个铷原子. 这种微阱在工艺上比较容易实现，制成原子芯片将显示很大的应用前景，如用做干涉仪、显微仪、全息、原子刻蚀和量子信息处理. Hänsch 小组还成功地通过改变图 11-8 内插图中所示城垛状导线中的电流 I_{M1}，I_{M2}，使原子云沿 x 方向移动，做成所谓原子马达(见 § 9.5). 这种技术提供了操纵 BEC 的可能性. 到目前为止，除了上述方法外，只有用光镊(即利用强的光偶极力来操纵原子、分子和微粒的装置；见 § 8.5)才能成功地移动 BEC[29].

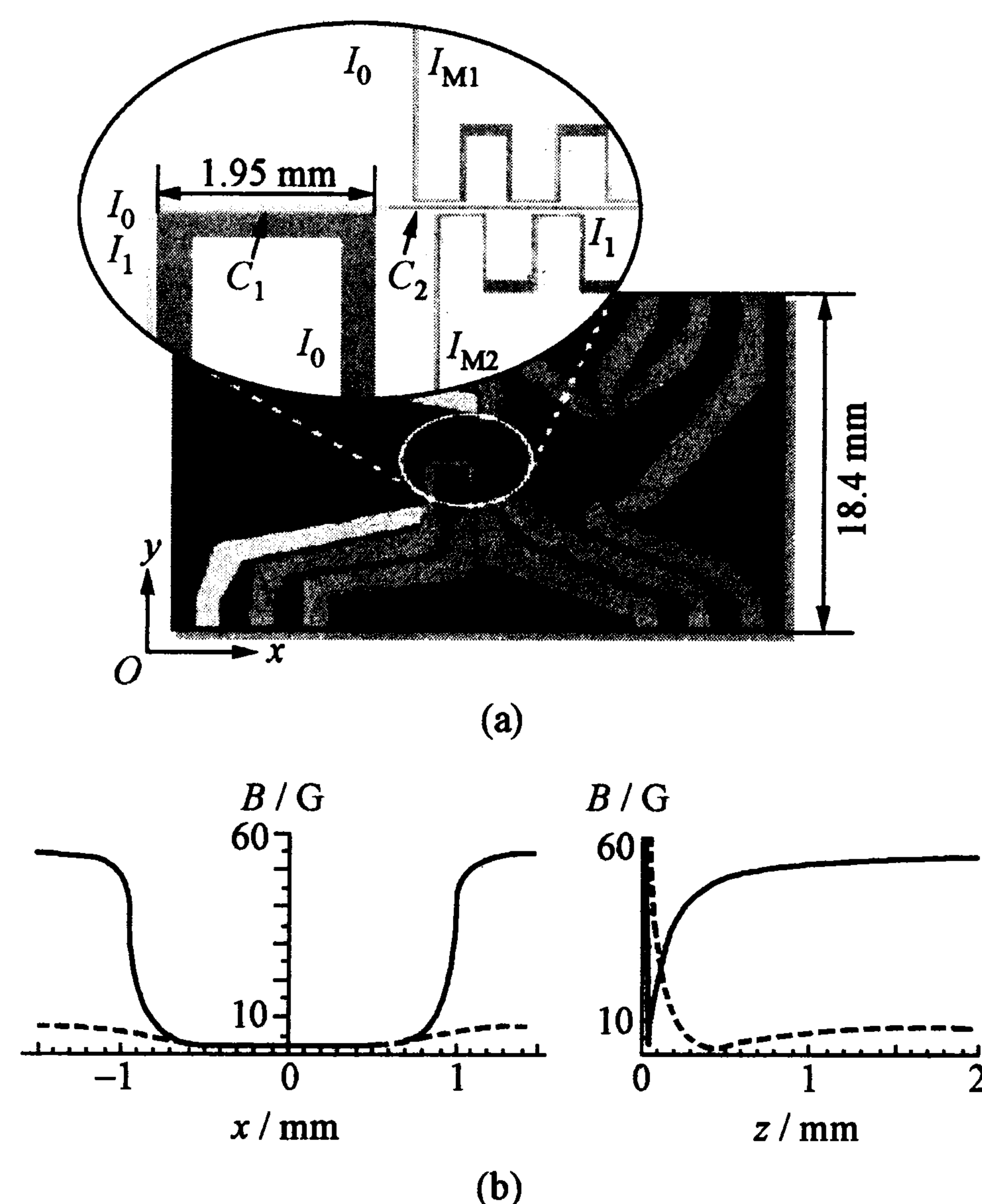


图 11-8　Hänsch 小组的微阱结构(a)及磁势(b)

从上述 BEC 的成像图可见，它们的形状都是椭圆的，这是因为磁阱的阱势是各向异性的. 所以，原子的波函数分布在一个方向窄，而在另一方向宽；而动量分布则相反. 此外，吸收成像法是破坏性的，而且由于 BEC 本身的线度一般在 10 μm 数量级，与光学系统的分辨率相差不多，对成像系统的设计要求非常苛刻. 近来，采用色散成像法的在位测量渐见优势. 这种测量是非破坏性的，可以捕捉 BEC 的生长过程，并观察各种集体运动(详见文献[30]).

上述 BEC 都是在磁阱中实现的，也可以用全光阱实现 BEC[31]. 光阱的难处在于光与原子相互作用引起的加热和原子数损失. Barrett 等人采用两束交叉会聚、远失谐、波长为 10.6 μm 的大功率(12 W)的二氧化碳激光束形成光阱. 当低速铷原子装载到磁光阱中后，先逐步降低光强，关闭磁场，并把原子抽运到 $F=1$ 态；然后打开二氧化碳激光束，使原子装载到阱中. 蒸发冷却则靠在 2 s 内逐步降低光强，即减少阱深来实现. 有意思的是，在这种光阱中，$m_F=-1,0,1$ 三个态的原子都可以被囚禁. 他们得到的三种 BEC 原子的总数为 3.5×10^4. 现在，有很多对旋量 BEC 的研究都建立在光阱中的 BEC 上[32~34].

以上这些 BEC 实验都是对 s 波中散射长度 $a>0$ 的原子进行的，其原子间相互作用是排斥的. 但是，1995 年第二个实现 BEC 的 Hulet 小组却是对 $a<0$ 的锂原子做的，原子之间是吸引势. 他们用三个方向上互相垂直的 6 根永久磁铁棒做磁阱，居然形成 BEC，初步测得原子数多达 2×10^5[8]. 这个实验受到物理学家的普遍质疑. 直到 1997 年，他们重复了实验，证明实际上原子数只有 1000 个左右. 这个结果可以得到理论解释，才使人信服. 他们的实验改进主要在于 BEC 的探测方法. 原来的实验没能直接观察凝聚体；后来用相衬偏振成像法改进了原子分布的测量[35]，从蒸发冷却后原子团偏离高斯分布来确定凝聚体原子的数目. 但实验结果仍不像 $a>0$ 的原子那么明显，误差较大，所得凝聚体原子数为 650～1300，与理论预期相符.

除了以上所述的碱金属原子的 BEC 以外，Modugno 等人还用和应冷却法对钾的同位素 ^{41}K 实现了凝聚[36]. 他们先同时把 $F=2,m_F=2$ 态的铷和 ^{41}K 原子捕集到第二个磁光阱中；然后在 QUIC 阱中用微波超精细跃迁频率(使铷原子跃迁到 $F=1,m_F=1$ 的非束缚态，而对 ^{41}K 原子无作用)对铷实行蒸发冷却；再通过与 ^{41}K 原子碰撞使该原子冷却. 最后，铷与 ^{41}K 原子都发生了 BEC，如图 11-9 所示. 此外，用和应冷却法还使同种原子的两种同位素得到了 BEC[37,38]. Hänsch 小组同时使 ^{85}Rb 和 ^{87}Rb 原子得到了凝聚；而 Hulet 小组则使 ^{6}Li 和 ^{7}Li 原子同时冷却. ^{6}Li 是费米(原)子，是不能凝聚的，但当原子的实际体积小于热德布罗意体积时，也会发生量子简并. Hulet 小组实现了这种量子简并.

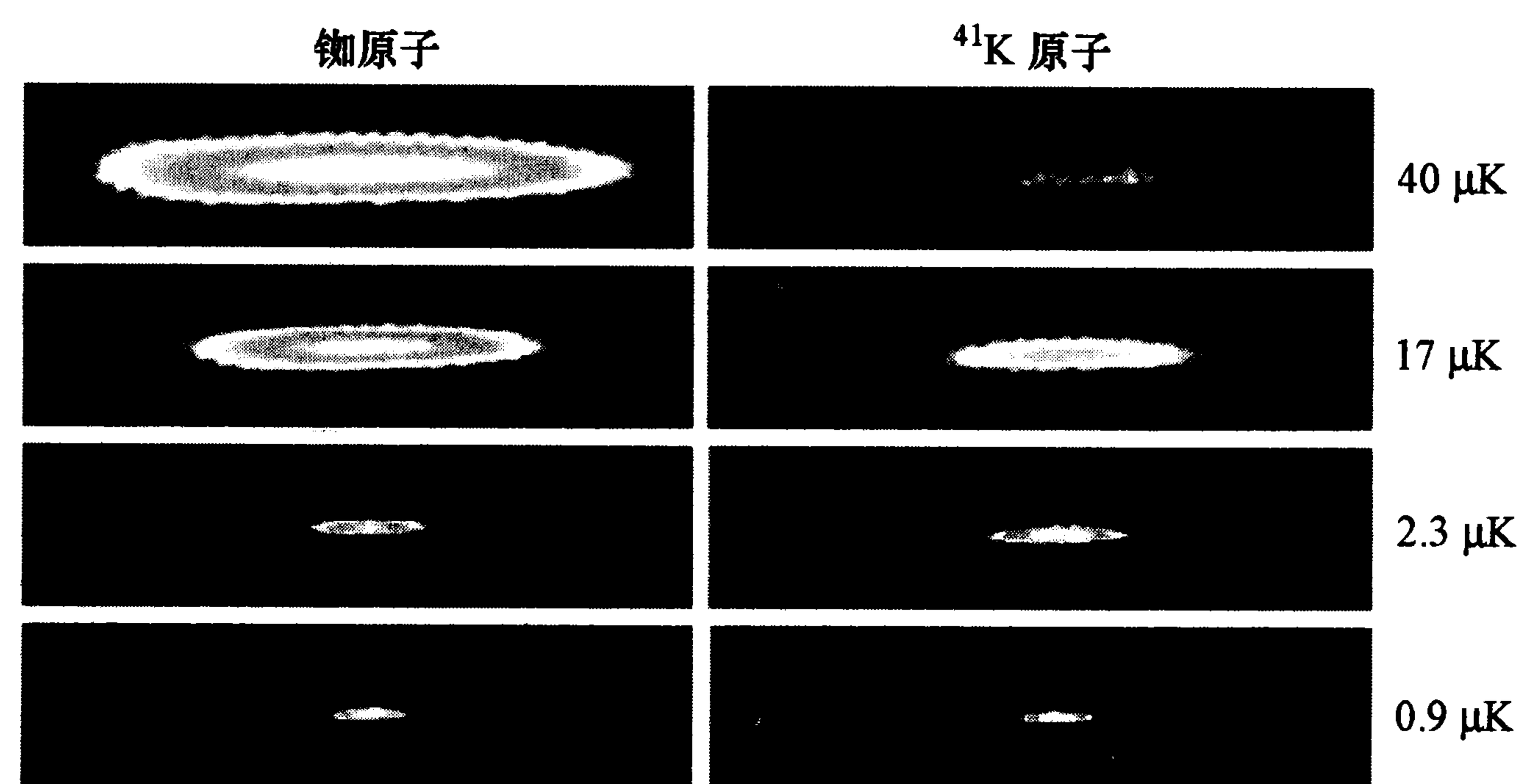


图 11-9　四个不同温度下铷和钾原子的 BEC 的吸收成像

钾原子的密度从上到下由 $4\times10^{9}/\mathrm{cm}^3$ 变化至 $6\times10^{11}/\mathrm{cm}^3$；而铷原子不变.

除碱金属外，实现稀薄气体 BEC 的还有氢和亚稳态氦. 但氢原子 BEC 不用激光冷却方法，而是直接用蒸发冷却得到[39]，BEC 相变在温度 50 μK 时实现，凝聚体原子密度为 $1.8\times10^{14}/\mathrm{cm}^3$，与碱金属原子有很大不同，这是因为氢原子很轻，热德布罗意波长很长. 具体实验做法见文献[40]；这里只需指出，其探测方法是用双光子光谱法. 亚稳态氦原子处在 2^3S_1 态，该态能量比电子基态高

出 19.8 eV，很容易通过与其他原子碰撞电离而检测. 法国的两个小组用磁光阱、光学黏团、蒸发冷却等典型方法得到了亚稳态氦原子的 BEC[41,42]. 不同的是，Aspect 小组采用了四叶草阱囚禁原子和用微通道板检测 BEC 原子；而 Cohen-Tannoudji 小组则用 Ioffe-Pritchard 阱和吸收成像法. 两组的转变温度分别为 0.7 μK 和 4.7 μK，相应凝聚原子数则为 5×10^3和 5×10^5.

§ 11.3　北京大学小组的 BEC 实验[44,46]

由上所述可知，实现 BEC 一般需要经历两大实验步骤：(1) 原子的激光冷却和陷俘，即用激光将室温下的稀薄原子蒸汽冷却到 μK 水平并在阱中陷俘起来，建立一个冷原子库. 这包括磁光阱的装载和进一步利用偏振梯度冷却获得光学黏团. (2) 先将激光冷却之后的原子装载到保守力势阱中；然后利用蒸发冷却将剩余气体一直冷却到可以发生 BEC 相变. 这里结合北京大学小组的实验[43~45]作较细的具体描述.

11.3.1　磁光阱和静磁阱中的冷原子团

磁光阱的装载

北京大学小组的实验也使用上、下两个磁光阱，其间距为 30 cm，冷却光的光斑直径均为 20 mm. 磁光阱中可俘获的最大原子数可从式(7.3.17)求得①. 从原子的捕获速率、碰撞截面及背景气体对磁光阱参数的影响，可以得到以下定性结论：磁光阱俘获的原子数与冷却光束直径的四次方成正比，且随冷却光光强的增大而增大；存在一个最佳的冷却光失谐量和磁场梯度，使陷俘的原子

① 该式中，v_c 为原子的捕获速率，即磁光阱能够捕获的原子所具有的最大速率，它与势阱半径的 1/2 次方成正比.

数目最多.磁光阱的原子装载过程如下：

(1) 上磁光阱的装载.为上磁光阱提供梯度磁场的一对四极线圈可通过最大值为 3 A 的电流，每个线圈有 150 匝，电阻共 1 Ω. 实验中，为增加捕获原子体积，提高俘获率，通入四极线圈的实际电流为 1.8 A，对应的磁场梯度为 7 G/cm. 上磁光阱的真空度为 1×10^{-8} mbar. 打开铷源，铷原子蒸气充入到上磁光阱的工作腔中.导入冷却光和反抽运光，加以调整，就可在上磁光阱中形成铷冷原子团.由于对上磁光阱的冷却要求不高，只要能够捕获大量铷原子即可，不需要进行偏振梯度冷却，所以上磁光阱的冷却光采用三束激光来回反射的方式，光路简单，调整方便.

(2) 下磁光阱的装载.下磁光阱具有更高的真空度(2×10^{-11} mbar)，铷原子的装载依靠从上磁光阱转移下来的大流量定向原子源.实验中，用连续推送光将上磁光阱俘获的冷原子推送到下磁光阱中，形成一个流速相对稳定的冷原子流.功率为 0.9 mW 的推送光经过焦距 30 mm 的透镜，聚焦在上磁光阱冷原子团的中心，焦斑直径约 100 μm. 到达下磁光阱时，推送光直径增加到大于 5 mm，对上磁光阱中的原子产生很大的光压，将其推出磁光阱的陷俘范围，而对下磁光阱原子的影响不大.

实验中可观察到推送光的失谐量对下磁光阱的装载速率也有影响.在光强一定的情况下，推送光对铷原子的光压由失谐量所决定.原子开始被陷俘在上磁光阱中，热运动速率只有约 0.2 m/s，相应的多普勒频移量只有 1.6 MHz(远小于铷原子的自然线宽 6 MHz). 推送光给原子的光压使原子迅速沿着推送光方向(y 方向)加速，在这个方向上原子的多普勒频移迅速增大，光压也迅速减小，这相当于给原子一个冲量，让原子在这个方向获得一个速度，逸出上磁光阱，进入下磁光阱区域中.推送光失谐量的大小决定了原子所获得的初速度的大小.若推送光失谐量很大，原子获得的初速度过小，不足以被充分推出上磁光阱；若失谐量很小，原子获得的初速度大到超过下磁光阱的捕获速率，原子也不能有效装载到下磁光阱.所以，存在一个推送光的最佳失谐量，使铷原子既能顺利从上磁光阱逸出，又能有效被下磁光阱捕获.实验得到的最佳失谐量为 −9 MHz，下磁光阱的装载时间为 30～60 s.

原子在下磁光阱中的寿命不仅受限于背景气体的碰撞，更受限于冷却光的吸收散射和重吸收过程.它与冷却光的光强成正比.测量磁光阱中原子寿命的方法是关闭推送光，观察下磁光阱中原子数的变化.原子数下降到关闭推送光时刻的 1/e 所用的时间即为下磁光阱的寿命.实验中测得的下磁光阱寿命为 30 s. 通过下磁光阱中稳定俘获的原子数和寿命，可以推算出下磁光阱的冷原子捕获率，即捕获冷原子流的速率为 10^8/s. 下磁光阱原子团的温度可从对原子团体积的估计得到.实验中，原子团直径约为 5 mm，相应的温度约为 300 μK.

(3) 压缩磁光阱.为了提高磁光阱中原子的空间密度，能够较好地将冷原子转移到磁光阱中，我们还要压缩磁光阱.在下磁光阱充分装载之后，关掉推送光，并将磁场梯度从 10 G/cm 提高到约 30 G/cm，使势阱体积减小；同时还要将冷却光的失谐增大，避免高密度原子由于吸收自身发出的荧光而温度升高，造成原子过多的丢失.

偏振梯度冷却和光学黏团

在磁光阱装载之后，铷原子通过相互对射的 σ^+-σ^- 结构的冷却光进行偏振梯度冷却，使原子团的温度降到更低，以便将它装载到磁阱中去.在这种结构的偏振梯度冷却过程中，光对原子的辐射压力对外磁场非常敏感.因为 σ^+ 和 σ^- 光引起的是磁量子数 m_F 不同的磁子能级之间的跃迁，而塞曼分裂会导致原子对 σ^+ 和 σ^- 光的失谐量不同，造成同样光强下辐射压力不同.实验中，用 x,y,z 方向上三对地磁场补偿线圈产生的磁场来抵消地磁场和周围杂散磁场对原子的影响.在调整妥当后，可以看到在光学黏团中，原子缓慢而均匀地作各向同性扩散.根据式(6.1.44)，偏振梯度冷却能达

到的温度极限正比于冷却光参量 Ω^2/δ，即激光光强 I 和失谐量 δ 之比[44]. 改变冷却光的光强和失谐，可以改变原子团的最终温度. 在大量原子数（多于 10^8）的情况下，原子团的温度受制于光散射和重吸收造成的加热效应，通常冷却温度最终只能达到 30～40 μK. 在原子超精细能级间隔足够宽的条件下，只要改变失谐，就可以优化偏振梯度冷却过程. 以上两个步骤的实验参数和冷原子参量见表 11-2.

表 11-2　实现 BEC 第一阶段实验技术参数和冷原子参量

实验步骤			上磁光阱	下磁光阱	压缩磁光阱	光学黏团
实验技术参量	真空/mbar		1×10^{-8}	3×10^{-11}	3×10^{-11}	3×10^{-11}
	B/G·cm^{-1}		7	10	30	0
	持续时间/ms			30	100	5
	冷却光	I/mW·cm^{-2}	25	25	15	9
		δ/MHz	−12	−12	−30	−48
		直径/mm	20	20	20	20
冷原子参量	原子数		10^9	10^9	5×10^8	3×10^8
	温度/μK		250	200	100	30
	密度/cm^{-3}		10^{11}	10^{10}	2×10^{11}	2.5×10^{10}

光抽运选态

在原子经过偏振梯度冷却形成光学黏团后，原子气体并不是自旋极化的，即基态各磁子能级上都有原子. 在这个阶段打开磁阱，只有一部分趋向低场态的原子可以被陷俘在磁阱中，其他将被推出阱外而损失掉. 为了使原子处在可被磁阱陷俘的趋向低场态上，我们要利用光抽运方法将原子沿着磁场的对称轴制备在 $5S_{1/2}$ 的 $F=2$，$m_F=2$ 态上. 在光抽运过程中，原子的量子化轴是由一个沿 x 方向的导向磁场（1 G 左右）来决定的，抽运光设在 σ^+ 圆偏振态，调谐到 $5S_{1/2}, F=2$—$5P_{3/2}, F'=2$ 的跃迁频率. 这样，原子被

激发到 $5P_{3/2}$的 $F'=2$ 态，经过自发辐射可以跃迁到基态两个超精细能级上. 反抽运光使原子不能停留在 $5S_{1/2}$的 $F=1$ 态，最后回到 $5S_{1/2}$的 $F=2$ 态. 根据 § 2.6 的叙述，依靠圆偏振光对不同磁子能级的原子的跃迁概率不同，经历几个抽运循环，原子都会被抽运到并停留在磁量子数最大的 $5S_{1/2}$的 $F=2, m_F=2$ 态，不再与抽运光和反抽运光相互作用. 该态成为光抽运过程中的暗态.

通过估算光抽运和反抽运跃迁的平均吸收截面，可选定优化的光抽运时间为 200 μs . 抽运光脉冲通过声光调制器的开关来开通；反抽运光则通过自制的机械快门开关. 当光学黏团阶段结束时，关闭冷却光，反抽运光则保持打开状态. 这时，先打开导向磁场，给原子一个量子化轴. 200 μs 后，再打开选态抽运光 200 μs，将铷原子抽运到基态的 $F=2$，$m_F=2$ 态上. 在光学黏团阶段结束 1 ms 后，关闭反抽运光，打开四极磁场，原子团重新捕获并囚禁在磁阱中. 偏振梯度冷却后，光学黏团中的冷原子数为 3×10^8. 如果没有光抽运过程，只有大约 5×10^7 个原子可陷俘在四极磁阱中；而经过光抽运，则约有 2×10^8 个原子可陷俘在四极阱中，装载效率接近 70%.

四极磁阱的装载和压缩

经过光抽运到 $F=2, m_F=2$ 态上的原子首先被装载到四极磁阱中. 四极线圈中的电流在 1 ms 内上升到 10 A，对应的磁场梯度为 60 G/cm. 装载过程要注意以下几点：

(1) 重力 mg 的影响. 重力使原子团下落，只有当重力和梯度磁场产生的向上束缚力平衡时，有

$$mg = g_F m_F \mu_B \partial B/\partial y,$$

原子才能被磁场束缚而不下落. 对处于 $F=2$，$m_F=2$ 态的原子，重力等效于 15.2 G/cm 的磁场梯度的作用. 当刚打开磁阱装载原子时，磁场梯度必须大于重力的等效梯度. 考虑重力影响后，原来 60 G/cm 的梯度磁场在 y 轴正方向上（四极磁场中心下方）变为等效于 44.8 G/cm；而在 y 轴负方向上（四极磁场中心上方）则变为

75.2 G/cm. 但磁场极小值(零点)的位置没有变化,仍在原点. 这给后面的模式匹配带来了方便.

(2) 模式匹配. 在四极磁阱装载冷原子的过程中,为了尽可能减少对原子状态的干扰,造成温度升高和相空间密度降低,光学黏团的中心位置要与四极磁阱的中心位置在空间上尽量重合,使装载过程满足模式匹配.

(3) 四极磁阱的压缩. 实验中,为了提高装载到磁阱中的原子团空间密度,提高原子间的弹性碰撞率,给蒸发冷却提供一个较好的初始条件,需要对原子团进行绝热压缩. 在四极磁阱的压缩过程中,阱电流缓慢地从 10 A 增加到 24 A,对应的 y 和 z 方向的磁场梯度都从 60 G/cm 缓慢地增大到 150 G/cm.

四极磁阱到 QUIC 磁阱的转移

原子在四极磁阱中心($B=0$)处会发生马约拉纳跃迁而逸出阱外,只使用四极阱无法达到 BEC 的相变点. 铷原子被装载到四极型阱之后,还要转移到 QUIC 磁阱中,再经过蒸发冷却,才能实现 BEC. 实验中,在完成四极型阱压缩后,开启 Ioffe 线圈电流,缓慢地将电流从零增大到 24 A. 磁阱就从一个线性四极型阱转变成为 Ioffe-Pritchard 形式的阱,阱中磁场的最小值不再是零. 这里,可以通过打开 Ioffe 线圈和四极线圈电流的时间间隔来改变磁阱的转移过程,从而改变原子的转移和装载效率. 值得注意的是,由于 QUIC 线圈的结构,最后形成的 QUIC 阱的磁场最小值点与四极型阱的磁场零点在空间上并不重合. 四极磁场的零点在实验坐标 $x=y=z=0$ 处;而 QUIC 阱的磁场最小值点(即 QUIC 阱的中心)在 $x=y=0$, $z=7.5$ mm 处.

设四极型阱打开的时刻为 $t=0$,直到 $t=1000$ ms,Ioffe 线圈才开始工作,电流上升,此时的磁阱是压缩过的四极型阱. 随着 t 增大,Ioffe 线圈的电流增加,四极阱的中心向 z 轴正方向移动. 到 $t=1200$ ms 时,开始出现第二个 $B=0$ 的点,产生了第二个四极型阱. 在 $t=1200\sim1700$ ms 里,这两个四极型阱的零点逐渐靠近,其间的势垒也逐渐降低(此过程见图 9.9 和 9.10). 在原子能量不能越过势垒以前,过程是可逆的,几乎没有原子损失. 当势垒降低到一定程度后,原来处于四极型阱中的原子会"流"到新产生的四极型阱中. 这个过程是不可逆的. 如果此时减小 Ioffe 线圈中的电流,处于第二个四极型阱中的原子不会回到原来的四极型阱中,而被推到阱外损失掉. 在磁阱转移的最后阶段,两个极小值相互靠近,直到融合在一起. 到 $t=2000$ ms 时,磁场在 z 方向上成为抛物线形分布,磁场极小值为 8 G,形成 Ioffe-Prichard 阱. 随后缓慢增加偏置线圈中的电流,将极小值补偿到 1.55 G,此时 QUIC 阱在轴向和径向的角频率分别为 $\omega_z=2\pi\times20$ Hz,$\omega_r=2\pi\times220$ Hz. 经过以上的转移过程,最初在四极型阱的 2×10^8 个原子中最终只有 6×10^7 个转移到 QUIC 阱中,即只有约 30%的原子得到转移. 通过跟踪测量,发现原子损失主要发生在 $t=1300\sim1600$ ms,从两个四极型阱开始出现到融合阶段. 在这段时间里,原子可以越过两个磁阱之间的势垒. 分析表明,在磁阱转移过程中,造成原子损失的一个很重要的因素是受真空腔尺寸的影响,在两个磁阱融合过程中的某段时间,一个阱的极小值点处在真空腔外,有些原子可能撞到真空腔玻璃壁上,被加热而从阱中逃逸出去. 这段时间被称为四极型阱到 QUIC 阱转移过程的损失窗口[46].

在本实验系统条件下,损失窗口是难以避免的;但是实验上可以进行优化,尽量减小损失窗口带来的原子数损失. 有两种方法可用来解决这个问题:(1) 在原子装载到 QUIC 阱之前,尽量降低原子温度. (2) 改进装载 QUIC 阱的转移时序,减少开启 Ioffe 线圈电流和四极线圈电流的时间间隔,使原子的损失窗口的持续时间尽量缩短. 经过优化装载过程后,约有 42%的装载到四极型阱中的原子转移到 QUIC 阱中. 与优化前相比,转移的原子数提高了约 40%. 表 11-3 给出了磁阱装载各个阶段的参数和冷原子的参量.

表 11-3 磁阱装载到各个阶段的磁阱参数和冷原子的参量

实验步骤	光抽运	四极装载	四极压缩	开启 Ioffe 电流	打开偏置电流
过程描述	关闭冷却光,开启反抽运光和导向磁场	迅速装载到四极阱中,关闭导向磁场	增大原子的空间密度	形成 QUIC 阱	调节磁阱中心的偏置磁场
时间/ms	0	1	100	1200	>1200
原子数/10^8	2	2	1.2	0.8	0.8
温度/μK	60	120	150	200	200
ω_z/Hz	—	—	—	20	20
ω_r/Hz	—	—	—	100	220
补偿磁场强度/G	0	0	0	8	1.55
四极电流/A	10	13.9	20	24	24
Ioffe 电流/A	0	0	20	24	24
偏置电流/A	0	0	0	1.5	

11.3.2 系统参数的测量

在实验过程中,不论是在磁光阱、光学黏团阶段,还是装载到磁阱之后和蒸发冷却阶段,都需要知道冷原子的信息(主要有冷原子数、空间密度、温度和空间位置等),因此需要测量各阶段的冷原子参数,其中有些(如温度等)已在前几章叙述.这里主要讨论冷原子分布的测量,它是了解冷原子团许多性质的前提.探测冷原子分布主要用光学成像法,包括荧光探测法、吸收成像法、非共振光探测的非破坏性成像等不同方法.其中荧光探测法简便,但测量不够精细;非共振光探测的非破坏性测量也有多种办法,但装置比较复杂,不易很快掌握;近共振光探测吸收成像法原理和实验装置相对简单,比较容易掌握,也可得到相当精细的测量结果.北京大学小组的 BEC 实验采用吸收成像法来探测冷原子.

吸收成像法

(1) 原理.吸收成像法通过探测透过原子团的光强空间分布

来检测原子团的密度分布.设原子对光的吸收是线性的,根据朗伯定律(或 Lambert-Beer 定律;式(2.4.40)),令探测光沿 x 轴射向冷原子团,射入原子团前的光强空间分布为 $I_0(y,z)$,则透射过原子团的光强分布可写为

$$I(y,z)=I_0(y,z)\mathrm{e}^{-D(y,z)}, \qquad (11.3.1)$$

其中 $D(y,z)$ 为冷原子团的光学厚度分布:

$$D(y,z)=\sigma\eta(y,z), \qquad (11.3.2)$$

$\eta(y,z)$ 为原子团的空间密度分布 $n(x,y,z)$ 沿探测光传播方向(x 方向)积分后得到的二维空间密度分布:

$$\eta(y,z)=\int \mathrm{d}x n(x,y,z), \qquad (11.3.3)$$

也称为约化面密度,σ 为探测原子的光子吸收截面.对圆偏振的探测光,有

$$\sigma=\frac{3\lambda^2}{2\pi}\frac{1}{1+(2\delta/\Gamma)^2+I/I_s}, \qquad (11.3.4)$$

其中 λ 为探测光波长,Γ 为自然线宽,δ 是探测光对原子共振跃迁的失谐量,I 为探测光强,I_s 为饱和光强.实验中,探测光的频率设定在铷原子的 $5\,^2S_{1/2}$, $F=2$—$5\,^2P_{3/2}$, $F'=3$ 的循环跃迁线附近,δ 可调.

透过原子团的光强分布用 CCD 相机获取.尽可能精确地从 CCD 图像得到原子团的光学厚度分布,并不需直接测量 CCD 图像的空间光强绝对分布.排除背景光和光路上其他光学元件的反射、损耗带来的干扰后,实际测量的可以是探测光的相对强度分布 $I(y,z)/I_0(y,z)$.测量通过三次拍照完成:第一幅图像是在探测区存在冷原子团时拍摄的,得到的是探测光经冷原子吸收后的光强分布 $I_a(y,z)$;第二幅是当冷原子团从探测区消失后用 CCD 相机拍摄的探测光未经原子吸收的光强分布图像 $I_1(y,z)$;第三幅是为了消除空间背景杂散光的影响,在没有探测光和冷原子的情况下,

拍摄的光强背景分布 $I_b(y,z)$. 因此,经过冷原子吸收后的光强分布与未经吸收的光强分布比为

$$\frac{I(y,z)}{I_0(y,z)}=\frac{I_a(y,z)-I_b(y,z)}{I_l(y,z)-I_b(y,z)}. \tag{11.3.5}$$

由此可直接得到原子团的光学厚度为

$$D(y,z)=-\ln\frac{I(y,z)}{I_0(y,z)}=-\ln\left[\frac{I_a(y,z)-I_b(y,z)}{I_l(y,z)-I_b(y,z)}\right]. \tag{11.3.6}$$

从式(11.3.4)和(11.3.6)可以得到原子团沿着 x 方向积分后的二维空间密度分布 $\eta(y,z)$. 探测中的曝光时间(探测光的脉冲时间)通常设定为 100 μs,比原子扩散时间(通常为 10 ms 左右)要短得多.

(2) 系统的建立. 吸收成像系统的结构如图 11-10 所示. 实验中使用的 CCD 相机的芯片阵列有 1318×1036 个像素,像素大小为 6.8 μm×6.8 μm. 在 780 nm 波长作用下,CCD 芯片的量子效率约为 45%. 可以通过外加晶体管-晶体管逻辑(transistor-transistor logic,TTL)触发信号和 V++软件来控制相机的曝光时间.

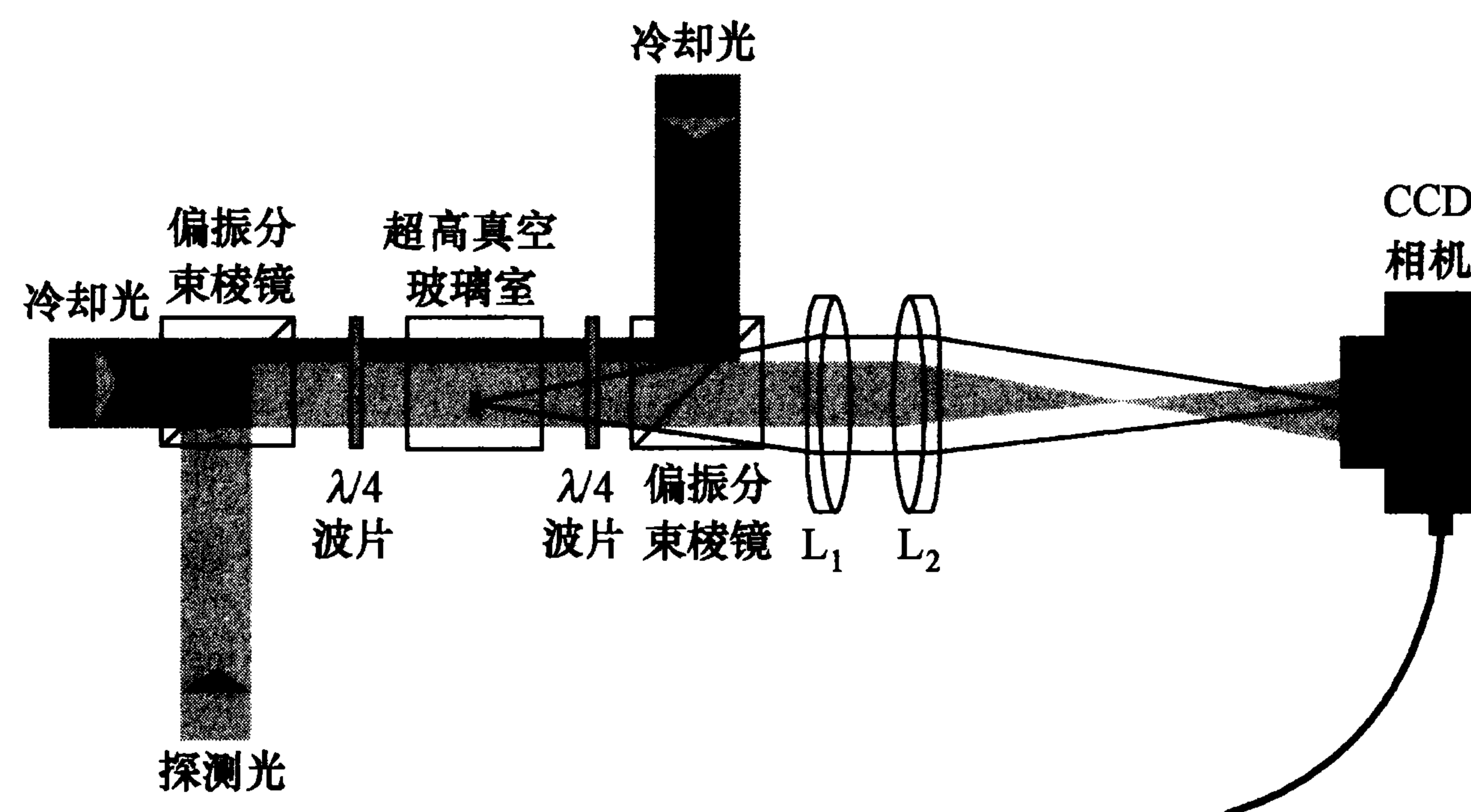


图 11-10　吸收成像系统的结构

探测光经偏振分束棱镜反射与 x 方向的冷却光路径重合,经过一个 $\lambda/4$ 波片变成圆偏振光后进入冷原子团所在的超高真空玻璃室. 出射的探测光再经过另一个 $\lambda/4$ 波片,变成与入射前偏振方向垂直的线偏振光,透过另一块偏振分束棱镜,经过成像透镜组,射入 CCD 相机. 成像透镜组由透镜 L_1(焦距为 f_1)和 L_2(焦距为 f_2)组成,其中前者的焦点位于冷原子团中心,冷原子的物距为 f_1. CCD 相机的位置使其芯片处在 L_2 的焦面上,像距为 f_2. 成像系统的放大倍数就是 f_2/f_1. 根据瑞利判据,系统的最小分辨本领为 $\Delta x=1.22\lambda f$($f=L/D$ 是成像系统的 f 数). 实际上,整个成像系统的分辨率受透镜组的衍射极限 Δx_l、光路上光阑位置和几何尺寸带来的衍射极限 Δx_i、成像系统的几何相差 Δx_s 等几个因素限制. 我们有 $\Delta x^2=\Delta x_d^2+\Delta x_s^2$,其中

$$\Delta x_d=\max(\Delta x_l,\Delta x_i)=1.22\lambda\cdot\max\left(\frac{L}{D_l},\frac{L}{D_i}\right), \tag{11.3.7}$$

其中 D_l 为透镜的直径,D_i 为光阑的孔径. 成像系统的最小通光孔径决定于探测光出射后所通过的 $\lambda/4$ 波片. 通光孔为 24 mm,它与冷原子团的距离为 100 mm,故最小分辨率 $\Delta x\approx 4$ μm. 实验中,探测光是单色的,冷原子团可近似看做处在透镜组的光轴上. 因此,色差、彗差基本上可不考虑. 对几何相差起主要作用的是球差. 为使相差远小于成像系统的衍射极限,我们选择了消相差黏合透镜. 从透镜组产生的相差和衍射极限的合成,得到成像系统最终的物方分辨率为 5 μm,就可以与 CCD 芯片的像素大小很好地配合.

(3) 数据处理系统. 吸收成像的 CCD 相机拍照过程是由 V++平台编写的控制软件控制(调整曝光参数,启动曝光程序等)LabVIEW[①]系统进行的. 将拍摄到的冷原子团的照片导入基

① LabVIEW 是美国国家仪器有限公司的图形化开发软件,用于测试、测量和控制应用系统的开发,具体参见:http://www.ni.com/labview/zhs.

于 MATLAB[①]的数据处理系统，通过对原子团的光学厚度分布进行 y 和 z 方向（竖直和水平轴线方向）的一维拟合，可以得到冷原子数、温度、空间尺度、空间密度和相空间密度等实验中需要的数据. 利用 V++实验控制平台和基于 MATLAB 的数据处理系统，还可以很方便地对诸多实验参量进行调整，实时监测和分析所得的数据，很大程度上提高了实验效率.

光学黏团和 QUIC 磁阱中原子温度的测量

用吸收成像法也可通过飞行时间测量光学黏团的原子温度. 关掉冷却光，原子自由扩散，探测原子团在不同的扩散时间下的空间尺度，就可由式(5.2.7)算出原子团温度.

QUIC 阱中冷原子团的温度也是通过飞行时间吸收成像法进行的. 和上面方法所不同的是，光学黏团的温度至少需要两次不同飞行时间的吸收成像探测才能得到. 而在磁阱中，由于原子有势阱的约束，原子的温度直接反映为原子在势阱中占据的体积. 所以，要想获得磁阱中的原子温度，只要一次吸收成像即可. 当原子处于 QUIC 磁阱中，在磁阱中心附近为谐振子势，因原子的平均动能和平均势能相等，我们有

$$k_B T = \frac{1}{2} m v_{\mathrm{rms}}^2 = \frac{1}{2} m \omega_i^2 r_i^2(0) \quad (i = x, y, z),$$

其中 v_{rms} 为原子的均方根速度，r_i 为原子在 i 方向上的 1/e 半径. 因自由扩散后

$$r_i^2(t) = r_i^2(0) + 2k_B T t^2 / m,$$

可得

$$T = \frac{m r_i^2(t)}{2k_B} \frac{\omega_i^2}{1 + \omega_i^2 t^2}, \tag{11.3.8}$$

这里 ω_i 是 i 方向上的势阱频率，它是已知的.

① MATLAB 是一种用于算法开发、数据可视化、数据分析以及数值计算的高级技术计算语言和交互式环境，具体参见：http://www.mathworks.cn/products/matlab.

根据光学厚度分布求出原子数

根据式(11.3.2)和(11.3.3)，原子团中的总原子数可以通过原子的约化面密度 $\eta(y,z)$ 在 Oyz 平面内积分得到. 而 CCD 图像就是把每个像素的光学厚度的数值求和，所以

$$N = \frac{\Delta_y \Delta_z}{\sigma_a} \sum_{i,j} D(y_i, z_j), \tag{11.3.9}$$

这里 $\Delta_y = \Delta_z = 6.8\ \mu\mathrm{m}$ 就是前面给出的每个像素对应的物平面的区域大小. 但是实验中我们拍到的图片影像起伏较大，按照原子团的轮廓来选定求和区域比较困难，所以不用直接求和的方法计算原子数，而是先对原始数据进行拟合，然后根据拟合给出结果. 设原子的空间分布为高斯分布，实验中拍到的是原子云在 Oyz 平面上的投影(如图 11-11)，故得到的原子密度分布为

$$n(y,z) = \int n(x,y,z)\mathrm{d}x = n_{yz}(0,0)\exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2} - \frac{z^2}{2\sigma_z^2}\right). \tag{11.3.10}$$

根据对图 11-11 的拟合，我们可以给出上式中的 σ_y, σ_z 和在 Oyz 平面上的原子中心密度 $n_{yz}(0,0)$，从而可根据式(11.3.10)的积分来求出原子数的大小.

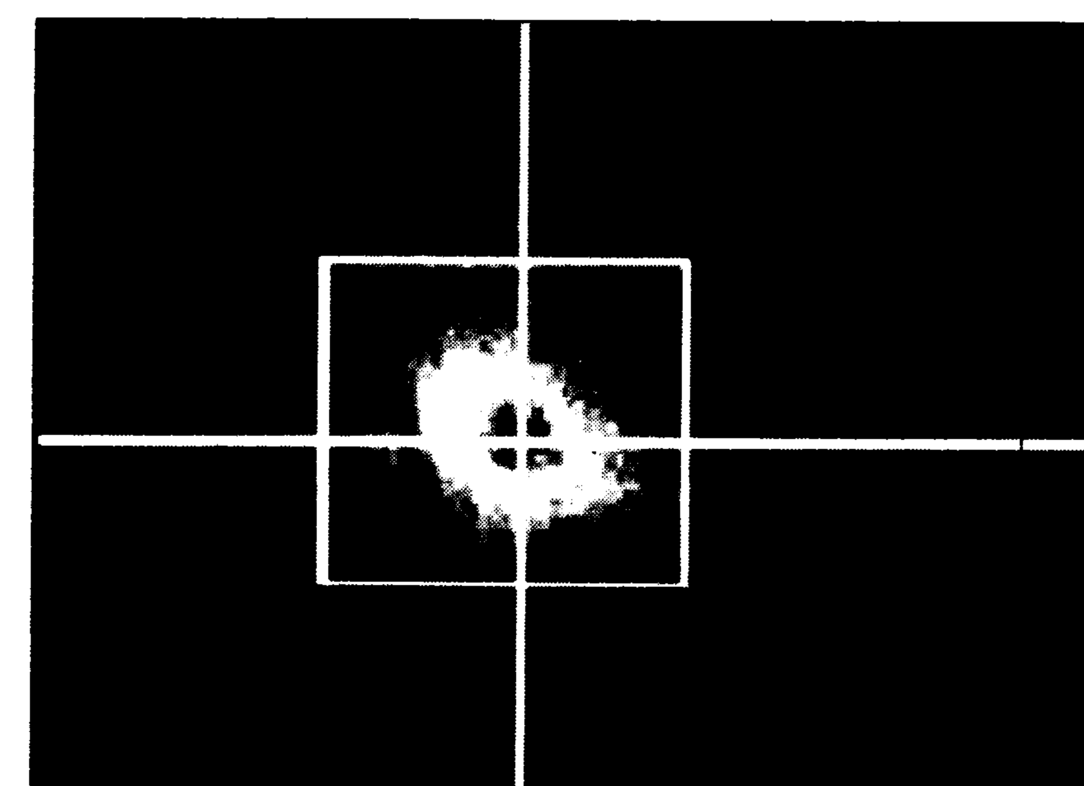


图 11-11　原子的吸收图像的二维分布

QUIC 磁阱寿命的测量

有效蒸发冷却不仅需要很高的弹性碰撞率，拥有很长的磁阱

寿命也是一个很重要的因素. 在 QUIC 磁阱装载和压缩过程完成后,原子团的密度可以达到 $3\times10^{11}/\mathrm{cm}^3$. 在这种情况下,非弹性的三体复合可以忽略. 而即使在密度很高的情况下,两体自旋弛豫带来的损失在理论上也被证明是可忽略的,至今在实验上也没有观察到. 因此,装载和压缩后陷俘在磁阱中的原子损失最主要的是来自与室温下的真空背景气体粒子的碰撞. 由于这种碰撞造成的原子损失率 $\mathrm{d}N/\mathrm{d}t$ 与磁阱中的原子密度无关,仅与磁阱中陷俘的原子数成正比,所以磁阱中的原子数随时间以指数形式减少:

$$N(t)=N(0)\mathrm{e}^{-t/\tau_{\mathrm{b}}},$$

其中 τ_{b} 为磁阱的寿命. 起始装载到 QUIC 阱中(打开磁阱 5 s 后)的原子数为 $N(0)=8.4\times10^7$. 图 11-12 显示了磁阱中原子数随时间的变化,所得到的 QUIC 阱的寿命为 50 s.

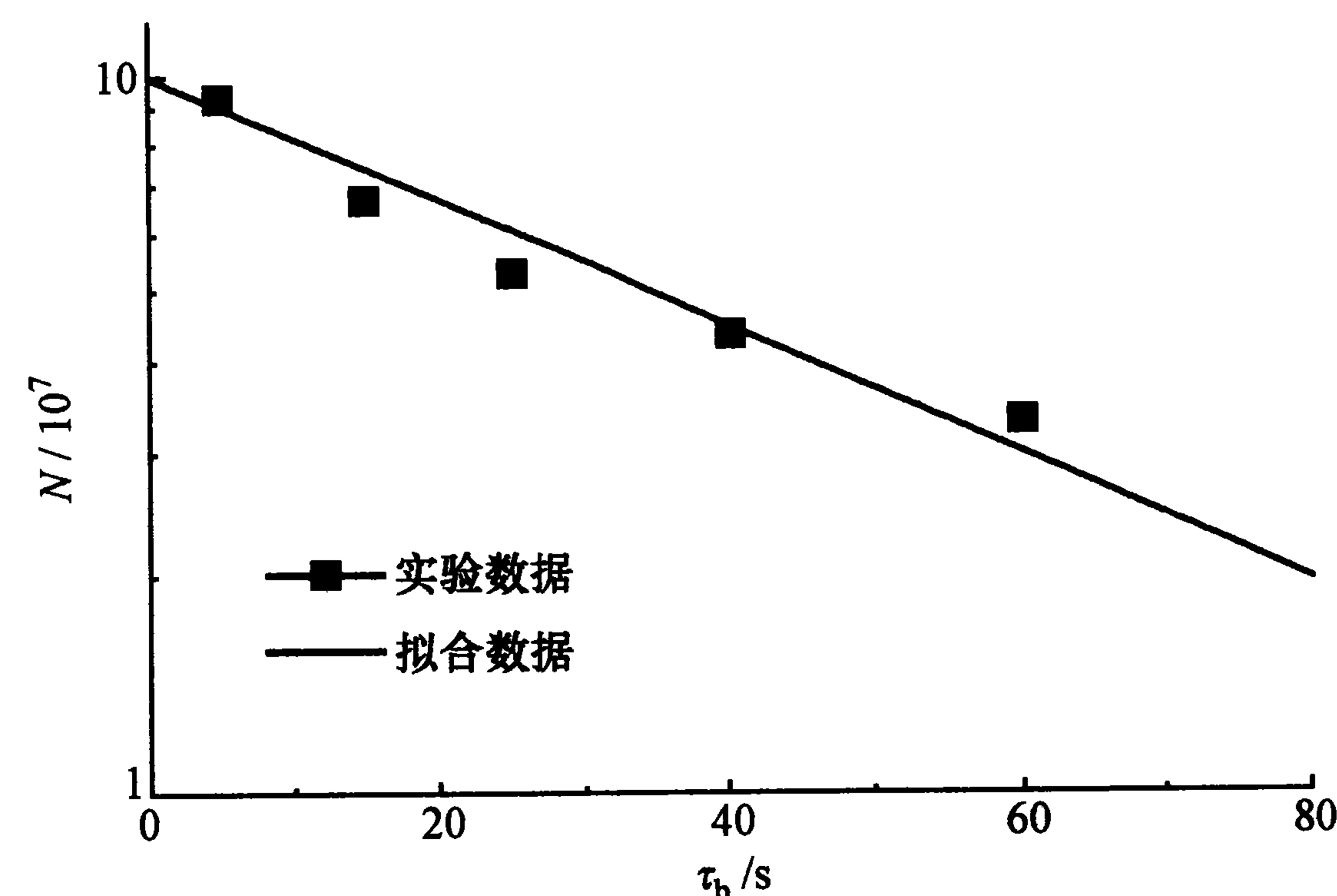


图 11-12　QUIC 阱寿命的测量

有效蒸发冷却的实验判断

有效蒸发冷却要求冷却过程中的原子热弛豫速率持续增大,即原子间的弹性碰撞率 $K_{\mathrm{el}}=n\sigma_{\mathrm{e}}\bar{v}$ 持续增大,至少不变(这里 $\bar{v}$ 为原子的平均速率,σ_{e} 为原子弹性碰撞截面). 那么,实验中如何判断每一步是否满足这样的条件?

谐振子势阱中原子的平均动能与平均势能相等,即

$$k_{\mathrm{B}}T=\frac{1}{2}m\langle v^2\rangle=\frac{1}{2}\kappa\langle r^2\rangle,$$

其中 κ 为势阱的弹性系数,而 $\langle r^2\rangle\propto V^{2/3}$($V$ 为原子在阱中占据的体积). 因此在谐振子势阱中,原子密度和原子温度的关系为 $n\propto NT^{-3/2}$(N 为阱中囚禁的原子总数),平均速度与原子温度的关系为 $\bar{v}\propto T^{1/2}$. 由此可得,谐振子势阱中原子的弹性碰撞率与原子数目和原子温度的关系为 $K_{\mathrm{el}}\propto N/T$,而相空间密度与原子数目和原子温度的关系为 $\rho_{\mathrm{ps}}\propto N/T^3$. 可见,谐振子势阱中的原子相空间密度 ρ_{ps} 随温度变化比弹性碰撞率 K_{el} 随温度变化得更加剧烈. 所以在蒸发冷却过程中,只要能够提高弹性碰撞率,一定也可使相空间密度得以提高. 实验中采用的 QUIC 阱在阱中心附近也满足谐振子势条件.

设温度为 T 的原子在谐振子势阱中 i 方向上占据的空间尺度为 $r_i(0)$ $(i=x,y,z)$,该方向上原子运动的角频率为 ω_i,有 $r_i^2(0)=k_{\mathrm{B}}T/m\omega_i^2$. 当原子从势阱中释放出来,经过时间 t 扩散后,原子团尺度大小变为 $r_i^2(t)=r_i^2(0)+2k_{\mathrm{B}}Tt^2/m$. t 时刻后的光学厚度分布为

$$D(y,z,t)=\sigma\frac{N}{\pi r_y(t)r_z(t)}\exp\left(-\frac{y^2}{r_y^2}-\frac{z^2}{r_z^2}\right).$$

当扩散时间 t 足够长,以致 $2k_{\mathrm{B}}Tt^2/m\gg r_i^2(0)$ 时,原子团的尺度在各个方向近似相等:

$$r_x(t)=r_y(t)=r_z(t)=\sqrt{\frac{2k_{\mathrm{B}}Tt^2}{m}},$$

即原子团近似为一个球体. 此时有

$$D_{\max}(t)=D(0,0,t)=\sigma\frac{m}{2\pi k_{\mathrm{B}}t^2}\frac{N}{T}.$$

弹性碰撞率 K_{el} 就与原子团从势阱中释放出来并经过足够长的时间 t 扩散后的光学厚度最大值 $D_{\max}(t)$ 成正比. 这样,就可直接用原子团的光学厚度来监测蒸发冷却过程中弹性碰撞率的变化,从

而确知蒸发冷却是否达到逃逸蒸发冷却的条件，即蒸发冷却是否有效，相空间密度 ρ_{ps}能否不断提高.

图 11-13 显示了在按频率扫描曲线进行的蒸发冷却过程中，当射频频率到达某一个值时，原子团从磁阱中释放出来 6 ms 时间后光学厚度的变化. 在蒸发冷却之初，射频频率为 30 MHz，此时原子团的光学厚度最大值为 0.85，原子数为 8×10^7；在射频频率降低到 2.112 MHz 时，光学厚度最大值达到 1.9，原子数为 6×10^6；在射频频率继续下降到 1.308 MHz 时，原子团的光学厚度最大值达到 2.1，原子数为 3×10^6；在射频频率降低到 1.218 MHz 时，原子团的光学厚度最大值达到 2.7，原子数为 2×10^6. 该图说明在这个蒸发冷却过程中，势阱中剩下的原子的弹性碰撞率在不断地增大，也就是说，满足了逃逸蒸发冷却的条件. 原子的相空间密度也由蒸发冷却前的 1×10^{-7}上升到 3×10^{-2}，已经很接近 BEC 的相变点.

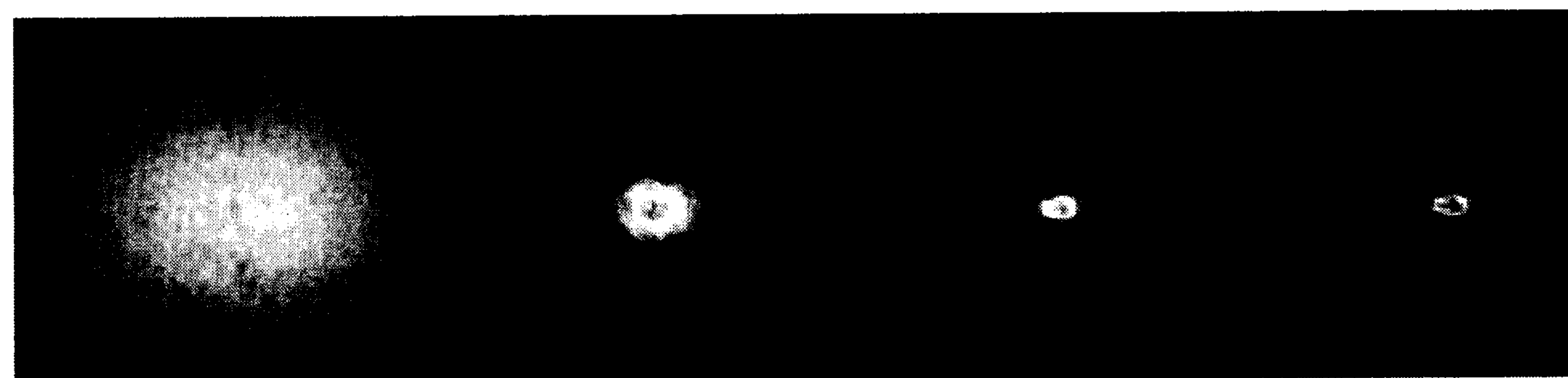


图 11-13 原子团的光学厚度在"逃逸"蒸发冷却过程中逐渐增加

吸收成像的照片在原子团经过 6 ms 自由扩散后拍摄获得. 从左至右，每幅照片的最终射频频率依次为 30，2.112，1.308 和 1.218 MHz，相应的光学厚度分别为 0.85，1.9，2.1 和 2.7. 这一过程显示了实验中蒸发冷却的有效性.

11.3.3 BEC 的形成与判断

蒸发冷却到最后阶段，可以发现当射频频率扫描到接近磁阱中心极小值时，原子团的光学厚度急剧上升，而且在自由扩散过程中还表现出各向异性. 这预示着 BEC 的形成. 图 11-14 显示了 BEC 体的形成过程. 图中的冷原子团是从 QUIC 阱中释放出来，

经过 18 ms 的自由扩散后通过吸收成像法拍摄得到的. 当蒸发冷却的射频频率扫描到 1.15 MHz 时，冷原子团还没有形成 BEC，此时原子团的扩散仍然是各向同性的，其扩散规律仍然满足麦克斯韦-玻尔兹曼条件. 当扫描射频场的终止频率降低到 1.14 MHz 时，原子团中心附近的光学厚度突然增大，但周围的原子的扩散仍然为各向同性，扩散成球状；而中心附近处原子的自由膨胀则为各向异性，z 方向的扩散慢，径向的扩散快，这说明 BEC 已经形成. 通过测量非凝聚体原子团的尺度，可得到此时原子团的温度为 400 nK. 当射频场的终止频率降低到 1.13 MHz 时，更多的原子进入到凝聚体中；继续降低到 1.11 MHz（图 11-14），则形成一个纯铷原子的 BEC 体. 凝聚体中的原子数约为 2×10^5. BEC 体形成的三维图像见图 11-15，高度表示原子团的光学厚度；图 11-16 给出了这一过程中光学厚度分布的实验数据和拟合结果.

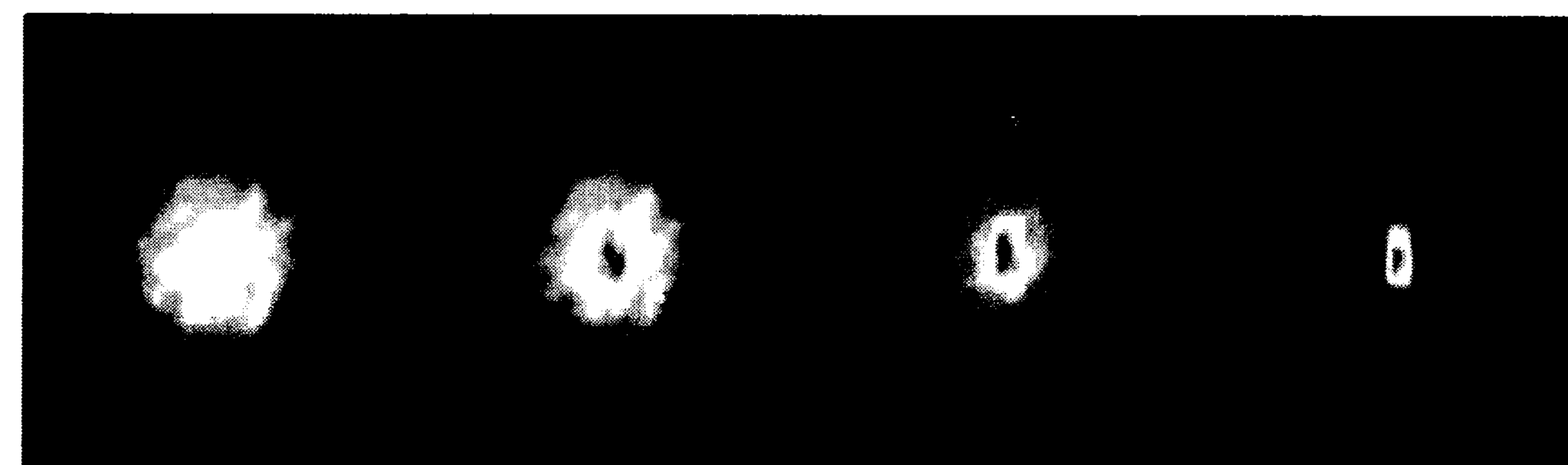


图 11-14 BEC 体的形成过程

从左至右，射频场的中止频率依次为 1.15，1.14，1.13 和 1.11 MHz. 每张照片的大小均为 0.816 mm×0.816 mm.

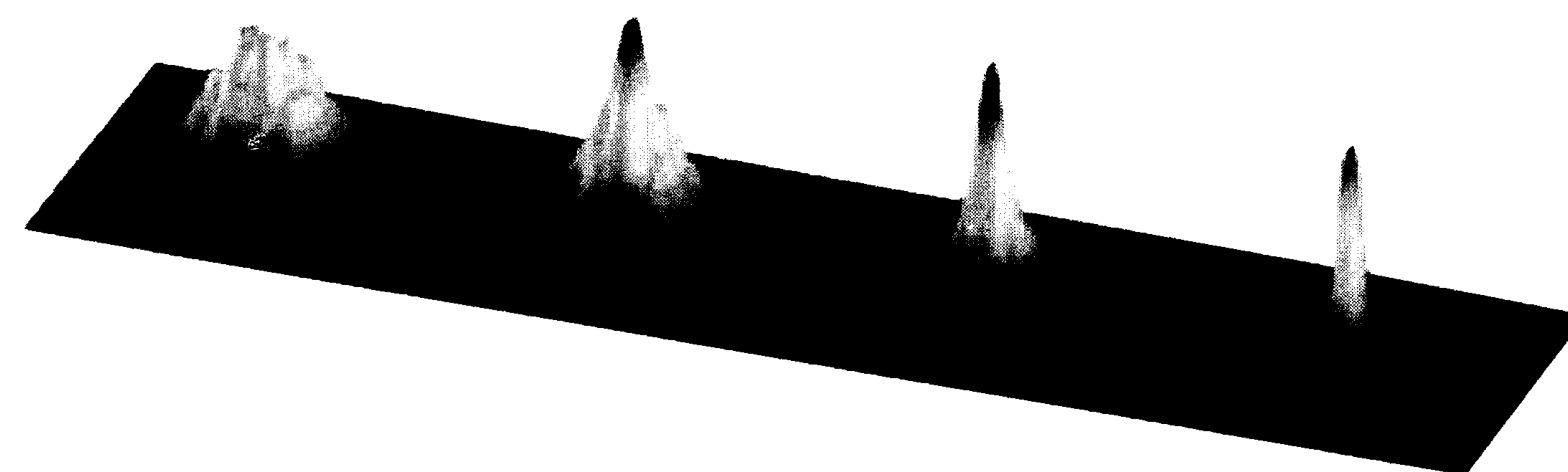


图 11-15 与图 11-14 过程相同的 BEC 体形成三维图

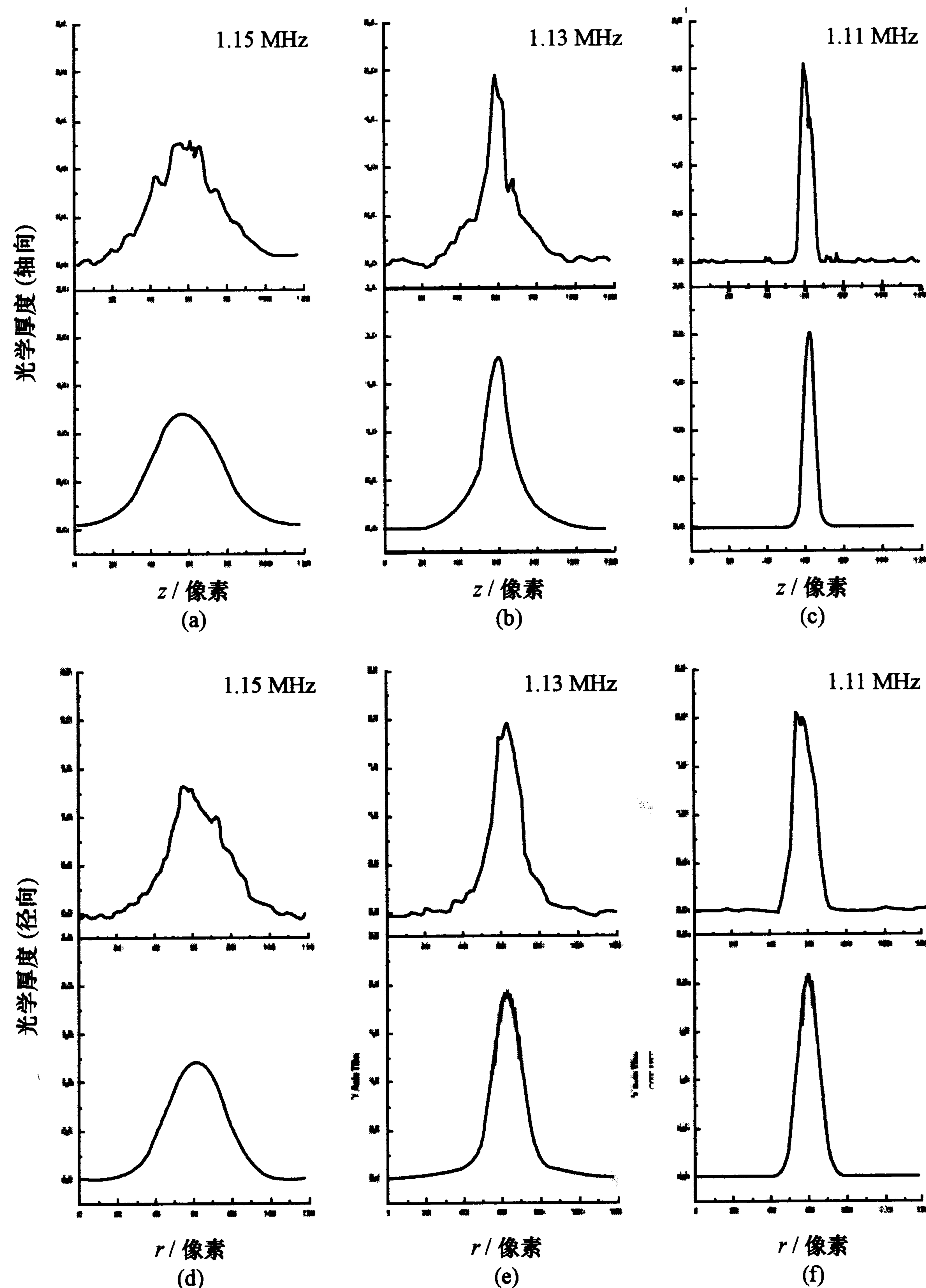


图 11-16　原子团经历 18 ms 自由扩散后光学厚度分布的实验数据和拟合结果 (a),(d)处于临界温度的分布;(b),(e)产生 BEC 体的分布;(c),(f)几乎纯凝聚体时的分布.

BEC 体的出现可以用下面的方法来证明:

(1) 用吸收成像法得到的原子团的密度分布双峰分明. 在宽的热速度分布的背景上突然出现一个中心在零速度的窄峰. 当温度降低时,对应窄峰的原子比例显著增加.

蒸发冷却使冷原子团刚要出现凝聚体时的温度即 BEC 相变的转变温度. 实验中测得的转变温度为 440 nK,此时原子数为 8×10^5,临界空间密度 $1\times10^{14}/\mathrm{cm}^3$. 进一步冷却到低于转变温度以下,则出现凝聚体. 随着温度的降低,凝聚体的成分也逐渐增大,最终获得接近纯凝聚体,原子数约为 2×10^5.

(2) 测量原子团在自由扩散阶段径向和轴向的尺度比(或称纵横比)也是判断 BEC 体生成的一个重要判据. 在托马斯-费米近似条件下,凝聚体中的原子动能可以被忽略,囚禁在势阱中的凝聚体的形状只是由以下两种作用的平衡所决定:(1) 外场势的约束作用;(2) 铷原子之间的平均场造成的排斥相互作用. 结果是,凝聚体的托马斯-费米半径的尺度远大于理想玻色气体处于凝聚状态时的尺度(即谐振子基态的尺度). 因此,凝聚体波函数中的动量的不确定性可以被忽略;对自由扩散的凝聚体的形状起主导作用的是互相排斥的平均场相互作用. 一旦约束凝聚体的势阱被撤掉,原子团在密度梯度最大方向的扩散也加快,这个方向就是 QUIC 阱的径向方向. 以 QUIC 阱为例,根据文献[30,47],在阱中径向和轴向频率比很大($\omega_r\gg\omega_z$)的凝聚体中,空间自由膨胀径向和轴向尺度的演化分别为

$$R_r(\tau_{\exp}) = R_r(0)\sqrt{1+\omega_r^2\tau_{\exp}^2}, \tag{11.3.13}$$

$$R_z(\tau_{\exp}) = R_z(0)\left\{1+\left(\frac{\omega_z}{\omega_r}\right)^2\left[\omega_r\tau_{\exp}\arctan\,(\omega_r\tau_{\exp}) - \ln\sqrt{1+\omega_r^2\tau_{\exp}^2}\right]\right\}, \tag{11.3.14}$$

其中 $\tau_{\exp}$是膨胀尺度. 定性地说,当凝聚体处于磁阱中时,凝聚体的形状为"长雪茄"型,轴向尺度大,径向尺度小,尺度比

$R_r(0)/R_z(0)=\omega_z/\omega_r$. 将磁阱突然关断后,凝聚体的径向扩散比轴向快. 随着扩散时间的增大,凝聚体的形状由"长雪茄"型逐渐变成球型,再逐渐变为 z 方向短、x,y 方向半径大的"饼"型. 尺度比最终可以达到 $R_r(t_f)/R_z(t_f)=2\omega_r/\pi\omega_z$[47].

在图 11-17 中实线是按照托马斯-费米近似理论计算得到的,势阱频率取本实验中 QUIC 阱的频率,即 $\omega_r=2\pi\times220\,\text{Hz}$(径向),$\omega_z=2\pi\times20\,\text{Hz}$(轴向). 实验测量时,则在扩散时间分别取 3,6,9,12,15,18 和 21 ms 时得到. 从图中可以看到,理论值和实验值符合得比较好.

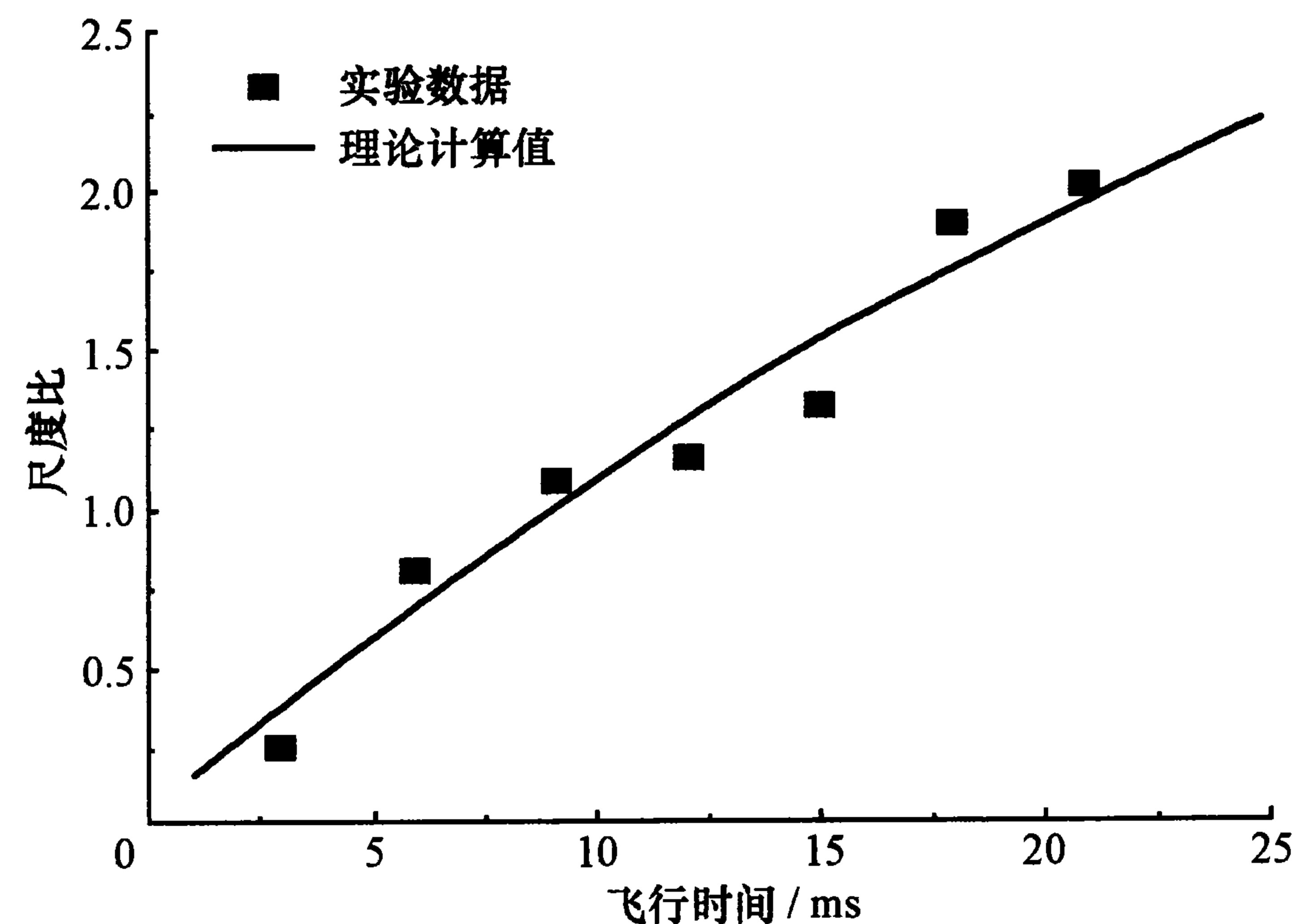


图 11-17 不同扩散时间条件下,BEC 体径向和轴向尺度比的变化

11.3.4 多组分 BEC 体的产生

由于铷原子基态的 $F=2,m_F=2$ 态在磁阱中的陷俘力最强,一般铷原子 BEC 中的原子均属该态. 我们的实验可产生多组分的自旋凝聚体,并可通过马约拉纳跃迁控制 BEC 的组分.

马约拉纳跃迁发生于磁阱磁场电流关闭时,原子感受到某个方向上的磁场零点,磁场方向迅速变化. 前面说过,QUIC 阱是由四极线圈和 Ioffe 线圈两部分线圈(统称 QUIC 线圈)组成的. 实验中,与 Ioffe 线圈同轴还加了一对用来调整 QUIC 阱磁场最小值的偏置线圈. 在 QUIC 阱正常工作时,如果只有 QUIC 线圈工作,磁场中心的极小值为 9.0 G;加上偏置线圈后,这个极小值补偿到 1.55 G. 实验中,两部分线圈电流是独立控制的. 设 QUIC 线圈电流关断时刻为 t_Q,偏置线圈电流关断时刻为 t_b,偏置线圈电流比 QUIC 线圈电流提前关断的时间为 $t_{int}=t_Q-t_b$.

实验现象可以描述如下:在 QUIC 阱中通过蒸发冷却得到 BEC 后,原子处于自旋极化的 $F=2$, $m_F=2$ 态上. 改变关断偏置线圈电流的时间常数 τ_b,使 $\tau_b=3\,\text{ms}$,然后关断 QUIC 线圈,经过 18 ms 的自由扩散后用吸收成像法来观察凝聚体的状态,可以看到原来自旋极化的凝聚体转变成多组分自旋凝聚体,如图 11-18 所示. 图中产生的 5 种组分分别对应 $F=2$, $m_F=2,1,0,-1,-2$ 态. 分布于不同态上的原子数可以通过控制 QUIC 关闭磁阱的 t_{int} 值来改变.

上述现象可以这样来解释:由于 QUIC 线圈电流关断的时间常数 τ_b 远比偏置线圈小,在 QUIC 线圈关断过程中偏置线圈的电流几乎不变. 对不同的两线圈电流关闭的时间间隔 t_{int},当 QUIC 线圈关断时,偏置线圈所产生的磁场值也是不同的. 由于这两组线圈所产生 z 方向上的磁场可以互相抵消,当 QUIC 线圈电流下降到由其产生的磁场相当于偏置线圈的磁场值时,在阱中心位置上该方向的磁场可降为零,从而提供了产生马约拉纳跃迁的条件. 由于在 QUIC 线圈中四极线圈和 Ioffe 线圈的关断时间常数也不一致,这个过零时刻的磁场变化速度和 x,y 方向磁场的大小也不相同. 根据 2.3.4 小节所说,马约拉纳跃迁概率也不同. 因此可以通过变化两线圈关闭电流的时间间隔 t_{int},得到原子从 $F=2$, $m_F=2$ 态跃迁到 $m_F=2,1,0,-1,-2$ 态的不同概率,从而解释多组分 BEC 的出现. 给出相应的二能级跃迁概率,可以根据马约拉纳公式(2.3.39)求出在取不同的 t_{int},不同的偏置磁场值时,原子从 $F=2,m_F=2$ 能级跃迁到其他几个磁子能级的概率,从而可以得到

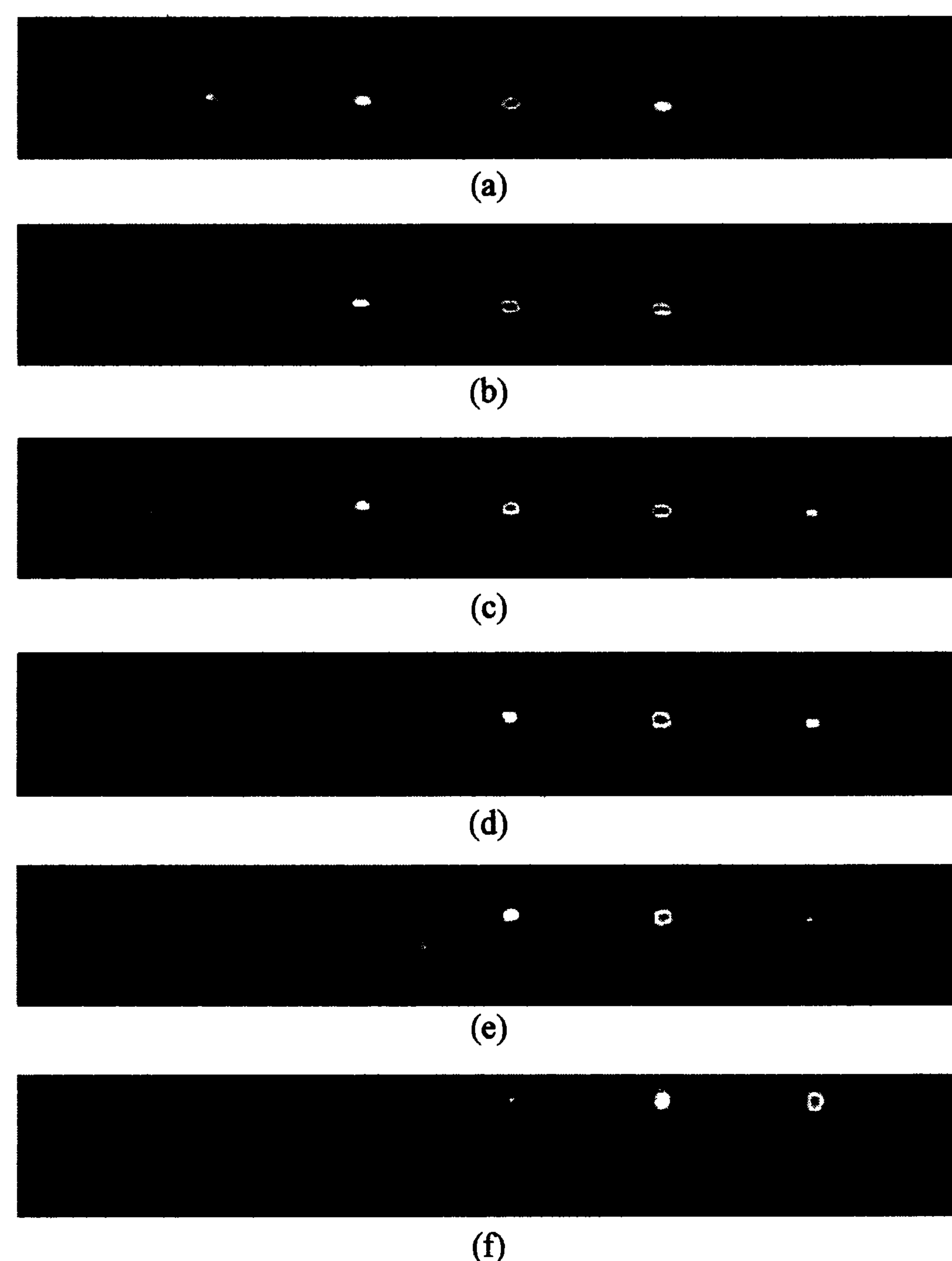


图 11-18　多组分自旋凝聚体的产生

照片是经过 18 ms 扩散后拍摄的. (a)～(f) t_{int}分别为 3.0, 2.5, 2.0, 1.5, 1.0, 0.0 ms; 每个凝聚体分别对应 $|2,2\rangle$, $|2,1\rangle$, $|2,0\rangle$, $|2,-1\rangle$和 $|2,-2\rangle$态.

与实验现象大体符合的结果[48,49]. 这是一个随时间变化的过程,线圈关断时引发的磁场涡流和重力都起着重要作用. 在进行细致的实验分析时必须考虑这些因素,这里不再赘述.

§11.4　BEC 性质的研究

BEC 作为一种崭新的物质状态,从 1995 年在稀薄气体中实现以来,立刻引起研究热潮,大量理论和实验文献给出了有关 BEC 的性质. 可以说,BEC 已经成为一种特殊的低温实验室,用来

研究原子物理和这种超冷凝聚体的力学、光学、热学、声学和超流等性质及其物理机制. 本节只叙述一些主要方面,有兴趣的读者可参阅有关论文(如文献 [50～55]).

BEC 的静态性质

BEC 的静态性质主要指它的大小、形状、转变温度、凝聚态原子数和原子密度等,取决于原子的特性与囚禁势的不同. BEC 的大小为 10～100 μm 数量级. 由于势阱中的势是各向异性的,因此多数 BEC 的形状不呈圆形,而是椭球状,其尺度比(长短轴之比)一般为几到十几,甚至更大. §11.3 已对谐振子势阱 BEC 尺度比的形成作过解释;它还可从解 GP 方程求得. 转变温度一般为 100 nK 至 2 μK,受势阱影响很大,也与阱中原子数和密度有关;凝聚原子数则从几百到 10^9,原子密度变化也很大(可高达 $10^{15}/cm^3$). 刚发生 BEC 转变时,整个原子团由凝聚态原子与非凝聚态原子混合组成:前者的密度图像呈尖锐的抛物线形,决定于阱势;后者是高斯分布. 从飞行时间吸收成像法或在位色散成像法的图像可导出温度、原子数和密度等数据[30].

BEC 的动态特性

BEC 的动态特性包括一系列现象,如 BEC 的稳定性、扩张、集体激发、振荡和衰变等. 这些现象都涉及 BEC 内原子之间以及原子与阱势的相互作用,是"非常冷"的原子团的特性. 这是研究的主要方面.

BEC 是不稳定的,随着时间衰变,具有一定寿命(一般为几秒到几分钟). 衰变的原因为 BEC 原子间的非弹性碰撞[56],其结果是使一些原子脱离凝聚体. 一般定义 BEC 原子密度从峰值降到其 1/e 所需的时间为 BEC 寿命. 影响 BEC 寿命的非弹性碰撞有三体复合和两体弛豫两种:前者导致形成双聚体或分子,其概率与原子体密度 $n^2(r)$成正比;后者起因于磁阱中磁性原子间碰撞而产生自旋反转,释放塞曼能量,此过程与 $n(r)$成正比. 实验表明[57],实际 BEC 的主要损耗机制是三体碰撞,而两体弛豫的作用可忽略.

撤去磁阱后 BEC 自由扩张，其原因有二[58]：(1) 原子团被阱束缚在很小的范围内，根据不确定关系，位置限制得越小，动量的改变就越大，因此 BEC 从阱中释放后，扩张很快.(2) 原子间的相互作用，可通过解含时 GP 方程从理论上求得扩张情况.定性地说，阱势去掉后，相互作用势能变成动能，扩张更快，故与阱中振荡频率关系很大.实验表明[59,60]，原子间的相互作用是主要的.这种扩张可用尺度比随时间的变化来检测，例如，一开始是“长雪茄”型的原子团(尺度比大于 1)，到后来成为扁圆形(尺度比小于 1)①.

BEC 是一种宏观量子现象.在磁阱中，纯 BEC 的温度接近零，但处在量子基态的原子团还在作零点振动.可以把这些原子团集体激发到阱中的高能级激发态.这也是一种元激发.这些激发态可用 n,l,m 量子数来描述，其中 n 表示径向量子数，l,m 分别表示总角动量及其轴向分量.激发方法是先对阱势加一个随时间变化的扰动[61]或进行调制[62]；然后对它们的动态特性进行测量.一般用吸收成像法或在位色散成像法(后者更好)测得原子团形态的变化、振动及其随时间的衰减.原子团的振荡实际上是声振荡，因此对声波传播具有重要影响，这是传统超流体研究的主要课题，对了解玻色气体的动力学性质有显著作用(详见文献[30]).

BEC 的相干性

玻色凝聚体的一个显著特点是可用宏观波函数来描述，整个原子团具有统一的相位.因此，BEC 中的原子具有相干性，如果两团 BEC 相遇，就会出现干涉条纹.关于 BEC 是否具有统一相位以及能否出现干涉条纹的问题，曾有过许多争论，但实验最终证明了这个结果.这是 BEC 区别于“非常冷”的原子团的根本特性[63].实验是 Ketterle 小组首先完成的.他们先用典型方法把钠原子冷却，并装载到四叶草阱中，形成“长雪茄”状的原子团；然后用一束远离共振的蓝失谐强激光在阱中间建立一个偶极力势垒，排斥原子，造

① 文献[59]中对尺度比的定义与通常相反.

成双阱和两个原子团；再用蒸发冷却得到两个独立的 BEC；之后撤去磁场，BEC 在重力场下一边下落一边自由扩张，两团原子互相重叠，如图 11-19 所示.经过 40 ms 后，用相衬色散成像法得到了如图 11-20 所示的干涉条纹.图中为了凸现条纹曲线，横向宽度压缩到原来的 1/4.条纹间距为 15～20 μm，并随势垒高度(激光功率)的大小而变：功率越大，间距越小.这符合两团 BEC 的物质波空间相干性.

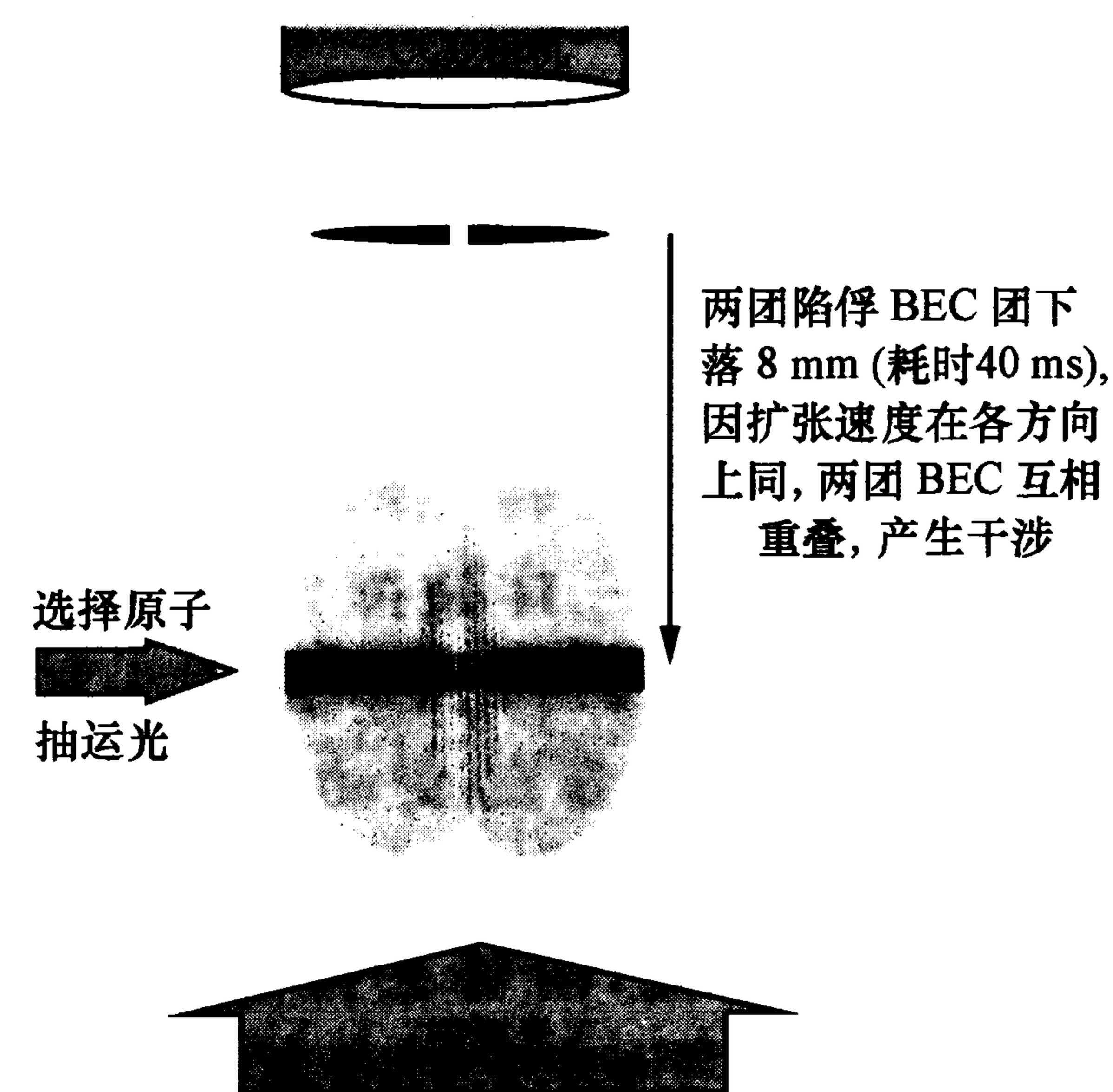


图 11-19　BEC 干涉实验的装置及其观察方法

原则上，也可用激光刀先把一团 BEC“切”成两半，再让它们干涉，如同一个光源通过双缝形成干涉条纹一样.但这类实验没有成功，原因是激光刀、凝聚体和 CCD 相机等的机械稳定性不够，干涉条纹很模糊[30].Gaithersburg 的 NIST 小组用另一种方法测量了 BEC 的相干性[64].他们用一束激光驻波脉冲照射钠原子 BEC，使它产生衍射(见文献[65])，得到反方向的光子动量而分裂成为两个 BEC，沿着相反方向运动.经过 Δt 时间后，再加一个衍射激光脉冲，这样新分裂的 BEC 就会与原来的 BEC 重叠而发生干涉.

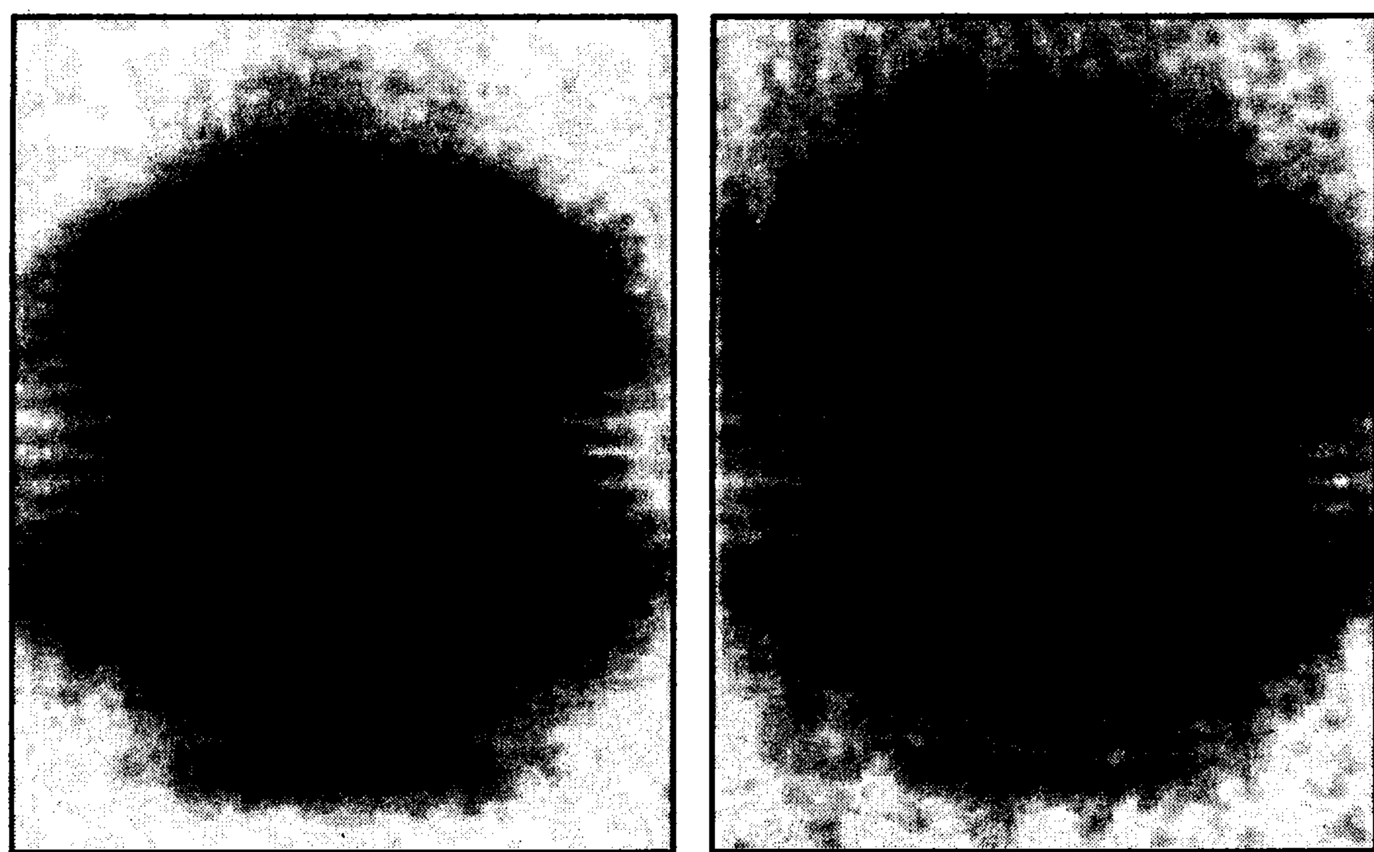


图 11-20　两团 BEC 的干涉条纹

他们得到了 BEC 干涉图像①，并证明 BEC 的空间相位在阱中是均匀的，而撤去阱势后在自由扩张的 BEC 中相位有较大的空间变化. JILA 小组则用一种特殊的方法产生了两个 BEC，使它们相互干涉来观察其相对相位[66]. 他们先制备了一个自旋态为 $F=1$，$m_F=-1$ 态的铷原子 BEC，然后用双光子激光脉冲把其中一半原子转变为 $F=2$，$m_F=1$ 态，再让它们自由扩张，产生重叠，测量干涉图像；所得的结果表明两团 BEC 都有确定相位. Hänsch 小组则在同一个 BEC 的不同部位上用射频场引出原子，使其互相相干而形成干涉条纹，得到了 BEC 空间相干性的信息[67]. 他们工作的一个特点是在 BEC 形成过程的各个不同相变阶段测量了相干性. 显然，温度越低，BEC 越纯，相干性越好. 这类实验较多，总体上都证明了 BEC 有确定的相位和相干性.

BEC 的宏观物质波性质

上述 BEC 的相干性已经从一个方面反映了 BEC 的物质波性质；但是像由经典波动方程描述的光波具有可用透镜、棱镜、分束镜和光栅等进行操作的许多性质一样，BEC 也有可进行类似操作

① 实验比较复杂，采用了两对延时不同的脉冲，以避免因激光脉冲强度不稳和 BEC 中原子数涨落而引起的干涉图像模糊.

的波动性质(如布拉格衍射). 此外，在非线性介质中还有类似非线性光学的性质(如产生四波混频、可进行物质波放大等).

物质波的布拉格衍射与 X 射线在晶体中的衍射相反，是原子的物质波在周期结构的驻波光场(光格点)中散射引起的. 当光波场由两束光组成(如驻波)时，这种散射可看做是受激拉曼过程，即原子从一束光吸收一个光子，而向另一束光受激发射一个光子. 在此过程中，既保持动量和能量的守恒，又保持物质波和光波的相干性不变，因为这里没有自发辐射过程[65]. 在过程结束时，原子得到的动量(反冲动量)和动能的变化分别是

$$P = 2\hbar k\sin\left(\frac{\theta}{2}\right),\quad \Delta E_{\mathrm{k}} = \frac{(nP)^2}{2m} = n\hbar\delta_n,\quad (11.4.1)$$

这里 θ 是两束光之间的夹角，k 是光波的波矢量，m 是原子质量，n 是布拉格衍射级数，δ 是两束光之间的频率差(这个频率差反映驻波是移动的，并由此决定移动速度). 这样，就可以利用布拉格衍射来操控 BEC. 上述干涉实验就是利用激光脉冲来移动 BEC 使之互相重叠而相干的.

四波混频是一种非线性光学现象. 当有三个强光场照射非线性介质时，介质会产生三阶极化，发出第四个波. 若三个场的频率分别为 ω_1，ω_2 和 ω_3，则第四个波的频率为 $\omega_4=\omega_1+\omega_2-\omega_3$，相应的波矢量为 $\boldsymbol{k}_4=\boldsymbol{k}_1+\boldsymbol{k}_2-\boldsymbol{k}_3$. 物质波也会表现出类似的四波混频现象. 不过，这里非线性作用是由原子之间的相互作用引起的，它也可看成是两束物质波形成有密度周期起伏的原子格点. 第三束波则在此格点上发生布拉格衍射，衍射波就是新产生的第四个波[45]. 邓鲁等人在 Gaithersburg 的 NIST 小组首先完成了第一个物质波四波混频的实验[68]，实验也是在钠原子 BEC 上进行的. 首先用一对互相垂直的激光脉冲使部分(约占 1/3)凝聚体原子产生布拉格衍射，获得一个有相应动量的原子团；在 20 μs(凝聚体还来不及分离)后，再用一对反向的布拉格激光脉冲给约 1/2 的凝聚原子施加衍射动量，又得到两个衍射原子团. 这样就得到了三个具

有不同动量的物质波,但因时间很短,它们在空间上还是互相重叠的,因此有显著的相互作用(通过原子之间的碰撞引起,理论上可用 GP 方程中的相互作用项来描述). 经过一段时间的自由扩散,不同动量的原子团就会显现出来. 我们看到,这时除了三团布拉格衍射出来的凝聚体外,还有新的一团(图 11-21 中较小的一团),这就是四波混频的结果. 四波混频要严格遵守动量、能量守恒关系(相位匹配). 由图可见,实验中原先的三个动量成分有相近的幅度,而其中一个明显大一些,这是因为在混频相互作用过程中,在产生新波的同时放大了其中一个,而另两个则被削弱.

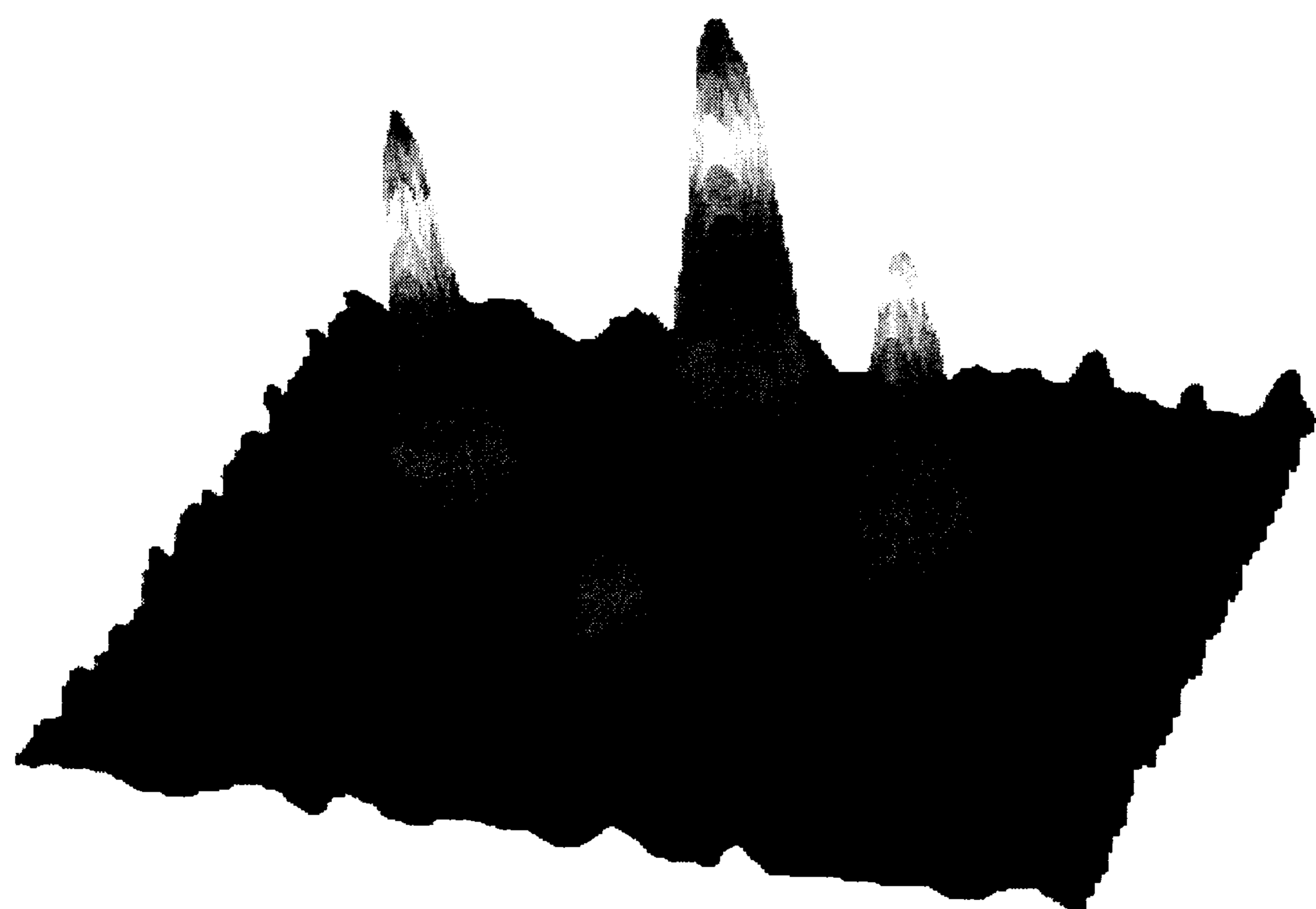


图 11-21　BEC 中的四波混频现象

物质波放大是另一个例子. 正像光波可在有源介质中被放大一样,物质波也可以在 BEC 中放大. MIT 和东京大学首先独立地进行了这种实验[69,70]. 他们的实验都是以 BEC 中物质波的超辐射为基础的,因此这里先介绍一下这种现象[71]. 一支远失谐的激光束作用于一个"长雪茄"状的钠原子 BEC 上,当原子瑞利散射一个光子时将产生反冲. 若原来光的波矢量为 $\boldsymbol{k}_0$,散射光子的波矢量为 $\boldsymbol{k}_s$,则原子得到的反冲动量$\hbar k$ 决定于它们的动量差 $\boldsymbol{k}_0-\boldsymbol{k}_i$. 这个动量极小,不足以使原子离开凝聚体. 由于 BEC 不是呈球状均匀扩展的,在凝聚体中就会因原子动量不同而形成特殊的物质波

栅格. 因为每个散射光子又一次产生原子动量,这个过程可以被反复放大. 这样就可以引起物质波的放大. 实验中,激光脉冲从长形 BEC 的横向射入,由于原子对光的相干散射要满足"相位匹配"条件,散射光在沿 BEC 长轴的方向有最大概率,而反冲原子的走向则与此轴成 45°的方向(与入射光的偏振方向有关,实验用的是与 BEC 长轴垂直的偏振方向). 这样,随着激光作用时间的延长,在 BEC 中的反冲原子将不断放大,并从原 BEC 原子团中分离出来. 这种现象好比经典的光在集体激发介质中产生超辐射一样,是物质波的超辐射.

现在再来看物质波放大的实验,这里着重讲述东京大学的结果[70]. 他们利用铷 BEC 中由布拉格衍射产生的一小团高动量态的原子作为"种子",物质波的超辐射现象作为放大介质. 实验是这样进行的:先在磁阱中形成一个长形 BEC,后撤去磁场,再在沿 BEC 长轴方向加一个光脉冲 A(图 11-22(a)),其频率远离共振达 $-2\,\mathrm{GHz}$,使之产生物质波的超辐射. 图 11-22(b)显示的是在磁阱关闭 $500\,\mu\mathrm{s}$ 时施加该脉冲光产生的超辐射的 $2\hbar k$ 相干动量态,当

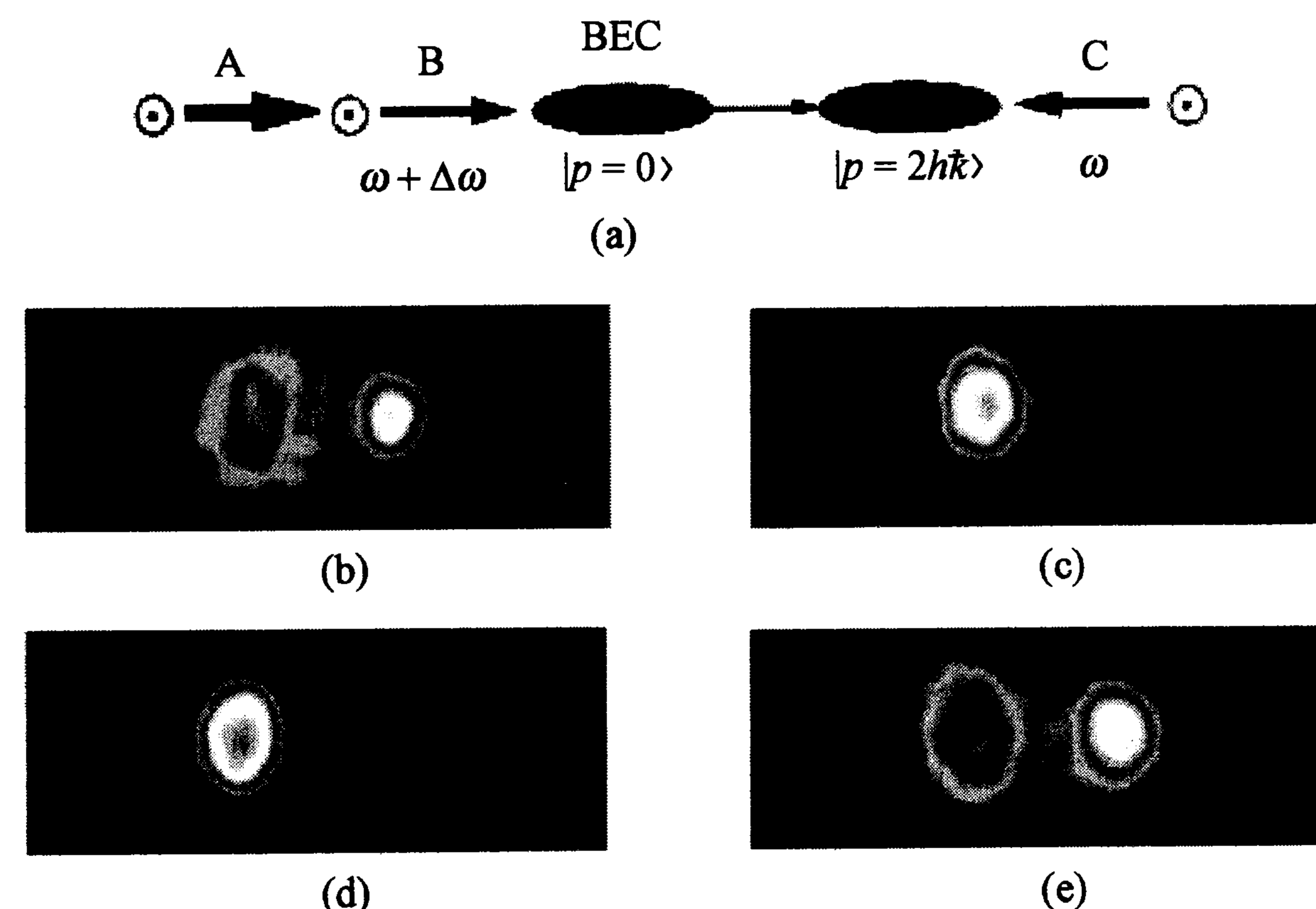


图 11-22　物质波放大的实验结果

(b) 只加光脉冲 A;(c) 只加光脉冲 A;(d) 加光脉冲 B 和 C;(e) 先加光脉冲 B 和 C,然后再加 A.

时 BEC 仍保持着长形. 图 11-22(c)显示磁场关闭 1.8 ms 后施加超辐射脉冲 A 的情况,当时 BEC 已发生尺度比变化,成为球形的,因而超辐射现象被抑制. 但为了引起物质波放大,他们在加此脉冲前,先加一对频率稍错开(频率差为 15 kHz,约为反冲能量频率的四倍)的布拉格衍射脉冲(图 11-22(a)中 B+C),从而使 6.5% 的 BEC 原子产生衍射,进入动量为 $2\hbar k$ 的态(图 11-22(d)右侧很暗的一团). 在布拉格衍射原子还没有离开凝聚体之前,再加上超辐射脉冲,它使衍射原子数量增加(放大),放大因子随超辐射脉冲的持续时间而增加,最高达到 66%(图 11-22(e)右侧的亮原子团). 这显示了物质波的放大,实验还证明了放大的波具有相干性质. 这种放大作用还可以用"玻色子激发"来解释[72],即在极低温度下,若在原子体系中存在有确定相位的 BEC 的"种子",其他原子会迅速与其"同化",取得同一相位而凝聚,"同化"速度与原有的 BEC 原子数成正比. 这个过程对原子激射器的形成有重要意义.

BEC 的转动、涡旋和超流性质

这是 BEC 研究的热门之一,是传统超流和超导性质研究在稀薄气体 BEC 中的发展,对了解宏观量子系统的特性有重要意义. 超流的一个奇异特性可体现在"旋转水桶"实验中:把寻常液体放在一个转动的容器中,液体将跟着整个容器转. 但超流体则完全不同,若转动频率低,液体不转;若转动频率高于某一临界值,则液体的速度场中会出现涡旋丝[73]. 它是量子化的,即环绕涡旋的速度环流值为 $|\nabla\times\boldsymbol{v}|=2\,\Omega=nh/m$($\Omega$ 是流体旋转速度,n 是整数,m 是液体粒子的质量,h 是普朗克常数). BEC 中的"速度"体现在其相位梯度上,这种量子化也可理解为围绕涡旋一圈相位改变 2π. 因此,出现涡旋是 BEC 超流性的表现,但是在实验上实现涡旋有两大难度:(1) BEC 在磁阱中形成;(2) BEC 太小,难以操纵. 若扩张后再进行操纵,还有 BEC 寿命和涡旋成长时间是否匹配的问题. JILA[74]和巴黎高师[73]等小组先后在实验上观察到 BEC 中的

涡旋. JILA 小组根据 Williams 和 Holland 的理论建议[75],采用激光和射频场技术在双组分铷($F=1, m_F=-1$ 和 $F=2, m_F=1$ 两种态)的 BEC 中给相应的 BEC 打上相位印记,并进行旋转,从两团凝聚体的干涉观察到了涡旋(此技术后来被称为波函数工程). 巴黎高师小组则用旋转激光束创造了一个旋转势使凝聚体转动. 图 11-23 显示当激光束旋转频率增高时,涡旋数由 0 增到 4,图中可见,涡旋中心是空的,没有原子. 由此可确定产生涡旋的临界旋转频率. 他们还测量出涡旋的寿命约为 400～1000 ms.

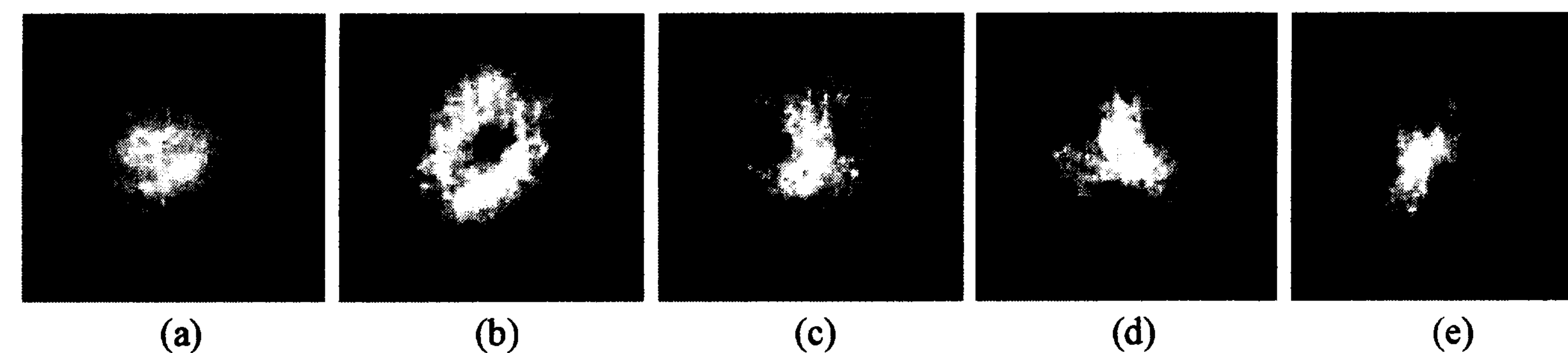


图 11-23　BEC 中的涡旋

(a)～(e) 激光转动频率分别为 145,152,169,163,168 Hz.

MIT[76]小组则实现了涡旋阵列. 他们采用旋转激光束在钠的 BEC 中产生涡旋,他们得到了多至 130 个涡旋的涡旋阵列(图 11-24). 阵列具有规则的三角形结构,但也发现在一些情况下有畸变和位错的现象. 所得的涡旋数与激起它的旋转激光束频率 Ω 及作用时间有关: 频率太高或太低均不利于涡旋数的增加(实验中,在 $\Omega=60$ Hz 附近得到最多的涡旋数);而作用时间长则容易发生涡旋. 涡旋阵列的寿命可长达几秒,与涡旋数成反比,例如单个涡旋的存在时间可达 40 s. 上述产生大量涡旋的过程符合量子流体的行为规则[77],即当外加的转动(例如搅动)角速度超过一个临界值时将产生涡旋丝(所谓"涡旋成核"). 若搅动角速度增大,将使更多的涡旋成核,最后形成涡旋阵列. 问题在于"成核"的机制是什么? 是内在的,还是外在的(对寻常液体,则与表面的平滑度有关)? 为此,JILA 小组作了一个实验,把通常的旋转气体通过蒸发冷却形成 BEC,观察其涡旋的成核过程,得到了涡旋成核内在机

制的结论及其临界转动频率.

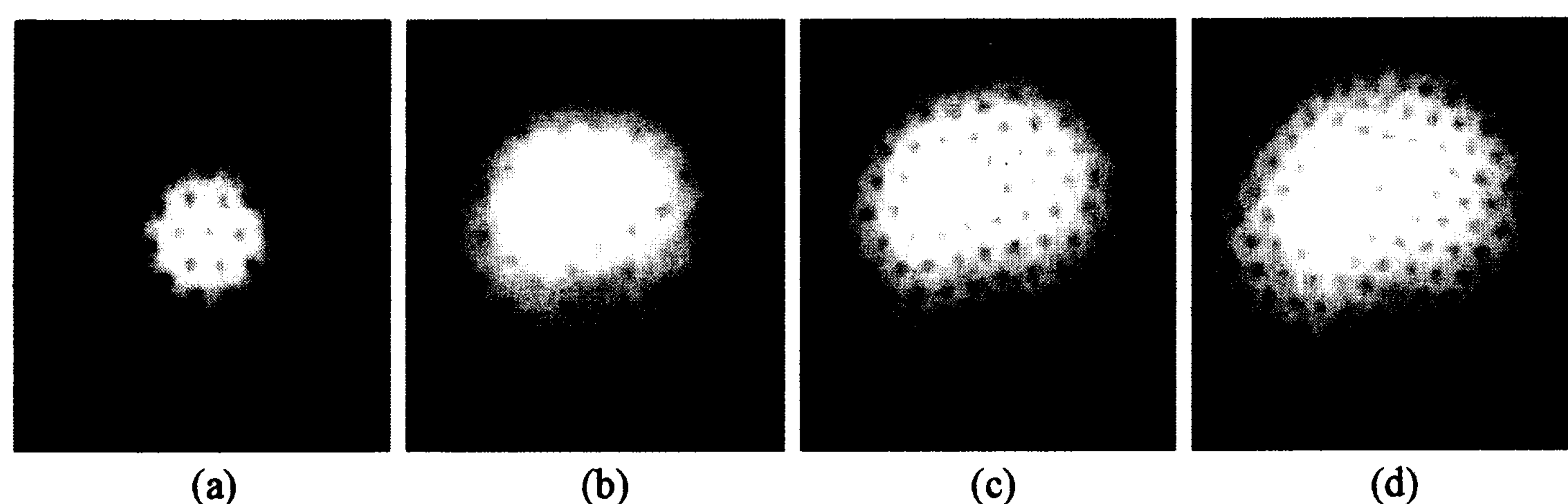


图 11-24　在钠的 BEC 中的涡旋阵列
(a)～(d)所含涡旋数分别为 16,32,80,130.

涡旋还与 BEC 中的孤子产生有关,可以从孤子的蜕化演变出涡旋[78],如图 11-25. 可以利用相位标记的方法在 BEC 中产生孤子并观察孤子在 BEC 中的传播过程,以此证明 BEC 的非线性性质. 由于 BEC 中涡旋行为的研究对了解超流和超导现象有重要意义,引起科研工作者广泛的兴趣,已有大量的理论文章和新的实验结果(如文献[79～82]),这里不作详细介绍.

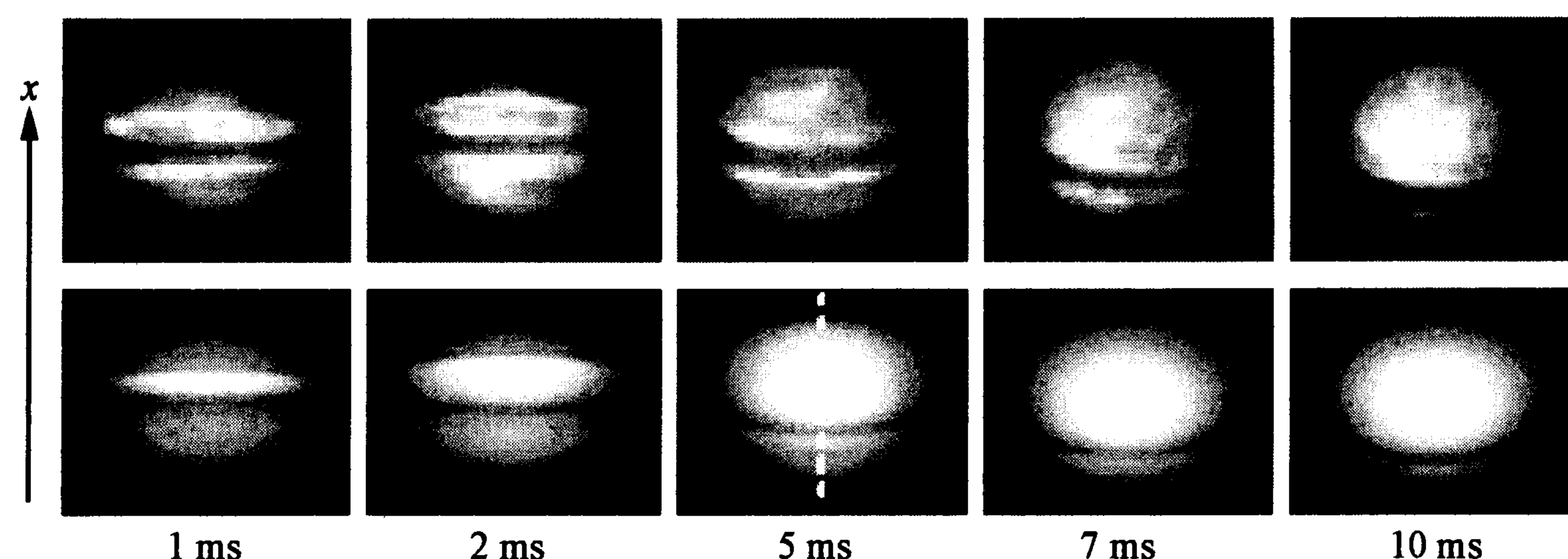


图 11-25　BEC 中孤子的产生和传播

与超流有关的一个突出成果是 BEC 在光学栅格中从超流态转到绝缘态的相变实验[83]. 这个实验由 Hänsch 小组完成. 他们在铷的 BEC 中用 6 束正交激光驻波形成光格点,产生如图 11-26 的势垒[84]. 调节激光强度可以改变势垒的峰谷高度,从而实现 BEC 状态的转变. 在低温(约 10 nK)下,所有气体铷原子可自由地在整个 BEC 光格点中流动而没有摩擦,处于超流态. 物质波在各光格点上有固定的相对相位,可以使通过的光波产生明显的干涉现象. 当势垒达到一些高度时,气体仍保持着超流态,所有原子仍是相干的;但当势垒高度超过一定值时,原子被禁锢在一个势谷中而不能流动,成为绝缘态,各格点中的原子失去了相干性. 就是用这种方法,他们实现了 BEC 两种状态之间的相变. 图 11-27 显示了势垒高度从零逐步过渡到 $3E_r$, $7E_r$, $10E_r$, $13E_r$, $14E_r$, $16E_r$ 和 $20E_r$ 时光吸收的干涉图像($E_r=\hbar^2k^2/2m$ 是原子的反冲能量). 由图可见,到势垒高度达到 $13E_r$ 时,干涉图像的强度不再增加;而到 $22E_r$ 时,干涉图像完全消失,说明这时完成了从超流态到莫特(Mott)绝缘态的相变. 这种转变是可逆的,可用于量子计算.

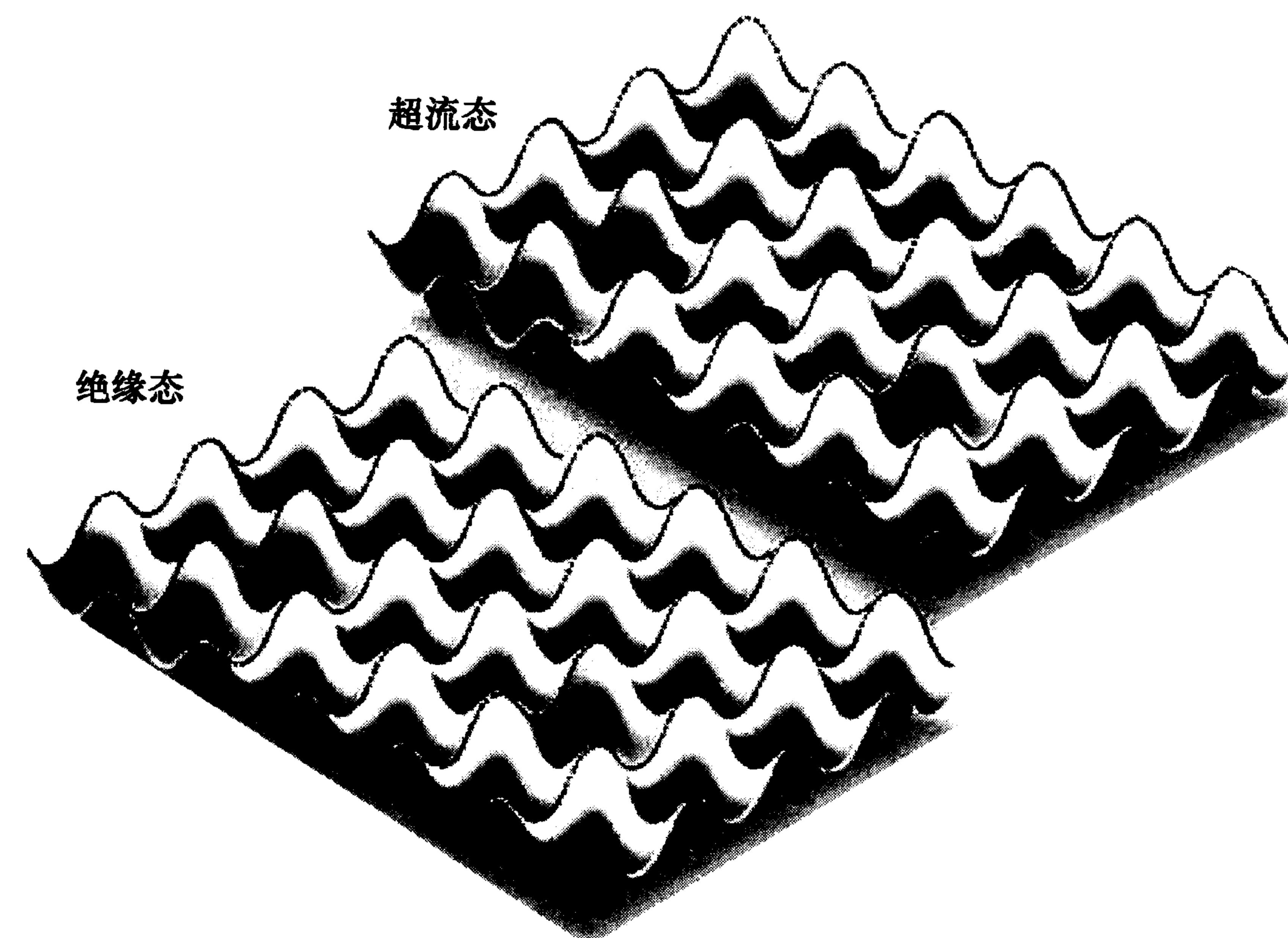


图 11-26　6 束正交激光形成的光学栅格

此外,BEC 还有许多值得研究的性质,例如热学与统计性质(与声的传播行为有关)、光学性质及光波在 BEC 中的传播;又如在 BEC 的超冷原子气体中光速被发现减慢到 17 m/s[85]. 这些性质都与 BEC 中原子之间的相互作用有关,而这种相互作用在很大

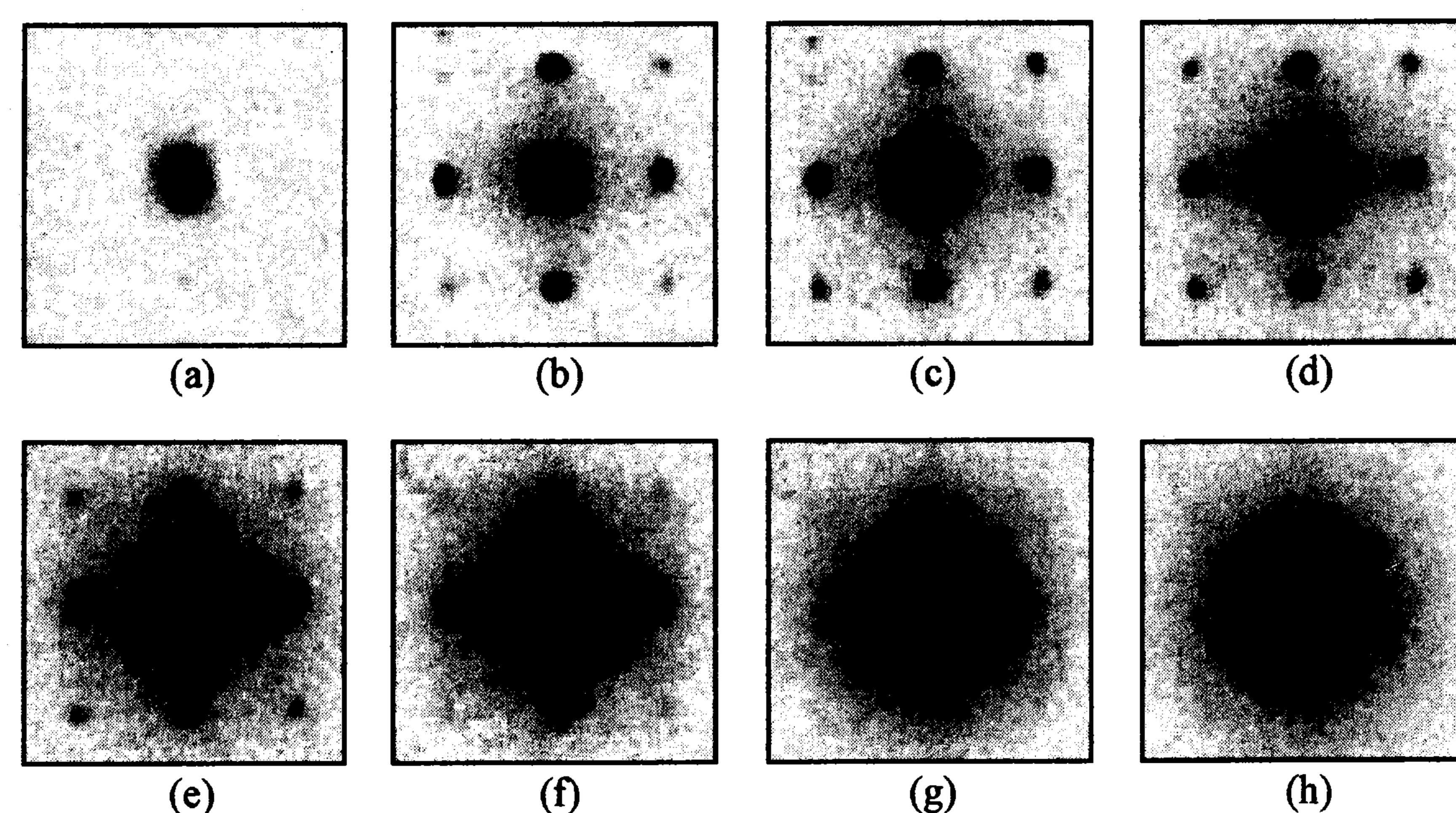


图 11-27　在 BEC 从超流态到绝缘态的转变中，光势垒增高过程的干涉图像变化(a)～(h)

程度上决定于原子的散射长度 a. 但 a 并非绝对不变，在一些情况下可以发生很大的变化，其中一种情况是 Feshbach 共振. Feshbach 共振发生在准束缚态分子和两个相互碰撞的原子具有相近能量时，这时两个原子"黏合"成一个准分子，其碰撞行为显著变化，散射长度可以发生从负(或正)到正(或负)或者到接近零的变化. 这样，原来难以凝聚的原子(如铯)就可能得以凝聚(见文献[30,86]).

不仅 BEC 引起人们广泛的研究兴趣，对费米子的冷却和超冷费米子性质的研究近年来也取得了非常多的成果. 由于两个费米子不能占据同一个量子状态，这使得超冷费米气体的性质和玻色气体的性质有很大的不同. 费米子波函数交换反对称，两个冷费米子之间不存在 s 波散射，只有 p 波散射. 利用蒸发冷却将费米气体的温度降低至费米温度之下，成为简并费米气体，可以观察到由于泡利不相容原理导致的费米压力. 近几年，利用 Feshbach 共振对于量子费米气体的研究更加广泛，包括费米子的 Feshbach 共振、费米子的射频谱、费米子相干特性、简并费米子在零温下的碰撞特征、超冷费米子组成的超冷分子以及在不同原子之间的 Feshbach 共振. 尤其令人兴奋的是，2003 年末，JILA 的 Jin 小组[109]、奥地利因斯布鲁克大学 Grimm 小组[110]和 MIT 的 Ketterle 小组[111]分别利用 Feshbach 共振的技术使处于量子兼并状态的费米子结合成分子[112]，经过蒸发冷却形成了分子的 BEC. 图 11-28 显示了 $^{40}K_2$ 分子的凝聚. 可以说，这已成为原子和分子冷却的一个新热点，这里不再叙述.

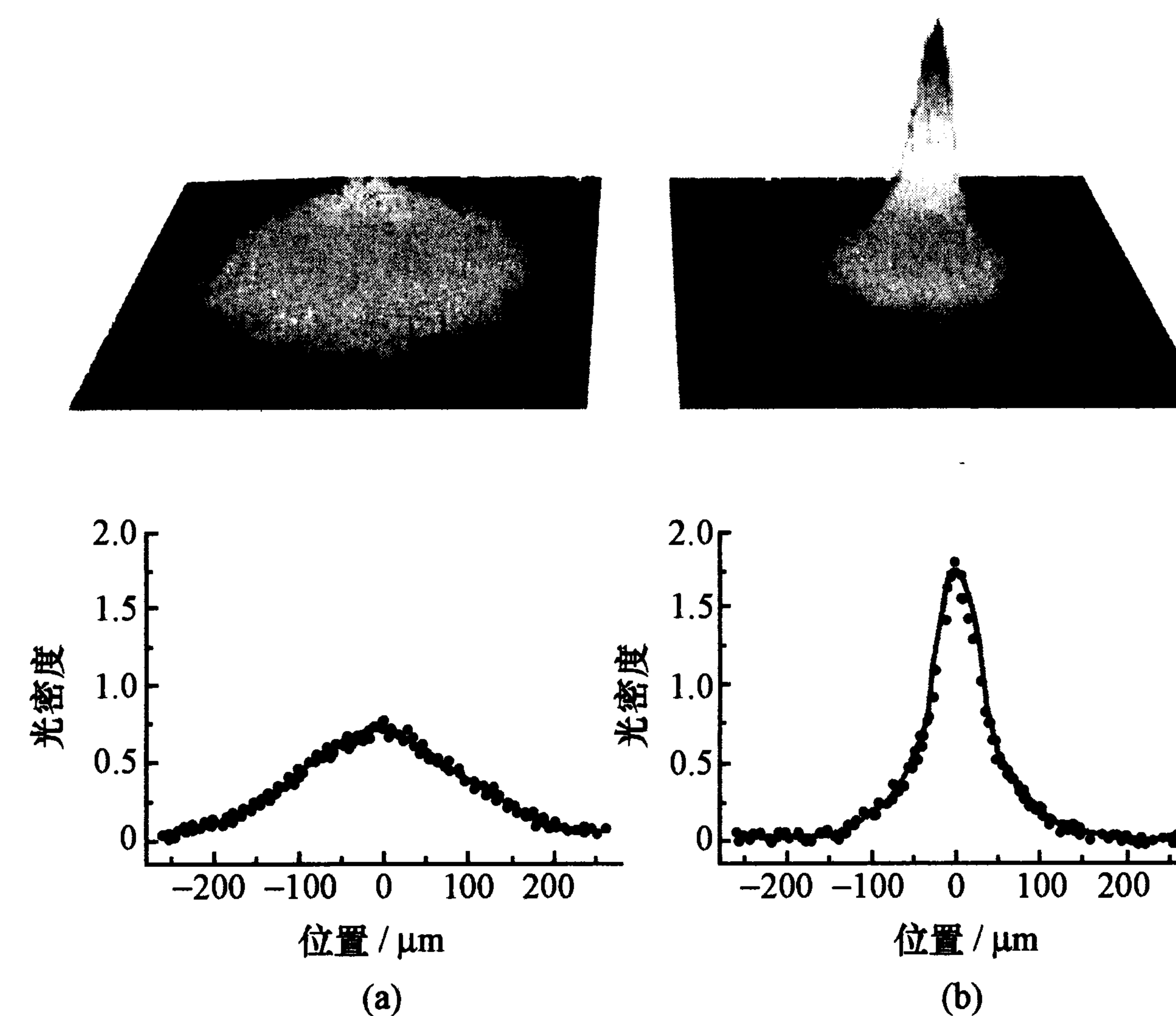


图 11-28　$^{40}K_2$ 分子的凝聚过程[109]

§11.5　原子激射器的实现

像从激光谐振腔把光子引出来，产生高定向、高亮度的相干激光束一样，把原子从原子阱内的 BEC 体中引出来，就会形成相干原子束，构成原子激射器，通常也称为原子激光，虽然它根本不是"光". 但是原子激光输出的原子束确实也具有激光的高度相干性、亮度和定向性，故可称为类激光原子束. 因此，可以找到很多有意思的用途，这是 BEC 应用的最主要的方面之一. 原子激射器在

1997年才问世，目前仍处在初创阶段，离实际应用相距尚远，还有许多工作要做. 本节将对它的构成、性质和应用作一个初步的探讨.

11.5.1　BEC的输出耦合与原子激射器的实现

在BEC中，原子具有相同的物质波相位，是相干的. 如何把这些原子从BEC中引出来而保持其相干性不变，是实现原子激射器的关键所在. 当然，把BEC的磁阱突然关闭，让整个BEC原子团在重力场作用下自由下落并扩张，似乎也可看成是一种原始的原子激射器. 但这种工作是"一锤子买卖"，无法控制输出原子束. Ketterle小组采用射频跃迁技术使相干原子逐份从BEC中耦合出来，首次真正实现了原子激射器. 他们采用的耦合方法是：若BEC磁阱中的原子束缚态为$|1\rangle$，而非束缚态为$|2\rangle$，则通过施加一个共振的射频脉冲，可使这两个态混杂成一个叠加态，$|2\rangle$态的成分就会脱离磁阱，在重力作用下自由下落. 另一种方法是利用波谱学中的非浸渐通过技术，射频场在共振区附近快速扫描，使原子在两个态之间转换，它们的相对布居数可用射频场强和扫描速度调节，从而改变浸渐通过（无能级跃迁）和非浸渐通过（完全跃迁）的程度. 后者的优点是对磁场变化（漂移）和射频场强的大小不太敏感. 无论采取哪一种方法，它们都依靠射频脉冲，其主要参量是拉比频率$\Omega=g\mu_B B_{RF}/2$（g是原子能级的朗德g因子，B_{RF}是射频磁场的振幅）. 所以这种输出耦合装置称为射频耦合器[87]. 具体做法是：先在四叶草磁阱中生成钠原子的BEC，磁场的束缚态为$F=1, m_F=-1$，阱中原子数约为5×10^6. 射频脉冲把$F=1, m_F=-1$态原子首先跃迁到$m_F=0$态，然后再过渡到$m_F=1$态，在弱磁场中两者的跃迁频率是一致的（当然，也可用微波脉冲让原子跃迁到$F=2$的非束缚态，但技术上更难一些）. 由于磁阱中的磁场强度各点不同，跃迁频率也是不同的，但因脉冲持续时间很短，频谱很宽，或扫描速率很高，这种不均匀性可忽略. 射频场是线偏振的，偏振方向与阱中心的磁场方向垂直. 上述两种技术在实验中都

已用到. 在用第一种方法时，射频场的频率为757 kHz，对应于偏置场强为1.1 G时的共振频率，射频场振幅在0.55 G内变化，以调节不同能态（这里有$m_F=-1,0,1$三个态）的原子数. 脉冲宽度约为6.6 μs（相当于5个射频周期），最窄为5 μs. 在用第二种方法时，偏置场强选在0.3～0.4 G之间，相应的共振频率为200～300 kHz，而频率扫描则在1 ms内在0～500 kHz之间变化. 两种方法都可使耦合出来的原子数在大范围内变化. $m_F=0$和1的原子在磁场中的行为不同：前者对场强不敏感，是非束缚态；后者趋向强场，是逃逸态. 实验可观察到两种不同原子的行为. 图11-29(a)显示了在射频脉冲激励下逐团从BEC中耦合出来、在重力场中自由下落的相干原子. 随着时间的推延，原子团逐渐扩散成月牙形.

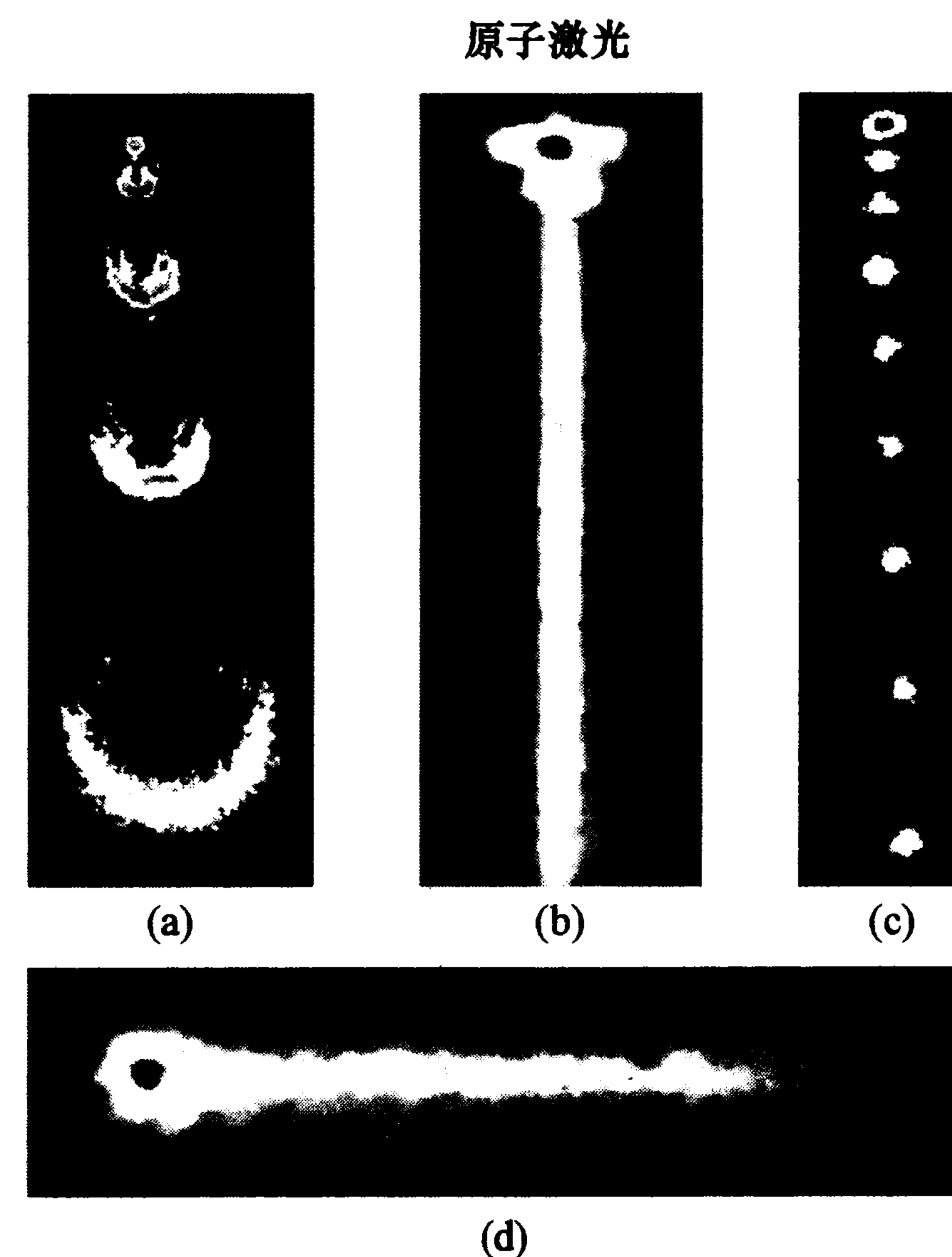


图11-29　1999年前四个实验小组得到的原子激射束的空间图像①
(a) MIT小组；(b) 慕尼黑大学小组；(c) 耶鲁大学小组；(d) NIST小组.

① 原始彩图选自文献[88].

在上述实验中,输出的相干原子束的方向是不可控制的,只能随着重力自由下落. NIST 小组用受激拉曼跃迁的方法实现了向任意方向(实验中为水平方向)准直发射的准连续原子激射器[89]. 在受激拉曼跃迁过程中,原子从一束光接受光子,向另一束光发射光子,前、后原子动量的改变为两个光子的动量差 $P=\hbar(k_1-k_2)$. 设两束光的频率相差不大,夹角为 θ,则 $P=2\hbar k\sin(\theta/2)$. 对于对射光束,有 $P=2\hbar k$. 这样,如能用拉曼激光脉冲作用于原子阱中的 BEC 原子,一方面使原子从束缚态转变成为非束缚态或逃逸态,从阱中逸出;另一方面又得到了一个定向动量 P,从而实现指定方向的准直相干原子束. 实验在用时间旋转势阱实现的钠原子 BEC 上进行. 拉曼激光是失谐为 $-1.85\,\mathrm{GHz}$ 的钠原子共振光(波长为 589 nm),两束光的频率差为 6.4 MHz(在个别使原子从束缚态 $F=1, m_F=-1$ 跃迁到 $m_F=1$ 逃逸态的实验中,频率差为 6.15 MHz),夹角为 166°,光子动量差接近于 $P=2\hbar k$;其偏振方向,一束与偏置磁场同向(激发 $\Delta m=0$ 的跃迁),另一束与磁场方向垂直(激发 $\Delta m=1$ 的跃迁),结果使原子从 $m_F=-1$ 态过渡到 $m_F=0$ 态. 连续使用两对光脉冲,还可使每个原子各接受和发射两个拉曼光子而跃入 $m_F=1$ 态,并得到动量 $P=4\hbar k$①. 有时,他们在实验中还采用另一条途径:因为时间旋转势阱有一个"死圈",即静磁场与横向旋转场相抵消的磁场为零的一圈;$m_F=0$ 态的原子得到光子动量自由地移动到该处时将因马约拉纳跃迁而可能变成 $m_F=1$ 的逃逸态. 为了得到准连续的输出原子束,他们利用了多个拉曼脉冲,在 7 ms 内用重复频率为 20 kHz 的激光(包括 140 个脉冲,脉冲宽度 1 μs,功率为 40 mW/cm^2)移动原子. 由于 P 相当于约 6 cm/s,每对脉冲只能移动原子约 2.9 μm,比凝聚体本身的线度小很多,所以在输出原子束中原子团互相重叠,具有准连续性

① 原则上,拉曼跃迁也可直接从 $m_F=-1$ 态过渡到 $m_F=1$ 态,但因失谐比激发态的超精细分裂值大得多,基态可看成是自旋为 1/2 的二能级系统,这种概率很小.

(图 11-29(d)). 需要说明的是,这里的输出原子既有 $m_F=1$ 态,也有 $m_F=0$ 态;不过前者走得快些(得到四个拉曼光子动量),后者落在后面,因此在重力作用下两者的轨迹是不同的(但由于图像是从上方摄取的,所以分不出来). 实验中由于失谐很大,自发辐射可忽略,输出原子束的横向均方根动量仅为 $0.004\,\hbar k$,准直性很好.

以上两个实验都用脉冲射频场作为输出耦合器,出射的相干原子束是一团团的,尽管 NIST 小组的实验由于采用高重复频率脉冲而产生"准连续"的效果,但与真正的"连续"还有本质区别. Hänsch 小组则真正实现了"连续",尽管持续时间只有 100 ms[90]. 脉冲方式工作的一个缺点是频谱分布很宽,阱中的原子都受到作用,而各点势能不同. 原子在从束缚态转为非束缚态时具有不同的势能. 在离开 BEC 势阱时,这些势能转化为动能,因此耦合输出原子的初始动能有些离散. Hänsch 小组的工作能有选择地从阱中一个小范围内输出原子. 他们的具体做法是:用一个频率非常确定(单色性好)的弱的射频场使阱中一定位置上的原子发生共振跃迁,转变为非束缚态,在重力场下引出 BEC. 这等于让一小部分局域化的原子从阱中漏出来,出来的原子速度非常单一,原子束的亮度极高. 原子束的最长持续时间是直到 BEC 中的全部原子耗尽为止. 这种方法的难点之一是对磁场稳定度的要求很高. 实验中,他们使用 QUIC 阱产生铷原子 BEC,用蒸发冷却线圈作为射频场耦合器,射频磁场的方向与偏置磁场方向垂直. 在蒸发冷却停止 50 ms 后,开始用射频场把原子从 BEC 中耦合出来,频率在 1.725～1.750 MHz 之间扫描,以使一定磁场范围内的原子能耦合出来,其交变磁场振幅的典型值为 $B_{\mathrm{RF}}=2.6\,\mathrm{mG}$,持续 15 ms. 然后撤去囚禁磁场,等待 3.5 ms 自由扩张后拍摄吸收图像(图 11-29(b)). 图中沿重力方向向下行进的是 $F=2, m_F=2$ 的非束缚态原子,上部仍有部分 $m_F=2$ 和 1 的原子留在阱的位置上. 实验中还降低了交变场振幅,增加了射频持续时间,最长达到 100 ms,相应的 $B_{\mathrm{RF}}=0.2\,\mathrm{mG}$. 因此,相干原子束持续时间的延长是以降低原子流强

度为代价的.

耶鲁大学小组的结果[91]比较特殊.他们不是用寻常的输出耦合,而是用一束远失谐(波长为 850 nm,而共振光波长为 780 nm)的纵向激光驻波在铷原子 BEC 中形成垂直的光格点势阱,原子就处在谷点(波节)上.在重力作用下,这些原子可以通过隧道效应在格点阱间交流,产生类似超导结上约瑟夫森效应的原子流振荡,其频率为 $\omega_J = mg\lambda/2\hbar$($g$ 为重力加速度).这种振荡的干涉(不同格点上的原子物质波的相位不同)使原子周期性地成团,在重力场作用下从 BEC 中输出,形成图 11-29(c)的结果.这种机制与锁模激光的工作原理十分相似.

目前,世界上有 8 个小组实现了原子激射器,除上述四组外,还有法国光学研究所 Aspect 小组、德国图宾根大学小组、澳大利亚国立大学小组和北京大学小组.

11.5.2 北京大学小组的原子激射器实验

在实现了铷原子 BEC 以后,北京大学小组在 2005 年又实现了脉冲原子激光和连续原子激光[92].

脉冲原子激光的实现

实验中,采用三种方式从 BEC 耦合输出得到脉冲原子激光:(1) 用频率为 1 MHz、间隔为 4 ms 的脉冲作用到凝聚体上,原子先从束缚态跃迁到非束缚态 $m_F=0$ 上,然后在重力的作用下输出,如图 11-30 所示.(2) 在关断补偿磁场时,改变原子塞曼子能级分裂的间距,从而使凝聚的原子和射频场耦合而输出.(3) 先让原子在阱中振荡起来,然后打开射频源.原子一旦通过阱的中心,就会发生耦合输出.这样,根据原子振荡的频率,就能知道原子的耦合间隔,实现了脉冲的原子激光.这三种方式在实验上都可以耦合出脉冲的原子激光,通过改变射频脉冲与原子作用的时间、强度以及脉冲之间持续的时间,就可以控制脉冲原子激光的产生.

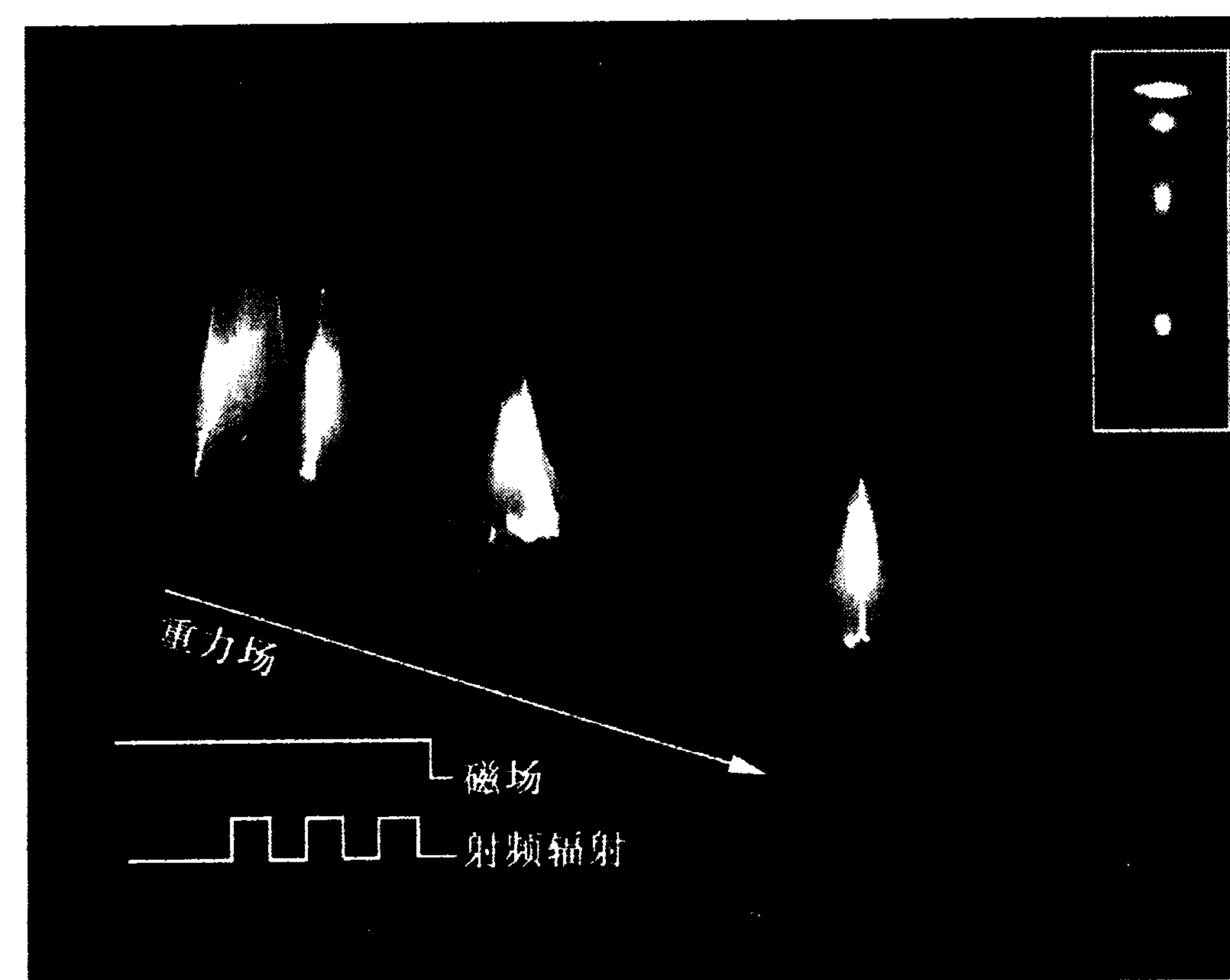


图 11-30　脉冲原子激光

连续原子激光的实现

图 11-31 是由射频场不同的持续时间得到的连续的原子激光.这对实验中磁场的涨落和周围杂散场的要求很高.

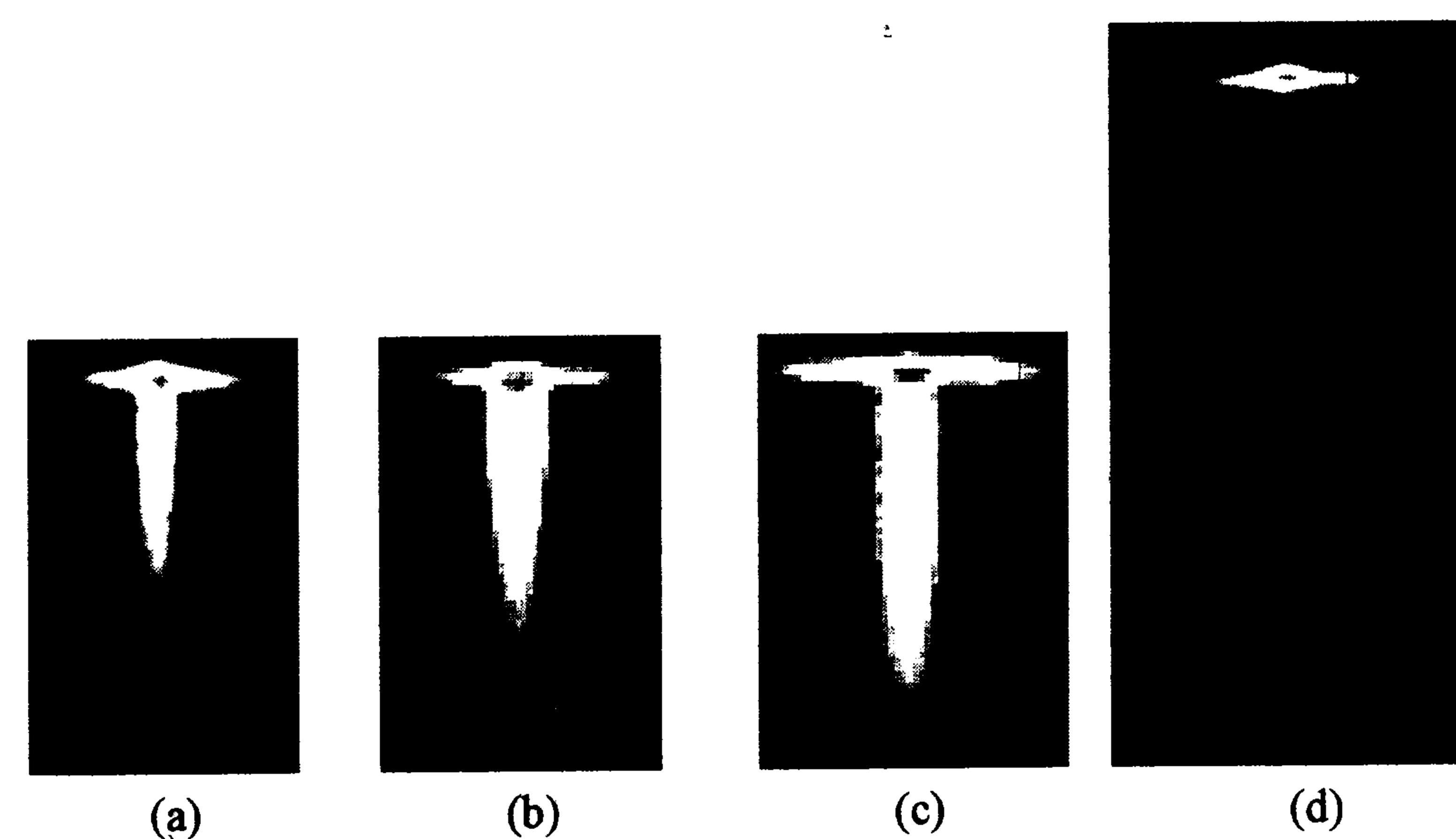


图 11-31　由射频场不同的持续时间得到的连续的原子激光
持续时间分别为 6,7,9,14 ms(a)~(d).

11.5.3 长期连续原子激射器的探索

上述几种从 BEC 耦合输出的相干原子束,不管是脉冲的,还

是连续的，都是非常短暂的(最长也不过几十到上百毫秒). 从实用角度说，获得长期连续输出的物质波才有意义. 因此，许多理论和实验探索都集中到长期连续输出的原子激射器上. 这里的难点在于，相干原子束只能从 BEC 中出来，而 BEC 中的原子数是有限的，用完为止. 这就需要随着输出过程不断向 BEC 补充新的超冷的且相位相同的相干原子. 这个问题在激光器中较好解决，因为光子可以在激光腔内不断产生；但是原子不能产生，只能靠外界提供. 而在 BEC 中，相干原子的形成过程需要很长的时间(s 数量级)，并且在此过程中要严格防止外界的干扰，以免 BEC 中原子的相干性受损. 有一些理论和实验工作已经讨论了这个问题(如文献[93～96])，提出用光抽运方法使进入 BEC 的原子工作在激射器模式而实现长期连续输出的方案，并研究了输出和新进入的原子对 BEC 内原子相位的影响等问题.

我们提出了一种用一个主 BEC(major BEC，MBEC)提供输出和多个辅 BEC(secondary BEC，SBEC)补充相干原子的方案[97](见图 11-32). MBEC 是一个较大的凝聚体，它与输出耦合器结合产生连续相干原子束. 主 BEC 阱中因输出而损耗的原子由多个 SBEC 逐次补充. 每一个 SBEC 使用后立即重新建立，以不断提供相干的超冷原子. 问题是：从 SBEC 进入 MBEC 的原子是否能与 MBEC 中的剩余原子同相位，由 SBEC 到 MBEC 的输运耦合过程

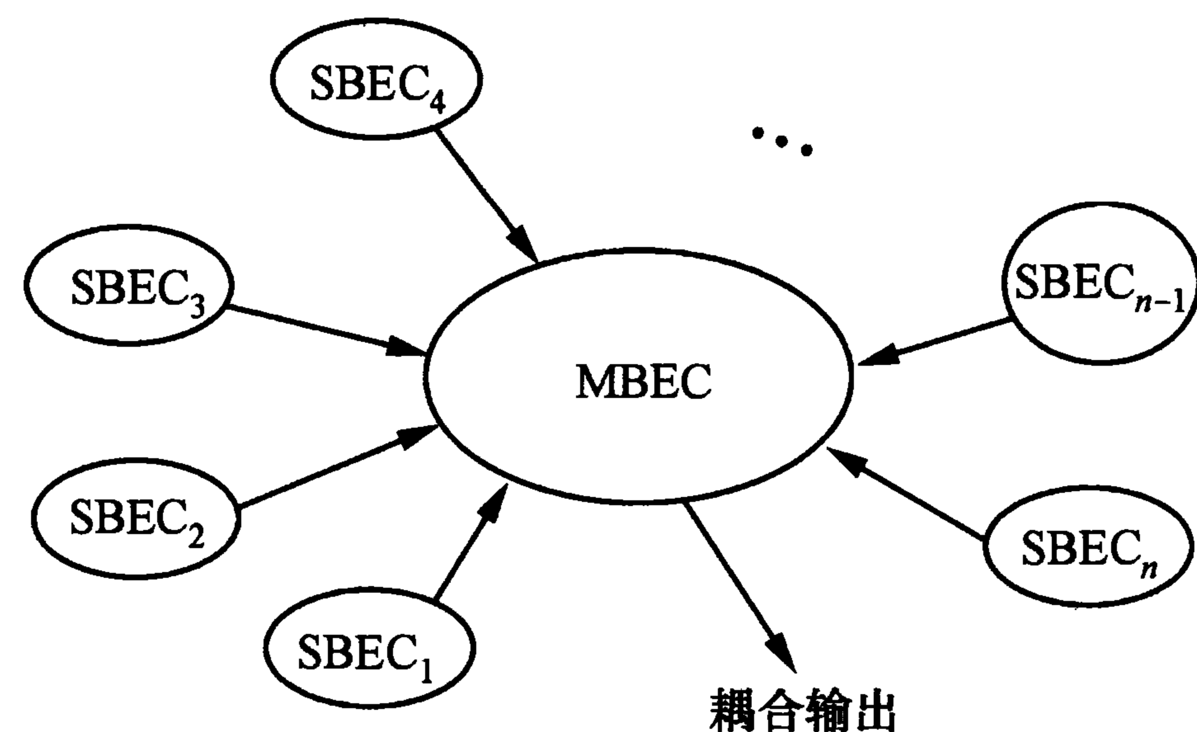


图 11-32　实现长期连续原子激射器的一种方案

会不会干扰 MBEC 中的原有原子的状态？分析指出，MBEC 中的相位可看成是一种“相位标准”[98]. 当超冷原子从 SBEC 进入 MBEC 后，其相位就由 MBEC 统一起来. 这相位统一过程是瞬时完成的[99]，也可看成是前述的玻色激发的放大过程[72]. 它使新进来的原子受到原在 MBEC 中的“种子”原子“同化”. 新进入的原子对 MBEC 的干扰是不可避免的，例如产生加热效应等，这可用在主 BEC 中不断进行蒸发冷却来解决. 这样，当 MBEC 只输出一部分相干原子时，就有相应的原子从 SBEC 中补充进来，从而可实现长期连续输出.

Ketterle 小组作了一个非常巧妙的实验[100]，证明新进入 BEC 的超冷原子可以很快地与原有原子“同化”而形成相同的相位. 这为长期连续原子激射器的问世提供了很好的前提. 他们的实验采用了前述的用光镊移动 BEC 的方法[29]. 实验中，他们用一个激光阱作为连续相干原子储存器(称为科学腔)；另有一个生成腔，以通常方法产生钠的 BEC 原子，形成 BEC 后就被装到用同样的激光阱做成的光镊的焦点上. 这两个光学阱都是用波长为 1064 nm 的红外光聚焦而成的，光腰半径为 26 μm. 阱呈“长雪茄”形，阱深 2.7 μK，两阱平行的光束相距 70 μm. 把 BEC 原子注入到科学腔的办法如下(见图 11-33)：在科学腔的光路上装有一个玻璃滑片，轻轻转动一下就可移动光阱，改变两阱之间的距离(图 11-33(a)). 当生成阱中产生 BEC 后，科学腔就带着它的 BEC 原子经过 0.5 s 慢慢移到光镊阱上. 然后将光镊的光强慢慢降到零，使两团 BEC 融为一体(图 11-33(b)～(h)). 图 11-33(i)是储存器和光镊中凝聚体自由扩散后的图像(两者扩散时间不等：前者为 12 ms，后者为 9 ms)；图 11-33(j)是完全融合的凝聚体扩散后的图像. 光镊每次向储存器注入的原子多达 2×10^6个. 当在储存器中的原子数减少到约 1×10^6时(18 s 后)，从光镊中再补充一次新的凝聚原子，使储存器中的凝聚原子数立即增加到 2.3×10^6. 这虽没有原两者之和多，却比两者之一多. 18 s 后，又重复一次上述过程. 为了维持科学

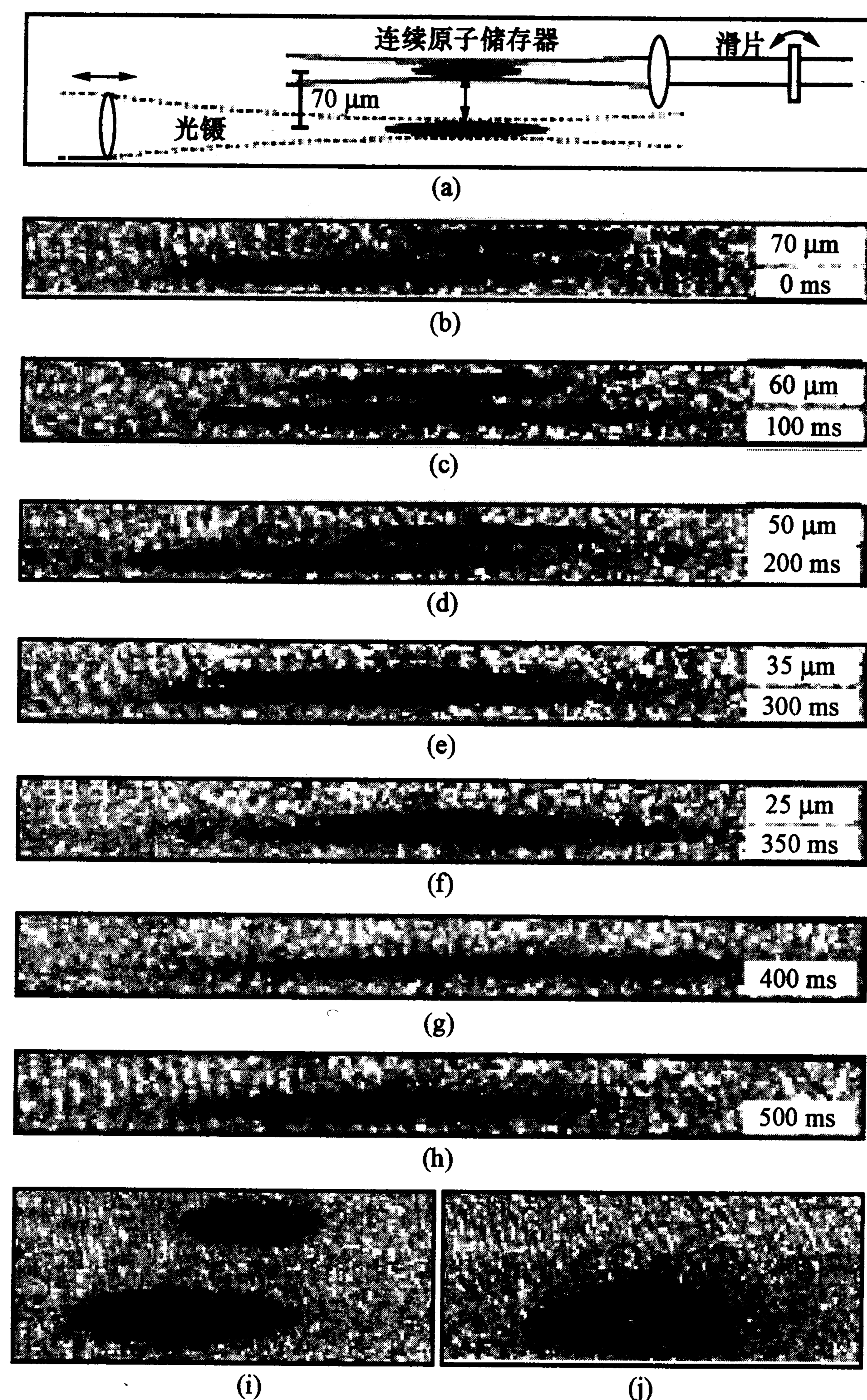


图 11-33 用光镊使两团 BEC 合并的装置(a)和实验图像示意图(b)～(j)

腔中的原子数,需要解决的主要问题有:防止杂散光和磁场的干扰,生成腔中形成 BEC 的过程要足够快,两团 BEC 合并过程才不致发生加热和原子损失. 这个实验证明,虽然两团 BEC 在融合以

前的相位是随机的,但融合后趋向统一,其中原子数多的一团 BEC 的相位将起决定作用. 实验的成功为长期连续原子激射器的诞生开辟了现实的道路. 当然,要真正实现长期连续输出,在生成腔中重复产生 BEC 的速率必须要快于科学腔中 BEC 的衰减,而这是不容易的. 看来,用多个生成腔来供给 BEC 原子还是一个思路.

§11.6 原子激射束的性质、操控与可能应用

原子激射器耦合输出的相干原子束(也称原子激射束)的性能可以从它与激光的类比中而得到,主要包括相干性、高亮度和高定向性. 其中相干性是最基本的,是由产生机制决定的. 产生激光需要三个机构,即增益介质、谐振腔和输出耦合镜片,它们保证了光子的产生和放大、统一相位的建立以及激光束的输出,使出射光具有十分单纯的模式. 在原子激射器中,也有类似的三种机构,分别由蒸发冷却、原子阱(磁阱或光学阱)以及输出耦合器(如射频场)来完成,而其中原子阱是保证 BEC 具有统一相位的最重要的条件. 光子和原子之间最主要的区别是:前者可以在激光腔内的增益介质中产生,相互之间无作用;而后者不能产生,只能在阱中通过蒸发冷却把热原子转化为超冷的凝聚体原子,且有相互作用. 下面对这些主要性质作一些描述和分析.

相干性

原子激射束的相干性来自 BEC 中原子具有统一的相位. 这种相位在理论上决定于 GP 方程(7.12)的解,因此与阱势、原子间的相互作用和原子数有关. 上面讲到的 BEC 干涉实验表现出很好的空间相干性(甚至可达 100%)[101],说明整个 BEC 的相位确实是统一的. 这也间接证明了原子激射束的高度空间相干性. 至于时间相干性,很少有人涉及. 理论上,时间相干性可由 BEC 耦合出来的物质波的能量分布求得,因为傅里叶分析表明这个分布与输出波

的持续时间有关. 而 BEC 相位和原子数随时间的涨落将最终限制原子激射束的时间相干性. 几年前, Hänsch 小组作了一个出色的实验, 初步测得原子激射束的时间相干性[102]. 他们的思路是通过相干原子束在一个磁势上的反射形成物质波的驻波, 使波的前锋与后续发生干涉, 从驻波的衰减就可得到时间相干性. 图 11-34 说明了一个波包在反射后形成驻波及其衰减的情况. 由于物质波驻波的空间结构不能用光学成像法分辨(波腹与波节的间距只有铷原子共振光波长的 1/5), 所以专门设计了射频波谱的磁共振成像法来间接检测相干性. 具体实验相当复杂: 原子束反射器是用约 200 G/cm 的线性梯度磁场形成的, 原子束自上下落, 处于弱场趋寻态的原子能克服重力作用折回原路, 向上运动. 实验中先用 § 11.5 所述的从 BEC 输出连续相干原子束的方法得到一束在重力场中自由下落的铷原子束. 原子处于从磁阱中的 $F=1, m_F=-1$ 束缚态转化而来的 $F=1, m_F=0$ 非束缚态, 在下落到约 400 μm 处, 再用双光子拉曼跃迁技术把原子过渡到 $F=2, m_F=1$ 态. 这是一个弱场趋寻态. 在梯度磁场中折回向上, 在进一步运动中又在重力场作用下达到最高点而回落. 在高转折点附近, 施加了一个射频场, 使 $F=2, m_F=1$ 态过渡到 $F=2, m_F=2$ 态. 通过解薛定谔方程, 求得跃迁概率与转折点的位置和射频频率有关. 他们这样来测定跃迁概率: 由于 $F=2, m_F=2$ 态的磁矩比 $F=2, m_F=1$ 态大一倍, 两者在由线性梯度磁场和重力场组成的一维势阱中的振荡周期不同(前者更快), 这样就能把两团原子在空间上区分开来. 在半个振荡周期时, $F=2, m_F=2$ 态的原子就会在高转折点附近堆积. 此时, 撤去磁场, 就可用吸收成像法摄取两团原子的图像, 并得到跃迁概率与射频频率的关系曲线. 从这里可以观察到干涉图像随着原子激射束的持续时间而变化. 由此得出, 在输出时间为 1.5 ms 时, 相干原子束的能量宽度为 $700\begin{pmatrix}+400\\-250\end{pmatrix}$ Hz. 这代表了玻色凝聚体相位时间涨落的上限.

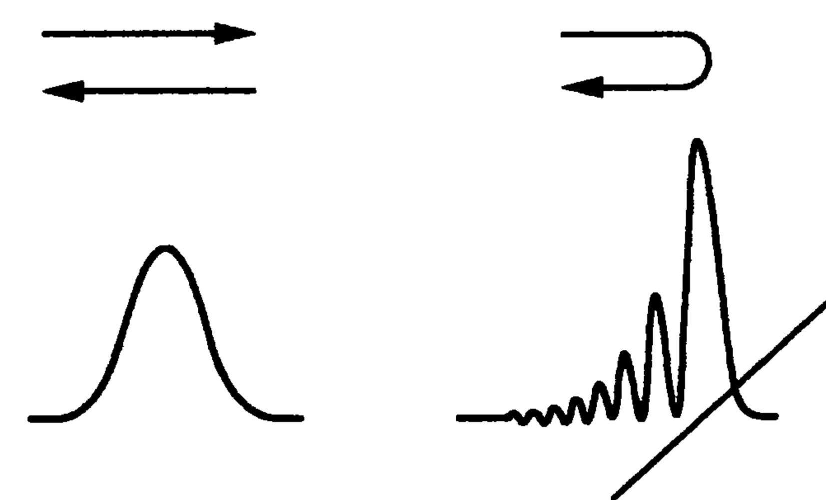


图 11-34 测量原子激射束时间相干性的原理方案

高亮度

原子激射束亮度定义为从源的单位发射面上输出的总原子流量与每个方向上的速度分布之比[198], 即 $nv/\Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z$ (n 是源内原子密度, v 是出射原子速度). 由于在原子束中速度分布(离散性)很小, BEC 输出的相干原子束的亮度很高. Hänsch 小组得到的连续原子激射器发出的原子束亮度至少达到 $2\times10^{24}\ \mathrm{s^2/m^5}$, 因为他们的原子流量为 $nvS=5\times10^6$/s (S 为源的出射面积), 纵向速度分布为 $\Delta v_z=3$ mm/s, 强束缚方向的速度分布为 $\Delta v_x=5$ mm/s, 弱束缚方向为 $\Delta v_y=0.3$ mm/s, 而源面积估计为 500 μm². 如能进一步减少纵向和横向的速度分布, 将原子束亮度提高到 $4\times10^{28}\ \mathrm{s^2/m^5}$ 是可能的, 这比通常原子束亮度大几个数量级. 例如, 由塞曼减速器产生的原子束亮度约为 $3\times10^{18}\ \mathrm{s^2/m^5}$, 而从磁光阱产生的原子束亮度为 $8.5\times10^{16}\ \mathrm{s^2/m^5}$. 由此可见, 原子激射器产生的原子束具有不可比拟的极高亮度. 而从上述可见, 这个结果主要不是因为束中原子数目大, 而在于其"纯", 即物质波的模式单一, 原子速度单一.

高定向性

原子激射器输出的相干原子束的定向性(准直性)由束的发散情况来描述, 因此也与束亮度有关. Aspect 小组对原子激射束的发散进行了实验研究[103], 测得发散角与输出耦合的射频场的频率有关, 并找出引起束发散的主要原因为原子束中的原子与留在 BEC 中的原子之间的相互作用. 衍射和磁场透镜作用也有影响.

实验是用铷原子 BEC 进行的，BEC 中的束缚态是 $F=1, m_F=-1$ 态，通过射频场转变为 $F=1, m_F=0$ 态而稍受磁场排斥（偏置磁场为 54 G，射频场的共振频率 38.6 MHz）. 在重力场（沿 z 方向）中，两个态的势能曲线如图 11-35 所示. 因此移动射频场的频率就意味着从不同的阱势处取出原子，其发散性不同是易于理解的. 总的说来，由于磁阱势的作用，从射频频率较低处（图 11-35 中的高处）出来的原子束发散度大些；而从射频频率较高处（图 11-35 中的低处）取出的原子束，其束中的原子与凝聚体之间的相互作用时间短，束的发散度就小些. 实验得到的最小发散角（半角）为 6 mrad，这里有衍射的贡献（最大约 25 mrad）. 这与 NIST 小组用拉曼耦合输出准连续原子激射束的准直性相似，他们的结果也是几毫弧度[89].

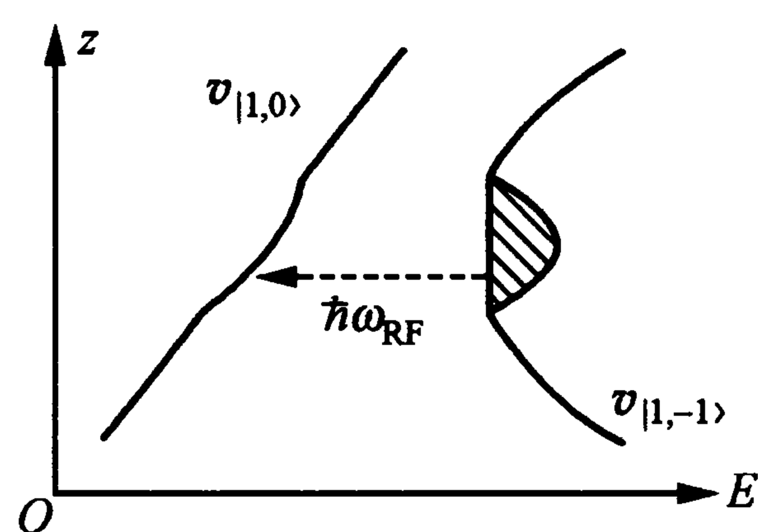


图 11-35　BEC 输出耦合与阱势的关系（考虑了重力场）

要使品质如此优秀的原子束得到实际应用，还需要用反射镜、透镜、分束镜和导引装置等操控元件和设备，对其进行像光束一样的操控. 在这方面，热原子束已经积累了一些成熟的技术和经验，由此发展了一门“原子光学”的学问. 超冷的相干原子束虽然有一些独特的行为，但原子光学的许多原则和方法仍可利用. 这里不打算讨论一般的原子光学问题，读者可参见 § 8.4 和文献[104].

对相干物质波的机械操控，最简便的方法可在突然撤去磁场的自由扩张的 BEC 上实现. 实际上，§ 11.5 中所述的用布拉格衍射方法把 BEC 原子团一分为二并改变其方向[65]，就是一种分束镜的操作. Ketterle 小组用类似的操作还测量了 BEC 的相干长度[105]. Bongs 等人[106]则用远蓝失谐激光束形成的反射镜对 BEC 实现了反射操作，使撤去磁场约束后在重力场中自由下落的凝聚原子团上下弹跳. 但是，对这些操作的要求都没有像对从 BEC 连续耦合输出原子激射束那样难，因为在撤去磁场约束后原子的束缚能变成了动能，从 BEC 自由扩散的原子的动量分布很大，而连续耦合输出的原子束的速度分布很小，完全决定于输出时间（傅里叶限制），且原子间相互作用的影响也很小. 这样，对操控连续耦合输出的相干原子束的元件和技术的要求更高. 首先，原子光学元件要有很高的表面光洁度，这是因为原子激射束的德布罗意波长远小于 10 nm，原子光学元件的表面粗糙度至少要更小. 其次，极端单色的原子束对色散效应是不敏感的，所以色散元件也不能使用. 为此，需要开发一些独特的原子激射束的原子光学技术[107].

Hänsch 小组首先进行了这类工作，使原子激射束得以精确地反射、聚焦和再储存到一个原子阱（腔）中去. 实验中[107]，他们利用激光来改变铷原子基态的不同自旋态，从而使其在不均匀磁场中受到不同的力，以灵活实现原子团的机械操控. 他们先用弱的射频场把相干铷原子从 BEC 中引出，成为很好的准直原子束，在重力场中下落. 射频场把 BEC 中 $F=1, m_F=-1$ 束缚态的原子转变为 $F=1, m_F=0$ 态. 当下落到约几百微米处时，经受一次双光子超精细拉曼跃迁，自旋翻转进入 $F=2, m_F=1$ 态. 此态具有半个玻尔磁子的磁矩 $\mu_B/2$，并趋向于弱磁场. 因此会在一个线性不均匀磁场中经受一个向上的力，其数值比重力大约一个数量级. 于是，原子先反射向上，然后又在重力作用下下落，这样就可实现原子团反复弹跳振荡. 实验得到的反射率接近 100%，下落高度可达 0.8 mm. 实验还测得反射束的定向性. 他们发现因反射而引起的横向速度分散仅为 200 μm/s，主要由拉曼跃迁激光束的弯曲引起. 使自旋态翻转的共振跃迁条件取决于拉曼激光的频率差与磁场值（决定能级的塞曼分裂间距），因此跃迁只在确定位置发生；亦即反射镜面的位置决定于拉曼激光的频率差. 这对激光频率、强度以及磁场

的稳定性提出了很高的要求. 实验中,上行的原子团在经过拉曼激光区时又返回到 $F=1, m_F=0$ 态. 若此时拉曼激光已关闭,则仍保持在 $F=2, m_F=1$ 的磁束缚态. 这样就可以实现原子束的分束,还可把后一种状态的原子重新储存到磁阱中去,并可利用磁阱势的轴向曲率使相干原子束聚焦. 他们的实验实现了这些操作. 原来宽度为 70 μm 的原子激射束经过 18 ms 的传播(35 次弹跳振荡)后,宽度缩小到 7 μm. 这是实验成像系统分辨率的极限. 由于在实验上实现连续原子激射束的研究小组还很少,目前有这类实验的结果仅此一家. 我们相信,不久将有更多更好的结果出现.

连续原子激射束将有很多用途;但是与激光束相比,它在实用方面的最大问题是原子束只能在高真空条件下运行. 这极大地限制了推广和应用. 尽管如此,仍能找到它在科学技术上的许多用处. 对相干原子束的操控可以产生原子光学、原子干涉学、原子全息学、原子显微学等新兴科学技术. 利用这些学科的研究成果,可以对重力、时间、原子常数等进行精确测量,检验物理理论,并推广到大地测量、石油勘探、精确导航等领域的应用. 高度相干的原子束还可用来进行纳米尺度内的微细加工和刻印,推动纳米技术的发展. 原子钟的改进将会是它的一个重要发展方向,尽管眼前看来,用 BEC 或原子激射束做原子钟似乎还有很长的距离.

基础研究对科学技术的发展和对生产、生活的推动是无法预计的. 当 1960 年激光问世时,谁也想象不到在四十多年以后,激光不仅成为重要的科学工具,而且深入到我们的日常生活之中. 从激光唱片到高速信息网络,人们一刻也不能离开这种高技术手段. 可以预期,超冷原子、玻色-爱因斯坦凝聚以及高度相干的原子激射束的发展将对科学技术和人类未来的生产和生活带来不可估量的深远影响. 在这些方面作出杰出贡献的科学家被授予 1997,2001 和 2005 年度诺贝尔物理学奖是当之无愧的. 由于在这些方面的科研工作发展极其迅速,文献量极大,本书只能叙述其大概,希望引起读者的兴趣并从事进一步的研究.

参考文献

[1] Einstein A. Sitzber. Kgl. Preuss. Akad. Wiss. 1924: 261; 1925: 3.

[2] 这段讨论可见一般统计物理学教材,如: Reichl L E. 统计物理现代教程: 上册. 黄昀,等,译. 北京: 北京大学出版社,1983: 9.4 节; 北京大学物理系. 量子统计物理学. 北京: 北京大学出版社,1987: 3.4 节.

[3] 王晓辉,李义民,王义遒. 物理,1998,27: 3.

[4] Pethick C J, Smith H. Bose-Einstein condensation in dilute gases. Cambridge: Cambridge University Press, 2002.

[5] Bagnato V, Pritchard D E, Kleppner D. Phys. Rev. A, 1987, 35: 4354.

[6] Ensher J R, Jin D S, Matthews M R, et al. Phys. Rev. Lett., 1996, 77: 4984.

[7] Bagnato V, Pritchard D E, Kleppner D. Phys. Rev. A, 1987, 35: 4354.

[8] Bradley C C, Sackett C A, Tollett J J, et al. Phys. Rev. Lett., 1995, 75: 1687.

[9] 关于早期 BEC 研究工作,请参阅: Griffin A, Snoke D W, Stringari S. ed. Bose-Einstein condensation. Cambridge: Cambridge University Press, 1995; 简短的介绍,见: 陈徐宗,周小计,陈帅,等. 物理,2002,31: 141.

[10] Fried D G, Killiań T C, Willmann L, et al. Phys. Rev. Lett., 1998, 81: 3811.

[11] Atom traps worldwide [EB/OL]. http://www.uibk.ac.cn/exphys/ultracold/atomtrap.html.

[12] Chen S, Zhou X J, Yang F, et al. Chin. Phys. Lett., 2004, 21: 2227.

[13] Anderson M H, Fisher J R, Matthew M R, et al. Science, 1995, 269: 198.

[14] Ketterle W, Davis K B, Joffe M A, et al. Phys. Rev. Lett., 1993, 70: 2253.

[15] Petrich W, Anderson M H, Ensher J R, et al. Phys. Rev. Lett., 1995, 74: 3352.

[16] Davis K B, Mewes M O, Andrews M R, et al. Phys. Rev. Lett., 1995, 75: 3969.

[17] Davis K B, Mewes M O, Joffe M A, et al. Phys. Rev. Lett., 1995, 74: 5202.

[18] Mewes M O, Andrews M R, Vandruten N J, et al. Phys. Rev. Lett., 1996, 77: 416.

[19] Bergeman T, Erez G, Metcalf H. Phys. Rev. A, 1987, 35: 1535.

[20] Esslinger T, Bloch I, Hänsch T W. Phys. Rev. A, 1998, 54: R2664.

[21] Maytt C J, Newbury N R, Ghrist R W, et al. Opt. Lett., 1996, 21: 290.

[22] Newbury N R, Myatt C J, Cornell E A, et al. Phys. Rev. Lett., 1995, 74: 2196.

[23] Ernst U, Martre A, Schreck F, et al. Europhys. Lett., 1998, 41: 1.

[24] Reichel J, Hansel W, Hänsch T W. Phys. Rev. Lett., 1999, 83: 3398.

[25] Hansel W, Hammelhoff P, Hänsch T W, et al. Nature, 2001, 413: 498.

[26] Myatt C J, Burt E A, Ghrist R W, Cornell E A, et al. Phys. Rev. Lett.,1997, 78: 586.

[27] Ott H, Fortagh J, Schlotterbeck G, et al. Phys. Rev. Lett., 2001, 87: 230401.

[28] Cassettari D, Hessmo B, Folman R, et al. Phys. Rev. Lett., 2001, 85: 5483.

[29] Gustavson T L, Chikkatur A P, Leanhardt A E, et al. Phys. Rev. Lett., 2002, 88: 020401.

[30] Ketterle W, Durfee D S, Stamper-Kurn D M, et al. //Inguscio M, Stringari S, Wieman C. ed. Proc. intern. school of physics "Enrico Fermi". Amsterdam: IOS Press, 1999.

[31] Barrett M D, Sauer J A, Chapman M S. Phys. Rev. Lett., 2001, 87: 010404.

[32] Zhang W X, Zhou D L, Chang M S, et al. Phys. Rev. Lett., 2005, 95: 180403.

[33] Chang M S, Hamley C D, Barrett M D, et al. Phys. Rev. Lett., 2004, 92: 140403.

[34] Hou T L. Phys. Rev. Lett., 1998, 81: 742.

[35] Bradley C C, Sackett C A, Hulet R G. Phys. Rev. Lett., 1997, 78: 985.

[36] Modugno G, Ferrari G, Roati G, et al. Science, 2001, 294: 1320.

[37] Bloch I, Greiner M, Mandel O, et al. Phys. Rev. A, 2001, 64: 021402(R).

[38] Truscott A G, Strecker K E, McAlexander W I, et al. Science, 2001, 291: 2570.

[39] Fried D G, Killian T C, Willmann L, et al. Phys. Rev. Lett., 1998, 81: 3811.

[40] Killian T C, Fried D G, Willmann L, et al. Phys. Rev. Lett., 1998, 81: 3807.

[41] Roberts A, Sirjean D, Browaeys A, et al. Science, 2001, 292: 461.

[42] Pereira D S, Leonard J, Wang J-M, et al. Phys. Rev. Lett., 2001, 86: 3459.

[43] 周小计. 玻色-爱因斯坦凝聚的相干性理论研究和实验系统. 北京：北京大学电子学系，2003.

[44] 陈帅. ^{87}Rb 原子玻色-爱因斯坦凝聚的实验研究. 北京：北京大学物理学院，2004.

[45] 孙亚亚. QUIC 阱中的玻色-爱因斯坦凝聚中蒸发冷却及相关实验研究. 北京：北京大学信息科学技术学院，2004.

[46] Chen S, Zhou X J, Yang F, et al. Chin. Phys. Lett., 2004, 21: 2105.

[47] Castin Y, Dum R. Phys. Rev. Lett., 1996, 77: 5315.

[48] Ma X Q, Xia L, Yang F, et al. Phys. Rev. A, 2006, 73: 013624.

[49] Ma X Q, Chen S, Yang F, et al. Chin. Phys. Lett., 2006, 23: 79.

[50] Chu S. Nature, 2002, 416: 206.

[51] Anglin J R, Ketterle W. Nature, 2002, 416: 211.

[52] Rolston S, Phillips W D. Nature, 2002, 416: 219.

[53] Burnett K, Julierne P S, Lett P D, et al. Nature, 2002, 416: 226.

[54] Udem T, Holzwarth R, Hänsch T W. Nature, 2002, 416: 233.

[55] Monroe C. Nature, 2002, 416: 238.

[56] Edwards M, Dodd R J, Clark C W, et al. Phys. Rev. A, 1996, 53: R1950.

[57] Soding J, Guery-Odelin D, Desbiolles P, et al. J. Appl. Phys. B, 1999, 69: 257.

[58] Holland M, Cooper J. Phys. Rev. A, 1996, 53: R1954.

[59] Ernst U, Schuster J, Schreck F, et al. Appl. Phys. B, 1998, 67: 719.

[60] Stenger J J. Low Temp. Phys., 1998, 110: 167.

[61] Jin D S, Ensher J R, Matthews M R, et al. Phys. Rev. Lett., 1996, 77: 420.

[62] Mewes M-O, Andrews M R, van Druten N J, et al. Phys. Rev. Lett., 1996, 77: 988.

[63] Andrews M R, Townsend C G, Miesner H-J, et al. Science, 1997, 275: 637.

[64] Hagley E W, Deng L, Kozuma M, et al. Phys. Rev. Lett., 1999, 83: 3112.

[65] Kozuma M, Deng L, Hagley E W, et al. Phys. Rev. Lett., 1999, 82: 871.

[66] Hall D S, Matthews M R, Wieman C E, et al. Phys. Rev. Lett., 1998, 81: 1543.

[67] Bloch I, Hänsch T W, Esslinger T. Nature, 2000, 403: 166.

[68] Deng L, Hagley E W, Wen J, et al. Nature, 1999, 398: 218.

[69] Inouye S, Pfau T, Gupta S, et al. Nature, 1999, 402: 641.

[70] Kozuma M, Suzuki Y, Torii Y, et al. Science, 1999, 286: 2309.

[71] Inouye S, Chikkatur A P, Stamper-Kurn D M, et al. Science, 1999, 285: 571.

[72] Miesner H-J, Stamper-Kurn D M, Andrews M R, et al. Science, 1999, 279: 1005.

[73] Madison K W, Chevy F, Wohlleben W, et al. Phys. Rev. Lett., 2000, 84: 806.

[74] Mathews M R, Anderson B P, Haljan P C, et al. Phys. Rev. Lett., 1999, 83: 2498.

[75] Williams J, Holland M. Nature,1999, 401: 568.

[76] Abo-Shaeer J R, Raman C, Vogels J M, et al. Science, 2001, 292: 476.

[77] Haljan R C, Coddington I, Engels P, et al. Phys. Rev. Lett., 2001, 87: 210403.

[78] Anderson B P, Haljan P C, Regal C A, et al. Phys. Rev. Lett., 2001, 86: 2926.

[79] Onnfrio R, Raman C, Vogels J M, et al. Phys. Rev. Lett., 2000, 85: 2228.

[80] Madison K W, Chevy F, Bretin V, et al. Phys. Rev. Lett., 2001, 86: 4443.

[81] Abo-Shaeer J R, Raman C, Ketterle W. Phys. Rev. Lett., 2002, 88: 070409.

[82] Rosenbusch P, Petrov D S, Sinha S, et al. Phys. Rev. Lett., 2002, 88: 250403.

[83] Greiner M, Mandel O, Esslinger T, et al. Nature, 2002, 415: 39.

[84] Stoof H T C. Nature, 2002, 415: 25.

[85] Hau L V, Harris S E, Dutton Z, et al. Nature, 1999, 397: 594.

[86] Inouye S, Andrews M R, Stenger J, et al. Nature, 1998, 392: 151.

[87] Mewes M-O, Andrews M R, Kurn D M, et al. Phys. Rev. Lett., 1997, 78: 582.

[88] Physics News Graphics: Atom Lasers: The Next Generation [EB/OL]. http://www.aip.org/png/html/alaser99.

[89] Hagley E W, Deng L, Kozuma M, et al. Science, 1999, 283: 1706.

[90] Bloch I, Hänsch T W, Esslinger T. Phys. Rev. Lett., 1999, 82: 3008.

[91] Anderson B P, Kasevich M A. Science, 1998, 282: 1686.

[92] Yang F, Xia L, Zhou X J, et al. Chin. Phys. Lett., 2005, 22: 1596.

[93] Spreeuw R J C, Pfau T, Janicke U, et al. Europhys. Lett., 1995, 32: 469.

[94] Olshanii M, Castin Y, Daribard J. //Inguscio M, Allegrini M, Sasso A. ed. Laser spectroscopy XII. Singapore: World Scientific, 1996: 7.

[95] Naraschewski M, Schenzle A, Wallis H. Phys. Rev. A, 1997, 56: 603.

[96] Hutchinson D A W. Phys. Rev. Lett.,1999, 82: 6.

[97] Wang Y Q, Zhou X J, Yang D H. //Xu Z Z, Xie S W, Zhu S Y, et al. ed. Frontiers of laser physics & quantum optics. Berlin: Springer, 2000: 473; Zhou X J, Wang Y Q, Yang D H. Chin. Phys. Lett., 2000, 17: 784.

[98] Dunningham J A, Burnett K. Phys. Rev. Lett., 1999, 82: 3729.

[99] Javanainen J, Yoo S M. Phys. Rev. Lett., 1996, 76: 161.

[100] Chikkatur A P, Shin Y, Leanhardt A E, et al. Science, 2002, 296: 2193.

[101] Ketterle W, Miesner H-J. Phys. Rev. A, 1997, 56: 3291.

[102] Kohl M, Hänsch T W, Esslinger T. Phys. Rev. Lett., 2001, 87: 160404.

[103] Le C Y, Thywissen J H, Rangwala S A, et al. Phys. Rev. Lett., 2001, 87: 170403.

[104] Meystre P. Atom optics. New York: Springer, 2001; Berman P. ed. Atom interferometry. New York: Academic Press, 1997.

[105] Stenger J, Inouye S, Chikkatur A P, et al. Phys. Rev. Lett., 1999, 82: 4569.

[106] Bongs K, Burger S, Birkl G, et al. Phys. Rev. Lett., 1999, 83: 3577.

[107] Bloch I, Kohl M, Greiner M, et al. Phys. Rev. Lett., 2001, 87: 030401.

[108] Kleppner D. Phys. Today, 1996, 49: 13.

[109] Greiner M, Regal C A, Jin D S. Nature, 2003, 426: 537.

[110] Jochim S, Bartenstein M, Altmeyer A, et al. Science, 2003, 302: 2101.

[111] Zwierlein M W, Stan C A, Schunck C H, et al. Phys. Rev. Lett., 2003, 91: 250401.

[112] Johim S, Bartenstein M, Altmeyer A, et al. Phys. Rev. Lett., 2003, 91: 240402.

第十二章 结　　语

本书写到这里,该搁笔了,可我还是不忍心停笔.对于"原子的激光冷却与陷俘"这样一门日新月异、迅速发展的学问,每每写到后一章,前一章中提到的有些"纪录"已经被打破,而有些内容已经需要补充、更新了.因此,现在正是重新修改前十一章草稿的时机.不过这样一来,书就要永远写下去,这里只好抱着遗憾的心情,来写几句结束的话.

作为一种物理方法和操控原子(分子)的技术,原子的激光冷却与陷俘植根于光作用,使原子的外部和内部自由度发生变化,而后者又通过原子发光进一步改变原子的外部自由度.这对基于散射力的多普勒冷却、基于光抽运的偏振梯度冷却等亚多普勒冷却机制等,都是十分明显的.但对于基于偶极力这样的保守力势的陷俘作用,似乎这里并没有发生原子内部状态的变化,只不过能级有点位移.实际上,原子能级的光位移也可以通过原子的受激吸收和发射,使非均匀光场中光子在不同模之间交换或"虚跃迁"(virtual transition)[1]来理解.光场造成的这种虚跃迁使原子激发态与基态混杂,早期的光位移就是用虚跃迁来解释的.因此,产生偶极力的能级光位移也可看做是通过光作用使原子的内部自由度发生了改变.这样,不管花样多么繁复,运用多么奇妙,光对原子的冷却和陷俘效应的基础还是非常简单和统一的,即光对原子的电磁相互作用(原子内部自由度的变化也是电磁相互作用环境的变化).而电磁相互作用在原理和一般运用上是早就明了和熟识的.于是,我们就会建立起基本的认识,不会在激光冷却和陷俘原子的千变万化、纷繁复杂的现象和技术面前发怵.

不过,在探讨和处理原子冷却或陷俘的具体问题时,我们还要

清晰地区别不同情况,分辨各自起作用的相应机制,主要包括:

(1) 在光作用过程中,因原子吸收光子能量低于发射光子能量而造成的能量亏损由原子动能补偿,导致个别原子减速,原子集体冷却.

(2) 在不均匀光场(本书也讨论了不均匀磁场)作用下,基态原子的能量(光位移或塞曼位移)随位置而变化,通过人为构建的特殊势垒,使动能低的原子被囚禁于空间特殊区域,形成光(磁)阱.

(3) 通过某种选择机制(如多普勒效应),使某一特定速度(如零速度)群的原子被选择出来,并被不断积累、储存;再通过其他原子的热平衡过程造成原子体系整体冷却(如相干布居陷俘及"麦克斯韦妖").

每一种机制不仅对原子的性质、状态以及光的构象、品质有特定的要求,其作用的范围和产生的现象互不相同,而且其理论处理的方法和实验实现的途径也差别很大.在本书中,我们只对最简单的二能级情况作了比较严格的理论处理和计算;对于较复杂的原子体系和实验方案,只给出了基于物理图像的定性描述和解释,因为这牵涉较深奥的物理理论以及较繁琐的数学方法和计算,如要深入研究,需阅读相关文献.不过,通过仔细研读本书,即使对于比较复杂的实验体系,读者也可以掌握冷却和陷俘原子的各种不同方法的精神,详细分析各种方法的区别,深入体会这门学问的奥妙,掌握它的精髓.只有这样,我们才能针对不同具体情况,创造性地运用激光冷却与陷俘的方法和技术.

原子的激光冷却与陷俘,其创新就在于不断开发新的方法和技术,运用到各种不同的新的气体原子、分子甚至凝聚态体系,并且把这种物理方法转化为实用技术,推广、应用到不同领域(如化学、生物学、医学、材料科学、工程等)中去.

目前,被激光冷却和陷俘的原子主要还是一些比较简单的碱金属、碱土金属原子及其类似原子(如锂、钠、钾、铷、铯、镁、钙、锶、

镱、铬、银等)，亚稳态惰性气体原子(氦、氖、氩、氪、氙)和放射性原子(如钫)等. 其中，尤以对钠、铷、铯等几种碱金属原子的研究最为透彻，这是因为这些原子的能级结构最为简单，而冷却激光的波长又处在常用的可见或近红外光波段. 氢原子是能级结构最简单的原子，但由于其共振波长(243 nm)落在真空紫外波段，实验比较困难，只有少数几篇文献提出“用双光子跃迁进行冷却”的建议[2]，尚无实验结果. 对于其他较复杂的原子，激光冷却和陷俘的研究尚待开拓. 这里既需要有理论工作，更需要发展新的实验方法.

正像在第一章中提到的，离子体系的激光冷却工作几乎是与原子同时发展的；所用的方法是在离子阱中激光的多普勒冷却和边带冷却. 边带冷却的原理是[3]：阱中离子的光吸收和发射受到离子阱振动频率调制. 若用频率较低的振动边带光激励离子，而其发射光的平均频率为没有振动调制的自由离子共振频率，发射光带走的较多的能量就由离子动能来补偿，从而使离子体系冷却. 但是，在离子系统中也可以使用与原子冷却类似的西西弗斯冷却等方法[4]. 离子冷却为量子光学开辟了若干新方向，如量子态工程、量子计算等[4].

分子的激光冷却是激光冷却原子的一个重要延伸. 冷分子在精密光谱研究和精密测量等方面有重要的应用，分子 BEC 和分子激射器的实现也很有意义[5]. 由于分子有振动转动能级，能级结构十分复杂、密集，自发辐射通道太多，难以找到准二能级的循环跃迁机构，直接的激光冷却方法有一定困难；只在个别情况下借用原子冷却方法实现了分子的冷却或陷俘. 例如，对二氧化碳分子的冷却[6]和用准静电阱囚禁了二氧化硫分子[7]. 为了实现分子的激光冷却，人们提出了若干变通的实验方案，其中包括用多单频激光对分子的振转能级进行拉曼激发，实现类似于边带冷却的方案[8]；与其类似，但通过单次自发辐射实施速度选择、减速和不断积累三步序列的冷却方案[9]以及利用运动分子对谐振腔场的作用，负失谐于光学腔的激光激励分子可以产生与速度相关的多普勒冷却力[10]；等等. 冷分子还可间接地从冷原子形成，目前已有利用光缔合[11]和 Feshbach 共振[12]等效应来实现的报道. 正如在 § 11.4 所述，Jin，Grimm 和 Ketterle 三个小组分别用 Feshbach 共振的方法使冷费米原子^{40}K 结合成冷分子$^{40}K_2$，并实现了 BEC. 激光冷却分子正呈现蓬勃发展的局面(关于分子冷却，可参阅文献[13,14]).

不仅处于气体状态的原子、分子和离子可以发生激光冷却，固体也可以通过类似的激光冷却致冷. 这里所采用的就是使被冷却的物质体系通过吸收低频率激光而发射高频率激光来损失能量，导致冷却，即利用反斯托克斯受激拉曼散射的效应[15]. 这种冷却可在各种不同材料(包括玻璃、染料、晶体、半导体和离子掺杂玻璃等)中进行. 利用这种冷却方法，有可能制造成像冰箱那样的制冷器，投入工业应用；不过目前还处在起始阶段，离真正实用还有一定距离.

作为激光冷却和陷俘原子的进一步拓展，上述这些方向在本书中都没有讨论，一方面是因为这些领域的科学内容正在日新月异，变化很大、很快；另一方面也是因为这些新内容往往还涉及一些与特殊物质状态或材料有关的知识和理论，专门介绍会占去过多的篇幅. 有兴趣的读者可以在本书基础上有针对性地阅读相应的文献；读者也可在补充相关的资料基础上，根据激光冷却的一般原理、方法和技巧，针对不同具体情况进行扩展、延伸、搭配组合，创造性地提出一些新的冷却和陷俘的方案. 如果能够在此基础上提出一些原创性的见解和想法，并付诸实施，那是再好不过的了.

谈到激光冷却和陷俘原子的应用，不外乎是对原子(包括作为粒子和物质波)状态的调控. 这被称为量子调控(quantum control)[16]，在科学上最重要的自然是 BEC 的实现. 为此，本书专门抽出第九至十一章来叙述这方面的内容. 其中前两章是与激光冷却和陷俘原子密切相关的预备知识. BEC 作为一种全新的物质状态，目前其研究还扩展到费米子，甚至反粒子，还可直接模拟一些天体物理效应. 尽管已经有了大量的实验和理论成果，我们对

BEC 的性质和功能的了解还非常初步，不过从仅有的成果中已可看出它们大大拓宽了我们对物质世界奥秘的认识，并且开拓了一些前所未有的研究领域. 正像 BEC 实验开创者之一 Ketterle 所说，“BEC 已成为研究原子光学、碰撞物理和多体物理、声子、超流性、量子涡旋、约瑟夫森结和量子相变的一个超低温实验室”；由于 BEC 的实现，“我们的研究领域正处于一个从为了解原子冷却而研究物理过渡到为了解物理而研究冷原子的历史转折点”[17].

至于激光冷却与陷俘原子的技术应用，除了在第八章中介绍的那些以外，也在不断开发出许多新奇的方向，比如基于光格点的布朗马达(能在涨落中提取定向运动的机制，对理解、研制生物分子马达和固体电子器件很有用处)[18]等. 而最重要的也许就是暗态、光格点和 BEC 的技术应用了，它们包括与量子纠缠相关的量子计算、量子通信、量子信息处理等. BEC 固然十分脆弱，极容易遭到破坏；但在科学技术上，也可以说是“皮实的”，因为它总还有数以“秒”计的生命力，这对以在 ps 数量级时间工作的光电器件来说，足够长寿了. 至于“必须在真空环境下工作”的缺点，也许在未来的科技条件下，并不是不可克服的. 这样，也许几十年以后，我们会像今天使用激光那样，时刻离不开 BEC 和原子激射器.

物理世界是奇妙无穷的，既广袤、浩瀚，又细微、深邃. 从激光冷却和陷俘原子这样一个具体领域的研究中，我们就可体会到这一点. 作者深望读者通过研读本书，能引起对物理世界的浓厚兴趣，产生深究的愿望；如果进而能萌生从事这一领域的学习和研究的意向，更是十分欢迎！

参 考 文 献

[1] Cohen-Tannoudji C. Ann. Phys., 1962, 7: 423.

[2] Allegrini M, Arimondo E. Phys. Lett. A, 1993, 172: 271; Zehnlé V, Garreau J C. Phys. Rev. A, 2001, 63: R021402.

[3] Wineland D J, Dehmelt H. Bull. Am. Phys. Soc., 1975, 20: 637; Diedrich F, Bergquist J C, Itano W M, et al. Phys. Rev. Lett., 1989, 62: 403.

[4] Eschner J, Morigi G, Schmidt-Kaler F, et al. J. Opt. Soc. Am. B, 2003, 20: 1003.

[5] Bahns J T, Gould P L, Stwalley W C. Adv. Ato. Mol. Opt. Phys., 2000, 42: 171.

[6] Djeu N, Whitney W T. Phys. Rev., 1981, 46: 236.

[7] Takekoshi T, Patterson B M, Knize R J. Phys. Rev. Lett., 1998, 81: 5105.

[8] Bahns J T, Stwalley W C, Gould P L. J. Chem. Phys., 1996, 104: 9689.

[9] Raymond Ooi C H, Marzlin K-P, Audretsch J. Eur. Phys. J. D, 2003, 22: 259.

[10] Vuletić V, Chu S. Phys. Rev. Lett., 2000, 84: 3738.

[11] Fioretti A, Comparat D, Crubellier A, et al. Phys. Rev. Lett., 1998, 80: 4402; Masnou-Seeuws F, Pillet P. Adv. Ato. Mol. Opt. Phys., 2001, 47: 54.

[12] Jochim S, Bartenstein M, Altmeyer A, et al. Phys. Rev. Lett., 2003, 91: 240402.

[13] 印建平. 原子分子光学：华东师范大学物理系研究生讲义. 上海：华东师范大学，2004.

[14] Yin J P. Phys. Rep., 2006, 430: 1.

[15] Mungan C E, Gosnell T R. Adv. Ato. Mol. Opt. Phys., 1999, 40: 161; Rayner A, Heckenberg N R, Rubinsztein-Dunlop H. J. Opt. Soc. Am. B, 2003, 20: 1037; Mungan C E. J. Opt. Soc. Am. B, 2003, 20: 1075.

[16] Chu S. Nature, 2002, 416: 206.

[17] Anglin J R, Ketterle W. Nature, 2002, 416: 211.

[18] Renzoni F. Contem. Phys., 2005, 46: 161.

索　引

H

J

K

L

W

X

Y

Z

北京大学物理学丛书

（已出书目）

1. 广义相对论引论(第二版)	俞允强
2. 量子力学导论(第二版)	曾谨言
3. 近代光学信息处理	宋菲君　S. Jutamulia
4. 理论物理基础	彭桓武　徐锡申
5. 高温超导物理	韩汝珊
6. 数学物理方法(第二版)	吴崇试
7. 原子核理论——它的深化与扩展	张启仁
8. 李代数李超代数及在物理中的应用	韩其智　孙洪洲
9. 电动力学简明教程	俞允强
10. 特殊函数概论	王竹溪　郭敦仁
11. 物理学中的非线性方程	刘式适　刘式达
12. 固体物理基础(第二版)	阎守胜
13. 现代半导体物理	夏建白
14. 热大爆炸宇宙学	俞允强
15. 数理物理基础	彭桓武　徐锡申
16. 近代半导体材料的表面科学基础	许振嘉
17. 物理宇宙学讲义	俞允强
18. 量子力学原理	王正行
19. 电动力学及狭义相对论(第二版)	张宗燧
20. 热力学(第二版)	王竹溪
21. 超弦史话	李　淼
22. 等离子体理论基础	胡希伟

23. 晶格动力学理论　　〔德〕M. 玻恩　黄昆　著
　　葛惟锟　贾惟义　译
24. 有限晶体中的电子态:Bloch 波的量子限域　　任尚元
25. 软物质物理学导论　　陆坤权　刘寄星　主编
26. 信息光子学物理　　宋菲君　羊国光　余金中
27. 原子论的历史和现状
　　——对物质微观构造认识的发展　　关　洪
28. 热力学与统计物理学　　林宗涵
29. 高等量子力学(第三版)　　杨泽森
30. 非线性光学物理　　叶佩弦
31. 太赫兹科学技术和应用　　许景周　张希成
32. 核反应堆动力学基础(第二版)　　黄祖洽
33. 原子的激光冷却与陷俘　　王义道